

# Ensayos

## sobre POLÍTICA ECONÓMICA



### COSTOS DE INFLACIÓN EN UN MODELO DE BÚSQUEDA MONETARIA CON FORMACIÓN ENDÓGENA DE PRECIOS: EL CASO COLOMBIANO

SERGIO PARRA CELY

ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA,  
VOL. 27, NÚM. 59,  
EDICIÓN JUNIO 2009  
PP. 46-82

Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista Ensayos Sobre Política Económica (*ESPE*). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando no se obtenga lucro por este concepto y además, cada copia incluya la referencia bibliográfica de *ESPE*. El(los) autor(es) del documento puede(n) además poner en su propio website una versión electrónica del mismo, pero incluyendo la referencia bibliográfica de *ESPE*. La reproducción de esta revista para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa de su Editor de *ESPE*.

# CUSTOS DE INFLAÇÃO NUM MODELO DE BUSCA MONETÁRIA COM FORMAÇÃO ENDÓGENA DE PREÇOS: O CASO COLOMBIANO

SERGIO PARRA CELY\*

---

\*Trabalho visando conseguir o título de Mestre em Ciências Econômicas, Universidade Nacional de Colômbia. Orientador: Andrés Álvarez. Este trabalho foi amplamente beneficiado pelos valiosos comentários e contribuições de Ricardo Lagos, José Eduardo Gómez, Andrés Álvarez, Munir Jalil e Gustavo Junca. Qualquer erro ou omissão é responsabilidade exclusiva do autor.

Correio eletrônico:  
parra.sergio@javeriana.  
edu.co

Documento recebido no dia 17 de outubro de 2008; versão final aceita no dia 16 de fevereiro de 2009.

Os modelos de busca monetária, graças aos recentes trabalhos teóricos, não só permitem entender o intercâmbio como um fenômeno monetário, mas também dar uma resposta a interrogantes de política monetária como os custos de inflação. O presente trabalho é uma contribuição às diversas tentativas de desenvolver medidas para o recente caso colombiano. Utilizando o Método Simulado de Momentos (SMM) para estimar o modelo proposto por Rocheteau & Waller (2005), verifica-se que, ao incorporar mecanismos endógenos de formação de preços, estes custos oscilam entre 0,5% e 7% do PIB, dependendo de certas condições. Os resultados que oferece este trabalho são maiores que outras contribuições anteriores, devido aos novos elementos incorporados neste modelo, como a presença de fatores externos na quantidade de intercâmbio, na composição e no poder de mercado, que não tinham sido incluídos em outros trabalhos.

**Classificação JEL:** C70, E40, E41, E50.

**Palavras chave:** inflação, busca monetária, moeda, método simulado de momentos, Colômbia.

# INFLATION COSTS IN A SEARCH MONETARY MODEL WITH ENDOGENEOUS PRICE SETTING: THE CASE OF COLOMBIA

SERGIO PARRA CELY\*

Recent findings in theoretical search monetary models not only allow greater understanding of the exchange process as a monetary phenomena, but give answers to relevant monetary policy questions as the welfare cost of inflation. This paper is a contribution to the literature that tries to explain and calculate these costs for the recent experience in Colombia. Using the Simulated Method of Moments estimator (SMM) to calibrate the canonical model proposed by Rocheteau & Waller (2005), we find that, under a endogenous price setting mechanism, these costs oscilate between 0.5% and 7% of GDP, depending on certain conditions. These results are higher than early approaches due to other elements inside this model, like the presence of externalities in the intensive and extensive margin of search, composition of market, and market power, that have not been included in past research.

**JEL classification:** C70, E40, E41, E50.

**Keywords:** inflation, search, money, simulated method of moments, Colombia.

---

\*An extended version of this paper was presented as disertation for the MSc in Economics at Universidad Nacional de Colombia. Advisor: Andrés Alvarez. he views expressed here are those of the author and do not necessary reflect the opinions of the Banco de la República de Colombia, or its board of governors. The Author is grateful to Ricardo Lagos, José Eduardo Gómez, Andrés Álvarez, Munir Jalil, Gustavo Junca, and two anonymous referees for their suggestions and comments. The usual disclaimer applies.

E-mail:  
parra.sergio@javeriana.edu.co

Document received: 17 October; final version accepted: 16 February 2009.

# COSTOS DE INFLACIÓN EN UN MODELO DE BÚSQUEDA MONETARIA CON FORMACIÓN ENDÓGENA DE PRECIOS: EL CASO COLOMBIANO

SERGIO PARRA CELY\*

---

\*Trabajo para optar por el título de Maestría en Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. Director: Andrés Álvarez. Este trabajo se ha visto ampliamente beneficiado por los valiosos comentarios y aportes de Ricardo Lagos, José Eduardo Gómez, Andrés Álvarez, Munir Jalil y Gustavo Junca. Cualquier error u omisión es responsabilidad exclusiva del autor.

Correo electrónico:  
parra.sergio@javeriana.edu.co

Documento recibido:  
17 de octubre de 2009;  
versión final aceptada: 16  
de febrero de 2009.

Los modelos de búsqueda monetaria, gracias a los trabajos teóricos recientes, no sólo permiten entender el intercambio como un fenómeno monetario, sino también dar respuesta a interrogantes de política monetaria como son los costos de inflación. El presente trabajo es un aporte a los diversos intentos por desarrollar medidas para el caso colombiano reciente. Utilizando el método simulado de momentos (SMM) para estimar el modelo propuesto por Rocheteau y Waller (2005), se encuentra que, al incorporar mecanismos endógenos de formación de precios, estos costos oscilan entre 0,5% y 7% del PIB, dependiendo de ciertas condiciones. Los resultados que brinda este trabajo son mayores que otros aportes anteriores, debido a nuevos elementos incorporados en este modelo, como la presencia de externalidades en las cantidades de intercambio, en la composición y en el poder de mercado, que no se habían incluido en estudios anteriores.

**Clasificación JEL:** C70, E40, E41, E50.

**Palabras clave:** inflación, búsqueda, moneda, método simulado de momentos, Colombia.

## I. INTRODUCCIÓN

La economía colombiana ha presentado una disminución sostenida de la inflación desde 1991, cuando, por mandato constitucional, el Banco de la República pasó a ser un organismo independiente del gobierno central y se le otorgó la responsabilidad de manejar la política económica, cambiaria y crediticia en la búsqueda de una moneda con poder adquisitivo estable. Por otra parte, la economía doméstica ha experimentado en los últimos años inflaciones del orden del 6% en promedio<sup>1</sup>, en comparación con tasas de dos dígitos comúnmente observadas en la década de los noventa, explicadas estas últimas por la tentación de generar aumentos sorpresivos de la inflación con el objetivo de lograr una reactivación económica y pleno empleo. Sin embargo, según el consenso actual de la mayoría de economistas, es deseable una situación de tasas de inflación bajas y estables.

Existe una amplia literatura que evidencia y explica los costos asociados a la reducción de la inflación de manera permanente<sup>2</sup>, donde el enfoque más popular en términos prácticos es explicar los costos de la inflación anticipada, o la compensación en cuanto al producto que los agentes están dispuestos a recibir por tolerar una inflación más alta en relación al nivel óptimo de inflación desde el punto de

---

1 Promedio de la variación del índice de precios al consumidor (IPC) en el período 2000-2007.

2 Los trabajos de Bailey (1956) y Lucas (2000) son pioneros en abordar el cálculo del costo de inflación como un fenómeno previsible por los agentes. Existen muchos trabajos que han incorporado esta metodología para resolver diversos problemas asociados con estos costos. Para un resumen de los últimos avances en esta materia véanse Johnson (1993) y De Gregorio (1999).

vista social<sup>3</sup>. La mayoría de trabajos desarrollados para el cálculo de estos costos brindan resultados muy diferentes y en muchos casos contradictorios, dependiendo del modelo teórico en el que se basan las estimaciones y de los supuestos implícitos sobre la economía en su conjunto. En Colombia, el primer trabajo hecho para este cálculo fue desarrollado por Carrasquilla, Galindo y Patrón (1994) basándose en el modelo monetario de Sidrauski (1967). Estos autores concluyeron que un incremento de la inflación de 5% a 20% puede representar una pérdida del 7% con respecto al PIB. A partir de aquí se desarrolló un conjunto de trabajos que, haciendo abstracción de los costos y beneficios de transacción, de la relación entre crecimiento e inflación y de los efectos de las variaciones de la inflación en el plano fiscal, estiman esos costos entre 3,9% (Posada, 1997), 2,3% y 1% (López, 2001), e incluso menos del 1% del PIB (De Gregorio, 1999). Por otra parte, algunos trabajos han estimado este costo en función del porcentaje de consumo (Riascos, 1997) o de las ganancias en capital (Restrepo, 2005), y han arrojado valores entre 1,5% y 4,8%, respectivamente. Por último, se encuentran trabajos teóricos donde se ha mostrado la importancia de la rigidez nominal de salarios y precios, su mutua relación y cómo esta es crucial para explicar los costos de una inflación anticipada (Gómez, 2003); también se han hecho aportes de nuevas metodologías para su medición y se ha mostrado incluso que en los noventa los costos asociados a desinflación son negativos para algunos países latinoamericanos (Hofstetter, 2004).

La mayor parte de las estimaciones están basadas en los modelos de equilibrio general dinámico, que aun cuando muchas veces son acertados en la explicación e implementación de la política económica, difícilmente pueden ilustrar los fundamentos microeconómicos del dinero. Es decir, estos modelos no logran dilucidar bajo qué condiciones el dinero emerge y se privilegia como medio de cambio y reserva de valor, frente a otras tecnologías de intercambio y/o atesoramiento existentes. De hecho, como lo señala Walsh (2003), los modelos de equilibrio general que introducen el dinero, ya sea como un argumento de la función de utilidad para justificar la satisfacción que reciben los agentes por los servicios en transacciones que presta

---

3 Dicho de manera resumida, la regla deseable desde el punto de vista social es aquella que en el equilibrio iguala el costo marginal con el beneficio marginal de poseer dinero entre períodos. En ese sentido, la conclusión que se deriva de todos estos modelos que trabajan los costos de la inflación anticipada es que la regla de Friedman (que la tasa de inflación sea el negativo de la tasa de interés real) es la mejor para garantizar el poder adquisitivo del dinero.

el dinero<sup>4</sup>, o como un activo nominal requerido para facilitar el intercambio<sup>5</sup>, no explican de manera satisfactoria la naturaleza de las transacciones y de qué manera los costos en transacción disminuyen al utilizar el dinero como medio de cambio, ni la existencia de una tecnología de transacciones que permita entender por qué el dinero, y sólo el dinero, sirve como medio de cambio frente a otros activos líquidos existentes. De esta manera, la moneda se incorpora utilizando “atajos teóricos” que permiten hacer explícita la cantidad de dinero, pero sin una coherencia general con el resto del modelo utilizado. En muchos casos, tales modelos presentan economías en las cuales la moneda es irrelevante (por ejemplo, ausencia de intercambios y equilibrios no monetarios, entre otros).

