



BANCO DE LA REPÚBLICA
Gerencia Técnica

Pronósticos directos de la inflación colombiana

Eliana González Molano
Luis Fernando Melo Velandia
Anderson Grajales Olarte¹

Resumen

En países como Colombia en donde se sigue una estrategia de inflación objetivo es fundamental para el Banco Central contar con buenos modelos para pronosticar la inflación. En este documento se comparan los pronósticos de inflación obtenidos a partir de un modelo de Curva de Phillips usando dos metodologías diferentes: pronósticos directos y pronósticos iterativos (tradicionales) para una muestra trimestral entre 1988 y 2007. Los pronósticos directos están basados en estimaciones OLS, mientras que los iterativos lo están en estimaciones tanto por OLS como por mínimos cuadrados flexibles. Los resultados encontrados muestran que al utilizar el mismo método de estimación, OLS, el error de pronóstico de la metodología directa es menor que el de la iterativa en el mediano plazo. Sin embargo, los pronósticos iterativos generados con la metodología de mínimos cuadrados flexibles superan a los directos - OLS.

Palabras clave: Pronósticos directos, pronósticos iterativos, mínimos cuadrados flexibles.

Clasificación JEL: C53, E31, E37

¹ Profesional Experto del Departamento de Modelos Macroeconómicos, Econometrista Principal y Asistente de Investigación de la Gerencia Técnica, del Banco de la República, respectivamente. Se agradecen los comentarios y sugerencias de Luis Eduardo Arango, Andrés González y Munir Jalil. Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de La República ni a su junta directiva.

1. Introducción

La política monetaria en Colombia es conducida bajo el esquema de inflación objetivo en el que la tasa de interés es el instrumento de política. En una regla de política tradicional, la tasa de intervención depende de la tasa natural de interés, las desviaciones de la inflación respecto a la meta y la brecha de producto. El modelo de simulación de política monetaria que utiliza el Banco de la República, Modelo de Mecanismos de Transmisión, MMT, es utilizado además para generar pronósticos de inflación. Sin embargo, los pronósticos generados por este modelo en el corto plazo no son muy acertados y por tal razón el modelo se alimenta de pronósticos para dos trimestres adelante, generados por modelos de pronóstico de la inflación, de esta manera se cuenta con más información para guiar el modelo MMT hacia una senda de largo plazo. Por lo anterior, es de vital importancia contar con pronósticos de inflación confiables de corto y mediano plazo que permitan guiar adecuadamente el modelo de simulación de política y así tomar decisiones acertadas.

Si bien el Banco Central cuenta con un conjunto de pronósticos de inflación generados a partir de diferentes metodologías de estimación y diferentes formas funcionales, sigue siendo una permanente tarea la búsqueda de nuevas y mejores alternativas para producir pronósticos más acertados en términos de menor error de pronóstico.

En un modelo dinámico, la incertidumbre de los pronósticos aumenta a medida que se incrementa el horizonte de tiempo, esto se debe en parte a que los pronósticos dependen de pronósticos anteriores. Por ejemplo, para un proceso autoregresivo de orden dos ($AR(2)$), donde una serie depende de sus dos últimos rezagos, un pronóstico para h periodos adelante eventualmente depende de dos pronósticos anteriores (para $h=1$ y $h=2$). Una forma alternativa de generar predicciones que no dependan de pronósticos anteriores es mediante el uso de lo que se denomina en la literatura, *pronósticos directos*, en este caso se utilizan modelos en los cuales su pronóstico para un horizonte h sólo depende de los valores observados de las variables. Por ejemplo, para $h=3$, como modelo análogo de un $AR(2)$, se puede utilizar uno donde la serie dependa de sus rezagos tres y cuatro. En este caso, el pronóstico para $h=3$ dependerá de los últimos dos valores observados de la serie, mientras que en el modelo $AR(2)$ dependerá de los pronósticos para $h=1$ y $h=2$. Para

establecer una terminología clara y realizar una diferenciación con los pronósticos directos, los pronósticos de los modelos tradicionales, como los del $AR(2)$ en el ejemplo anterior, se denominarán *pronósticos iterativos*.

En general, la literatura ha favorecido a los pronósticos iterativos al enfatizar las ventajas de estos pronósticos y las desventajas de los directos. La elección entre pronósticos iterativos y directos depende de una compensación entre sesgo y varianza. El método iterativo produce estimaciones más eficientes de los parámetros, pero por su carácter recursivo es menos robusto a sesgos en el pronóstico de horizonte uno. Es decir, si el modelo utilizado está mal especificado y el pronóstico de horizonte uno es sesgado, este problema aumenta al considerar horizontes mayores debido al carácter iterativo de los pronósticos².

Marcellino et al. (2005) no encuentran evidencia concluyente sobre cuál de los dos métodos de pronóstico produce mejores resultados en términos de menores errores de pronóstico. Estos autores utilizan evidencia empírica para 171 series macroeconómicas de los Estados Unidos entre 1959 y 2002, después de realizar diversos ejercicios encuentran que el mejor método para pronosticar es el directo en algunos ejercicios mientras que en otros es el iterativo.

Chevillon (2005) realiza un resumen de la literatura de pronósticos directos y comenta que en los documentos donde se favorecen los pronósticos directos sobre los iterativos es complicado obtener conclusiones definitivas que permitan conocer en qué casos se obtienen estas mejorías y a qué se deben. Sin embargo, el autor muestra que existe un consenso general en la literatura; si el modelo utilizado para pronosticar está bien especificado y las series son estacionarias, se espera que la técnica iterativa sea asintóticamente más eficiente. Por el contrario, si el modelo está mal especificado o las variables no son estacionarias, los

² Algunos documentos relacionados con el análisis teórico de los pronósticos directos son los siguientes: Cox (1961), Johnston (1974), Findley (1983, 1985), Stoica y Nehorai (1989), Weiss (1991), Tiao and Xu (1993), Lin y Granger (1994), Tiao y Tsay (1994), Clements y Hendry (1996), Bhansali (1996, 1997, 1999), Kang (2003), Chevillon y Hendry (2003), Ing (2003) y Schorfheide (2003).

pronósticos directos pueden proveer ganancias significativas en precisión, tanto en muestras finitas como asintóticamente.

