

10. IMPACTOS DE LOS FENÓMENOS CLIMÁTICOS SOBRE EL PRECIO DE LOS ALIMENTOS EN COLOMBIA

Davinson Stev Abril Salcedo
Luis Fernando Melo Velandia
Daniel Parra Amado*

El clima es una variable que ha afectado de diversas formas la historia de la humanidad. Los cambios climáticos han generado efectos en ámbitos sociales y económicos, en la producción y en la salud pública, sobre todo ante la presencia de eventos adversos. Existen muchos fenómenos climáticos que pueden afectar diversos aspectos de la sociedad en un momento determinado; en este trabajo se abordan en particular los fenómenos de El Niño y La Niña, de los cuales el primero es el que concentra la mayor atención de la literatura académica. Ambos son eventos de naturaleza oceánica y atmosférica que afectan principalmente la región del océano Pacífico ecuatorial, cuyas manifestaciones surgen a través de variaciones anómalas de la presión atmosférica —oscilación del sur— y de la temperatura en la superficie del mar —El Niño en la fase cálida o La Niña en la fase fría— en el océano Pacífico. En general, este fenómeno es conocido como El Niño oscilación del sur (ENSO, por su sigla en inglés).

Para el seguimiento periódico del ENSO se utilizan usualmente indicadores como el índice de oscilación del sur (SOI, por la sigla de The Southern Oscillation Index) y el índice de temperatura superficial del mar (SST, por la sigla de Sea Surface Temperature Index)¹, los cuales se describirán brevemente en la siguiente sección. Durante un episodio de El Niño la contracorriente ecuatorial se acentúa y ocasiona que la temperatura máxima superficial del mar que había en la zona occidental del Pacífico se desplace gradualmente hacia el este y, alrededor de seis meses después, alcance la costa de América del Sur. Se

⁰ Los autores son, en su orden: estudiante de Maestría en Estadística, de la Universidad Nacional; econometrista principal, de la Unidad de Econometría, y profesional experto del Departamento de Programación e Inflación, del Banco de la República. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Carlos Gustavo Cano, Edgar Caicedo y dos evaluadores anónimos, al igual que la colaboración de Santiago Aldana.

Las opiniones expresadas en este capítulo son responsabilidad de los autores y no comprometen a las instituciones a las cuales están vinculados, ni al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

¹ Un caso particular de la familia de indicadores SST es el índice oceánico El Niño (The Oceanic Niño Index, ONI).

pueden monitorear los indicadores mencionados, con la salvedad de que no existe una única medida oficial para identificar el ciclo del ENSO en un momento determinado.

Cuando las anomalías son extremas, se pueden provocar alteraciones en la circulación marina y atmosférica a escala global que intensifican el desarrollo de precipitaciones torrenciales. Esto a su vez conlleva inundaciones, avalanchas, tormentas y ciclones tropicales, como también sequías que terminan afectando a más de la mitad del planeta (Wang, 2002). Así, estos fenómenos generan alteraciones significativas en diversos tipos de ecosistemas, tanto terrestres como marinos. En el caso de El Niño, de acuerdo con instituciones internacionales como la NOAA², se estima que su duración promedio es de doce meses, con eventos desde siete hasta más de treinta meses. Aunque el calentamiento del mar por dicho fenómeno es recurrente, no es periódico y, en términos generales, se presenta cada dos a siete años (Gráfico A1 y Cuadro A1 del Anexo A).

Davis (2002) analiza algunos de dichos eventos extremos, los cuales provocaron intensas sequías globales entre los años 1876-1888, 1888-1891 y 1896-1902, relacionadas con el fenómeno climático de El Niño. Su estudio precisa que las consecuencias del colonialismo y la introducción del capitalismo junto con las condiciones climáticas en India, China, Brasil, Etiopía, Corea y Vietnam contribuyeron a incrementar la pobreza del campesinado en dichos periodos, que a su vez generaron hambrunas y la muerte de millones de personas³. Algo similar se aprecia en la recopilación de estudios de Grove y Chappell (2000), quienes describen una cronología de eventos climáticos de El Niño y estudian sus consecuencias sobre la salud pública y las secuelas epidemiológicas en algunos países del este asiático, sequías y hambrunas en Nueva Guinea —1997-1998— e impactos en la productividad agrícola en la India, entre otros.

En Colombia dichos fenómenos también afectan significativamente el medio ambiente y el ciclo hidrológico (Restrepo y Kjerfve, 2000). En particular, El Niño de 1997-1998 ocasionó condiciones de sequía que dominaron en cerca del 90% del territorio colombiano, y numerosos ríos presentaron disminución de los caudales en relación con los promedios mensuales multianuales, con récord histórico de los últimos cincuenta años (CAF, 2000). En el caso colombiano el análisis del ENSO se complica, ya que su impacto no es fácil de predecir por diversas razones: i) los efectos climáticos dependen principalmente de la extensión, intensidad y duración de las anomalías en el océano y la atmósfera (las cuales varían para cada evento del ENSO), y ii) los planes de contingencia del gobierno para moderar los efectos socioeconómicos en una región particular.

Puertas y Carvajal (2008) encuentran que, para el caso colombiano, El Niño se caracteriza por el incremento del SST y reducción del SOI; también, que en el centro, norte y occidente del país este fenómeno ocasiona menor precipitación e incrementa la temperatura del aire. Durante La Niña ocurre lo contrario. Asimismo, la evidencia estadística del estudio sugiere que el ENSO tiene mayor incidencia en la variabilidad intra-anual de

² The National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

³ Davis estima que la cifra de muertos por hambre durante el periodo de veintiséis años de estudio fue entre treinta y sesenta millones de personas.

la precipitación y la temperatura media del aire, sobre todo en el trimestre diciembre-enero-febrero⁴.

Los efectos de dichos fenómenos climáticos además resultan perjudiciales a nivel macroeconómico, ya sea a través de su repercusión en los precios o en la actividad económica. Desde el punto de vista de la inflación, objeto del presente estudio, las menores precipitaciones producidas por El Niño generan reducción de la oferta agrícola, que a su vez lleva al aumento transitorio de los precios de los alimentos; esto ocurre principalmente cuando la incidencia de El Niño es fuerte, ya que su efecto es limitado en eventos moderados o débiles del fenómeno.

Por otra parte, aunque este estudio se concentra únicamente en los efectos sobre la inflación, también existen otros impactos sobre la actividad económica; por ejemplo, una caída en los niveles de los embalses y las represas disminuye la generación de energía eléctrica e incrementa las tarifas, y en un entorno de condiciones climáticas desfavorables se reducen los volúmenes de pesca marítima y de transporte de carga por los ríos. En general, los efectos climáticos recaen especialmente sobre el sector agrícola, ya que lo anterior se refleja en menor productividad de las tierras.

De acuerdo con el Ministerio de Agricultura (2006), se estima que ante la presencia del fenómeno de El Niño el rendimiento agrícola se reduce alrededor del 5% y durante él los cultivos permanentes son más afectados (5,5%) que los transitorios (4,4%). Caicedo (2007) analiza las series históricas de los precios y encuentra que El Niño genera aumentos significativos en los precios de los alimentos, sobre todo de los perecederos, e informa que en presencia de El Niño los alimentos explicaron en promedio el 30,6% de la inflación total en dichos años y que los mayores precios tienden a concentrarse esencialmente en la primera mitad del año.

El interés en medir la incidencia de dicho fenómeno sobre variables económicas ha crecido a nivel internacional en la última década. Brunner (2002) examina el efecto del ENSO sobre los precios y la actividad global, concentrándose en el crecimiento conjunto de la inflación y el PIB de los países del G7 y en los precios mundiales de bienes básicos (*commodities*). Entre los resultados más sobresalientes, el autor refiere que ante un choque positivo de una desviación estándar en el ENSO, medido a través del indicador SOI, se genera un incremento en la inflación real de los bienes básicos entre 3,5% y 4%, lo que a su vez explica alrededor del 20% de los movimientos de dichos precios durante el periodo de estudio. En términos de la inflación y crecimiento de PIB, la evidencia estadística sugiere que el ENSO explica aproximadamente entre el 10% y el 20% de la variabilidad de dichas series para los países del G7.

A diferencia de Brunner (2002), que examina un agregado de las tasas de crecimiento y la inflación de los países desarrollados del G7, Laosuthi y Selover (2007) estudian los efectos de El Niño en varios países, especialmente en desarrollo y más vulnerables al fenómeno. Entre los resultados más sobresalientes del trabajo se encuentra que: i) los

⁴ En Colombia la precipitación intra-anual presenta dos regímenes: i) bimodal en la zona andina, cuyos trimestres diciembre-enero-febrero y junio-julio-agosto son de baja pluviosidad, frente a marzo-abril-mayo y septiembre-octubre-noviembre, que son de alta pluviosidad, y ii) unimodal en la parte oriental. En la región andina se presentan diversos pisos térmicos y en promedio por cada 100 m s. n. m. disminuye la temperatura en 0,625° C, mientras que en el resto del país la temperatura promedio oscila entre 24° C y 30° C. (Pabón *et al.*, 2001).

efectos de los episodios de El Niño pueden ser relativamente pequeños de acuerdo al tamaño de las economías⁵, y ii) el conocimiento del fenómeno ha permitido a los países prepararse y responder de mejor manera a sus efectos negativos⁶. Otros estudios que se destacan son los de Berry y Okulicz-Kozaryn (2008) y Chimeli *et al.* (2008); los primeros, en evaluar la coordinación de los ciclos climáticos y las variables macroeconómicas (inflación y PIB), encontraron que no hay prociclicidad para el caso de los Estados Unidos, por tanto dichos autores concluyen que a pesar de poder existir efectos locales, estos desaparecen con la persistencia de las tendencias macroeconómicas de una economía tan grande y compleja como la de Estados Unidos⁷; los segundos investigan la relación entre las anomalías del clima y la actividad agrícola del maíz en Brasil y hallan correlación negativa del ENSO con la producción de maíz y positiva con los precios.

Los estudios mencionados utilizaban modelos lineales para las estimaciones que no tenían en cuenta que el efecto de las anomalías climáticas también varía en el tiempo debido al cambio climático; por consiguiente, surgió una literatura que trata de incorporar este aspecto en el análisis con el modelamiento de no linealidades y asimetrías. Hall, Skalin y Teräsvirta (2001) muestran cómo un modelo autorregresivo de transición suave logístico se ajusta mejor que un modelo autorregresivo lineal para describir los periodos de turbulencia climática observados en indicadores como el SOI, al demostrar la existencia de una dinámica no lineal. Ubilava (2012b) investiga la dinámica potencialmente no lineal de la relación entre el precio de la soya y el maíz aplicando modelos de transición suave (Smooth Transition AutoRegression, STAR) sobre los precios de derivados financieros de dichos bienes. El modelo estimado evidencia la existencia de una dinámica no lineal que ocasiona asimetrías en el ajuste al equilibrio a largo plazo de la relación del precio de la soya y el maíz.