Frente al reconocimiento de estas dificultades e incoherencias teóricas, desde el final de los años ochenta aparecen en la literatura algunos intentos por diseñar modelos que expliquen la interacción entre el intercambio, el dinero y la formación de precios como un proceso de carácter endógeno, pero que a su vez sean útiles en el diseño e implementación de política económica, en particular para el cálculo del costo de inflación en función del bienestar. Si bien la literatura de búsqueda monetaria tuvo importantes desarrollos desde la década de los ochenta (por ejemplo, el trabajo pionero de Kiyotaki y Wright, 1989), fue muy criticada por su incapacidad de responder a las preguntas centrales sobre política monetaria y otras aplicaciones en la macroeconomía moderna. El trabajo de Lagos y Wright (2005) es el inicio de una prometedora línea de investigación que utiliza los modelos de búsqueda monetaria para explicar el papel del dinero en las economías de intercambio y bajo qué condiciones existe circulación del dinero, entre otras preguntas de motivación normativa, además de incorporar la posibilidad de hacer evaluaciones de objetivos y reglas de política. Los modelos de búsqueda monetaria ayudan a estudiar las relaciones de intercambio entre los agentes mediante la descripción de aquellas fricciones que hacen que el dinero sea esencial, en contraste con los modelos de forma reducida que incorporan el dinero a través de diferentes hipótesis simplificadoras pero que carecen de una microfundamentación sólida para explicar su papel. Los modelos de búsqueda privilegian un enfoque en donde la moneda es entendida como una tecno-

---

4 Estos modelos se conocen como modelos de dinero “en la función de utilidad” (*Money in Utility Function*).

5 Estos modelos se conocen como modelos “Efectivo por adelantado” (*Cash in Advance*). Básicamente se caracterizan por la inclusión de una restricción que relaciona el consumo con las tenencias de saldos monetarios, lo que implica que el único activo que sirve como medio de cambio es el dinero.

logía de intercambio cuya elección es el resultado de comportamientos estratégicos particulares. En ese sentido, los equilibrios monetarios son implementables desde el punto de vista de la racionalidad individual, es decir, un equilibrio monetario en estos modelos siempre se somete al análisis de la compatibilidad de incentivos individuales.

Actualmente estos modelos se han apoyado en trabajos que caracterizan los procesos de negociación entre agentes y que endogenizan las interacciones y el proceso de formación de precios como un fenómeno monetario. Esto ha permitido un avance en el entendimiento del mercado como un proceso interactivo entre agentes descentralizados, con lo que se elude la dificultad de suponer procesos de formación de precios existentes en la teoría económica, como en el caso del subastador y el proceso de tanteo en los modelos de equilibrio general.

Una consecuencia teórica importante en la implementación de este tipo de modelos para el cálculo de costos de inflación es que, bajo condiciones normales, la mejor regla de política para maximizar el beneficio social es aplicar la regla de Friedman. Sin embargo, la asignación correspondiente con este objetivo de política no es implementable cuando se incorporan supuestos restrictivos sobre el comportamiento de los agentes y, en particular, sobre el poder de negociación que poseen en el intercambio. Esto se debe a la presencia de externalidades en las tenencias de saldos reales (si el agente comprador en el intercambio no posee todo el poder de negociación, resulta costoso mantener saldos reales para intercambiar entre períodos), como en el margen extensivo (frecuencia de intercambios realizados en la economía) e intensivo (cantidad intercambiada en cada encuentro entre agentes), entendiendo que la inflación no sólo afecta la decisión de los agentes sobre sus reservas de dinero fiduciario, sino también sus decisiones de participación en el mercado. Al asumir endógena la composición de mercado como se propone en algunos trabajos (Hosios, 1990; Shi, 1997; Rocheteau y Wright, 2003), se muestra que la regla de Friedman, bajo ciertas condiciones, no es la mejor regla de política, y que incluso es deseable una tasa de inflación positiva, por cuanto el beneficio de mantener esa tasa supera el costo de reducir inflación en la economía.

En concordancia con lo anterior, el presente trabajo busca incorporar la metodología Lagos y Wright (2005), con aportes recientes (Rocheteau y Waller, 2005; Craig y Rocheteau, 2006) para el cálculo de los costos de la inflación anticipada en el caso colombiano. En particular, se replica un modelo teórico donde la demanda por saldos reales depende del proceso de formación de precios como un elemento interno, determinado por el comportamiento optimizador de los agentes, para posteriormente,



mediante un ejercicio de estimación por el método simulado de momentos (SMM), determinar la demanda de saldos reales bajo diferentes mecanismos de formación de precios y calcular los costos de la inflación utilizando información del período 1994-I a 2007-III.

Es importante advertir que aun cuando esta metodología permite reproducir efectos que la literatura tradicional no puede explicar con claridad, como la mayoría de trabajos que buscan explicar los costos de inflación, tiene dificultades al incorporar en el análisis algunos elementos que son de vital importancia para una medida más exacta de la pérdida por poseer una inflación más alta y su reducción. Por ejemplo, el hecho de no incorporar los beneficios derivados de poseer un nivel de precios más bajo en el largo plazo, ni cómo este afecta a los planes de inversión y su estabilidad en el tiempo, o de qué manera una volatilidad más baja de la inflación (es decir, una inflación más estable, sin tener en cuenta su nivel) reduce los costos de tener una inflación más alta con respecto a la meta de largo plazo. Sin embargo, a pesar de estas carencias, se justifica el uso del modelo propuesto en cuanto a que permite abordar el problema de los costos de inflación de una manera novedosa que brinda resultados cuantitativos, si bien no necesariamente exactos, coherentes con ciertos hechos estilizados y comparables con algunos resultados anteriores, pero que adicionalmente ofrece información cualitativa importante, inexistente en trabajos anteriores, sobre cómo las decisiones económicas de los agentes influyen en el mecanismo de formación de precios y, por consiguiente, en los costos de inflación. En este sentido el aporte importante de este trabajo, más allá de las estimaciones sobre costos de inflación, es mostrar, mediante una aplicación práctica, la importancia y relevancia de incluir aquellas fricciones (temporales, espaciales, y de información, entre otras) propias de una economía de intercambio, que los modelos de equilibrio general eluden para ganar riqueza en el análisis cuantitativo de corto y largo plazo requerido para tomar decisiones de política económica, como se sugiere en la literatura más reciente de modelos de búsqueda (Lagos y Wright, 2005).

Entre los resultados más importantes se encontró que los costos de inflación son ampliamente sensibles tanto a la elasticidad de aversión al riesgo de los agentes como a los mecanismos de negociación y formación de precios, con resultados que oscilan entre 0,5% y 7% del PIB. Adicionalmente, también se evidenció que, bajo ciertos valores de los parámetros, algunos mecanismos de formación de precios son insuficientes para explicar el comportamiento de los datos y que, en general, los trabajos enfocados en medir los costos de inflación bajo modelos de búsqueda sobrestiman dichos cálculos, al compararlos con otras aproximaciones.

El presente trabajo consta de cuatro secciones incluyendo esta introducción. La segunda parte describe el modelo teórico, la metodología para el cálculo de costos de inflación y los diferentes mecanismos de formación de precios. En la tercera parte se hace un resumen de los resultados cuantitativos más importantes y un análisis de sensibilidad que muestra cómo varían los costos de inflación frente a cambios en el poder de negociación de los agentes y en el margen extensivo. Finalmente se presentan algunas conclusiones y perspectivas que deben tenerse en cuenta para entender los resultados, las debilidades del modelo y los aspectos que pueden mejorarse en futuros trabajos.

## II. MODELO TEÓRICO

En general, los modelos de búsqueda pueden considerarse como una extensión teórica de los modelos de la teoría de juegos que incorporan el análisis estratégico para explicar la naturaleza, origen y beneficio de las actividades de mercado, caracterizando de manera formal las interacciones de los individuos. Estos modelos buscan responder a la pregunta de si al aceptar por intercambio un artículo que no satisface consumo, como el dinero, en el futuro será aceptado voluntariamente a cambio de bienes. Por otra parte, estos modelos permiten identificar aquellas fricciones espaciales, temporales (los agentes no se encuentran en el mismo lugar y período) y de información (las historias de los agentes y la calidad de los bienes que poseen para el intercambio no son de dominio público) que los modelos de equilibrio general sólo pueden explicar mediante la existencia de una caja de compensación y de un “subastador” que se encarga de anunciar los precios en la economía. En concordancia con lo anterior, es factible en estos modelos describir las posibles situaciones en un intercambio (ya sea que, ante un encuentro, dos agentes no decidan intercambiar ningún bien, o intercambiar bienes por dinero, dinero por bienes, o bienes por bienes ante la presencia de doble coincidencia de necesidades), explicando las circunstancias bajo las cuales el dinero es esencial: la circulación monetaria permite no sólo resolver problemas de información sobre la calidad o heterogeneidad de los bienes en un encuentro mercantil, sino que adicionalmente permite a la sociedad apropiarse del mayor excedente de ese intercambio, en contraste con una situación donde el dinero no circule, ya sea esta una situación de trueque o de autarquía. Los modelos de búsqueda monetaria representan explícitamente el proceso de intercambio descentralizado. Las fricciones propias de este dan origen a una demanda de dinero potencialmente positiva. Lo más interesante de los resultados teóricos de tales modelos es que el concepto de liquidez del objeto monetario se define claramente.

El dinero aparece como un bien con propiedades de una “red social” cuyo éxito se explica por la presencia de complementariedades estratégicas en las decisiones que toman los agentes. Así, estos modelos presentan un efecto en red, dado que al coordinarse la confianza individual sobre un mismo objeto monetario, la mejor estrategia a seguir resulta ser la aceptación del dinero como medio de cambio. El dinero emerge, entonces, como un resultado en ciertos equilibrios de Nash y no debe ser impuesto artificialmente mediante supuestos adicionales. Además, por la naturaleza descentralizada del proceso de intercambio, estos modelos incorporan naturalmente un proceso de formación de precios igualmente descentralizado<sup>6</sup>.

A continuación se expone un modelo de búsqueda monetaria en una economía cerrada, similar al propuesto por Lagos y Wright (2005), donde los agentes presentan preferencias cuasilineales y tanto el dinero como los bienes son divisibles. En particular, la propiedad de divisibilidad genera problemas en la distribución de tenencias de saldos reales. Sin embargo, al asumir preferencias de este tipo, la distribución de saldos monetarios óptimos demandados por los agentes se simplifica considerablemente, lo cual permite encontrar resultados analíticos importantes que no dependen exclusivamente de los parámetros asociados a esta economía<sup>7</sup>. Por otra parte, se escoge desarrollar un modelo de economía cerrada dado que hasta el momento no existe un marco teórico adecuado en la literatura de estos modelos que explique correctamente la escogencia de dinero fiduciario interno y externo<sup>8</sup>; sin embargo, el hecho de estar trabajando una economía cerrada permitirá más adelante realizar un estudio comparativo con otros estudios hechos para el caso colombiano, además de otros trabajos de modelos de búsqueda para otros países.