El objetivo de este trabajo es evaluar la técnica de pronósticos directos para la inflación colombiana. Para cumplir este propósito el documento consta de cinco secciones siendo esta introducción la primera. En la segunda sección se exponen los métodos de pronósticos iterativos y directos, en la tercera se presentan los resultados de unos ejercicios de simulación que buscan encontrar algunos escenarios en los cuales el desempeño del método directo sea superior al iterativo, en la cuarta sección se muestra una aplicación de estos modelos para la inflación anual colombiana, y por último, en la sección cinco se incluyen algunas recomendaciones y conclusiones del trabajo.

2. Modelos de pronósticos

Los ejercicios realizados en este documento utilizan modelos autoregresivos. Las metodologías de pronósticos iterativos y directos para este tipo de procesos se explican a continuación.

Pronósticos iterativos

Sea $\{y_t\}$ una serie estacionaria que sigue un modelo autoregresivo de orden P , entonces:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^P \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

En este caso, el pronóstico iterativo para un horizonte de tiempo h es:

$$\hat{y}_{t+h|t} = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^P \hat{\alpha}_i \hat{y}_{t+h-i|t}, \quad h > P$$

Si $\{y_t\}$ es integrada de orden uno y la serie diferenciada sigue un modelo $AR(P)$, se tiene:

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^P \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

El pronóstico iterativo para un horizonte de tiempo h es:

$$\hat{y}_{t+h|t} = \hat{y}_{t+h-1|t} + \widehat{\Delta y}_{t+h|t}$$

siendo $\widehat{\Delta y}_{t+h|t} = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^P \hat{\alpha}_i \widehat{\Delta y}_{t+h-i|t}$, $\hat{y}_{s|t} = y_s$ y $\widehat{\Delta y}_{s|t} = \Delta y_s$ para $s \leq t$ y $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$.

Pronósticos directos

Un modelo $AR(P^*)$ para una la serie $\{y_t\}$ estacionaria y un horizonte de pronóstico h es de la siguiente forma:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{P^*} \beta_i y_{t-(h-1)-i} + v_t$$

Por consiguiente, el mejor predictor lineal con información hasta t , h pasos adelante es:

$$\hat{y}_{t+h|t} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{P^*} \hat{\beta}_i y_{t-i+1}$$

Nótese que este pronóstico depende de valores observados de la serie y no de pronósticos anteriores.

En caso de variables I(1) es un poco más complicado y requiere utilizar la transformación $\Delta^{(h)} y_t \equiv y_t - y_{t-h}$ en lugar de $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ ³. Para un modelo $AR(P^*)$ y un horizonte h se tiene la siguiente especificación:

$$\Delta^{(h)} y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{P^*} \beta_i \Delta^{(h)} y_{t-(h-1)-i} + v_t$$

Por tanto, el pronóstico directo está dado como:

$$\hat{y}_{t+h|t} = y_t + \widehat{\Delta^{(h)} y}_{t+h|t}$$

³ Esto se debe a que $\Delta^{(h)} y_t = \Delta y_t + \Delta y_{t-1} + \dots + \Delta y_{t-(h-1)}$. Por consiguiente, para h finito, $\Delta^{(h)} y_t$ es I(0) ya que se puede expresar como una sumatoria de componentes estacionarios.

siendo $\widehat{\Delta^{(h)}y_{t+h|t}} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^{p^*} \hat{\beta}_i \Delta^{(h)}y_{t-i+1}$.

3. Ejercicio de simulación

La literatura sobre pronósticos directos, en general, no es contundente al determinar cuándo se prefieren los pronósticos directos a los iterativos, por tanto, con el objetivo de encontrar algunos escenarios en los que el desempeño del método directo sea superior al tradicional se realizó un conjunto de simulaciones. En estas se evalúa el desempeño de los pronósticos directos en modelos mal especificados. En particular, se simularon procesos con cambio estructural mientras que los modelos considerados para la estimación no tienen en cuenta este cambio.

Las simulaciones realizadas incluyen dos procesos generadores VAR(2) bivariados, el primero lineal y el segundo con no-linealidades en el intercepto para simular el cambio estructural. Para cada uno de estos procesos se estimaron tres modelos lineales y se evaluaron los pronósticos generados por ellos utilizando tanto el método iterativo como el directo.

El proceso lineal es el siguiente:

$$y_t = \mu + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 150 \quad (1)$$

siendo

$$y_t = (y_{1t}, y_{2t})^T, \varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})^T$$

$$\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(\mathbf{0}, \Sigma), \quad \mu = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.09 \\ 0.06 & -0.2 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$$

El segundo proceso generado es similar al anterior pero presenta no-linealidades en el término constante del modelo. Así, el comportamiento del intercepto a través del tiempo es generado por $\mu + \mu_1 \cdot f_1(t) + \mu_2 \cdot f_2(t)$ como se observa en la gráfica del Anexo 1.