Ubilava (2012a), utilizando la misma familia de modelos STAR, incorporó al análisis el modelo multivariado (Smooth Transition Vector Error Correction, STVEC) para modelar un sistema de cuatro precios de variedad de café y su interrelación con el ENSO. El estudio muestra que existen asimetrías generadas por el ENSO que se transmiten a los precios del café y que debido a las diferencias existentes en la geografía de los países donde se producen las variedades de este producto los eventos del ENSO tienden a afectar de manera diferente a los precios; por ejemplo, un choque positivo del ENSO — fenómeno de El Niño— tiene un impacto positivo en los precios de la variedad Robusta, pero negativo en la variedad Arábica. Además, los efectos de El Niño y La Niña no son simétricos y la relevancia final de dichas asimetrías depende del régimen específico en el que se encuentre el ENSO.

⁵ Cuando la participación de los sectores agrícola y de pesca en la economía es bajo dichos países son menos vulnerables a las fluctuaciones climáticas.

⁶ Con el creciente conocimiento de la existencia del ENSO y los avances tecnológicos que permiten ampliar la capacidad de medir y predecir El Niño, algunos de los efectos negativos del ENSO podrían ser contrarrestados mediante respuestas de política apropiadas para el sector agrícola a través de la mejora de estrategias de riego, almacenamiento de agua, construcción y preparación de mecanismos de defensa frente a posibles incendios forestales, entre otros.

⁷ Estos autores argumentan que los efectos negativos del clima sobre algunas actividades es contrarrestado por otras actividades como la industria manufacturera y los servicios financieros, entre otros; así, a nivel agregado los choques del clima no son significativos para el PIB total o la inflación total nacional.

Algo similar se aprecia en el trabajo de Ubilava y Holt (2013), quienes demuestran no linealidades entre los precios del aceite vegetal y el ENSO; en este caso los efectos sobre la dinámica del ENSO tienen impactos diferenciados sobre los precios del aceite vegetal según el régimen en el que se encuentre el ENSO. En general, dichos autores encuentran que las desviaciones positivas del ENSO —El Niño— derivan en el aumento del precio del aceite vegetal, mientras que las desviaciones negativas —La Niña— dan como resultado la disminución del precio.

Este trabajo realiza un aporte a la literatura colombiana al cuantificar los impactos del clima en la inflación de alimentos, lo que podría ser de utilidad para el Banco Central en la toma de decisiones de política. El estudio encontró que después de presentarse una gran alteración del clima (El Niño o La Niña), el crecimiento de la inflación de los alimentos reacciona significativamente, en mayor medida entre cuatro y cinco meses después, y su respuesta es asimétrica dependiendo del signo y tamaño del choque. Las estimaciones sugieren que los impactos de El Niño sobre la inflación de alimentos dependen de si ocurre una fase fuerte —aproximadamente 100 puntos básicos (p.b.) en los primeros cuatro meses— o moderada — 65 p.b.— en el quinto mes. Por su parte, en el caso de La Niña su efecto se sitúa entre -80 y -55 p.b.

El presente capítulo se divide en cuatro secciones: la primera describe la información utilizada para las estimaciones, la segunda enuncia la metodología propuesta para estimar los efectos de los fenómenos climáticos en los precios de los alimentos en Colombia, la tercera muestra los resultados encontrados y la cuarta presenta las principales conclusiones.

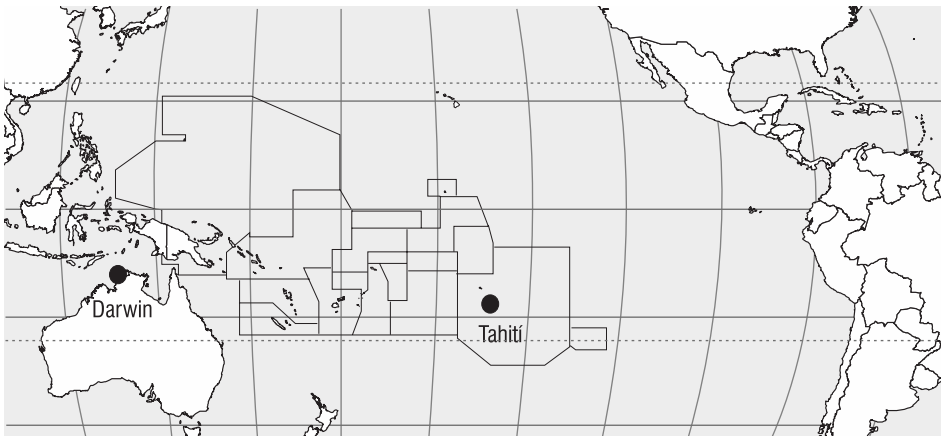
1. DESCRIPCIÓN DE LOS FENÓMENOS CLIMÁTICOS Y SU MEDICIÓN

Los fenómenos climáticos de El Niño y La Niña se dan como resultado de fluctuaciones periódicas de la presión del aire en la atmósfera y de la temperatura superficial del mar; para medir la primera se utiliza el índice de oscilación del sur (SOI), mientras que para la segunda se recurre al índice de temperatura superficial del mar (SST).

1.1 El índice de oscilación del sur

Los cambios en la circulación de los vientos alisios debidos a perturbaciones de la dinámica atmosférica relacionados con cambios en los sistemas de presión a nivel del mar, se conoce como oscilación sur. El SOI es un índice estandarizado con base en las diferencias observadas en la presión a nivel del mar entre Tahití (Polinesia Francesa) y Darwin (norte de Australia) (Mapa 1).

Mapa 1 Estaciones para medir el SOI



Fuente: NOAA.

En general, al suavizar con promedios móviles las series de tiempo del SOI se encuentra alta correspondencia con los cambios en la temperatura del océano en todo el Pacífico tropical oriental. La fase negativa del SOI ocurre cuando la presión de aire en Tahití está debajo de lo normal y por encima de lo usual en Darwin. Periodos prolongados de valores negativos (positivos) del indicador SOI coinciden con aguas anormalmente cálidas (frías) a lo largo del océano Pacífico tropical oriental, lo que es típico de un episodio de El Niño (La Niña)⁸.

1.2 El índice de temperatura superficial del mar

Para el monitoreo de las condiciones del ENSO la mayoría de instituciones se centran principalmente en las anomalías de la temperatura superficial del mar, por lo tanto vigilan constantemente cuatro regiones geográficas⁹ del Pacífico ecuatorial a través de observaciones satelitales. La medición se basa en la amplitud de las radiaciones con longitudes de onda en espectros infrarrojos y microondas que emite el océano, las cuales varían de acuerdo a su temperatura.

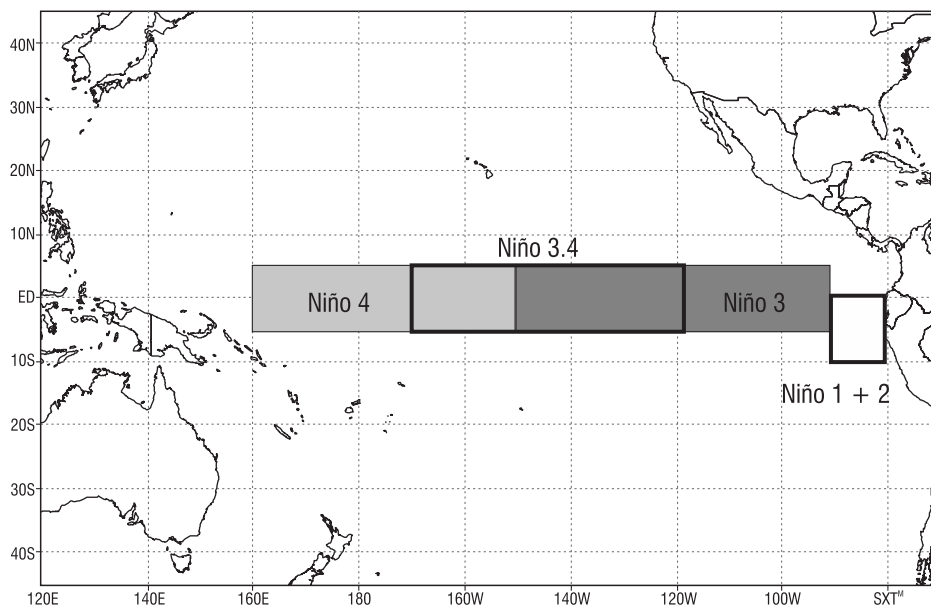
Un caso particular de esta familia de indicadores SST es el índice oceánico El Niño (ONI, The Oceanic Niño Index), que se calcula como la media de las anomalías en la temperatura superficial del mar durante tres meses consecutivos, establecidas por el sensor ERSST.v3 en la región 3,4 de El Niño (5° N - 5° S, 120° -170° W). Se consideran episodios

⁸ A fin de conocer la metodología de cálculo se puede consultar <https://www.ncdc.noaa.gov/teleconnections/enso/indicators/soi/>

⁹ Las estadísticas de los sensores disponibles para las cuatro regiones se pueden encontrar en <http://www.cpc.ncep.noaa.gov/data/indices/ersst3b.nino.mth.ascii>

cálidos y fríos cuando las anomalías superan el umbral de $\pm 0,5^\circ \text{C}$. Cuando dicho umbral es cubierto en un mínimo de cinco meses consecutivos se definen como episodios de El Niño (+) o de La Niña (-). En el Mapa 2 se indican las diferentes zonas en recuadros (gris claro, gris oscuro y blanco).

Mapa 2
Distribución de ENSO según el índice SST



Notas:

Niño 1+2 (0°-10° S, 80°-90° W). Es la región que primero se calienta cuando comienza el fenómeno.

Niño 3 (5° S - 5° N; 150° W - 90° W). Es la región del Pacífico tropical que posee la más alta variabilidad en la SST sobre la escala de El Niño.

Niño 4 (5° S - 5° N; 160° E - 150° W). Región donde los cambios de la temperatura superficial del mar conducen a los valores totales alrededor de $27,5^\circ \text{C}$, que se cree es un umbral importante en la producción de lluvias.