---

6 El autor recomienda revisar a Rupert, Schindler y Wright (2000) para una exposición detallada sobre los problemas que surgen al introducir el dinero en los modelos de equilibrio general, sobre cómo los modelos de búsqueda brindan una solución alternativa y para algunos ejemplos de modelos de primera y segunda generación.

7 El tratamiento de modelos con bienes y moneda divisible había sido una dificultad importante para el avance de los modelos de búsqueda. La propuesta de Lagos y Wright (2005), que se sigue en este trabajo, permitió superar estas dificultades y poder tratar explícitamente cuestiones de política monetaria que la literatura de búsqueda en sus primeras generaciones de modelos no pudo resolver.

8 El estudio de economía abierta en modelos de búsqueda monetaria todavía es un campo muy reciente de investigación, el cual, entre otros problemas, busca explicar bajo qué mecanismos se puede demandar dinero fiduciario externo, frente a un circulante doméstico, teniendo en cuenta que este último es el que por regla se debe usar en el intercambio, y que la existencia de cualquier activo (sea este externo o doméstico) puede servir como reserva de valor, pero no como medio de cambio. Un primer intento por resolver este interrogante puede revisarse en Wright y Trejos (2001).

En primer lugar se caracteriza el entorno económico, para posteriormente exponer las condiciones de equilibrio en el mercado monetario, en el mercado de bienes y en la economía, que dependen de cómo los agentes negocian en el intercambio, determinando de manera endógena los precios. Finalmente se expone el método para calcular los costos de inflación.

## A. LA ECONOMÍA

Considérese una economía cerrada de horizonte temporal infinito. Existe un continuo de agentes con masa igual a 1 que descuentan el tiempo a la tasa  $\beta \equiv (1+r)^{-1}$ . Cada período se divide en dos subperíodos, llamados día y noche, donde diferentes actividades económicas se llevan a cabo. En el primer subperíodo (día) los agentes se encuentran en un mercado descentralizado donde tienen encuentros de carácter anónimo<sup>9</sup> y buscan comerciar bienes intermedios<sup>10</sup> que ellos mismos producen con tecnología lineal en trabajo. En contraste, en el segundo subperíodo (noche) existe un mercado de tipo walrasiano, donde todos los agentes pueden dedicarse a producir bienes de consumo mediante el uso de una tecnología diferente a la utilizada para producir los bienes del mercado descentralizado, y al intercambio de bienes en un mercado sin fricciones de ningún tipo. Otra manera de asumir este problema es mediante la existencia de una fracción de agentes en el mercado descentralizado que pueden producir bienes intermedios, pero no tienen la tecnología para su consumo, mientras existen otros agentes que pueden consumir mas no producir dichos bienes, por lo que deben entrar al mercado para obtenerlos. En ese sentido no existen problemas de doble coincidencia de necesidades. Finalmente, esta es una economía sin capital donde todos los bienes son perecederos y no atesorables entre subperíodos, a excepción del dinero.

Las preferencias de los agentes están representadas mediante la siguiente relación:

$$U(q^b, q^s, x, y) = u(q^b) - c(q^s) + U(x) - y, \quad (1)$$

<sup>9</sup> Anónimos en el sentido de que las historias de las acciones pasadas de cada uno de los agentes es privada. Además, los demás agentes no saben lo que sucede en cada una de las transacciones simultáneas, pero tienen conocimiento común sobre los valores "promedio" de los resultados de toda la economía.

<sup>10</sup> Son bienes intermedios puesto que no son de consumo final. Otra manera de entender este supuesto es asumiendo que los agentes no van a realizar intercambios a menos que el beneficio sea positivo, por consiguiente estos deben especializarse para aumentar la probabilidad de consumir.

donde  $q^b$  y  $q^s$  son las cantidades consumidas y ofrecidas durante el día,  $x$  y  $y$  son las cantidades producidas y consumidas durante la noche y se supone que  $U'(x) > 0$ ,  $U''(x) < 0, u'(q) > 0, u''(q) < 0, u(0) = c'(0) = 0, \lim_{q \rightarrow 0} u'(q) = \infty, \lim_{x \rightarrow 0} U'(x) = \infty,$   
 $\lim_{q \rightarrow \infty} u'(q) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} U'(x) = 0, c'(q) > 0, c''(q) > 0,$  y  $c(\bar{q}) = u(\bar{q})$  para algún  $\bar{q} > 0$ . Sean  $q^*$  la solución a  $u'(q^*) = c'(q^*)$  y  $x^*$  la solución a  $U'(x^*) = 1$ . Bajo las hipótesis anteriores, es obvio que tanto  $q^* \in (0, \bar{q})$  como  $x^* > 0$  existen.

Por otra parte, dado que los agentes comercian de manera anónima, no existe un mercado de crédito en el mercado descentralizado porque podrían renunciar a pagar las deudas sin ningún costo o exclusión de mercado (la probabilidad de no pago es 1). Sea la cantidad de dinero fiduciario per cápita al comienzo del período  $M_t > 0$  asumiendo que  $M_{t+1} = \gamma M_t$ , donde  $\gamma \equiv (1 + \pi)$  es constante y las variaciones de las cantidades de dinero son introducidas por la autoridad monetaria mediante transferencias de suma fija. El precio monetario de los bienes en el mercado centralizado es  $p_t$  y en lo sucesivo se reemplazarán los subíndices  $t + i$  por  $+i \forall_{i > 0 \in \mathbb{N}}$ . Este trabajo se enfoca en los equilibrios monetarios de estado estacionario, es decir, en donde los saldos monetarios reales de la economía  $\frac{M}{p}$  son constantes, lo cual implica que  $p_{t+1} = \gamma p$ . La ecuación de Bellman para el agente que posee  $z = (m/p)$  saldos reales en el mercado descentralizado es:

$$V(z) = \left\{ \begin{array}{l} \sigma \int \{u(q(z, \tilde{z})) + W(z - d(z, \tilde{z}))\} dF(\tilde{z}) \\ + \sigma \int \{-c(q(\tilde{z}, z)) + W(z + d(\tilde{z}, z))\} dF(\tilde{z}) + (1 - 2\sigma)W(z) \end{array} \right\}, \quad (2)$$

donde  $V(z)$  es la función valor para el agente en el mercado descentralizado,  $F(\tilde{z})$  es la distribución acumulada de saldos monetarios reales entre agentes,  $W(z)$  es la función valor del agente en el mercado centralizado,  $\sigma \leq 1/2$  es la probabilidad de que un agente encuentre a otro agente que produce un bien de su gusto, y  $d$  la cantidad de dinero que recibe el vendedor por la compra del bien que produce. Esta ecuación tiene la siguiente interpretación: la función valor de un agente en el mercado descentralizado estará determinada por la suma de los valores esperados de ser comprador (es decir, de encontrar un bien que le guste y realizar el intercambio, obteniendo  $q$  cantidades de consumo por  $d$  unidades monetarias como pago), de ser vendedor (la diferencia entre la desutilidad por producir el bien y los saldos monetarios que recibe por él) y de no realizar intercambio alguno. Una consecuencia importante de asumir preferencias cuasilineales es que la distribución de saldos reales es degenerada, lo que explica que al no existir efecto riqueza en la demanda de dinero los

agentes escogen, en el mercado centralizado, la misma cantidad de dinero con la que contarán en el mercado descentralizado al inicio del siguiente período.

En el mercado centralizado el problema del agente se reduce a:

$$\max_{x,y,z_{+1}} \{U(x) - y + \beta V(z_{+1})\} \quad s.t. \quad x + \gamma z_{+1} = y + z + T,$$

donde  $T$  son las transferencias de suma fija (expresadas en bienes del mercado centralizado),  $z_{+1}$  son los saldos reales del siguiente período y  $p_{+1} / p = \gamma$ . Sustituyendo la restricción en la función valor se obtiene:

$$W(z) = \max_{x,z_{+1}} \{U(x) - x + (z - \gamma z_{+1} + T) + \beta V(z_{+1})\} \quad (3)$$

Al resolver el problema (3) las condiciones de primer orden muestran que las funciones valor son lineales con respecto a los saldos monetarios reales, teniendo en cuenta que  $(1+i) = (1+r)(1+\pi)$  y que  $W'(z) = 1 \rightarrow W(z) = z$ .

$$x : U'(x) = 1 \quad (4)$$

$$z_{+1} : \beta V'(z_{+1}) = \gamma \rightarrow V'(z_{+1}) = (1+i) \rightarrow V(z_{+1}) = (1+i)z_{+1} \quad (5)$$

Remplazando  $V(z_{+1})$  en el problema del mercado centralizado, se obtiene la siguiente condición en función de los saldos monetarios reales del comprador ( $z$ ) y del vendedor ( $\tilde{z}$ ), según la cual el agente busca maximizar el beneficio esperado en el mercado descentralizado menos el costo de oportunidad de retener dinero para el siguiente período.

$$\max_{z_{+1}} \left\{ -iz_{+1} + \sigma \int \{u(q(z_{+1}, \tilde{z})) - d(z_{+1}, \tilde{z})\} dF(\tilde{z}) \right. \\ \left. + \sigma \int \{-c(q(\tilde{z}, z_{+1})) + d(\tilde{z}, z_{+1})\} dF(\tilde{z}) \right\} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que en este problema no tienen ningún papel los saldos monetarios reales que posee el vendedor, el problema puede reformularse de la siguiente manera:

$$\max_{q \in [0, q^*]} \{-iz(q) + \sigma [u(q) - z(q)]\}, \quad (7)$$

donde el agente sólo debe hallar la cantidad óptima de consumo para maximizar la diferencia entre el beneficio de ser comprador y el costo de tener saldos monetarios reales para comprar  $q$ . Resolviendo este problema se puede encontrar la condición de optimalidad, donde el crecimiento esperado de la utilidad por tener una unidad adicional de saldos monetarios reales iguala el costo de oportunidad de poseer dinero.

$$i = \sigma \left[ \frac{u'(q)}{z'(q)} - 1 \right] \tag{8}$$

Conociendo las formas funcionales de  $u(q)$  y  $z(q)$  se puede encontrar la cantidad de consumo en función de la tasa de interés. La forma de la función de utilidad se escoge de tal modo que cumpla con los supuestos usuales de la literatura. La forma funcional de los saldos monetarios reales individuales  $z(q)$  dependerá de qué mecanismo de formación de precios (ya sea endógeno o exógeno) adopte la economía. Este mecanismo determinará adicionalmente la demanda agregada de dinero.