El proceso generador de datos para este caso está dado por:

$$y_t = \mu + \mu_1 \cdot f_1(t) + \mu_2 \cdot f_2(t) + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 150 \quad (2)$$

siendo

$$y_t = (y_{1t}, y_{2t})^T, \varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})^T$$

$$\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(\mathbf{0}, \Sigma), \mu = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \mu_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mu_2 = \begin{bmatrix} -1.1 \\ -1.1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.09 \\ 0.06 & -0.2 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_1(t) = \begin{bmatrix} (1 + \exp\{-20((t/150) - 0.1)\})^{-1} \\ (1 + \exp\{-20((t/150) - 0.1)\})^{-1} \end{bmatrix}, f_2(t) = \begin{bmatrix} (1 + \exp\{-10((t/150) - 0.4)\})^{-1} \\ (1 + \exp\{-10((t/150) - 0.4)\})^{-1} \end{bmatrix}$$

Con el fin de analizar algunas características dinámicas de los modelos simulados se realizaron los análisis de impulso – respuesta (FIR) y de descomposición de la varianza del error de pronóstico (Anexos 2 y 3). Los análisis se centran en y_{1t} dado que ésta es la variable sobre la cual se realizan los pronósticos. Aunque la FIR converge a cero dada la estacionariedad del modelo⁴, se presenta alta persistencia en y_{1t} pues los choques sólo se desvanecen aproximadamente en 50 trimestres. Por su parte, el análisis de descomposición de varianza permite observar que la contribución de la variable y_{1t} a la varianza de sus errores de pronóstico es cercana al 90% en los primeros horizontes y se estabiliza alrededor del 70%

El objetivo de los ejercicios de simulación es evaluar el pronóstico de y_{1t} , h periodos adelante, bajo diversas especificaciones para el modelo de pronóstico. Con este propósito se estimaron tres tipos de modelos lineales, VAR iterativo (VAR.I), VAR directo (VAR.D) y ARX iterativo (ARX.I)⁵. Estos modelos fueron escogidos por su simplicidad, por su

⁴ La condición de estacionariedad se puede verificar analizando el módulo de las raíces de la ecuación característica. Para los modelos simulados el menor de éstos es 1.1193, por tanto, el modelo es estacionario.

⁵ El modelo ARX directo no se estimó debido a que los pronósticos de la primera variable del sistema son equivalentes a los producidos por el modelo VAR.D.

similitud con los modelos simulados y por ser de uso común en la modelación econométrica. Los modelos son:

$$\text{VAR.I,} \quad y_t = \mu^1 + A_1^1 y_{t-1} + A_2^1 y_{t-2} + \varepsilon_t^1$$

$$\text{VAR.D,} \quad y_t = \mu^2 + A_1^2 y_{t-h} + A_2^2 y_{t-h-1} + \varepsilon_t^2$$

$$\text{ARX.I,} \quad \begin{cases} y_{1,t} = \mu_1^3 + (A_{1,11}^3 y_{1,t-1} + A_{1,12}^3 y_{2,t-1}) + (A_{2,11}^3 y_{1,t-2} + A_{2,12}^3 y_{2,t-2}) + \varepsilon_{1,t}^3 \\ y_{2,t} = \mu_2^3 + A_{1,22}^3 y_{2,t-1} + A_{2,22}^3 y_{2,t-2} + \varepsilon_{2,t}^3 \end{cases}$$

El ejercicio completo simula series de 150 observaciones para cada uno de los dos tipos de procesos VAR mencionados (uno lineal y otro no lineal en la constante). Dados estos procesos generadores de datos se estiman tres modelos (VAR.D, VAR.I y ARX.I) para $t = t_1, \dots, 120$ ($t_1 = 3$ para VAR.I y ARX.I, $t_1 = h + 2$ para VAR.D) y se pronostica la primera variable para horizontes $h = 1, 2, \dots, 12$. Posteriormente, se aumenta la muestra una observación, $t = t_1, \dots, 121$, se reestima el modelo y se obtienen de nuevo pronósticos para los 12 periodos siguientes. Este proceso *rolling* se repite hasta obtener una muestra $t = t_1, \dots, 150 - h$, con la cual nuevamente se reestiman los modelos y se obtienen pronósticos para los horizontes $h = 1, 2, \dots, 12$. Como paso final, se comparan los datos simulados con los pronosticados y se calcula la estadística RMSFE para evaluar los errores de pronóstico.

El procedimiento anteriormente descrito corresponde al resultado de una sola simulación con series de tamaño 150. Este proceso se repitió 10.000 veces, por tanto, existen 10.000 realizaciones de la estadística RMSFE. En los siguientes cuadros se muestran los resultados del ejercicio para los tres modelos estimados y los doce horizontes de pronóstico considerados. En el Cuadro 1 se presentan los resultados que consideran un proceso generador lineal, mientras que en el Cuadro 2 se encuentran los resultados producidos a partir de los datos no lineales.

Estos resultados muestran que cuando el modelo utilizado para pronosticar es similar al proceso generador de datos (PGD) el desempeño de los pronósticos directos no supera al de los iterativos (pronósticos usuales); en este caso la media y mediana de las 10.000 estadísticas RMSFE de los directos son mayores. Sin embargo, los resultados son diferentes cuando el modelo estimado es diferente al PGD. En nuestro ejercicio estimamos modelos lineales aún cuando el proceso generador de datos es no-lineal. Para este caso, los resultados de la simulación indican que para horizontes altos (mayores que 6) los pronósticos directos tienen mejor desempeño que los iterativos.