Niño 3.4 (5° S - 5° N; 170° W - 120° W). Es una región que presenta gran variabilidad en las escalas de tiempo de El Niño, y que está más cerca (de Niño3) a la región donde los cambios en la temperatura superficial del mar local son importantes para el desplazamiento de la lluvia normalmente ubicada en el Pacífico occidental.

Fuente: NOAA.

2. METODOLOGÍA

En esta sección se presenta la metodología econométrica utilizada para analizar las dinámicas no lineales entre el ENSO y el precio de los alimentos en Colombia. Siguiendo a Teräsvirta (1994), Teräsvirta (1998) y Hall *et al.* (2001), se utilizan los modelos de transición suave (Smooth Transition Regression models, STR). Un modelo regresivo con transición suave asume que existen estados de la economía o regímenes que influyen en el comportamiento de un determinado indicador económico. Estos estados de la economía

son descritos por el comportamiento de una variable que se denomina de transición. En este trabajo los modelos regresivos con transición suave pueden ser utilizados para estudiar la no linealidad del efecto del clima sobre los precios de los alimentos, ya que la respuesta de estos precios dependerá del estado del clima en el cual las temperaturas son frías o cálidas (fenómeno de El Niño y de La Niña). Adicionalmente, el hecho de encontrar asimetrías en los efectos del clima sobre el precio de los alimentos justifica la elección de dicha metodología.

2.1 Modelos de transición suave

Teräsvirta (1994) propone el siguiente modelo no lineal:

$$y_t = \phi_1' \mathbf{x}_t [1 - G(s_t; \gamma, \mathbf{c})] + \phi_2' \mathbf{x}_t G(s_t; \gamma, \mathbf{c}) + \varepsilon_t \tag{1}$$

donde y_t es la variable dependiente de interés; $\mathbf{x}_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}, z_{1,t}, \dots, z_{m,t})'$ es un vector de variables explicativas compuesto por rezagos de la variable dependiente y de otras variables exógenas ($z_{j,t}$ para $j = 1, \dots, m$), y ϕ_1 y ϕ_2 son vectores de parámetros a estimar de las variables contenidas en \mathbf{x}_t .

Adicionalmente, $G(s_t; \gamma, \mathbf{c})$ es la función de transición definida en el intervalo entre 0 y 1, que depende de la variable de transición (s_t) y los parámetros γ y \mathbf{c} . La variable de transición se puede definir como rezago de la variable endógena (y_{t-d}), una función del tiempo (t)¹⁰ o una variable exógena (z_s). El parámetro de suavizamiento γ indica la velocidad del ajuste, la cual determina qué tan rápido ocurre el cambio de un régimen a otro; y \mathbf{c} es un conjunto de parámetros de localización o umbral asociado a la transición definida por la función G. Por último, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$.

La expresión (1) puede ser notada como:

$$y_t = \phi_1' \mathbf{x}_t + \phi_2' \mathbf{x}_t G(s_t; \gamma, \mathbf{c}) + \varepsilon_t \tag{2}$$

donde $\phi_1 = \phi_1$ y $\phi_2 = \phi_2 - \phi_1$

En la literatura se han planteado varias especificaciones para la función de transición (Teräsvirta (1994), Teräsvirta (1998) y Hall *et al.* (2001)); una de ellas es la función logística, que en términos generales puede ser escrita como:

$$G(s_t; \gamma, \mathbf{c}) = \left[1 + \exp \left(- \left(\frac{\gamma}{\sigma_{s_t}} \right) (s_t - \mathbf{c}) \right) \right]^{-1}, \tag{3}$$

con $\gamma > 0$, \mathbf{c} es un parámetro de localización que corresponde al umbral y σ_{s_t} es la desviación estándar de la variable de transición. Cuando la ecuación (3) es combinada con (2), el modelo resultante es conocido como LSTR, usualmente utilizado en situaciones en las que existen asimetrías en las dinámicas de respuesta a $(s_t - \mathbf{c})$.

¹⁰ Este tipo de especificación ha sido trabajada por Lin y Teräsvirta (1994).

Otra especificación importante de la función de transición es la representación exponencial, que se puede expresar como:

$$G(s_t; \gamma, \mathbf{c}) = 1 - \exp \left[\left(- \left(\frac{\gamma}{\sigma_{s_t}^2} \right) (s_t - \mathbf{c})^2 \right) \right], \quad (4)$$

donde los parámetros y variables corresponden a los definidos anteriormente. Al reemplazar la ecuación (4) en (2) se obtiene la representación ESTR, la cual es útil para modelar las dinámicas asociadas con la magnitud del valor absoluto de la variable de transición.

2.2 Prueba para no linealidad (LM)

Como paso preliminar a la estimación de este tipo de modelos se debe verificar si el proceso generador de los datos es no lineal; y posteriormente, si es el caso, identificar la variable de transición. Teniendo en cuenta estos objetivos, Luukkonen, Saikkonen y Teräsvirta (1988) proponen una expansión de Taylor de tercer orden sobre la función de transición del modelo STR¹¹, de tal forma que se llegue a la siguiente regresión auxiliar:

$$y_t = \phi'_1 \mathbf{x}_t + \sum_{j=1}^p \phi'_{21j} \mathbf{x}_t s_t + \sum_{j=1}^p \phi'_{22j} \mathbf{x}_t s_t^2 + \sum_{j=1}^p \phi'_{23j} \mathbf{x}_t s_t^3 + \varepsilon_t \quad (5)$$

En este caso, la hipótesis nula de linealidad y la estadística de prueba están dadas por:

$$H_{01} : \phi'_{21j} = \phi'_{22j} = \phi'_{23j} = 0 \text{ para } j = 1, \dots, p \quad (6)$$

$$LM = \frac{(SSR_0 - SSR_1) (k_1 - k_0)}{(SSR_0) (T - k_1)} \quad (7)$$

donde SSR_0 es la suma de residuales al cuadrado de la ecuación (5) bajo la hipótesis nula y SSR_1 expresa la suma de residuales al cuadrado de la regresión auxiliar completa. La prueba LM se distribuye F, bajo la hipótesis nula, con $k_1 - k_0$ y $T - k_1$ grados de libertad¹². Como se muestra a continuación, esta prueba también permite seleccionar la función de transición más apropiada.

¹¹ La propuesta de Luukkonen *et al.* (1988) permite solucionar el problema planteado por Davies (1987), en el cual se tenía un problema de identificación debido a que este modelo se puede reducir a uno lineal en dos casos: cuando $\gamma = 0$, o al asumir que todos los coeficientes asociados a ϕ_2 son cero.

¹² k_0 y k_1 representan el número de variables regresoras bajo la hipótesis nula y la regresión auxiliar completa, respectivamente.

2.3 Elección de los modelos

Una vez se rechaza la hipótesis nula de linealidad mencionada anteriormente, se selecciona la variable de transición. El siguiente paso consiste en elegir el tipo función de transición de la familia de modelos (STR). Teräsvirta (1994) propone hacerlo a través de una secuencia de pruebas anidadas, así:

$$H_{04} : \phi'_{23j} = 0 \quad j = 1, \dots, p$$

$$H_{03} : \phi'_{22j} = 0 | \phi'_{23j} = 0 \quad j = 1, \dots, p$$

$$H_{02} : \phi'_{21j} = 0 | \phi'_{22j} = \phi'_{23j} = 0 \quad j = 1, \dots, p$$

Si el p -value asociado a la hipótesis H_{03} es el más pequeño de las tres pruebas de hipótesis reseñadas (H_{02} , H_{03} , H_{04}), se selecciona el modelo ESTR; en otro caso, se escoge el modelo LSTR. Por otra parte, como lo señalan Van Dijk, Teräsvirta y Franses (2002), se pueden estimar ambas especificaciones (LSTR o ESTR) y elegir la más adecuada de acuerdo a los resultados de las pruebas de diagnóstico descritas en el Anexo E.

3. ESTIMACIÓN Y RESULTADOS

En este documento la variable endógena a modelar es la inflación de alimentos, calculada como la variación anual porcentual del índice mensual de precios al consumidor (IPC) de la canasta de alimentos, divulgado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). El periodo de estudio está comprendido entre junio de 1955 y mayo de 2015. Por su parte, para incorporar en el análisis los impactos de los fenómenos climáticos (ENSO) sobre la inflación de alimentos se utilizaron las anomalías¹³ del índice SST para la región 3.4 del Pacífico central, publicado por el Centro de Predicción Climática de la NOAA. Esta variable es tratada como exógena en la modelación y similar al IPC de alimentos, se cuenta con cifras mensuales para el mismo periodo (Gráfico 1).

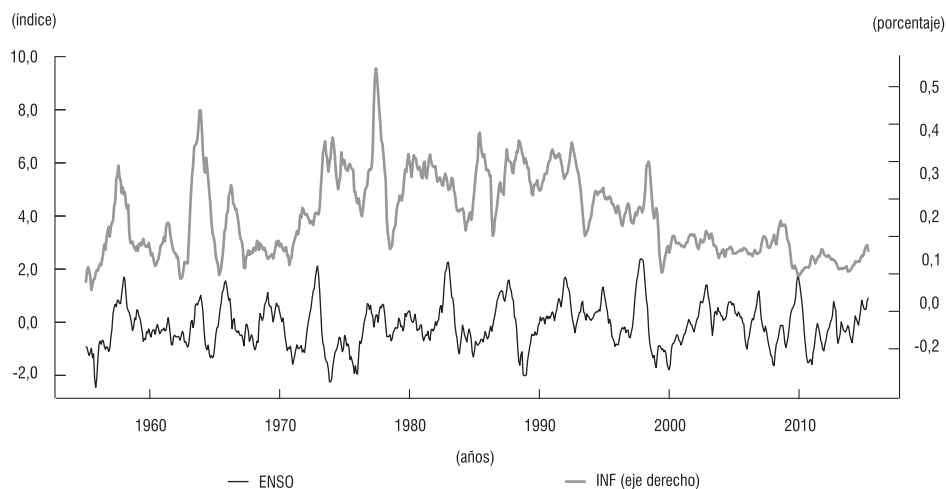
Inicialmente se realizan las pruebas de raíz unitaria propuestas por Enders y Ludlow (2002) para procesos no lineales, pues la metodología que se desarrolla a continuación requiere del supuesto de estacionariedad. El Cuadro 1 resume los estadísticos F y t de dichas pruebas¹⁴, donde los valores entre paréntesis representan los respectivos valores críticos correspondientes a un nivel de significancia del 5%. Los resultados obtenidos muestran que la serie del ENSO es estacionaria, mientras que la inflación anual de alimentos (INF) presenta una raíz unitaria. Estos resultados son confirmados al utilizar las pruebas de raíz unitaria de Kapetanios, Shin y Snell (2003) y Sollis, Leybourne y Newbold (1999), tal como se muestra en el Cuadro 2. Por lo tanto, se utiliza la primera dife-

¹³ Estas anomalías corresponden a las desviaciones mensuales de El Niño 3.4 respecto a su promedio histórico. De acuerdo con el Centro de Predicción Climática de la NOAA, la región SST v3.4 es la más frecuentemente utilizada para analizar los fenómenos climáticos de El Niño y La Niña. Al realizar cálculos de otras regiones se encontró que la mayor correlación con los precios de los alimentos en Colombia se encontraba con dicha variable.