#### B. DEMANDA DE DINERO

En la búsqueda de una demanda agregada de saldos monetarios reales se asume que estos son proporcionales al producto real de la economía. Así mismo, se define  $L \equiv \frac{M}{p} = L(i)Y$ ; donde  $Y$  es el PIB real,  $p$  el deflactor del PIB, y  $M$  es la demanda agregada de dinero. El producto real de esta economía es la suma del valor de los intercambios del mercado centralizado ( $px$ ) y descentralizado ( $\sigma \frac{M}{p}$ ). Tomando en cuenta que, por simetría, todos los agentes escogen los mismos saldos monetarios reales, se obtiene que  $z = \frac{M}{p}$ . Dividiendo numerador y denominador por el nivel de precios se obtiene la función de demanda agregada de saldos monetarios reales (entendida esta como la razón saldos sobre PIB nominal), que depende principalmente de la producción del mercado centralizado y de la demanda de dinero del mercado descentralizado:

$$L = z / (\sigma z + x^*) = \left[ \sigma + \left( \frac{x^*}{z} \right) \right]^{-1} = \left[ \sigma + \left( \frac{x^*}{z(q(i))} \right) \right]^{-1} = L(i), \tag{9}$$

donde, al igual que en (8), depende del mecanismo de formación de precios.

### C. EL EQUILIBRIO

En esta sección se especifica cómo se forman los precios en el mercado descentralizado. Teniendo en cuenta los saldos monetarios reales que tienen compradores ( $z = z(q) = z(q(i))$ ) y vendedores ( $\tilde{z}$ ) pueden considerarse mecanismos que incorporan la interacción de los agentes en el intercambio, como soluciones axiomáticas que repliquen el modo en que en la práctica se observan los precios en una economía. A continuación se exponen cuatro maneras de formación de precios que determinan las cantidades óptimas de consumo y, en consecuencia, la demanda de saldos reales.

#### 1. Solución generalizada (Nash, 1950)

Esta solución resuelve un problema de negociación bilateral que depende principalmente del poder de negociación de cada agente y de los puntos de acuerdo y desacuerdo que tienen los compradores y vendedores al encontrarse para realizar un intercambio. En particular, si se define  $\theta$  como el poder de negociación del comprador<sup>11</sup> y  $d$  como la cantidad de dinero que recibe el vendedor, el problema de formación de precios puede definirse como:

$$(q_n, d_n) \equiv \underset{(q,d)}{\operatorname{argmax}} [u(q) - d]^\theta [d - c(q)]^{1-\theta} \quad (10)$$

Las soluciones a este problema son:

$$q_n = \begin{cases} q^* & \text{si } z \geq z^* = z(q^*) \\ q(z) & \text{si } z < z^* = z(q) \end{cases} \quad (11)$$

$$d_n = \begin{cases} z^* & \text{si } z \geq z^* = z(q^*) \\ z & \text{si } z < z^* = z(q) \end{cases}, \quad (12)$$

donde  $q(z)$  resuelve  $\frac{m}{p} = z(q)$  con:

$$z(q) = \Theta(q)c(q) + [1 - \Theta(q)]u(q) \quad (13)$$

<sup>11</sup> En la negociación bilateral, el poder de negociación de cada agente se traduce en la capacidad para apropiarse de un porcentaje del "excedente del intercambio". Esto implica que  $\theta$  tome valores en el intervalo  $[0,1]$ .



$$\Theta(q) = \frac{\theta u'(q)}{\theta u'(q) + (1 - \theta)c'(q)} \quad (14)$$

Las anteriores condiciones tienen una explicación sencilla: un comprador con  $z$  saldos monetarios reales obtendrá  $q(z)$  unidades si  $z < z^*$  y  $q^*$  si  $z \geq z^*$  pagando  $z^*$ . De acuerdo a lo anterior, es posible definir un equilibrio para esta economía bajo este mecanismo de formación de precios.

**Definición N° 1: Un equilibrio monetario de búsqueda (EB) es una cantidad  $q(i) > 0$  tal que satisface (8), (9), (13) y (14).**

Es bueno observar que en el caso en que  $q = q^*$  la utilidad marginal equipara el costo marginal  $u'(q^*) = c'(q^*)$  y, en consecuencia,  $d = z(q^*) = \theta c(q^*) + (1 - \theta)u(q^*)$ . Gracias a los supuestos sobre las preferencias los saldos reales que permiten consumir  $q$  cantidad de producto son una función continua, creciente en  $q$  si  $q \leq q^*$  y constante a partir de  $q > q^*$ .

## 2. Solución proporcional (Luce y Raiffa, 1957; Kalai, 1977)

En esta solución se supone que el comprador obtiene una fracción constante  $\theta$  del excedente del intercambio compuesto por la diferencia entre la utilidad del consumo y la desutilidad que experimenta el vendedor al producir el bien. Formalmente:

$$[u(q) - z(q)] = [u(q) - c(q)]\theta,$$

donde puede resolverse para hallar los saldos reales de dinero del mercado descentralizado:

$$z(q) = (1 - \theta)u(q) + \theta c(q), \quad (15)$$

lo que permite definir una nueva concepción de equilibrio para esta economía, así:

**Definición N° 2: Un equilibrio monetario proporcional (EP) es una cantidad  $q(i) > 0$  tal que satisface (8), (9) y (15).**

Esta solución, también conocida como solución igualitaria, impone una noción fuerte de monotonicidad en el sentido de que ningún agente aceptaría una oferta que lo

empeore si otras alternativas están disponibles para los agentes. En ese sentido, este mecanismo de formación de precios puede asimilarse a un juego donde el excedente del intercambio es similar para ambos agentes.

### 3. Solución bajo publicación de precios (*price posting*) (Ennis, 2004)

En este esquema de formación de precios, los vendedores tienen información privada sobre la “disponibilidad a pagar” de los compradores y hacen ofertas en las que el precio es superior al costo por una fracción  $\mu$ . Los compradores, por su parte, poseen información privada sobre sus gustos y una vez hecha la oferta del vendedor deciden si aceptan y llevan a cabo el intercambio, o si por el contrario, rechazan la oferta. Otra manera de entender este problema es suponer que el mercado se comporta en un entorno de competencia imperfecta, dado que existen agentes (los vendedores) que tienen control de los precios, los cuales fijan en un valor superior al costo marginal. Los saldos reales  $z$  que permiten obtener  $q$  unidades de producto están determinados por la siguiente ecuación:

$$z(q) = (1 + \mu)c(q) \quad (16)$$

El equilibrio de esta economía puede concebirse bajo la siguiente definición:

**Definición N° 3: Un equilibrio monetario bajo publicación de precios (EPP) es una cantidad  $q(i) > 0$  tal que satisface (8), (9) y (16).**

Esta idea de equilibrio es coherente con la existencia de agentes heterogéneos, con diversos grados de preferencia sobre los bienes disponibles en el mercado descentralizado. Esta heterogeneidad es idiosincrática, puesto que las diferencias en las preferencias de los agentes, sin romper la simetría entre las formas particulares de sus decisiones, conducen a diferentes “disponibilidades a pagar” entre ellos. El dinero circula en esta economía dado que en un encuentro existen agentes que tiene más preferencias por los bienes y, en consecuencia, requieren retener saldos reales para demandar esos bienes. Adicionalmente es necesario mostrar que en este caso es el vendedor quien posee todo el poder de negociación, pero el intercambio es posible dado que aquellos agentes con mayor preferencia sobre los bienes intermedios obtendrán una utilidad más alta por su intercambio, y el excedente del mismo será positivo.

#### 4. Solución dictatorial

Este esquema de formación de precios puede considerarse como un caso particular de la solución generalizada para  $\theta = 1$ , es decir, cuando el comprador es el que posee todo el poder de negociación. Este puede considerarse como un caso particular de competencia perfecta, dado que los vendedores no tienen poder de mercado al ser precio-aceptantes. Por lo tanto, los saldos monetarios reales  $z$  que permiten comprar  $q$  unidades están determinados por la siguiente relación:

$$z(q) = c(q), \quad (17)$$

que permite caracterizar el equilibrio de esta economía, así:

**Definición N° 4: Un equilibrio monetario dictatorial (ED) es una cantidad  $q(i) > 0$  tal que satisface (8), (9) y (17).**

Otra manera alternativa de entender esta formación de precios es suponer, como en el caso anterior, que existen compradores y vendedores con información privada (sobre sus gustos, y sobre la “disponibilidad a pagar”, respectivamente), con la salvedad de que en este caso es el comprador quien posee todo el poder de negociación. En ese sentido, este caso también puede recoger el caso particular bajo publicación de precios cuando  $\mu = 0$ .

#### D. COSTOS DE INFLACIÓN

En esta sección se explica el método para calcular los costos de inflación anticipada en esta economía. La mayor parte de los trabajos que se han hecho para el caso colombiano han tomado como marco teórico el modelo de Sidrauski (1967), donde al resolverse, gracias a cómo se introduce el dinero en esta economía, se puede encontrar una condición de estado estacionario que muestra la relación existente entre la cantidad de dinero y la inflación, la cual, dados unos parámetros y formas funcionales, se reemplaza en la función de utilidad con la intención de verificar cuánto debe variar el consumo para que, en cuanto a bienestar, dos situaciones de estado estacionario con diferentes niveles de inflación sean iguales. Al centrar el análisis en los equilibrios de estado estacionario, no se están considerando los costos asociados al crecimiento del producto, la volatilidad ni aspectos de carácter distributivo y fiscal, sino los costos

con respecto a la utilidad compensada<sup>12</sup>. Aunque aquí se utiliza el mismo principio para calcular los costos de inflación, este trabajo se diferencia de estudios anteriores en que incorpora los beneficios y costos derivados de los intercambios, con lo que se superan los sesgos de las metodologías que no incluyen externalidades o que asumen que el señoreaje no tiene efectos sobre el bienestar, entre otros aspectos que se han criticado. De hecho, algunos trabajos recientes han demostrado cómo la medición bajo la metodología Bailey-Lucas y los modelos de búsqueda coinciden cuando los agentes son capaces de apropiarse del beneficio social del intercambio<sup>13</sup>. Tal situación ocurre cuando existen precios competitivos o cuando el comprador posee todo el poder de negociación en el intercambio. En caso contrario, surge lo que se conoce como una externalidad de renta: el retorno privado de poseer dinero (la razón entre el beneficio del comprador y el precio del bien) no supera el beneficio social del intercambio (la razón entre el excedente del intercambio y el precio) cuando la tasa de interés es suficientemente alta, lo cual genera incentivos para no atesorar suficiente dinero de un período a otro, puesto que el comprador no puede apropiarse de todo el beneficio del intercambio<sup>14</sup>. Como la mayoría de estimaciones con datos sólo tienen en cuenta las decisiones de quien tiene moneda, los cálculos del costo de inflación son menores al no incorporar la fracción que no puede apropiarse el comprador ante imperfecciones o rigideces de mercado.