CUADRO 1

Estadísticas RMSFE para las simulaciones del proceso generador de datos lineal

Horizonte de Pronóstico (h)	1			2			3			4		
	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I
Modelo												
Media	1.013	1.013	1.013	1.286	1.292	1.288	1.506	1.519	1.513	1.661	1.682	1.673
Mediana	1.010	1.010	1.010	1.279	1.284	1.280	1.491	1.503	1.495	1.632	1.649	1.642
Desviación Est.	0.133	0.133	0.133	0.204	0.206	0.206	0.291	0.296	0.297	0.364	0.375	0.376
Percentil 5	0.753	0.753	0.753	0.885	0.889	0.883	0.936	0.939	0.930	0.947	0.947	0.936
Percentil 95	1.273	1.273	1.273	1.687	1.696	1.692	2.075	2.099	2.097	2.374	2.417	2.411
Cuartil 1	0.922	0.922	0.922	1.145	1.150	1.144	1.300	1.307	1.303	1.397	1.412	1.402
Cuartil 3	1.101	1.101	1.101	1.419	1.426	1.422	1.689	1.705	1.700	1.889	1.918	1.910
	5			6			7			8		
Media	1.765	1.795	1.780	1.843	1.881	1.858	1.898	1.944	1.909	1.947	1.996	1.954
Mediana	1.725	1.749	1.738	1.790	1.815	1.793	1.830	1.861	1.828	1.870	1.902	1.863
Desviación Est.	0.436	0.452	0.455	0.503	0.526	0.527	0.553	0.587	0.580	0.606	0.645	0.632
Percentil 5	0.910	0.909	0.889	0.857	0.850	0.824	0.814	0.794	0.772	0.761	0.733	0.715
Percentil 95	2.619	2.681	2.672	2.830	2.912	2.891	2.982	3.094	3.046	3.134	3.260	3.192
Cuartil 1	1.453	1.473	1.452	1.482	1.501	1.477	1.490	1.518	1.483	1.495	1.518	1.484
Cuartil 3	2.034	2.070	2.056	2.150	2.191	2.169	2.233	2.286	2.256	2.301	2.355	2.320
	9			10			11			12		
Media	1.966	2.022	1.971	2.011	2.074	2.013	2.019	2.086	2.016	2.031	2.104	2.026
Mediana	1.864	1.902	1.857	1.917	1.952	1.901	1.899	1.951	1.888	1.900	1.954	1.882
Desviación Est.	0.653	0.699	0.677	0.684	0.736	0.709	0.719	0.776	0.740	0.751	0.815	0.768
Percentil 5	0.687	0.651	0.643	0.669	0.632	0.624	0.609	0.564	0.566	0.559	0.506	0.520
Percentil 95	3.245	3.392	3.298	3.352	3.516	3.402	3.429	3.608	3.467	3.503	3.702	3.532
Cuartil 1	1.485	1.513	1.467	1.507	1.536	1.490	1.485	1.512	1.469	1.472	1.515	1.462
Cuartil 3	2.342	2.391	2.352	2.414	2.492	2.428	2.434	2.518	2.440	2.454	2.525	2.441

Nota: Los datos sombreados corresponden a los mínimos valores de media y mediana de las estadísticas RMSFE para los tres modelos estimados.

El resultado obtenido confirma un hecho mencionado en la literatura de este tipo de pronósticos: si se tiene un modelo mal especificado, los pronósticos directos pueden proveer ganancias significativas en precisión.

CUADRO 2

Estadísticas RMSFE para las simulaciones del proceso generador de datos no-lineal

Horizonte de Pronóstico (h)	1			2			3			4		
	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I	VAR.I	VAR.D	ARX.I
Modelo												
Media	1.030	1.030	1.030	1.327	1.332	1.329	1.571	1.577	1.585	1.754	1.761	1.782
Mediana	1.027	1.027	1.027	1.319	1.323	1.321	1.554	1.560	1.572	1.727	1.734	1.751
Dev. Est.	0.134	0.134	0.134	0.211	0.214	0.211	0.293	0.299	0.296	0.369	0.379	0.376
Percentil 5	0.767	0.767	0.767	0.914	0.913	0.915	0.997	0.992	1.005	1.031	1.019	1.045
Percentil 95	1.293	1.293	1.293	1.741	1.751	1.742	2.145	2.162	2.164	2.476	2.504	2.518
Cuartil 1	0.937	0.937	0.937	1.180	1.182	1.181	1.368	1.368	1.378	1.492	1.492	1.518
Cuartil 3	1.120	1.120	1.120	1.466	1.471	1.467	1.757	1.768	1.773	1.993	2.003	2.025
	5			6			7			8		
Media	1.892	1.899	1.929	1.988	1.992	2.038	2.074	2.073	2.134	2.162	2.157	2.235
Mediana	1.853	1.858	1.889	1.940	1.936	1.981	2.027	2.014	2.077	2.086	2.078	2.143
Dev. Est.	0.452	0.463	0.463	0.521	0.536	0.546	0.577	0.592	0.610	0.642	0.658	0.689
Percentil 5	1.007	0.991	1.022	0.967	0.940	0.968	0.943	0.914	0.938	0.904	0.868	0.884
Percentil 95	2.777	2.807	2.835	3.010	3.043	3.107	3.205	3.235	3.330	3.420	3.447	3.586
Cuartil 1	1.569	1.568	1.596	1.609	1.605	1.639	1.653	1.648	1.685	1.694	1.673	1.731
Cuartil 3	2.174	2.186	2.222	2.311	2.316	2.378	2.443	2.444	2.518	2.552	2.545	2.658
	9			10			11			12		
Media	2.194	2.190	2.275	2.263	2.255	2.351	2.308	2.294	2.403	2.341	2.332	2.446
Mediana	2.098	2.087	2.181	2.169	2.147	2.237	2.200	2.174	2.278	2.211	2.185	2.303
Dev. Est.	0.693	0.715	0.751	0.752	0.771	0.818	0.805	0.821	0.883	0.861	0.876	0.948
Percentil 5	0.837	0.788	0.804	0.790	0.744	0.747	0.730	0.685	0.673	0.653	0.614	0.587
Percentil 95	3.551	3.592	3.747	3.737	3.766	3.955	3.885	3.902	4.134	4.029	4.050	4.305
Cuartil 1	1.687	1.664	1.717	1.698	1.686	1.741	1.704	1.680	1.735	1.697	1.684	1.726
Cuartil 3	2.621	2.614	2.731	2.717	2.711	2.854	2.789	2.775	2.938	2.853	2.835	3.016

Nota: Los datos sombreados corresponden a los mínimos valores de media y mediana de las estadísticas RMSFE para los tres modelos estimados.