¹⁴ La descripción de esta prueba se encuentra en el Anexo D.

rencia de la inflación anual de alimentos (DINF), que corresponde al crecimiento de la inflación anual de alimentos.

Gráfico 1
ENSO e inflación de alimentos



Fuente: cálculos propios.

Cuadro 1
Prueba de raíz unitaria de Enders y Ludlow [2002]

	F_{all}	F_{trig}	c	cr
ENSO	35,01	19,75	-7,14	53,33
INF	6,1	8,04	-1,19	1,52
DINF	24,26	8,85	-7,23	53,01
Valores críticos al 5%	(7,12)	(8,03)	(-2,58)	(9,14)

Nota: la hipótesis nula indica la existencia de una raíz unitaria.

Fuente: cálculos propios

Cuadro 2
Otras pruebas de raíz unitaria

	Kapetanios <i>et al.</i> [2003]	Sollis <i>et al.</i> [1999]
ENSO	-7,858	-11,218
INF	-0,031	-1,880
DINF	-7,084	-6,335
Valores críticos al 5%	(-2,220)	(-4,996)

Nota: la hipótesis nula indica la existencia de una raíz unitaria

Fuente: cálculos propios

Al modelar se asume, siguiendo a Brunner (2002), que la inflación de alimentos está correlacionada contemporáneamente con el ENSO y sus rezagos. Primero se estima una ecuación para el ENSO como un proceso univariado no lineal, como lo sugiere la literatura. De esta manera, se pretende incorporar en el análisis que los efectos del clima tienen una dinámica propia y no sólo ocurren en un mes y desaparecen. En otras palabras; si hoy se observa un choque en el clima (El Niño o La Niña), este puede perdurar varios meses, lo que se modela a través de la estructura de rezagos de la ecuación del ENSO. Adicionalmente, este modelo hace parte de los insumos de la metodología que se utiliza para estimar la respuesta de la inflación de alimentos a choques en ENSO, tal como se explica en la sección 4.3 y en el Anexo F.

Posteriormente, esta variable se incorpora en la ecuación de los precios, ya que los eventos climáticos afectarían el comportamiento de los precios de los alimentos, no sólo una vez, sino por el tiempo en que perdure el efecto del fenómeno climático.

Como paso siguiente, se procede a ajustar un modelo para la inflación de alimentos, incluyendo el ENSO como variable regresora exógena. Así, el sistema de ecuaciones a estimar es el siguiente:

$$ENSO_t = \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{1i} ENSO_{t-i} + G_1(ENSO_{t-d_1; \gamma_1, c_1}) + \sum_{i=1}^{p_1} \phi_{2i} ENSO_{t-i} + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$DINF_t = \sum_{i=1}^{p_2} \phi_{1i} DINF_{t-i} + \sum_{i=0}^{p_3} \psi_{1i} ENSO_{t-i} + G_2(ENSO_{t-d_2; \gamma_2, c_2}) \left(\sum_{i=1}^{p_2} \phi_{2i} DINF_{t-i} + \sum_{i=0}^{p_3} \psi_{2i} ENSO_{t-i} \right) + \varepsilon_t \quad (9)$$

donde p_1 , p_2 y p_3 son los rezagos máximos utilizados para ENSO, inflación y ENSO como exógena, respectivamente. Teniendo en cuenta el anterior sistema de ecuaciones, este trabajo pretende cuantificar el impacto de choques en el ENSO sobre la inflación de alimentos (DINF), mediante el uso de funciones de impulso-respuesta generalizadas. A continuación se describe la especificación de estas dos ecuaciones.

3.1 Ecuación del ENSO

Inicialmente se especifica el modelo STR para la serie de tiempo del ENSO de acuerdo a los procedimientos descritos en las secciones 2.2 y 2.3 y se realiza la prueba de no linealidad LM, cuyos resultados se presentan en la segunda columna del Cuadro B1 (H_{01}) del Anexo B. Allí se puede observar que no se rechaza la especificación no lineal de tipo STR y que la variable de transición elegida corresponde a $ENSO_{t-2}$ ¹⁵. Para completar la especificación, el tipo de función de transición seleccionada fue la exponencial, de acuerdo a los resultados obtenidos para las hipótesis H_{02} , H_{03} y H_{04} .

¹⁵ El número de rezagos máximo de ENSO presentado en el Cuadro B1 del Anexo B fue seleccionado a partir del criterio de información de Akaike (AIC).

Luego, se estima la ecuación (8) para la variable ENSO, cuyos resultados se muestran en el Cuadro B2 del Anexo B. Se puede apreciar que los coeficientes estimados son significativos al 10%¹⁶. El parámetro de localización (\hat{c}) indica que las variaciones de la función de transición ocurren cuando el ENSO se encuentra alrededor de 1,439 (asociado al fenómeno de El Niño en fase moderada). Por su parte, el parámetro de suavizamiento ($\hat{\gamma}$) sugiere una transición suave, aunque similar a lo que ocurre en la mayoría de las aplicaciones empíricas, éste no es significativo (Van Dijk *et al.*, 2002). Finalmente, en los Cuadros B3, B4 y B5 del Anexo B se presentan los resultados de las pruebas de diagnóstico del modelo estimado, las cuales indican que no existen problemas de especificación¹⁷.

3.2 Ecuación de DINF

Similar a lo anterior, en el Cuadro B6 del Anexo B se muestran los resultados para la inflación de alimentos (DINF). Allí se aprecia que la especificación no lineal tipo STR es adecuada, la variable de transición seleccionada corresponde a $ENSO_{t-6}$ y la función de transición es exponencial. Posteriormente, se realiza la estimación de la ecuación (9), la cual incluye el ENSO y sus rezagos como variables exógenas. El Cuadro B7 del Anexo B muestra que las estimaciones de estos parámetros son significativas al 10%. Como resultado se destaca que el parámetro de localización (\hat{c}) es 1,585, lo cual indica que las variaciones de la función de transición del modelo se presentan en periodos en los que el fenómeno de El Niño tiene una fase fuerte. También se observa que dicha transición obtenida es suave ($\hat{\gamma} = 0,886$). Cabe señalar que las pruebas de diagnóstico presentadas en los Cuadros B8, B9 y B10 del Anexo B sugieren que las especificaciones y el modelo utilizado es apropiado.

En el Gráfico C1 del Anexo C se presenta la función y la variable de transición para la muestra analizada; se puede apreciar que valores de la función de transición cercanos a cero están asociados a altas magnitudes de ENSO, que a su vez corresponden a un fenómeno fuerte de El Niño. Adicionalmente, en el Cuadro C1 de dicho anexo se encuentran los módulos de las raíces dominantes del polinomio característico del modelo STR de DINF para distintos valores de la función de transición (G). Se observa un comportamiento local explosivo (módulos menores que uno) para magnitudes cercanas a cero de G , es decir, cuando ocurre un fenómeno de El Niño de intensidad fuerte. Sin embargo, para gran parte de los valores de la función de transición se tiene un comportamiento estacionario (módulos mayores que uno)¹⁸.

¹⁶ En este documento las estimaciones de los parámetros que no fueron significativos han sido eliminadas, a excepción de las constantes y los parámetros de suavizamiento y localización.

¹⁷ Estas pruebas son descritas en el Anexo E.

¹⁸ Tal como ocurre en este caso, es de notar que en contextos no lineales se pueden presentar comportamientos locales explosivos pese a que el proceso sea globalmente estacionario. Las pruebas de raíz unitaria sobre DINF, presentadas en los Cuadros 1 y 2, confirman que esta serie es globalmente estacionaria.

3.3 Análisis de impulso respuesta generalizado (GIRF)

Para cuantificar la respuesta en el crecimiento de la inflación anual de alimentos (DINF) ante choques relacionados con fenómenos climáticos (ENSO), se implementa un impulso-respuesta generalizado (GIRF) propuesto por Koop, Pesaran y Potter (1996), que se describe de manera detallada en Anexo F. La ventaja de dicha metodología consiste en incorporar al análisis de impulso-respuesta las características de los modelos no lineales como el STR. En particular, permite asimetrías asociadas al signo y tamaño del choque, y sus resultados pueden depender del tiempo en el que ocurra dicha perturbación¹⁹.

La estimación de la GIRF incluye todas las observaciones disponibles en la muestra como parte de la historia a analizar y cuatro choques sobre el ENSO (positivo moderado, negativo moderado, positivo fuerte y negativo fuerte); los positivos se asocian al fenómeno de El Niño y los negativos al de La Niña. Los choques fueron definidos así: positivo fuerte como el promedio de los valores de ENSO cuando es mayor a 1,5; positivo moderado como la media de los valores de esta variable que se encuentran entre 1 y 1,5; negativo fuerte como la media de valores menores al umbral -1,5; negativo moderado, la media del intervalo entre -1 y -1,5 (Gráfico A1 del Anexo A)²⁰. Para cada combinación de la historia y choques, se calculó la GIRF con horizontes de sesenta periodos y cien replicaciones.

En los Gráficos 2 y 3 se muestran las respuestas de los precios de alimentos (DINF) ante choques fuertes y moderados del ENSO, respectivamente. El panel superior de cada gráfico tiene la GIRF para choques positivos (fenómeno de El Niño), mientras que el panel inferior presenta las respuestas a choques negativos (fenómeno de La Niña). Dado que la significancia de la GIRF no se puede analizar con intervalos de confianza debido a sus comportamientos multimodales, es necesario utilizar regiones de alta densidad (HDR, por sus siglas en inglés). El gráfico de la respuesta para cada mes tiene dos regiones: una al 50% (gris oscuro) y otra al 95% (gris claro)²¹.

Se observa que la respuesta de DINF ante choques de ENSO es transitoria y solo es significativa para dos periodos, que corresponden al cuarto y quinto mes después del choque. También se destaca que los choques positivos tienen mayores efectos que los choques negativos, es decir, el impacto del fenómeno de El Niño es superior al de La Niña. Así, en este trabajo se encuentra evidencia estadística que soporta la respuesta asimétrica en el crecimiento de la inflación de alimentos ante choques en el ENSO.