---

12 Es importante diferenciar los costos de reducir inflación que se proponen en este trabajo, concebidos como la compensación necesaria para hacer equivalentes dos situaciones de estado estacionario diferentes (una con el nivel "óptimo" de inflación y otra con un nivel superior) y la medición de la tasa de sacrificio, siendo esta última la pérdida de producto necesaria para reducir la inflación en un punto porcentual. No son iguales dado que los costos de inflación sólo hacen referencia a la variación que genera cierto cambio en la función de utilidad, mientras que la tasa de sacrificio tiene que ver con los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Para una mejor exposición de la tasa de sacrificio remitirse a Ball (1993).

13 Este beneficio no es otra cosa que la suma de los beneficios del comprador y el vendedor al realizar un intercambio.

14 Una manera sencilla de entender este tipo de externalidad es mediante el siguiente ejemplo: supóngase que se tiene un bien que es valorado en \$1 para el comprador y el costo de producción es de \$0,9. Si el precio de mercado es \$0,95, esto explica un excedente social del intercambio de \$0,1 y un excedente para el comprador de \$0,05. Si se expresan estos excedentes en términos relativos (respecto al precio de mercado), se observa que el excedente social de intercambio es de 10,5%, mientras que el individual es de 5,2%. Si la tasa de interés es de 10%, el costo de oportunidad de retener dinero es mayor que el beneficio individual, por cuanto no existen incentivos para retener moneda, a pesar de que socialmente sea rentable poseerla. Para una explicación más detallada de este problema pueden consultarse a Craig y Rocheteau (2006).

Partiendo de que existe una relación de uno a uno entre la tasa de interés y la inflación, y que la regla de Friedman es el mejor resultado deseable, se trata de responder la siguiente pregunta: si un comprador de esta economía se encuentra en un equilibrio con una tasa de interés  $i > 0$ , ¿en qué porcentaje del consumo<sup>15</sup> se debe compensar para que el agente se encuentre en el equilibrio óptimo<sup>16</sup>?

En ese orden de ideas, la utilidad esperada de un agente dada una tasa de interés  $i$  se define como  $B_i$ . Supóngase que se reduce la tasa de interés a  $i = 0$ , pero se reduce la utilidad del comprador en una proporción  $\Delta$ . Entonces, la utilidad esperada es:

$$B_0(\Delta) = \sigma [u(q(0)\Delta) - c(q(0))] + U(x^*\Delta) - x^* \quad (18)$$

Por otra parte, la utilidad esperada ante una tasa de interés positiva es:

$$B_i(1) = \sigma [u(q(i)) - c(q(i))] + U(x^*) - x^* \quad (19)$$

Por consiguiente,  $\tilde{\Delta} = (1 - \Delta)100$  es el porcentaje de producto al que un agente renuncia para encontrarse en una situación de  $i = 0$  en vez de  $i > 0$ , donde  $\Delta$  es la solución a (18) = (19).

Es importante examinar detalladamente las definiciones de equilibrio descritas anteriormente. Resolviendo el problema (3) e incorporando las propiedades de esta solución en el problema (7), se encuentra la condición (8) que determina el equilibrio en el mercado descentralizado de bienes. Por otra parte, la forma funcional de la condición de equilibrio monetario en el mercado centralizado (9) y la tenencia de saldos monetarios reales en el mercado descentralizado son determinadas por el mecanismo de negociación que los agentes emplean en cada encuentro. Finalmente el mercado de bienes en el mercado centralizado se ajusta por la ley de Walras. Es pertinente recordar que la ventaja de esta aproximación al problema del cálculo de costos de inflación radica en que, bajo los esquemas de formación de precios considerados, se toman en cuenta elementos de carácter estructural en procesos de intercambio como son el poder de mercado y la composición de mercado, que afectan el poder adquisitivo de la moneda y las decisiones de retener la misma intra e intertem-

<sup>15</sup> Recuérdese que en este modelo no hay capital, por lo que de aquí en adelante los costos de inflación serán explicados como porcentaje del PIB, dado que  $Y = C$ .

<sup>16</sup> Es decir, en el equilibrio donde  $i = 0$ .

poralmente. Debido a ello y a diferencia de otras aproximaciones teóricas existentes, esta permite, tomando el intercambio como un proceso interactivo entre agentes, no sólo replicar algunos resultados conocidos en la literatura reciente, sino explicar los mismos en función de otros elementos que no se incorporaron en el pasado.

### III. RESULTADOS

En esta sección se discuten la parametrización del modelo, el método de estimación y las implicaciones cuantitativas de abordar los costos de inflación bajo esta metodología. Se escoge una función CRRA de la forma  $u(q) = \frac{q^{1-\eta}}{1-\eta}$  para la utilidad y  $c(q) = q$  para los costos en el mercado descentralizado, donde  $\eta$  es el coeficiente de aversión al riesgo (el inverso de la elasticidad de sustitución) que también mide la sensibilidad de la demanda de saldos reales ante variaciones de la tasa de interés. Por otra parte, se escoge  $U(x) = A \ln(x)$  como la función de utilidad para el mercado centralizado y  $x = y$ , lo cual implica que en equilibrio  $x^* = A$ , donde  $A$  es la producción en el mercado centralizado.

Obsérvese que las formas funcionales de  $z(q)$  y de  $L$  dependen de los parámetros  $\{\mu, \theta, \sigma, \eta, A\}$  y de cómo se formen los precios. Es posible, entonces, definir valores para algunos coeficientes, mientras que para otros es necesario realizar un proceso de estimación que busque replicar las condiciones que caractericen el equilibrio. Se escoge  $\mu = 0,25$  de acuerdo con Arango, Gracia, Hernández y Ramírez (1998) para replicar una brecha de precios del 25%. Igualmente se fijan  $\theta = 0,5$  y  $\sigma = 0,5$ , lo que implica que tanto el comprador como el vendedor en el intercambio poseen el mismo poder de negociación, y que la probabilidad de ser comprador y vendedor es la misma para todos los agentes. Posteriormente, mediante el método simulado de momentos (SMM)<sup>17</sup> se procede con la estimación de  $A$  para diferentes valores de  $\eta = \{0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 0,9\}$ . Finalmente se fija  $\beta^{-1} = 1,03$  asumiendo que la tasa de interés de 3% es la tasa de interés correspondiente a el objetivo de largo plazo en inflación<sup>18</sup>. Para construir  $L$  se toma la demanda de dinero como  $M1$  y el PIB a

<sup>17</sup> Una explicación más detallada sobre la estrategia de estimación y las pruebas de especificación del modelo se puede encontrar en los Anexos 1 y 2.

<sup>18</sup> En este caso, la meta de inflación de largo plazo sería 3%.

precios corrientes<sup>19</sup>. Para la tasa de interés  $i$  se toma la tasa de depósitos a término fijo (DTF) para noventa días. Todos los datos son trimestrales y comprenden el período 1994-I a 2007-III<sup>20</sup>.

El Cuadro 1 muestra las estimaciones de  $A$  bajo diferentes valores de  $\eta$ . Se puede observar que los modelos bajo solución dictatorial y proporcional replican correctamente las condiciones de equilibrio para cualquier valor de  $\eta$ . Sin embargo, es necesario reconocer que para valores cercanos a 0,9 todos los modelos son útiles para explicar la demanda de saldos reales y reproducir las condiciones de equilibrio, según sea el caso. Esto parece sugerir que a medida que disminuye la elasticidad de sustitución y aumenta la sensibilidad a cambios en la tasa de interés, las diferencias en formación de precios juegan un papel secundario.

**Cuadro 1**  
Estimación de  $A$  bajo SMM

$\eta$	EB	EP	EPP	ED
0,1	0,069 (1,023)	0,053* (8,42e-10)	0,037 (6,19e + 25)	0,274*
0,3	0,592 (6,536)	0,680* (1,32e - 10)	0,625 (1,18e + 19)	1,051*
0,5	0,996 (1,173)	1,997* (0,109)	1,167 (19,903)	1,459*
0,7	1,372* (0,002)	2,793* (0,100)	1,537 (1,13e + 10)	1,691*
0,9	1,779* (0,117)	2,384* (0,157)	1,795* (3,41e - 14)	1,840*

\* Estimaciones significativas al 95%. Estadísticos prueba de especificación  $J$  entre paréntesis.  
Fuente: cálculos propios.

Con los valores de  $A$  y  $\eta$  se procede a calcular los costos de inflación bajo las diferentes definiciones de equilibrios descritas anteriormente, entendiendo que cada una de ellas refleja estructuras de competencia y formación de precios diferentes, que en algunos casos, para valores específicos de los parámetros, pueden replicar resultados ya conocidos en el pasado. El Cuadro 2 muestra los costos de inflación bajo la solución generalizada, donde se observa que reducir inflación en un 10% (es decir, pasar de una tasa de inflación de 13% a una de 3%) explica un costo que oscila entre 3,5% y 4,7% del PIB. Esto permite sugerir que a medida que aumenta la sensibilidad a movimientos en la tasa de interés, la compensación necesaria tiende a ser

<sup>19</sup> Estas variables fueron previamente desestacionalizadas utilizando la metodología Tramo-Seats.

<sup>20</sup> Fuente de los datos: Banco de la República y DANE.

mayor, resultado frecuente en otros trabajos basados en modelos de búsqueda<sup>21</sup>. Un resultado interesante que comparten otros modelos para el cálculo de estos costos es que el sacrificio para reducir inflación es menor si esta se encuentra en niveles moderados, en particular, si se busca responder en cuánto se debe compensar para pasar de una inflación de 5% en promedio a un objetivo de largo plazo cercano al 3%, mostrando que este costo varía entre 0,7% y 1% del PIB. Sin embargo, es necesario reconocer que aun cuando estos resultados son consistentes con algunos trabajos, bajo este esquema de formación de precios los resultados son difícilmente comparables con modelos trabajados para el caso colombiano. Un caso particular puede observarse cuando  $\eta = 0,3$ , donde el costo asociado a reducir inflación es cercano al 7% del PIB, resultado consistente con el primer trabajo sobre estos costos (Carrasquilla, Galindo y Patrón, 1994), pero mucho menos conservador que la mayoría de trabajos que para el caso colombiano manejan en promedio el mismo valor de aversión al riesgo<sup>22</sup>; sin embargo, esta comparación debe tomarse con cautela, dado que este costo es el de reducir la inflación en un 15%, en contraste con la reducción del 10% que se considera en este trabajo y, adicionalmente, porque para ese valor de  $\eta$  no existe evidencia estadística de que el modelo esté correctamente especificado.

Cuadro 2  
 Costos de inflación  $B_i$  bajo solución generalizada

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	-3,358	0,000	2,280	3,859	4,882	5,533	5,947
$\eta = 0,3$	-1,959	0,000	1,536	3,027	4,404	5,647	6,754
$\eta = 0,5$	-2,061	0,000	1,326	2,578	3,746	4,830	5,833
$\eta = 0,7$	-1,799	0,000	1,092	2,107	3,054	3,940	4,769
$\eta = 0,9$	-1,264	0,000	0,786	1,533	2,242	2,919	3,564

Fuente: cálculos propios.