4. Aplicación a la inflación colombiana

La metodología de pronósticos directos se aplicó al caso de la inflación total en Colombia con información trimestral desde 1988:IV hasta 2007:I. Se utilizó un modelo estructural uniecuacional multivariado con el cual se generaron pronósticos directos de la inflación doce meses adelante, éstos son comparados con pronósticos obtenidos tradicionalmente

(iterativos) generados por el mismo modelo. El modelo utilizado, una versión de la Curva de Phillips, es uno de los modelos de frecuencia trimestral que ha tenido un buen desempeño para pronosticar la inflación en el caso colombiano.

Este modelo mide la relación entre inflación y el producto y trata de capturar el efecto a choques de demanda. La forma tradicional de la curva de Phillips es:

$$\pi_t = \sum_{i=1}^p \beta_i \pi_{t-i} + \sum_{j=1}^k \delta_j GAP_{t-j} + \varepsilon_t$$

Donde π_t representa la variación trimestral del IPC y GAP_t representa la brecha del producto, que mide la diferencia entre la producción observada y el producto potencial. Para efectos prácticos el GAP del producto es construido como las desviaciones entre el producto interno bruto (PIB) trimestral desestacionalizado y su tendencia obtenida a partir del filtro de Hodrick y Prescott. La componente autoregresiva o rezagos de la inflación en el modelo miden la persistencia de la inflación, la cual se debe a rezagos de ajuste y a las expectativas de inflación basadas en la información pasada.

Con el fin de considerar la estacionalidad determinista de la serie de inflación, se incluyeron variables dummies estacionales centradas⁶ en el modelo de curva de Phillips. Adicionalmente, siguiendo a López y Misas (1999), con el fin de considerar los efectos de choques de oferta sobre la inflación, se incluyeron rezagos de la variación de los precios de los bienes importados ($PIMP$), ya que en una economía abierta el nivel de precios está dado por un promedio ponderado de los precios de los bienes y servicios domésticos e importados. De esta manera, el modelo analizado es de la forma:

$$\pi_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \pi_{t-i} + \sum_{j=0}^q \delta_j GAP_{t-j} + \sum_{k=0}^K \phi_k \Delta LPIMP_{t-k} + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \varepsilon_t$$

⁶ Al igual que en Melo y Misas (2004), Melo y Núñez (2004) y Misas et al. (1999, 2002), se incluyeron tres variables *dummies* de intervención para los periodos 1985:I, 1985:II y 1986:II.

Para determinar la estructura de rezagos de las tres variables incluidas en el modelo se utilizó el procedimiento *top-down* (Brüggemann y Lütkepohl, 2001)⁷, que consiste en eliminar secuencialmente la variable explicativa (o rezago) menos significativa en un modelo general (en términos del menor estadístico t) hasta que todas las variables que quedan en el modelo sean significativas, es decir que el estadístico t sea mayor que cierto umbral para todas las variables que quedan en el modelo. El umbral está dado por:

$$\gamma = \sqrt{\left(e^{(ct/T)} - 1\right)(T - N + j - 1)}$$

Donde ct depende del criterio de selección escogido (AIC, BIC o HQC). En este caso se escogió el criterio BIC y $ct = \log(T)$, T es el tamaño de la muestra y N es el número de parámetros en el modelo. Inicialmente se tuvieron en cuenta ocho rezagos para cada variable.

Para implementar los pronósticos directos se determinó la estructura de rezagos en el modelo para cada horizonte de pronóstico $h = 1, \dots, 6$ trimestres. Para esto se considera que para cada horizonte de pronóstico h se cuenta con pronósticos confiables intermedios ($t+1, \dots, t+h$) de las variables explicativas GAP y PIMP, de tal manera que el modelo inicial es de la forma

$$\Delta^{(h)} \text{Ln}(IPC_t) = \beta_0 + \sum_{i=0}^{p^*} \beta_i \Delta^{(h)} \text{Ln}(IPC_{t-h-i}) + \sum_{j=0}^{q^*} \delta_j \text{GAP}_{t-j} + \sum_{k=0}^{K^*} \phi_k \text{DLPIMP}_{t-k} + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \alpha_3 D_{3t} + v_t$$

siendo $\Delta^{(h)} \text{Ln}(IPC_t)$ la diferencia h -ésima del logaritmo del IPC fin de trimestre y DLPIMP la diferencia del logaritmo del índice de precios del productor de los bienes importados. Los rezagos de cada variable se determinan mediante el procedimiento *top-down* descrito anteriormente. Aunque el modelo inicial contiene 8 rezagos para cada variable, el modelo resultante varía para cada horizonte de pronóstico ya que puede tener rezagos no consecutivos de las variables y en algunos casos no estar presente alguna de las variables explicativas.

⁷ Este procedimiento también se conoce como *Sequential Elimination of the Regressors Procedure (SER/TP)* y ha sido utilizado, entre otros, en Boschi y Girardi (2007).

Para obtener pronósticos fuera de muestra se realizó un ejercicio *rolling* a partir de diciembre de 2002, mediante este procedimiento se generan pronósticos para los siguientes seis trimestres incrementando la muestra en una observación cada vez. Los pronósticos se evaluaron utilizando los siguientes criterios: raíz del error cuadrático medio de pronóstico (RMSFE), raíz del error porcentual cuadrático medio de pronóstico (RMSPFE), error absoluto medio de pronóstico (MAFE), error absoluto medio porcentual de pronóstico (MAPFE) y U-Theil. Esta última estadística compara los pronósticos generados por el modelo con aquellos generados por una caminata aleatoria.

a. Estimación mínimos cuadrados ordinarios (OLS)

Los resultados de la evaluación de pronósticos directos e iterativos, al estimar los modelos por mínimos cuadrados ordinarios, se presentan en el Cuadro 3. De estos resultados se puede resaltar que los pronósticos directos tienen menor error de pronóstico que los iterativos para algunos horizontes de pronóstico, en especial para el mediano plazo (horizontes cinco y seis trimestres adelante), teniendo en cuenta todas las medidas de evaluación. Por otro lado, se observa que para el corto plazo (uno a tres trimestres), el pronóstico directo es superado por el iterativo y en particular también es superado por el generado por una caminata aleatoria.