Con base en las medianas asociadas a la GIRF se tiene que la respuesta de la DINF ante choques positivos fuertes (fenómeno de El Niño fuerte) de ENSO es aproximadamente de 72,5 y 100 puntos básicos (p.b.) para el cuarto y quinto mes después del choque, mientras que ante un fenómeno de El Niño moderado el efecto es cercano a 51 y 65 p.b. para el mismo número de periodos adelante. De esta manera, se tendría un efecto medio acumulado de

¹⁹ El impulso-respuesta tradicional (IRF) para modelos lineales exhibe dos características: simetría e independencia en el tiempo. La primera implica que un choque de magnitud $-\delta$ produce el mismo efecto que un choque de magnitud δ . La segunda implica que la respuesta de un choque no depende del periodo en el que se realice.

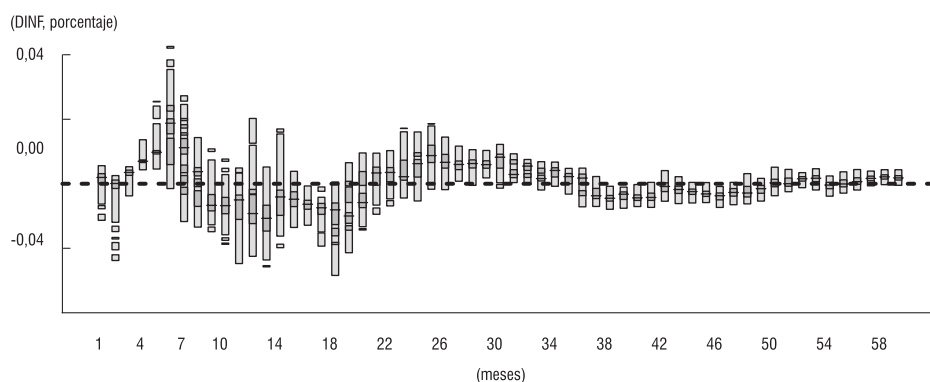
²⁰ Los valores de la variable ENSO entre -1 y 1 definen fenómenos de El Niño y La Niña débiles. Los impulsos-respuesta de los fenómenos climáticos de carácter débil sobre los precios de los alimentos no tuvieron significancia estadística, por lo que no se muestran en el documento.

²¹ La mediana se incorpora en el gráfico como una línea horizontal negra para cada momento.

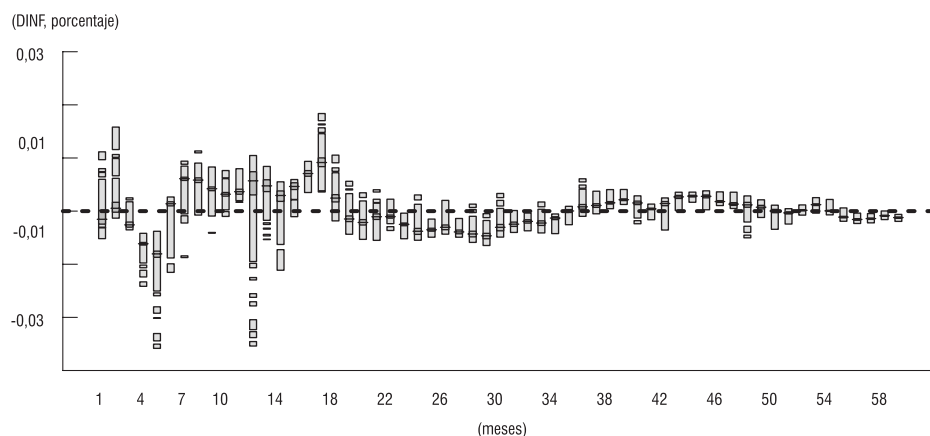
172,5 p.b. en los fenómenos de El Niño fuertes y de 116 p.b. en los moderados. Es importante mencionar que estas estimaciones son los valores medios del impacto, pero como se aprecia en el gráfico de impulso-respuesta el intervalo encontrado indica que en algunos episodios el impacto puede ser más elevado: por ejemplo, para el cuarto mes el impacto podría estar contenido entre 42,5 y 140 p.b. y para el quinto mes entre 47,5 y 272,5 p.b. En el caso de choques negativos, cuando son fuertes (La Niña fuerte) el impacto sobre la DINF es de -60 y -80 p.b., mientras que cuando son moderados su efecto es de -37,5 y -55 p.b. (gráficos 2 y 3)²².

Gráfico 2
GIRF de la DINF para un choque fuerte a ENSO

A. Choque positivo (El Niño)



B. Choque negativo (La Niña)

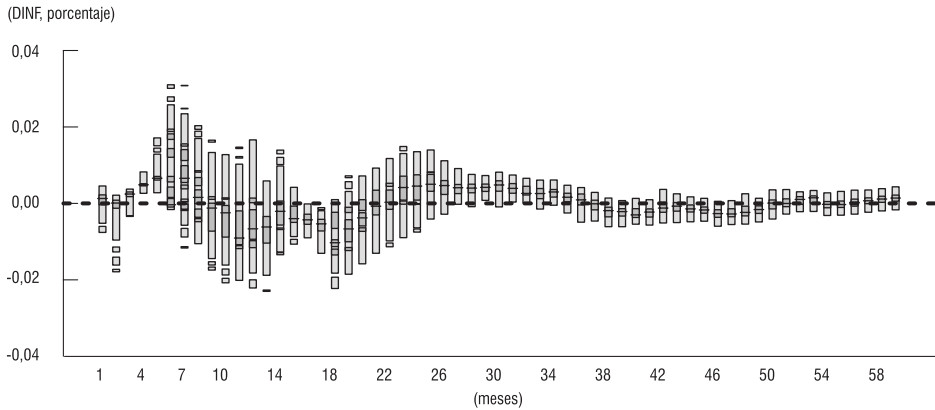


Fuente: cálculos propios.

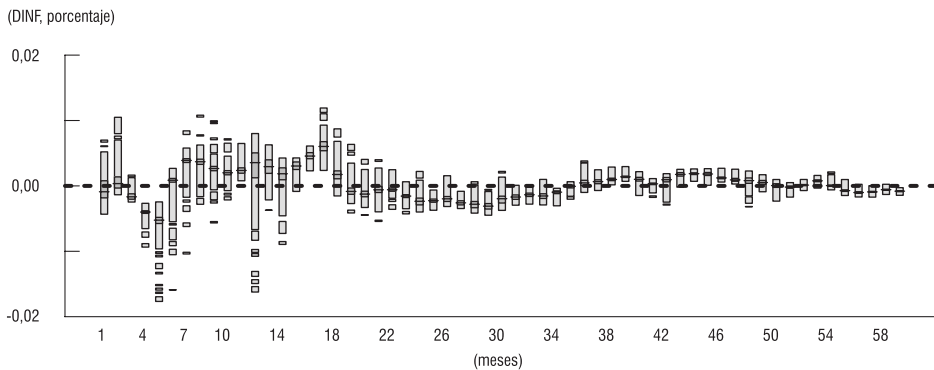
²² Es importante notar que la escala de los gráficos 2 y 3 de los GIRF están en términos porcentuales; por ejemplo: 0,04 equivale a 4% o 400 p.b.

Gráfico 3 GIRF de DINF para un choque moderado a ENSO

A. Choque positivo (El Niño)



B. Choque negativo (La Niña)



Fuente: cálculos propios.

Teniendo en cuenta que el ENSO tiene mayor incidencia en la variabilidad intra-anual de la precipitación y la temperatura media del aire en el trimestre diciembre-enero-febrero (Puertas y Carvajal, 2008), el modelo estimado en este documento sugiere que una vez observado el choque en dicho trimestre el impacto sobre el crecimiento de la inflación de alimentos se observaría de forma significativa hacia mitad del año (mayo-junio-julio), lo cual es coherente con lo que se ha observado en los últimos episodios del fenómeno de El Niño en Colombia.

4. COMENTARIOS FINALES

Los cambios climáticos han generado efectos en ámbitos sociales y económicos, en la producción y en la salud pública, en especial ante la presencia de eventos adversos. Son muchos los fenómenos climáticos que pueden repercutir en la sociedad en un momento determinado, pero en este trabajo se abordaron los fenómenos de El Niño y La Niña; en términos de la inflación, el estudio de este asunto toma relevancia, ya que dichos eventos alteran los precios de los alimentos y con ello el poder adquisitivo de los hogares colombianos.

La evidencia estadística encontrada en el presente trabajo sugiere que existen no linealidades en la evolución de la variable climática que mide el ENSO, lo que es coherente con el cambio climático y la presencia de fenómenos (El Niño o La Niña) cuya intensidad puede variar en el tiempo entre débil, moderada y fuerte de manera no lineal. Esto ratificó la implementación de los modelos de transición suave (STR), utilizados en esta investigación, para cuantificar el impacto de los fenómenos climáticos sobre la inflación de alimentos.

Entre los principales resultados encontrados en las estimaciones se destaca que los choques climáticos impactan el crecimiento de la inflación de alimentos de manera transitoria y que una vez se presenta el choque en el clima (sea El Niño o La Niña) los precios reaccionan significativamente entre cuatro y cinco meses después, cuando el fenómeno es de carácter moderado y fuerte. En el caso de fenómenos climáticos catalogados como débiles, se encontró que no tienen impacto significativo sobre los precios en ningún período. De acuerdo con Puertas y Carvajal (2008), estos fenómenos climáticos se presentan con mayor intensidad, en promedio, en el trimestre diciembre-enero-febrero, de tal manera que el modelo estimado en este trabajo sugiere que el impacto sobre el crecimiento de la inflación de alimentos se observaría de forma significativa hacia mitad del año (mayo-junio-julio).

La evidencia estadística muestra que la respuesta de la inflación de alimentos ante la presencia de dichos fenómenos es asimétrica y depende de manera importante del signo y tamaño del choque. Las estimaciones sugieren que los impactos de un fenómeno de El Niño fuerte sobre el crecimiento de la inflación de alimentos es aproximadamente de 72,5 y 100 p.b. para el cuarto y quinto mes después del choque, mientras que para un fenómeno de El Niño moderado el efecto es cercano a 51 y 65 p.b. para el mismo número de periodos adelante. Así, el efecto acumulado de un fenómeno de El Niño fuerte y moderado es de 172,5 y 116 p.b. en promedio, respectivamente. No obstante, los impactos máximos para El Niño fuerte podrían alcanzar niveles alrededor de 140 y 272,5 para el cuarto y quinto mes, es decir, un efecto acumulado de 412,5 p.b. Por su parte, en el caso del fenómeno de La Niña, fuerte y moderado, su impacto cuatro meses después del choque se sitúa en -60 y -37,5 p.b., respectivamente, y para el quinto mes las estimaciones indican -80 y -55p.b.