Al estudiar los resultados bajo la solución de equilibrio proporcional (Cuadro 3), se puede observar que reducir inflación en un 10% explica una compensación entre 2%

<sup>21</sup> Por ejemplo el trabajo de Lagos y Wright (2005), en el que se usa una base de datos anual para Estados Unidos que comprende el período 1900-2000 y el cual muestra que el costo de reducir inflación en un 10% oscila entre 3% y 5% del PIB. El trabajo de Craig y Rocheteau (2006), usando la misma información y diferentes especificaciones de los procesos de formación de precios, señala que el costo de reducir inflación en un 10% oscila entre 1% y 6% del PIB.

<sup>22</sup> Por citar algunos trabajos, Posada (1997) realizó los cálculos con  $\eta = 0,3$  y López (2001) utilizó  $\eta = 0,310$ .



y 6,8% del PIB aproximadamente, teniendo en cuenta que para cualquier nivel de  $\eta$  el modelo no presenta problemas de especificación. Este hecho permite comparar algunos de estos resultados con valores encontrados en la literatura y mostrar, por ejemplo, que para el caso de  $\eta = 0,5$  el costo de reducir inflación en 10% es cercano a 3% del PIB; este resultado ya se encontró en el trabajo de Posada (1997), el cual es comparable en muchos aspectos a las especificaciones de la economía en este modelo (es un modelo de economía cerrada sin inversión), a excepción del valor del coeficiente de aversión al riesgo. Al analizar el costo de reducir una inflación moderada, puede evidenciarse no sólo que el costo es creciente con el grado de concavidad de la función de utilidad (el riesgo aumenta), sino que el costo de reducirla de 5% a 3% difícilmente supera el 2,5% del PIB.

Cuadro 3  
Costos de inflación  $B_i$  bajo solución proporcional

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	-3,157	0,000	2,505	4,281	5,394	6,043	6,403
$\eta = 0,3$	-0,813	0,000	1,139	2,507	3,965	5,426	6,832
$\eta = 0,5$	-0,256	0,000	0,404	0,945	1,592	2,318	3,102
$\eta = 0,7$	-0,145	0,000	0,240	0,578	1,041	1,503	2,068
$\eta = 0,9$	-0,132	0,000	0,225	0,549	0,966	1,471	2,059

Fuente: cálculos propios.

En el Cuadro 4 se presentan los costos de inflación para el equilibrio con publicación de precios, donde se observa que, dependiendo del grado de sensibilidad a movimientos en la tasa de interés, se encuentran entre 1,2% y 9,3% del PIB para una reducción del 10%. Sin embargo, obsérvese que el único costo de inflación estadísticamente significativo es el que corresponde a un valor de  $\eta = 0,9$ , con una tasa de 1,2% del PIB, resultado muy cercano al trabajo de López (2001). Un rasgo interesante del cálculo de costos de inflación bajo este equilibrio es que, teniendo en cuenta que la formación de precios bajo publicación se asemeja a un entorno de competencia imperfecta y rigideces de precios, al compararlo con trabajos más recientes que incorporan esos elementos, los costos de inflación son similares. Por ejemplo, en el trabajo de Restrepo (2005), donde se calibra un modelo de economía abierta, con capital, rigideces nominales y una elasticidad unitaria de aversión al riesgo, una reducción de la inflación de 5,5% a una de 3% explica un costo en función del producto del orden de 0,16%. Si se compara este resultado con el que se presenta aquí bajo esta solución, una reducción de 2% en el nivel de inflación (pasar de una inflación de 5% a una de

3%) explica un costo cercano al 0,2%, con lo que se muestra que ambos resultados son ciertamente parecidos. Una posible explicación de esta similitud puede encontrarse al examinar el mecanismo de formación de precios en detalle: ante un nivel de inflación elevado y todo el poder de negociación en manos de los vendedores, existirán menos agentes dispuestos a participar como potenciales compradores y, en consecuencia, retendrán menores cantidades de saldos monetarios reales; por consiguiente, niveles de inflación moderados penalizan cada vez menos a los agentes, por cuanto los costos de inflación tienden a ser menores. En cierto sentido, se puede pensar que la desinflación compensa en poder adquisitivo la pérdida asociada al bajo poder de negociación para quienes poseen moneda. Otro aspecto para tener en cuenta es la relación entre la brecha entre el costo de producción y la cantidad de dinero que los agentes están dispuestos a retener para llevar a cabo el intercambio en el mercado descentralizado, dado que a medida que aumente la brecha ( $\mu$ ) los costos esperados tiendan a aumentar. Por consiguiente, el cálculo de costos de inflación con una brecha cercana al 25% puede ser comparable a los valores encontrados por otros modelos que, a pesar de tener una estructura diferente, manejan el mismo valor para la brecha de precios.

Cuadro 4  
Costos de inflación  $B_i$  bajo publicación de precios

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	-6,381	0,000	3,004	5,277	6,998	8,304	9,301
$\eta = 0,3$	-1,294	0,000	0,850	1,674	2,465	3,220	3,935
$\eta = 0,5$	-0,642	0,000	0,450	0,910	1,373	1,837	2,297
$\eta = 0,7$	-0,417	0,000	0,301	0,615	0,939	1,269	1,603
$\eta = 0,9$	-0,307	0,000	0,225	0,463	0,710	0,966	1,228

Fuente: cálculos propios.

Finalmente en el Cuadro 5 se presentan los costos de inflación bajo solución dictatorial y se muestra que, ante una reducción en 10% de la inflación, se sacrifica entre 0,5% y 3,8% del PIB. Es necesario recordar que esta solución es particular en el sentido de que es en este caso donde todo el beneficio del intercambio es apropiado por el comprador, por lo que no existen incentivos para que este no reserve dinero para hacer transacciones en períodos futuros. Esto explica por qué en este caso los costos de inflación son menores ante cualquier valor de  $\eta$  y por qué bajo esta estructura de formación de precios se pueden reproducir la mayoría de resultados que no incorporan problemas de competencia y composición de mercado. En particular

puede observarse que para valores de  $\eta$  suficientemente altos, los costos de inflación difícilmente superan el 1% del PIB, resultado que puede ser comparable con el que se encuentra en De Gregorio (1999) y, en general, con la mayoría de trabajos de costos de inflación que siguen la metodología Bailey-Lucas y que no incorporan fricciones propias de una economía de intercambio. Al preguntarse por los costos de una inflación moderada, es interesante observar que una reducción de 2% en la tasa de inflación con respecto a su valor de largo plazo explica un sacrificio de menos del 1% del PIB, lo que permite concluir que al igual que en el caso anterior, resulta menos costoso para la autoridad monetaria reducir inflación de niveles moderados que de niveles con tasas de dos dígitos.

Cuadro 5  
Costos de inflación  $B_i$  bajo solución dictatorial

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	-0,764	0,000	0,874	1,754	2,550	3,235	3,807
$\eta = 0,3$	-0,163	0,000	0,244	0,582	0,953	1,359	1,766
$\eta = 0,5$	-0,082	0,000	0,129	0,303	0,511	0,745	1,000
$\eta = 0,7$	-0,053	0,000	0,086	0,205	0,349	0,516	0,697
$\eta = 0,9$	-0,039	0,000	0,064	0,154	0,264	0,393	0,537

Fuente: cálculos propios.

Es bueno señalar que aunque para algunos valores de los parámetros los cálculos del costo de inflación son relativamente cercanos a otros estudios, en general es evidente que bajo este esquema de modelación casi todos los resultados son mayores que los reportados por trabajos que incorporan las metodologías usuales. Esta sobrestimación del costo de inflación se explicaría por la presencia de externalidades en el margen intensivo del intercambio. El comprador no se apropia en su totalidad del beneficio de retener dinero de un período a otro, salvo en el caso de tener todo el poder de negociación,  $\theta = 1$ . En caso contrario, al agente le resulta mejor no retener dinero y gastarlo en el presente. Esto implica que para valores de  $\theta < 1$ , aun implementándose la regla de Friedman, el agente no puede consumir la cantidad óptima. En consecuencia, para tasas de inflación más grandes, los costos de reducirla aumentan. Esto es evidente si se examinan los resultados presentados en el Anexo 3, donde se muestra que para el equilibrio bajo la solución generalizada (Cuadro A3.1) un aumento en 3% en la tasa de interés (pasar de 0 a 0,03) explica una reducción de más del 50% en la cantidad de equilibrio. Dicha reducción es decreciente a medida que aumenta la sensibilidad a movimientos en la tasa de interés. Si se estudian las

cantidades de equilibrio bajo la solución proporcional (Cuadro A3.2), puede observarse que en promedio un aumento de la tasa de interés en 3% explica una reducción en la cantidad de equilibrio de más del 60%, conclusión similar si se revisan los resultados para el equilibrio bajo publicación de precios (Cuadro A3.3) y solución dictatorial (Cuadro A3.4), con la salvedad de que este último presenta la situación de menor pérdida dado que el agente comprador posee todo el poder de negociación. Es importante observar que tanto en este último caso como en la solución proporcional la regla de Friedman como estrategia de política permite alcanzar la mayor cantidad de equilibrio posible, en contraste con las restantes situaciones de equilibrio, donde aun a pesar de estar en una situación de tasa de interés cero, la cantidad de equilibrio es menor a la óptima desde el punto de vista social.

Para poder ilustrar mejor las implicaciones de estas externalidades se realiza un análisis de sensibilidad para verificar si el cálculo de costos de inflación varía ante cambios en el poder de negociación de los agentes y en la composición de mercado (margen extensivo). Las externalidades en el margen extensivo surgen debido a que si el número o frecuencia de intercambios disminuye, pueden existir casos donde la regla de Friedman deja de ser la medida de política óptima e incluso donde es deseable una tasa de inflación ligeramente positiva. Los cambios en el poder de negociación están directamente relacionados con las externalidades en el margen intensivo y en la externalidad de renta explicadas anteriormente. La pregunta por responder es si manteniendo constantes los otros elementos que inciden en los costos de inflación, estos últimos cambian si la composición de mercado y el poder de negociación varían de manera independiente. El Cuadro 6 muestra la respuesta a esta pregunta, utilizando el modelo bajo la solución generalizada para una reducción de inflación del 10% y tomando como valores de referencia  $\eta = \{0,3, 0,5, 0,9\}$ .

Cuadro 6  
Costos de inflación  $B_i$  bajo cambios en el poder de negociación y margen extensivo

$\eta$	$\theta = 0,2$	$\theta = 0,5$	$\theta = 0,8$	$\theta = 0,1$
$\eta = 0,3$	9,000	6,754	3,806	2,413
$\eta = 0,5$	8,366	5,833	2,861	1,308
$\eta = 0,9$	3,454	3,564	3,004	0,551
$\eta$	$\sigma = 0,1$	$\sigma = 0,2$	$\sigma = 0,3$	$\sigma = 0,4$
$\eta = 0,3$	2,512	5,131	6,352	6,759
$\eta = 0,5$	3,059	4,802	5,527	5,791
$\eta = 0,9$	2,555	3,223	3,467	3,553

Fuente: cálculos propios.