CUADRO 3
Evaluación de pronósticos Iterativos y Directos usando OLS.
Modelo Curva de Phillips

Horizonte	No. Obs.	RMSFE		RMSPFE		MAFE		MAPFE		U-THEIL	
		Iterativos	Directos	Iterativos	Directos	Iterativos	Directos	Iterativos	Directos	Iterativos	Directos
1	17	0.471	0.709	7.832	11.588	0.350	0.480	6.102	8.257	0.940	1.417
2	16	0.724	0.688	12.240	11.431	0.562	0.494	9.977	8.523	1.085	1.030
3	15	0.894	0.993	15.452	17.199	0.741	0.769	13.478	13.679	0.998	1.108
4	14	0.923	0.988	16.513	18.154	0.792	0.726	14.644	13.635	0.898	0.962
5	13	0.974	0.912	18.707	20.325	0.831	0.731	16.182	15.252	0.831	0.779
6	12	1.143	1.004	23.471	19.990	0.965	0.843	19.665	16.854	0.821	0.721

b. Mínimos cuadrados flexibles (FLS)

Dado que se ha encontrado evidencia de la presencia de cambios estructurales en la serie de inflación colombiana (Melo y Nuñez. (2004) y Melo y Misas (2004)), el modelo de curva de Phillips se estimó también usando el método de mínimos cuadrados flexibles (Kalaba y Tesfatsion 1989, 1990), procedimiento que tiene en cuenta cambios en los parámetros a

través del tiempo. El estimador FLS está definido como el argumento que minimiza conjuntamente las sumas de cuadrados de los errores de medida y dinámico definidas como

$$r_M^2(b;T) = \sum_{t=1}^T [y_t - X_t' b_t]^2 \text{ y } r_D^2(b;T) = \sum_{t=1}^{T-1} [b_{t+1} - b_t]' [b_{t+1} - b_t] \text{ respectivamente, donde } b \text{ es}$$

el vector de parámetros, T el tamaño de muestra y X es la matriz de todas las variables explicativas y/o rezagos incluidos en el modelo. Así el estimador FLS del vector de parámetros b esta dado por

$$\arg \min_b (r_M^2(b;T) + \lambda r_D^2(b;T)); \quad \lambda > 0$$

donde el valor del parámetro λ , que pondera el error dinámico de los parámetros, es seleccionado para cada horizonte de pronóstico como aquel que minimiza la raíz del error cuadrático medio de pronóstico (RMSFE). Para la estimación del modelo por FLS, se tomó la misma especificación encontrada para el método OLS. Con este modelo se generaron pronósticos iterativos, los cuales son evaluados usando los mismos criterios y comparados con los pronósticos directos obtenidos del modelo estimado por OLS.

Los resultados de la evaluación de pronósticos se presentan en el Cuadro 4. De estos resultados se puede concluir que para todos los horizontes evaluados los pronósticos generados por el método de estimación FLS generan menor error de pronóstico promedio, según todas las medidas de evaluación, que los generados por OLS tanto iterativos como directos⁸.

CUADRO 4
Evaluación de pronósticos para métodos FLS y Directos.
Modelo Curva de Phillips

Horizonte	No. Obs.	RMSFE		RMSPFE		MAFE		MAPFE		U-THEIL	
		FLS	Directos	FLS	Directos	FLS	Directos	FLS	Directos	FLS	Directos
1	17	0.287	0.709	4.406	11.588	0.186	0.480	3.158	8.257	0.573	1.417
2	16	0.485	0.688	8.031	11.431	0.342	0.494	6.141	8.523	0.726	1.030
3	15	0.601	0.993	9.821	17.199	0.451	0.769	7.990	13.679	0.670	1.108
4	14	0.579	0.988	9.707	18.154	0.433	0.726	7.608	13.635	0.563	0.962
5	13	0.496	0.912	9.162	20.325	0.403	0.731	7.626	15.252	0.423	0.779
6	12	0.588	1.004	11.819	19.990	0.486	0.843	9.840	16.854	0.422	0.721

⁸ Los resultados de los pronósticos iterativos estimados por OLS se encuentran en el Cuadro 3.

5. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos en la simulación, los pronósticos directos contribuyen a reducir el error de pronóstico, en comparación con los pronósticos iterativos, en el mediano plazo para modelos mal especificados. Este resultado se corroboró en la aplicación empírica, donde se observa que los pronósticos directos tienen mejor desempeño que los iterativos generados por el modelo estimado por OLS para horizontes de pronóstico en el mediano plazo. Sin embargo, al comparar con los pronósticos generados por el modelo estimado por FLS estos últimos superan a los directos para todos los horizontes de pronóstico. Este resultado no es sorprendente puesto que el método de estimación FLS tiene en cuenta la presencia de cambios estructurales en la dinámica de la inflación, mientras que los pronósticos directos e iterativos basados en estimaciones OLS ignoran este hecho. Esto sugiere que una posible forma de mejorar los pronósticos es implementando la metodología de pronósticos directos usando conjuntamente el método de estimación mínimos cuadrados flexibles o métodos similares, lo cual tendremos en cuenta para un trabajo futuro.

Referencias

- BHANSALI, R. J. (1996): “Asymptotically Efficient Autoregressive Model Selection for Multistep Prediction”, *Ann. Inst. Statist. Math*, 48, 577-602.
- (1997): “Direct Autoregressive Predictions for Multistep Prediction: Order Selection and Performance Relative to the Plug in Predictors”, *Statistica Sinica*, 7, 425-449.
- (1999): “Parameter Estimation and Model Selection for Multistep Prediction of a Time Series: A Reivew”, en *Asymptotics, Nonparametrics, and Time Series*, ed. por S. Ghosh, y M. Dekker, 201 – 225.
- BOSCHI, M., y A. GIRARDI (2007): “Euro Area Inflation: Long-Run Determinants and Short-Run Dynamics”, *Applied Financial Economics*, 17, 9-24.