Por último, aunque el modelo presentado en este trabajo es de carácter econométrico y no tiene en cuenta otros aspectos económicos en el análisis, a continuación se comentan algunas posibles implicaciones de política, así como potenciales investigaciones futuras.

Para el caso de la política monetaria, tradicionalmente en un esquema de inflación objetivo el hacedor de política no debería intervenir ante choques de oferta como el fenómeno de El Niño y menos aun cuando su naturaleza es transitoria, como se plantea en este trabajo. No obstante, investigaciones como la de BIS (2009) y González, Jalil y

Romero (2010) muestran que la respuesta de la política monetaria a los choques de oferta en Colombia dista de ser un tema trivial. De hecho, en esos trabajos se sugiere que si dichos choques tienen gran magnitud su efecto puede propagarse a la inflación básica y a las expectativas de inflación, y es allí donde el banco central debe transmitir a los agentes que no permitirá mayores niveles de inflación, garantizando la estabilidad de la inflación y el producto, objetivos fundamentales de la política monetaria en Colombia.

Teniendo en cuenta lo anterior, una forma de mitigar los efectos del fenómeno de El Niño sobre los precios requiere de políticas públicas adicionales diseñadas para disminuir las consecuencias negativas del cambio climático, lo cual se vería reflejado no solo en los precios, sino en el bienestar de la sociedad. Por ejemplo, Cano (2014) propone los siguientes retos: i) el desarrollo de una agricultura menos costosa y de reducida intensidad en emisiones de gases de efecto invernadero mediante el menor uso de agroquímicos; ii) el desarrollo de una segunda generación de biocombustibles basada en materias primas que no compitan con la alimentación humana y animal, y iii) la ampliación de la frontera agrícola ambientalmente sostenible por medio del desarrollo de nuevos materiales genéticos resistentes a la sequía y tolerantes a la salinidad y a la acidez de los suelos. Esto, en un entorno institucional y una inversión en ciencia y tecnología que deberían fortalecerse con objetivos de largo plazo en busca del desarrollo sostenible de la economía colombiana.

Por otra parte, cabe señalar que una alternativa de corto plazo frente a las alzas transitorias en los precios, pero cuyas implicaciones no han sido exploradas en profundidad, sería la de importar alimentos y reducir los aranceles de aquellos cuyos precios aumentan desproporcionadamente en situaciones como las actuales. Aunque en este trabajo no se aborda esta cuestión, valdría la pena sostener el debate en el caso de algunos productos, pero para ello es necesario que tanto los productores nacionales como el gobierno generen los espacios de discusión sobre políticas de largo plazo y la sostenibilidad alimentaria del país.

De este estudio se desprenden algunos interrogantes que podrían ser analizados en agendas de investigación futuras. Por ejemplo, el impacto del fenómeno de El Niño sobre los diferentes productos de la canasta de alimentos puede ser heterogéneo, ya que algunos de los bienes son de carácter perecedero, mientras que otros son procesados. Algo similar ocurre si la clasificación que proviene de la oferta agrícola, pues esta se compone de cultivos permanentes y cultivos transitorios. Por otra parte, las características geográficas de Colombia hacen relevante el estudio del impacto a nivel regional, ya que en el país los patrones climáticos también cambian según el piso térmico y con ello el tipo de cultivo.

REFERENCIAS

- Berry, B.; Okulicz-Kozaryn, A. (2008). "Are there ENSO signals in the macroeconomy?", *Ecological Economics*, vol. 64, núm. 3, pp. 625-633.
- BIS (2009). "Monetary policy and the measurement of inflation: prices, wages and expectations", BIS Papers 49, Bank of International Settlements.
- Brunner, A. D. (2002). "El Niño and world primary commodity prices: warm water or hot air?", *Review of Economics and Statistics*, vol. 84, núm. 1, pp. 176-183.

- CAF (2000). *Las lecciones de El Niño, retos y propuestas para la región andina*, Colombia: Corporación Andina de Fomento.
- Caicedo, E. (2007). “El fenómeno de El Niño y su posible impacto en Colombia”, Reportes del Emisor, núm. 92, Banco de la República.
- Cano, C. G. (2014). “Carestía e inflación: qué esperar de la política agrícola y los gravámenes a la tierra y el carbono”, Borradores de Economía, núm. 836, Banco de la República.
- Chimeli, A.; De Souza, F.; Holanda, M.; Petterini, F. (2008). “Forecasting the impacts of climate variability: lessons from the rainfed corn market in Ceará, Brazil”, *Environment and Development Economics*, vol. 13, núm. 2, pp. 201-227.
- Davies, R. B. (1987). “Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternatives”, *Biometrika*, vol. 74, núm. 1, pp. 33-43.
- Davis, M. (2002). *Late Victorian holocausts: El Niño famines and the making of the third world*. Taylor & Francis.
- Eitrheim, O.; Teräsvirta, T. (1996). “Testing the adequacy of smooth transition autoregressive models”, *Journal of Econometrics*, vol. 74, núm. 1, pp. 59-75.
- Enders, W.; Ludlow, J. (2002). “Non-linear decay: tests for an attractor using a Fourier approximation”, The University of Alabama, Economics, Finance and Legal Studies.
- Godfrey, L. G. (1979). “Testing the adequacy of a time series model”, *Biometrika*, vol. 66, núm. 1, pp. 67-72.
- González, E.; Jalil, M.; Romero, J. V. (2010). “Inflación y expectativas de inflación en Colombia”, en E. López y M. T. Ramírez (eds.), *Formación de precios y salarios en Colombia*, Banco de la República, pp. 489-519.
- Grove, R. H.; Chappell, J. (2000). *El Niño: history and crisis, studies from the Asia Pacific Region*, Cambridge: White Horse Press.
- Hall, A. D.; Skalin, J.; Teräsvirta, T. (2001). “A nonlinear time series model of El Niño”, *Environmental Modelling & Software*, vol. 16, núm. 2, pp. 139-146.
- Jalil, M. A.; Melo, L. F. (2000). “Una relación no lineal entre inflación y los medios de pago”, Borradores de Economía, núm. 145, Banco de la República.
- Kapetanios, G.; Shin, Y.; Snell, A. (2003). “Testing for a unit root in the nonlinear star framework”, *Journal of Econometrics*, vol. 112, núm. 2, pp. 359-379.
- Koop, G.; Pesaran, M. H.; Potter, S. M. (1996). “Impulse response analysis in nonlinear multivariate models”, *Journal of Econometrics*, vol. 74, núm. 1, pp. 119-147.
- Laosuthi, T.; Selover, D. (2007). “Does El Niño affect business cycles?”, *Eastern Economic Journal*, vol. 33, núm. 1, pp. 21-42.
- Lin, C.-F. J.; Teräsvirta, T. (1994). “Testing the constancy of regression parameters against continuous structural change”, *Journal of Econometrics*, vol. 62, núm. 2, pp. 211-228.
- Lütkepohl, H. (2007). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, 2nd edition, New York: Springer.
- Luukkonen, R.; Saikkonen, P.; Teräsvirta, T. (1988). “Testing linearity against smooth transition autoregressive models”, *Biometrika*, vol. 75, núm. 3, pp. 491-499.
- Ministerio de Agricultura (2006). *Plan de prevención y mitigación de efectos del fenómeno de El Niño en el sector agropecuario*, Ministerio de Agricultura, Colombia.

- Pabón, J.; Zea, J.; León, G.; Hurtado, G.; González, O.; Montealegre, J. (2001). “La atmósfera, el tiempo y el clima”, en P. Leyva (ed.), *El medio ambiente en Colombia*, Ideam, pp. 38-86.
- Potter, S. M. (2000). “Nonlinear impulse response functions”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 24, núm. 10, pp. 1425-1446.
- Puertas, O. L.; Carvajal, Y. (2008). “Incidencia de El Niño oscilación del sur en la precipitación y la temperatura del aire en Colombia utilizando el Climate Explorer”, *Ingeniería & Desarrollo*, núm. 23, pp. 114-118.
- Restrepo, J.; Kjerfve, B. (2000). “Magdalena river: interannual variability (1975–1995) and revised water discharge and sediment load estimates”, *Journal of hydrology*, vol. 235, núm. 1, pp. 137-149.
- Sollis, R.; Leybourne, S.; Newbold, P. (1999). “Unit roots and asymmetric smooth transitions”, *Journal of Time Series Analysis*, vol. 20, núm. 6, pp. 671-677.
- Teräsvirta, T. (1994). “Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models”, *Journal of the American Statistical Association*, vol. 89, núm. 425, pp. 208-218.
- Teräsvirta, T. (1998). “Modelling economic relationships with smooth transition regressions”, en D. Giles y A. Ullah (eds.), *Handbook of Applied Economic Statistics*, Marcel Dekker, pp. 229-246.
- Ubilava, D. (2012a). “El Niño, la Niña, and world coffee price dynamics”, *Agricultural Economics*, vol. 43, núm. 1, pp. 17-26.
- Ubilava, D. (2012b). “Modeling nonlinearities in the US soybean-to-corn price ratio: a Smooth Transition Autoregression Approach”, *Agribusiness*, vol. 28, núm. 1, pp. 29-41.
- Ubilava, D.; Holt, M. (2013). “El Niño southern oscillation and its effects on world vegetable oil prices: assessing asymmetries using smooth transition models”, *Australian Journal of Agricultural and Resource Economics*, vol. 57, núm. 2, pp. 273-297.
- Van Dijk, D.; Franses, P. H. (1999). “Modeling multiple regimes in the business cycle”, *Macroeconomic dynamics*, vol. 3, núm. 3, pp. 311-340.
- Van Dijk, D.; Teräsvirta, T.; Franses, P. H. (2002). “Smooth transition autoregressive models – a survey of recent developments”, *Econometric Reviews*, vol. 21, núm. 1, pp. 1-47.
- Wang, C. (2002). “Atmospheric circulation cells associated with the El Niño southern oscillation”, *Journal of Climate*, vol. 15, núm. 4, pp. 399-419.