Puede observarse que una reducción del poder de negociación incrementa en gran medida los costos de inflación. Por ejemplo, para el par  $(\eta, \theta) = (0,3,0,2)$  puede observarse que una reducción del poder de negociación en 0,2 explica una variación cercana al 3%. Similar comportamiento se evidencia para los otros casos y se muestra que los costos son decrecientes al aumentar el poder de negociación. Otro resultado interesante es que para valores de  $\eta$  muy altos (por ejemplo, 0,9), los cambios en el poder de negociación no alteran de manera significativa los costos de inflación, con excepción del caso  $\theta = 1$ , donde el costo es menor al 1%<sup>23</sup>. En el caso de una variación en la composición de mercado se muestra que al disminuir la cantidad de compradores, los costos de inflación se reducen, para explicar niveles de 3% en promedio.

Para entender estos resultados es necesario revisar las implicaciones teóricas de los cambios en el margen extensivo y en el poder de negociación: ante una disminución de la proporción de vendedores, la inflación ayuda a reducir aún más esta proporción; por lo que resulta menos costoso en términos sociales reducir inflación de niveles altos a niveles moderados o, dicho de otra manera, entre más monetizada se encuentre una economía (en cuanto al número de agentes que retienen moneda para realizar transacciones) y más aversos al riesgo sean los agentes, mayor será la compensación necesaria para reducir altos niveles de inflación. Las variaciones en el poder de negociación sólo respaldan la idea de que entre más poder de negociación tenga el comprador, podrá apropiarse de una mayor porción del beneficio por intercambiar, reduciendo los costos de inflación con respecto a las cantidades de producto que puede consumir. En síntesis, estos resultados muestran la relevancia de desarrollar modelos que endogenicen estos elementos de manera explícita para poder realizar estimaciones más realistas y exactas de los costos de inflación.

#### IV. CONCLUSIONES

El presente trabajo fue un intento por incorporar una nueva metodología para calcular los costos de inflación para el caso colombiano reciente. Considerando las fricciones del intercambio y factores de mercado como elementos sustanciales para incorporar en la medición de estos costos, se utilizó un modelo de búsqueda monetaria que responde a dichas inquietudes de manera satisfactoria para ciertos valores de los

<sup>23</sup> Este resultado se justifica por cuanto para  $\theta = 1$  la solución generalizada y la dictatorial son iguales.

parámetros. Se encontró que la medición de estos costos es ampliamente sensible si se incorporan elementos adicionales como problemas de formación de precios endógenos y variaciones en la composición de mercado y que, para algunos valores del coeficiente de aversión al riesgo y mecanismos de formación de precios alternativos a los comunes, se encuentran resultados similares a otros hallados para el caso colombiano en un pasado reciente.

Sin embargo, es necesario reconocer que los resultados presentados deben ser considerados con precaución, por ser una línea de investigación en desarrollo, que difícilmente en su estado actual puede incorporar elementos que sin duda son importantes para realizar estimaciones más exactas de los costos de inflación. En primer lugar, este es un modelo de economía cerrada, lo que implica que los costos pueden ser menores en el sentido de que el modelo no incluye los beneficios derivados de tener un portafolio de activos domésticos y externos que permitan suavizar los efectos de choques a la economía y a cambios en los precios. En segundo lugar, al ser un modelo donde no hay inversión, no se consideran las decisiones de acumulación de capital ni la estabilidad de las mismas en el largo plazo que toman los agentes, decisiones que sin duda afectan los costos de inflación. Frente a estas limitaciones teóricas existen varios trabajos que pueden incorporarse para mejorar este estudio, ya sea incluyendo el efecto de la inversión y formación de capital en los costos de inflación (Arouba, Waller y Wright, 2007) o mediante la consideración de aspectos relevantes para el caso doméstico, como por ejemplo relación de estos costos con el empleo (Berentsen, Menzio y Wright 2007), entre otros casos interesantes. Salvo las anteriores consideraciones, en este trabajo se encuentra que las estimaciones de estos costos cuando existe una tasa de inflación moderada son al menos igual de buenas o comparables con los resultados que se han encontrado con modelos que incluyen una descripción más completa de la economía, pero que no explican satisfactoriamente el papel del dinero. Aun cuando los modelos de búsqueda difícilmente pueden justificar o explicar ajustes macroeconómicos, introducen en la discusión elementos tan relevantes para el cálculo de los costos de inflación como los usualmente considerados, que merecen una mayor atención por parte de académicos y bancos centrales.

## REFERENCIAS

1. Adda, J.; Cooper, R. *Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications*, Cambridge, MIT press, pp. 65-71, 2003.
2. Arango, J.; Gracia, O.; Hernández, G.; Ramírez, J. “Reformas comerciales, márgenes de beneficio y productividad en la industria colombiana”, *Planeación y Desarrollo*, núm. XXIX, pp. 59-78, 1998.
3. Arouba, S., Waller, C., Wright, R. “Money and Capital” Federal Reserve Bank of Cleveland, *Working Paper* 0714, 2007.
4. Bailey, Martin. “The Welfare Cost of Inflationary Finance”, *Journal of Political Economy*, núm. 64, pp. 93-110, 1956.
5. Ball, L. “What Determines the Sacrifice Ratio?”, *NBER Working Paper*, 4306, 1993.
6. Carrasquilla, A.; Galindo, A.; Patrón, H. “Costos en bienestar de la inflación: Teoría y una estimación para Colombia”, *Borrador Semanal de Economía*, núm. 3, Banco de la República, 1994.
7. Berentsen, A., Menzio, G., Wright, R. “Inflation and Unemployment: Lagos-Wright meets Mortensen-Pissarides”, *Kiel Working Papers* 1334, Kiel Institute for the World Economy, 2007.
8. Clavijo, S. “Reflexiones sobre política monetaria e inflación objetivo en Colombia”, *Borradores de Economía*, núm. 141, Banco de la República, 2000.
9. Cliff, M. “GMM and MINZ Program Libraries for Matlab”, *Working Paper*, Krannert Graduate School of Management, Purdue University, 2003.
10. Craig B.; Rocheteau, G. “Inflation and Welfare: A Search Approach”, *Policy Discussion Papers*, Federal Reserve Bank of Cleveland, 2006.
11. De Gregorio, J. “Sobre los determinantes de la inflación y sus costos”, *Ensayos sobre Política Económica*, núm. 37, Banco de la República, pp. 27-62, 1999.
12. Duffie, D., Singleton, K. “Simulated Moments Estimation of Markov Models of Asset Prices”. *Econometrica*, Vol. 61, num. 4, Econometric Society, pp 929-852, 1993.
13. Ennis, H. “Search, Money, and Inflation under Private Information”, *Discussion Paper*, num. 142, Federal Reserve Bank of Richmond, 2004.
14. Gómez, J. “Wage Indexation, Inflation Inertia, and the Cost of Disinflation”, *Ensayos sobre Política Económica*, num. 43, Banco de la República, pp. 67-83, 2003.
15. Hansen, L.; Singleton, K. “Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models”, *Econometrica*, num. 50, Econometric Society, pp. 1269-1286, 1982.
16. Hofstetter, M. “Disinflations in Latin America and the Caribbean: A Free Lunch?”, *Economics Working Paper Archive*, num 506 Department of Economics, The Johns Hopkins University, 2004.
17. Hosios, A. “On the Efficiency of Matching and Related Models of Search and Unemployment”, *Review of Economic Studies*, num. 57, Blackwell Publishing, pp. 279-298, 1990.
18. Johnson, S. “The Cost of Inflation Revisited”, *Reserve Bank Bulletin*, num. 56, Bank of New Zealand, 1993.
19. Kalai, E. “Proportional Solutions to Bargaining Situations: Interpersonal Utility Comparisons”, *Econometrica*, num. 45, Econometric Society, pp. 1623-1630, 1977.
20. Kiyotaki, N.; Wright, R. “On Money as a Medium of Exchange”, *Journal of Political Economy*, num 4, University of Chicago Press, pp. 927-954, 1989.
21. Lagos, R.; Wright, R. “A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis”, *Journal of Political Economy*, num. 113, University of Chicago Press, pp. 463-484, 2005.

22. Lee, B.; Ingram, B. "Simulation Estimation of Time-Series Models", *Journal of Econometrics*, num. 47, Elsevier, pp. 197-205, 1991.
23. López, M. "Seigniorage and the Welfare Cost of Inflation in Colombia", *Borradores de Economía*, núm. 151, Banco de la República, 2001.
24. Lucas, R. "Inflation and Welfare", *Econometrica*, num. 68, Econometric Society, pp. 247-274, 2000.
25. Luce, D.; Raiffa, H. *Games and Decisions*, New York, John Wiley and Sons, 1957.
26. McFadden, D. "A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration", *Econometrica*, num. 57, Econometric Society, pp. 995-1026, 1989.
27. Nash, J. "The Bargaining Problem", *Econometrica*, num. 18, Econometric Society, pp. 155-162, 1950.
28. Posada, C. "Otro costo de una inflación perfectamente prevista", *Borradores de Economía*, núm. 77, Banco de la República, 1997.
29. Restrepo, P. "Disinflation Costs Under Inflation Targeting in a Small Open Economy", *Borradores de Economía*, núm. 328, Banco de la República, 2005.
30. Riascos, A. "Sobre el costo en bienestar de la inflación en Colombia", *Borrador Semanal de Economía*, núm. 82, Banco de la República, 1997.
31. Rocheteau G.; Waller C. "Bargaining and the Value of Money", *Working Paper*, num. 1, Federal Reserve Bank of Cleveland, 2005.
32. Rocheteau G.; Wright R. "Inflation and Welfare in Models with Trading Frictions", *PIER Working Paper Archive*, num. 032, Penn Institute for Economic Research, Department of Economics, University of Pennsylvania, 2003.
33. Rupert, P.; Schindler, M.; Wright, R. "Generalized Search - Theoretic Models of Monetary Exchange", *Working Paper*, num. 5, Federal Reserve Bank of Cleveland, 2000.
34. Shi, S. "A Divisible Search Model of Fiat Money", *Econometrica*, num. 65, Econometric Society, pp. 75-102, 1997.
35. Sidrauski, M. "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review*, num. 57, American Economic Association, pp. 534-544, 1967.
36. Vargas, H. "The Transmission Mechanism of Monetary Policy in Colombia, Major Changes and Current Features", *Borradores de Economía*, núm. 431, Banco de la República, 2007.
37. Walsh, C. *Monetary Theory and Policy*, Cambridge, MIT Press, 2003.
38. Wright, R.; Trejos, A. "International Currency", *Advances in Macroeconomics*, vol. 1. num. 1, art. 3. Berkeley Electronic Press, 2001.