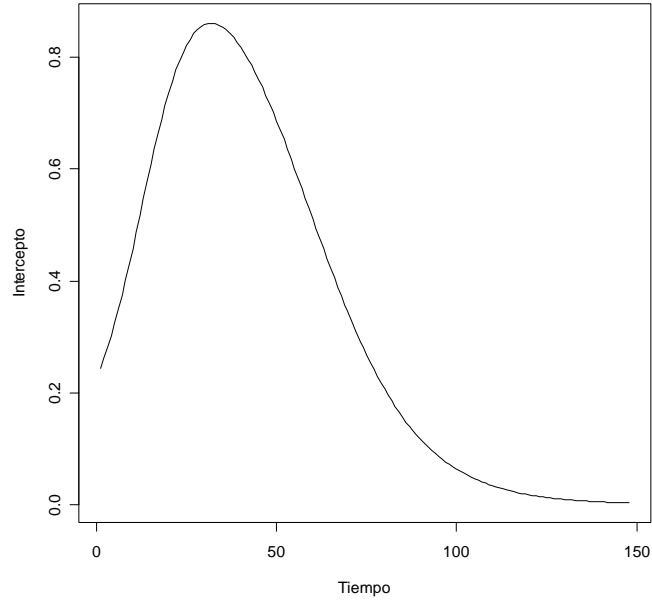
- BRÜGGEMANN, R., y H. LÜTKEPOHL (2001): “Lag Selection in Subset VAR Models with an Application to a U.S. Monetary System”, en *Econometric Studies: A Festschrift in Honour of Joachim Frohn, Münster*, ed. por LIT-Verlag, 107–128.
- CHEVILLON, G. (2005): “Direct Multi-Step Estimation and Forecasting”, Documents de Travail de l'OFCE. Economics Department, University of Oxford y Observatoire Francais des Conjonctures Economiques (OFCE).
- CHEVILLON, G., y D. HENDRY (2003): “Non-Parametric Direct Multi-Step Estimation for Forecasting Economic Processes”, *International Journal of Forecasting*, 21, 201-218.
- CLEMENTS, M. P., y D. F. HENDRY (1996): “Multi-Step Estimation for Forecasting”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 58, 657 – 684.
- COX, D. R. (1961): “Prediction by Exponentially Weighted Moving Averages and Related Methods”, *Journal of the Royal Statistical Society*, 23, 414-442.
- FINDLEY, D. F. (1983): “On the Use of Multiple Models for Multi-Period Forecasting”, Proceedings of the Business and Statistics Section, American Statistical Association, 528-531.
- (1985): “Model Selection for Multi-Step-Ahead Forecasting”, Proceedings of the 7th Symposium on Identification and System Parameter Estimation. Pergamon, Oxford, 1039 – 1044.
- ING, C. K. (2003): “Multistep Prediction in Autoregressive Processes”, *Econometric Theory*, 19, 254-279.
- JOHNSTON (1974): “A Note on the Estimation and Prediction Inefficiency of 'Dynamic' Estimators”, *International Economic Review*, 15, 251-255.

- KALABA, R., y L. TEFATSION (1989): “Time-Varying Linear Regression Via Flexible Least Squares”, *Computers Math Applied*, 17, 1215-1244.
- (1990): “Flexible Least Squares for Approximately Linear Systems”, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 20.
- KANG, I. B. (2003): “Multi-Period Forecasting Using Different Models for Different Horizons: An Application to U.S. Economic Time Series Data”, *International Journal of Forecasting*, 19, 387-400.
- LIN, J. L., y C. W. G. GRANGER (1994): “Forecasting from Non-Linear Models in Practice”, *Journal of Forecasting*, 13, 1-9.
- MARCELLINO, M., J. STOCK, y M. WATSON (2005): “A Comparison of Direct and Iterated Multistep AR Methods for Forecasting Macroeconomic Time Series”, *Journal of Econometrics*. (Próximo a publicarse).
- MELO, L., y M. MISAS (2004): “Modelos estructurales de inflación en Colombia: Estimación a través de mínimos cuadrados flexibles”, Borradores de Economía. Banco de la República. 283.
- MELO, L., y H. NÚÑEZ (2004): “Combinación de pronósticos de la inflación en presencia de cambios estructurales”, Borradores de Economía. Banco de la República. 286.
- MISAS, M., y E. LÓPEZ (1999): “Un examen empírico de la curva de Phillips en Colombia”, Borradores de Economía, Banco de la República. 117.
- MISAS, M., E. LÓPEZ, y L. MELO (1999): “La inflación desde una perspectiva monetaria: un modelo P* para Colombia”, Borradores de Economía. Banco de la República. 133.

- MISAS, M., E. LÓPEZ, y P. QUERUBÍN (2002): “La inflación en Colombia: una aproximación desde las redes neuronales”, Borradores de Economía. Banco de la República. 199.
- SCHORFHEIDE, F. (2005): “VAR Forecasting under Misspecification”, *Journal of Econometrics*. (Próximo a publicarse).
- STOICA, P., y A. NEHORAI (1989): “On Multi-Step Prediction Error Methods for Time Series Models”, *Journal of Forecasting*, 8, 357-68.
- TIAO, G. C., y R. S. TSAY (1994): “Some Advances in Non-Linear and Adaptive Modelling in Time-Series”, *Journal of Forecasting*, 13, 109-131.
- TIAO, G. C., y D. XU (1993): “Robustness of MLE for Multi-Step Predictions: The Exponential Smoothing Case”, *Biometrika*, 80, 623-641.
- WEISS, A. A. (1991): “Multi-Step Estimation and Forecasting in Dynamic Models”, *Journal of Econometrics*, 48, 135-149.