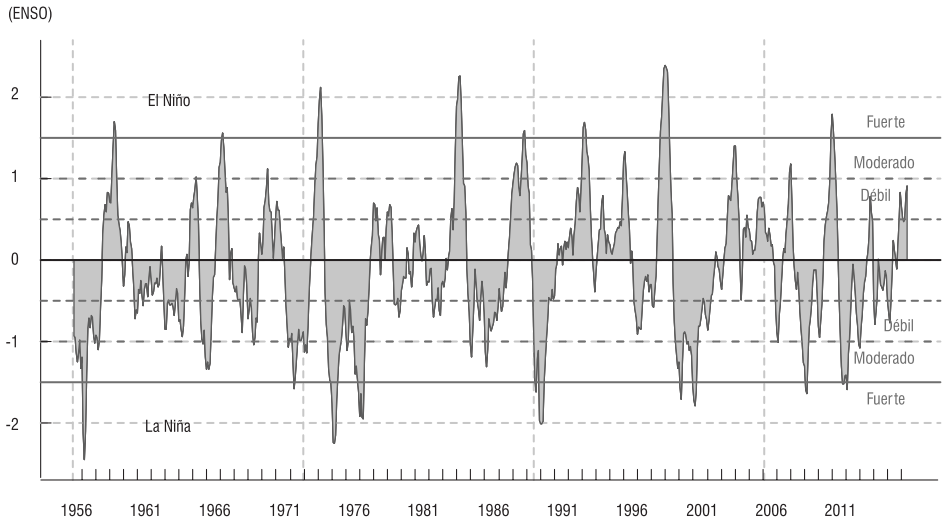
ANEXO A

Cuadro A1
Cronología de eventos en Colombia

Fechas	Episodio	Duración meses	Sin episodios meses	Observaciones
sep 49- ago 50	La Niña	12		
oct 50 - feb 51	La Niña	5	1	Dos La Niña seguidas
jul 51 - ene 52	El Niño	7	4	
ene 53 - feb 54	El Niño	14	11	Dos El Niño seguidos
may 54- dic 56	La Niña	32	2	
abr 57 - jul 58	El Niño	16	3	
nov 58 - mar 59	El Niño	5	3	
jun 63 - feb 64	El Niño	9	50	Tres El Niño seguidos
may 64 - ene 65	La Niña	9	2	
may 65 - abr 66	El Niño	12	1	
ago 68 - ene 70	El Niño	18	27	Dos El Niño seguidos
jul 70 - ene 72	La Niña	19	5	
may 72 - mar 73	El Niño	11	3	
may 73 - jul 74	La Niña	15	1	
oct 74 - abr 76	La Niña	19	2	Dos La Niña seguidas
sep 76 - feb 77	El Niño	6	4	
sep 77 - feb 78	El Niño	6	6	
may 82 - jun 83	El Niño	14	50	Tres El Niño seguidos
sep 83 - ene 84	La Niña	5	2	
oct 84 - sep 85	La Niña	12	8	Dos La Niña seguidas
ago 86 - feb 88	El Niño	19	10	
may 88 - may 89	La Niña	13	2	
may 91 - jun 92	El Niño	14	23	
sep 94 - mar 95	El Niño	7	26	Dos El Niño seguidos
sep 95 - mar 96	La Niña	7	5	
may 97 - abr 98	El Niño	12	13	
jul 98 - mar 01	La Niña	33	2	
may 02 - feb 03	El Niño	10	13	
jul 04 - ene 05	El Niño	7	16	Dos El Niño seguidos
nov 05 - mar 06	La Niña	5	9	
sep 06 - ene 07	El Niño	5	5	
ago 07 - jun 08	La Niña	11	6	
nov 08 - mar 09	La Niña	5	4	Dos La Niña seguidas
jul 09 - abr 10	El Niño	10	3	
jul 10 - abr 11	La Niña	10	2	
sep 11 - mar 12	La Niña	7	4	Dos La Niña seguidas
Promedio duración El Niño		10,6		Máxima duración 19 meses
Promedio duración La Niña		12,9		Máxima duración 33 meses
Promedio condiciones neutras		9,37		Máxima duración 50 meses

Fuente: NOAA; elaboración del Banco de la República para el *Informe de la Junta Directiva al Congreso de la República*, julio de 2014, recuadro 1, página 83.

Gráfico A1
Fenómenos de El Niño y La Niña según STT 3.4



Fuente: cálculos propios.

ANEXO B

Cuadro B1
Prueba de no-linealidad (LM) para ENSO

S_t	H_{01}	H_{04}	H_{03}	H_{02}	Modelo
$ENSO_{t-1}$	0,010823	0,802055	0,054113	0,003519	LSTR
$ENSO_{t-2}$	0,008834	0,747603	0,042484	0,104173	ESTR
$ENSO_{t-3}$	0,008880	0,189148	0,146092	0,009436	LSTR
$ENSO_{t-4}$	0,009958	0,088759	0,261193	0,013200	LSTR
$ENSO_{t-5}$	0,066109	0,402153	0,269741	0,029792	LSTR
$ENSO_{t-6}$	0,060781	0,618039	0,062639	0,068304	ESTR
$ENSO_{t-7}$	0,015279	0,121057	0,040124	0,128346	LSTR

Fuente: cálculos propios.

Cuadro B2
Estimación STR para ENSO

Variable dependiente: ENSO					Variable de transición: ENSO _{t-2}				
	Coef.	STD	Z	p-valor					
γ	0,670	0,493	1,360	0,174					
c	1,439	0,339	4,242	0,000					
Componente lineal					Componente no lineal				
	Coef.	STD	Z	p-valor	Coef.	STD	Z	p-valor	
Constante	0,113	0,049	2,295	0,022	Constante	-0,155	0,070	-2,234	0,025
$ENSO_{t-1}$	1,475	0,051	28,982	0,000	$ENSO_{t-1}$	-0,129	0,056	-2,315	0,021
$ENSO_{t-2}$	-0,571	0,059	-9,732	0,000	$ENSO_{t-3}$	0,144	0,054	2,668	0,008
$ENSO_{t-5}$	-0,070	0,041	-1,684	0,092	$ENSO_{t-5}$	0,099	0,048	2,054	0,040
$ENSO_{t-7}$	-0,060	0,021	-2,928	0,003					
STD inversa de ENSO				1,1963	R cuadrado				0,9328
Suma de errores al cuadrado (SSR)				33,5873	Errores estándar de los residuos				0,2178
Log Likelihood				33,2416	Var(Nolin)/Var(Lin)				0,9729
AIC				10,9924					
BIC				35,6271					

Fuente: cálculos propios.

Cuadro B3
Prueba de no-linealidad remanente para ENSO

Prueba	Num.	Den.	Estadístico F	p-valor
Eitrheim y Teräsvirta (1996)	12	694	0,419	0,9564

Ho: No hay no-linealidades remanente del tipo STR.
Fuente: cálculos propios

Cuadro B4
Prueba de no autocorrelación para ENSO

Rezagos	Estadístico F	p-valor
36	1,4782	0,0238
48	1,2864	0,0808
60	1,1983	0,1382
72	1,1029	0,2611

Ho: No hay autocorrelación.
Fuente: cálculos propios.

Cuadro B5
Prueba de parámetros constantes para ENSO

Prueba	Núm.	Den.	Estadístico F	p-valor
LM1	8	700	1,1290	0,3412
LM2	16	692	1,4400	0,1166
LM3	24	684	1,3509	0,1225

Ho: Todos los parámetros del modelo son constantes.
Fuente: cálculos propios.

Cuadro B6
Prueba de no-linealidad (LM) para DINP

S_i	H_{01}	H_{04}	H_{03}	H_{02}	Modelo
$ENSO_t$	0,967530	0,966613	0,244193	0,999997	ESTR
$ENSO_{t-1}$	0,814453	0,910285	0,094242	0,999121	ESTR
$ENSO_{t-2}$	0,217180	0,953056	0,002401	0,960585	ESTR
$ENSO_{t-3}$	0,027473	0,892902	0,000179	0,756724	ESTR
$ENSO_{t-4}$	0,005053	0,368059	0,000155	0,642963	ESTR
$ENSO_{t-5}$	0,000495	0,291759	0,00001	0,580430	ESTR
$ENSO_{t-6}$	0,000420	0,217074	0,000014	0,575274	ESTR
$ENSO_{t-7}$	0,001517	0,183764	0,000081	0,643870	ESTR

Fuente: cálculos propios.

Cuadro B7

Estimación STR para el crecimiento de la inflación de alimentos (DINF)

Variable Dependiente: Inflación de Alimentos (DINF)

Variable de transición: $ENSO_{t-6}$

	Coef.	STD	Z	p-valor		Coef.	STD	Z	p-valor
γ	0,886	0,376	2,358	0,018					
c	1,585	0,217	7,314	0,000					
	Componente Lineal					Componente no lineal			
	Coef.	STD	Z	p-valor		Coef.	STD	Z	p-valor
Constante	0,002	0,004	0,470	0,638	Constante	-0,003	0,005	-0,562	0,574
$DINF_{t-1}$	0,511	0,034	14,920	0,000	$DINF_{t-3}$	0,237	0,082	2,873	0,004
$DINF_{t-3}$	-0,257	0,070	-3,665	0,000	$DINF_{t-6}$	-0,069	0,039	-1,759	0,079
$DINF_{t-5}$	0,087	0,035	2,518	0,012	$DINF_{t-11}$	-0,159	0,087	-1,836	0,066
$DINF_{t-8}$	0,068	0,031	2,223	0,026	$DINF_{t-17}$	0,251	0,091	2,759	0,006
$DINF_{t-11}$	0,216	0,078	2,756	0,006	$DINF_{t-18}$	-0,074	0,043	-1,724	0,085
$DINF_{t-12}$	-0,770	0,037	-20,625	0,000	$DINF_{t-19}$	-0,324	0,099	-3,269	0,001
$DINF_{t-13}$	0,348	0,044	7,900	0,000	$DINF_{t-20}$	0,309	0,102	3,036	0,002
$DINF_{t-14}$	-0,058	0,030	-1,941	0,052	$DINF_{t-21}$	-0,250	0,086	-2,896	0,004
$DINF_{t-16}$	-0,068	0,030	-2,263	0,024	$DINF_{t-22}$	0,080	0,038	2,098	0,036
$DINF_{t-17}$	-0,199	0,079	-2,520	0,012	$ENSO_t$	0,025	0,007	3,395	0,001
$DINF_{t-19}$	0,354	0,087	4,059	0,000	$ENSO_{t-1}$	-0,042	0,013	-3,204	0,001
$DINF_{t-20}$	-0,254	0,092	-2,775	0,006	$ENSO_{t-2}$	0,033	0,013	2,474	0,013
$DINF_{t-21}$	0,191	0,073	2,632	0,008	$ENSO_{t-3}$	-0,019	0,009	-2,198	0,028
$DINF_{t-23}$	0,061	0,036	1,707	0,088	$ENSO_{t-6}$	-0,005	0,003	-1,686	0,092
$DINF_{t-24}$	-0,416	0,037	-11,191	0,000	$ENSO_{t-7}$	0,011	0,005	2,393	0,017
$DINF_{t-25}$	0,160	0,036	4,421	0,000					
$ENSO_t$	-0,024	0,006	-3,720	0,000					
$ENSO_{t-1}$	0,040	0,011	3,524	0,000					
$ENSO_{t-2}$	-0,033	0,012	-2,877	0,004					
$ENSO_{t-3}$	0,021	0,007	2,962	0,003					
$ENSO_{t-7}$	-0,008	0,004	-2,347	0,019					
STD inversa de DINF			1,2103		R Cuadrado				0,5906
Suma de errores al cuadrado (SSR)			0,1189		Errores estándar de los residuos				0,0134
Log Likelihood			0,1173		Var(Nolin)/Var(Lin)				0,5324
AIC			80,2860						
BIC			183,3334						

Fuente: cálculos propios.