## ANEXO 1

### MÉTODO SIMULADO DE MOMENTOS (SMM)

Este método de estimación propuesto por diversos autores (McFadden, 1989; Lee e Ingram, 1991; Duffie y Singleton, 1993) conserva muchos aspectos del estimador del método generalizado de momentos (GMM) propuesto por Hansen (1982), con la salvedad de que en vez de calcular momentos teóricos, se pueden encontrar los valores de los parámetros de interés mediante simulaciones. Este enfoque es bastante útil para calibrar parámetros asociados a modelos donde sus condiciones principales (momentos) son difíciles de calcular, o en modelos donde existe un conjunto de variables latentes que aunque no se observan pueden replicarse bajo ciertas condiciones iniciales. Sea  $\{x(\rho)\}_{t=1}^T, t=1, \dots, T$  una secuencia de datos observables y  $\{x^s(\rho)\}_{t=1}^T, s=1, \dots, S$ , una secuencia de datos simulados, donde ambas dependen de un vector de parámetros  $\theta$ . Sea  $\mu(x_t)$  un vector de funciones o momentos de los datos observados. El estimador SMM se define como:

$$\rho_{S,T}(W) = \underset{\rho}{\operatorname{argmin}} \left[ \sum_{t=1}^T \left( \mu(x_t(\rho)) - \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \mu(x_t^s(\rho)) \right) \right] W_T^{-1} \left[ \sum_{t=1}^T \left( \mu(x_t(\rho)) - \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \mu(x_t^s(\rho)) \right) \right],$$

donde  $W_T^{-1}$  es una matriz ponderadora de dimensiones  $q \times q$  que depende de los datos (sean estos reales y/o simulados), siendo  $q$  el número de momentos. Está demostrado que cuando el número de simulaciones  $S$  es fijo y  $T \rightarrow \infty$ , el estimador presenta normalidad asintótica y consistencia, y si  $S \rightarrow \infty$ , la varianza del estimador es la misma varianza del estimador GMM<sup>1</sup>.

Se escoge el estimador SMM frente a otros existentes debido a sus propiedades y al hecho de que dado que tanto  $q(i)$  como  $z(i)$  son no observables, pueden ser simuladas tomando los datos de la tasa de interés y valores iniciales de los parámetros importantes, con el fin de replicar únicamente las condiciones de equilibrio y no otro conjunto de hipótesis *ad hoc* que deban ser incluidas para tener grados de libertad adicionales en la estimación. Como ejemplo, se utilizará el modelo propuesto en el

<sup>1</sup> Para una exposición más detallada sobre las propiedades del estimador SMM se sugiere revisar Adda y Cooper (2003).

trabajo bajo la solución proporcional para exponer en detalle el método de estimación. El equilibrio bajo esta solución está representado por las ecuaciones (8), (9) y (15). Utilizando (15) y las formas funcionales propuestas para la función de utilidad y costos, al resolver (8) se obtiene:

$$q(i) = \left[ \frac{\theta(i + \sigma)}{i\theta + \theta\sigma - i} \right]^{-\frac{1}{\eta}} \quad (\text{A1.1})$$

Reemplazando (20) en (15) y en (9) se obtienen las condiciones de equilibrio de saldos reales del mercado descentralizado y centralizado, respectivamente:

$$z(i) = \left( \frac{1 - \theta}{1 - \eta} \right) \left[ \frac{\theta(i + \sigma)}{i\theta + \theta\sigma - i} \right]^{\frac{(1-\eta)}{\eta}} + \theta \left[ \frac{\theta(i + \sigma)}{i\theta + \theta\sigma - i} \right]^{\frac{1}{\eta}} \quad (\text{A1.2})$$

$$L(i) = \left[ \sigma + A \left[ \left( \frac{1 - \theta}{1 - \eta} \right) \left[ \frac{\theta(i + \sigma)}{i\theta + \theta\sigma - i} \right]^{\frac{(1-\eta)}{\eta}} + \theta \left[ \frac{\theta(i + \sigma)}{i\theta + \theta\sigma - i} \right]^{\frac{1}{\eta}} \right]^{-1} \right]^{-1} \quad (\text{A1.3})$$

Ahora el equilibrio bajo solución generalizada es una tasa de interés  $i \geq 0$  que satisface (A.1.1), (A1.2) y (A1.3). Si se reemplazan los valores de  $\theta$  y  $\sigma$  propuestos en los resultados, se obtiene un sistema de ecuaciones con tres condiciones o momentos, en función de la tasa de interés y de  $\eta$  y  $A$ .

$$q = q(i, \eta, A) \quad (\text{A1.4})$$

$$z = z(i, \eta, A) \quad (\text{A1.5})$$

$$L = L(i, \eta, A) \quad (\text{A1.6})$$

Obsérvese que en este sistema sólo se conocen la razón demanda de dinero-PIB nominal  $L$  y la tasa de interés  $i$ . Aunque  $q$  y  $z$  no se conocen, pueden ser simulados utilizando como insumos la tasa de interés y valores iniciales de los parámetros por determinar. Sean  $x_t(\rho) = [q_t(i, \rho), z_t(i, \rho), L_t(i, \rho)]$  y  $x_t = [q_t, z_t, L_t]$  los vectores de simulaciones y observaciones de las variables en el período  $t$ , con  $\rho = [\eta, A]^2$ .

<sup>2</sup> Obsérvese que para el caso de  $q$  y  $z$  las simulaciones y las observaciones coinciden, caso que no ocurre para  $L$ , dado que esta variable es observable.

En general se busca que las simulaciones sean lo más cercanas posible a las variables observadas, dado el vector de coeficientes; por tanto, se define  $g(\rho) = [x_t - x_t(\rho)]$  como el vector de momentos del modelo y se busca un  $\rho^*$  tal que  $E(g(\rho)) = 0$ . En ese sentido, se puede emplear el estimador GMM<sup>3</sup> para encontrar este vector óptimo, mediante el uso del siguiente algoritmo:

- 1) Escoger un vector de parámetros inicial  $\rho_0$ .
- 2) Simular  $x_t(\rho_0)$  y hallar  $h(\rho) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T g(\rho)$ .
- 3) Estimar los parámetros usando el estimador GMM definido como:

$$\rho_{GMM} = \underset{\rho}{\operatorname{argmin}} Q(\rho) = \underset{\rho}{\operatorname{argmin}} h(\rho)' W_T^{-1} h(\rho)$$

Como este es un proceso iterativo, tomando los valores resultantes de la estimación por GMM se procede a repetir los pasos 1 a 3 hasta que en la  $s$ -ésima iteración la distancia entre  $Q(\rho_s)$  y  $Q(\rho_{s-1})$  sea cercana a cero. En ese caso, los valores de los parámetros de la última estimación son los que resuelven el problema del estimador SMM. Los estadísticos de prueba (especificación, significancia, entre otros.) se toman de la última estimación. El resto de situaciones de equilibrio se estiman bajo la metodología anterior.

---

<sup>3</sup> Para estimar mediante el método generalizado de momentos (GMM) se utilizó el paquete de programas GMM y MINZ para MATLAB 7, propuesto por Cliff (2003). Disponible en el siguiente enlace: <http://mcliff.cob.vt.edu/progs.html>

## ANEXO 2 PRUEBAS DE ESPECIFICACIÓN (ESTADÍSTICO J)

Es necesario observar que para la mayoría de los diferentes mecanismos de formación de precios<sup>4</sup> el número de momentos (3) supera el número de parámetros por estimar (2), por lo que es necesario realizar pruebas de especificación. Bajo la hipótesis nula de que el modelo está correctamente especificado, los momentos empíricos estarán cercanos a cero, al verdadero valor de los coeficientes. Esto motiva la prueba  $J \equiv TQ(\hat{\rho}) \xrightarrow{d} \chi^2(1)$ , donde en caso de que se rechace la hipótesis nula, implica que el modelo no se ha especificado correctamente y que los momentos estimados no replican correctamente las condiciones específicas del equilibrio.

## ANEXO 3 CANTIDADES DE EQUILIBRIO

Cuadro A3.1  
 Cantidades de equilibrio  $q(i)$  bajo solución generalizada

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	0,943	0,287	0,140	0,071	0,038	0,021	0,012
$\eta = 0,3$	0,779	0,505	0,389	0,306	0,245	0,199	0,163
$\eta = 0,5$	0,536	0,412	0,352	0,305	0,266	0,235	0,209
$\eta = 0,7$	0,277	0,238	0,217	0,199	0,184	0,170	0,158
$\eta = 0,9$	0,087	0,080	0,076	0,073	0,070	0,067	0,064

Fuente: cálculos propios.

<sup>4</sup> Es necesario recordar que esta prueba no se lleva a cabo para la solución dictatorial, pues las condiciones de ortogonalidad para  $z$  y  $q$  son las mismas, por lo que una de las dos es redundante y debe eliminarse del modelo para no poseer problemas de multicolinealidad en la estimación. Lo anterior implica que se tienen dos condiciones para dos parámetros, por cuanto ya que no existen problemas de especificación.

**Cuadro A3.2**  
Cantidades de equilibrio  $q(i)$  bajo solución proporcional

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	1	0,301	0,134	0,060	0,026	0,011	0,005
$\eta = 0,3$	1	0,670	0,512	0,391	0,297	0,225	0,170
$\eta = 0,5$	1	0,786	0,669	0,569	0,483	0,409	0,345
$\eta = 0,7$	1	0,842	0,751	0,669	0,595	0,528	0,468
$\eta = 0,9$	1	0,875	0,800	0,731	0,667	0,608	0,554

Fuente: cálculos propios.

**Cuadro A3.3**  
Cantidades de equilibrio  $q(i)$  bajo publicación de precios

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	0,107	0,060	0,041	0,029	0,021	0,015	0,011
$\eta = 0,3$	0,475	0,391	0,346	0,307	0,274	0,245	0,220
$\eta = 0,5$	0,640	0,570	0,529	0,493	0,460	0,430	0,403
$\eta = 0,7$	0,727	0,669	0,634	0,603	0,574	0,547	0,523
$\eta = 0,9$	0,780	0,731	0,702	0,675	0,649	0,626	0,604

Fuente: cálculos propios.

**Cuadro A3.4**  
Cantidades de equilibrio  $q(i)$  bajo solución dictatorial

$\eta$	$i = 0$	$i = 0,03$	$i = 0,05$	$i = 0,07$	$i = 0,09$	$i = 0,11$	$i = 0,13$
$\eta = 0,1$	1	0,558	0,386	0,270	0,191	0,137	0,099
$\eta = 0,3$	1	0,824	0,728	0,646	0,576	0,519	0,463
$\eta = 0,5$	1	0,890	0,826	0,770	0,593	0,672	0,630
$\eta = 0,7$	1	0,920	0,873	0,829	0,789	0,753	0,719
$\eta = 0,9$	1	0,937	0,900	0,865	0,832	0,802	0,774

Fuente: cálculos propios.