ANEXO 1:

Comportamiento del intercepto en el modelo no-lineal (ecuación (2))



La gráfica anterior muestra la no-linealidad en el proceso representado por la ecuación (2). Esta corresponde al comportamiento del intercepto a través del tiempo:

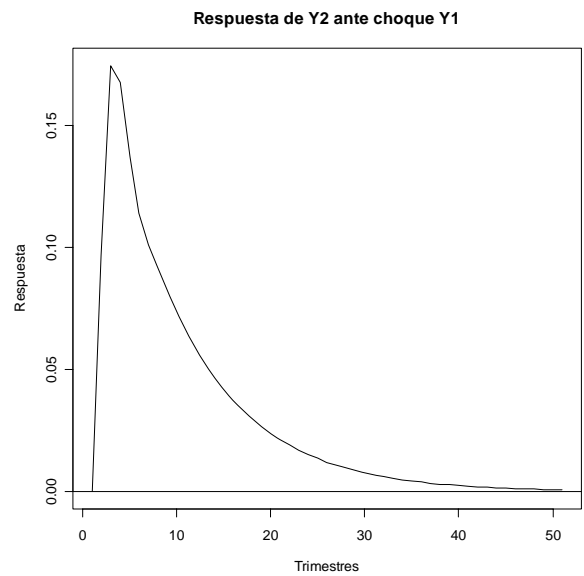
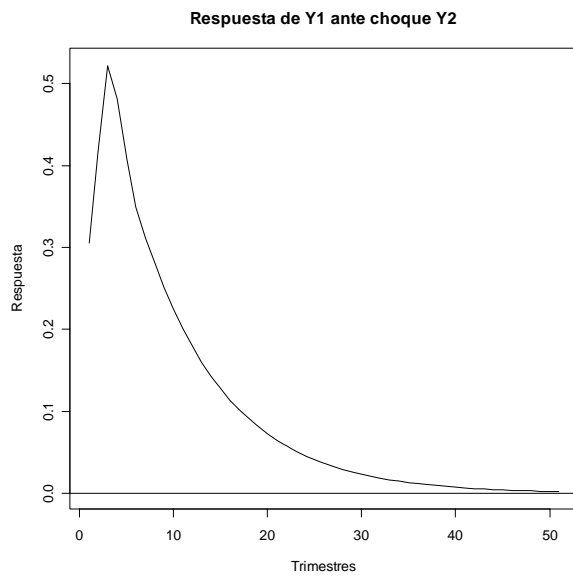
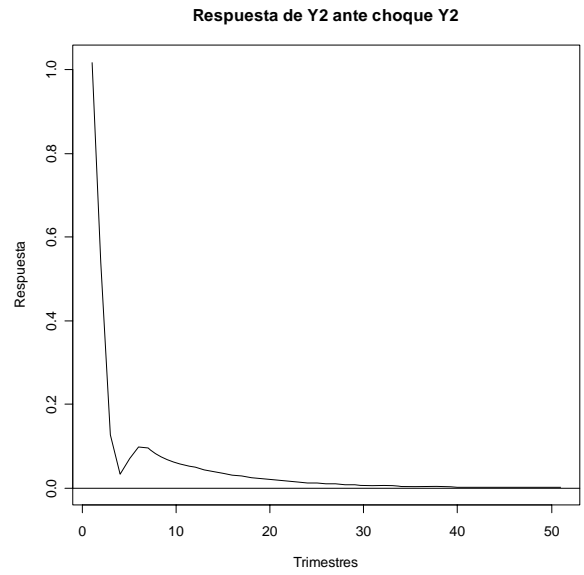
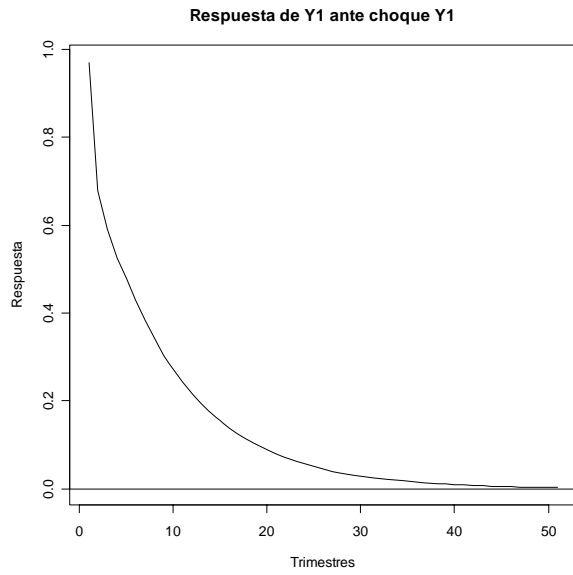
$$\mu + \mu_1 \cdot f_1(t) + \mu_2 \cdot f_2(t), \quad t = 1, \dots, 150$$

siendo:

$$\mu = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \mu_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mu_2 = \begin{bmatrix} -1.1 \\ -1.1 \end{bmatrix}$$
$$f_1(t) = \begin{bmatrix} (1 + \exp\{-20((t/150) - 0.1)\})^{-1} \\ (1 + \exp\{-20((t/150) - 0.1)\})^{-1} \end{bmatrix}, f_2(t) = \begin{bmatrix} (1 + \exp\{-10((t/150) - 0.4)\})^{-1} \\ (1 + \exp\{-10((t/150) - 0.4)\})^{-1} \end{bmatrix}$$

ANEXO 2:

Impulso – respuesta de los modelos simulados (ecuaciones (1) y (2))



ANEXO 3:

Descomposición de varianza del modelo simulado (ecuaciones (1) y (2))