Cuadro B8
Prueba de no-linealidad remanente para DINF

Prueba	Núm	Den	Estadístico F	p-valor
Eitrheim y Teräsvirta (1996)	45	614	1,3712	0,0577

Ho: No hay no-linealidades remanente del tipo STR.

Fuente: cálculos propios

Cuadro B9
Prueba de no autocorrelación para DINF

Rezagos	Estadístico F	p-valor
36	1,4782	0,5615
48	1,2864	0,7439
60	1,1983	0,6745
72	0,9878	0,7817

Ho: No hay autocorrelación.

Fuente: cálculos propios.

Cuadro B10
Prueba de parámetros constantes para DINF

Prueba	Núm.	Den.	Estadístico F	p-valor
LM1	32	629	0,7625	0,8255
LM2	64	597	0,7267	0,9442
LM3	96	565	0,7735	0,9401

Ho: Todos los parámetros del modelo son constantes.

Fuente: cálculos propios.

ANEXO C

Cuadro C1

Módulos de las raíces dominantes del polinomio característico del modelo STR de DINF para diferentes regímenes

G=0	G=0,2	G=0,4	G=0,6	G=0,8	G=1
0,991	0,999	1,007	1,017	1,028	1,023
0,991	0,999	1,007	1,017	1,028	1,023
1,002	1,009	1,017	1,024	1,03	1,031
1,002	1,009	1,017	1,024	1,03	1,031
1,007	1,017	1,023	1,029	1,031	1,031

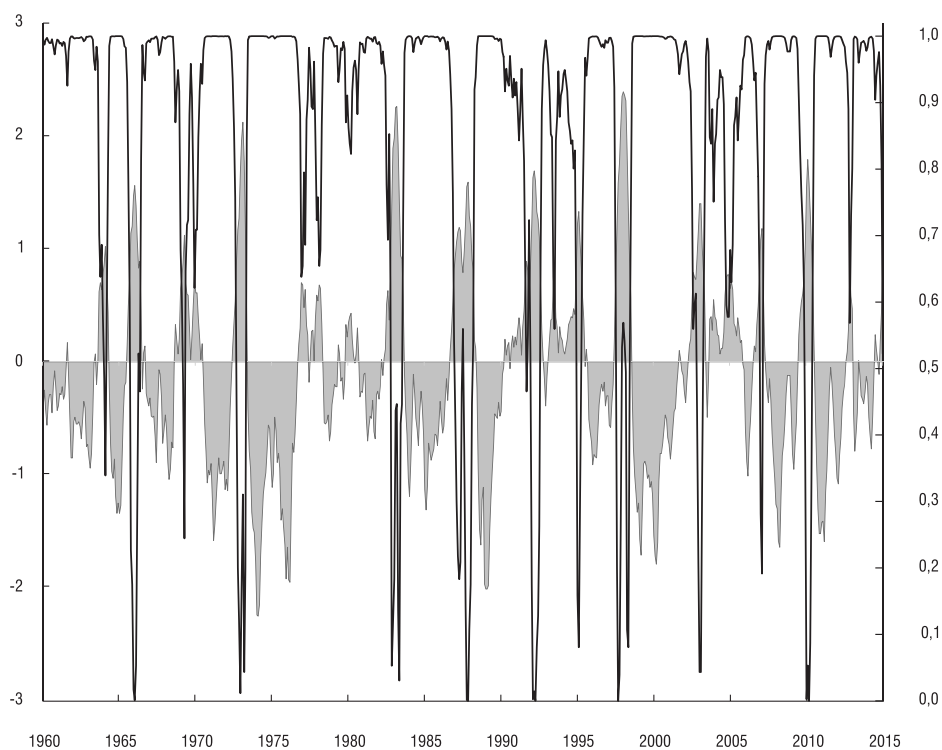
Nota: G corresponde a la función de transición. Las filas están asociadas a los módulos de las cinco raíces mayor dominantes.
Fuente: cálculos propios.

Gráfico C1

Función y variable de transición del modelo STR de DINF

(variable de transición - Sexto rezago de ENSO)

(función de Transición)



Fuente: cálculos propios.

ANEXO D

PRUEBA DE RAÍZ UNITARIA DE ENDERS & LUDLOW

Enders y Ludlow (2002) proponen una prueba de raíz unitaria que incorpora un modelo autorregresivo como función determinística del tiempo:

$$y_t = \alpha(t) y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{D.1}$$

donde ε_t es un proceso ruido blanco con varianza constante y $\alpha(t)$ es una función en el tiempo que puede ser no lineal. Aplicando una recursión sobre y_t , la ecuación (D.1) se puede representar como:

$$y_t = \varepsilon_t + \alpha(t) \varepsilon_{t-1} + \alpha(t) \alpha(t-1) \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha(t) \alpha(t-1) \dots \alpha(t-j) y_{t-j-1} \tag{D.2}$$

donde el decaimiento de la secuencia y_t requiere que,²³

$$p \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \prod_{j=0}^N \alpha(t-j) = 0 \tag{D.3}$$

De acuerdo con los autores, con el fin de lograr parsimonia se puede realizar la siguiente aproximación paramétrica:

$$\alpha(t) = a_0 + a_1 \sin\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) + b_1 \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) \tag{D.4}$$

donde T corresponde al número total de observaciones y k es un número entero entre 1 y $T/2$. De este modo, solo se deben encontrar valores apropiados para a_0 , a_1 , b_1 , y k . Generalizando la expresión (D.1) se tiene el siguiente proceso:

$$\Delta y_t = \alpha(t) y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{D.5}$$

Luego, reemplazando la ecuación (13) en (14) se obtiene:

$$\Delta y_t = \left[c + a_1 \sin\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) + b_1 \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) \right] y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \tag{D.6}$$

En este caso, se puede estimar k minimizando la suma de residuos al cuadrado asociados a la ecuación (D.6). Después se estiman los parámetros a_1 , b_1 , y $c = a_0 - 1$. El

²³ La forma de $\alpha(t)$ puede ser representada, bajo condiciones muy generales, mediante una serie de Fourier lo suficientemente larga.

siguiente paso es determinar si estos son significativos, mediante una serie de pruebas anidadas como lo sugieren Enders y Ludlow (2002)²⁴.

$$F_{all} \rightarrow H_0 : c = a_1 = b_1 = 0 \quad (D.7)$$

$$F_{trig} \rightarrow H_0 : a_1 = b_1 = 0 \quad (D.8)$$

$$c \rightarrow H_0 : c = 0 \quad (D.9)$$

$$cr \rightarrow H_0 : cr = r^2 / 4, \text{ donde } r = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (D.10)$$

Si el proceso que genera la serie tiene una raíz unitaria, se acepta la hipótesis nula asociada a las estadísticas F_{all} , F_{trig} y c . En caso contrario, cuando no existe una raíz unitaria las estadísticas F_{trig} y c servirán para especificar si se tienen decaimientos lineales ($a_1 = b_1 = 0$) o no lineales ($a_1 \neq 0$ ó $b_1 \neq 0$). La aceptación de la hipótesis nula asociada a la estadística cr indica que el proceso que genera la serie no cumple la condición $|a_0| < 1 + r^2 / 4$ y $r < 2$ ²⁵.

²⁴ Las estadísticas asociadas a estas pruebas de hipótesis son calculadas de la forma usual mediante las distribuciones F o t.

²⁵ Una descripción detallada de esta prueba se encuentra en Enders y Ludlow (2002) y Jalil y Melo (2000).

ANEXO E

PRUEBAS DE DIAGNÓSTICO DEL MODELO STR

Para verificar que se cumplen los supuestos sobre el residual y los parámetros del modelo no lineal STR se realizan las siguientes pruebas de diagnóstico.

Prueba de no autocorrelación de errores. Esta prueba, desarrollada por Teräsvirta (1998), es un caso especial de la prueba de autocorrelación propuesta por Godfrey (1979). El procedimiento parte de una regresión de los residuos $\hat{\varepsilon}_t$ en función de sus valores rezagados $t\varepsilon_{t-1}, \dots, \hat{\varepsilon}_{t-q}$ y las derivadas parciales de la función log-verosimilitud con respecto a los parámetros del modelo obtenidos en la regresión auxiliar. El estadístico de prueba es:

$$F_{LM} = \frac{(SSR_0 - SSR_1) / q}{(SSR_1) (T - k - q)} \quad (E.1)$$

donde k es el número de parámetros del modelo, q es el número de rezagos de los residuos, SSR_0 es la suma de los residuos al cuadrado del modelo STR y SSR_1 es la suma de los residuos al cuadrado de la regresión auxiliar.

Prueba de no-linealidad remanente. Una vez el modelo STR ha sido estimado, se debe verificar que no existan no linealidades adicionales. La alternativa propuesta por Eitrheim y Teräsvirta (1996) se define como:

$$y_t = \varphi'_1 \mathbf{x}_t + \varphi'_2 \mathbf{x}_t G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \varphi'_3 \mathbf{x}_t H(s_{2t}; \gamma, \mathbf{c}) + \varepsilon_t \quad (E.2)$$

donde G y H son funciones de transición asociadas a las variables de transición s_{1t} y s_{2t} . Adicionalmente, $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma^2)$. Para evaluar esta alternativa se utiliza la siguiente regresión auxiliar:

$$y_t = \varphi'_1 \mathbf{x}_t + \varphi'_2 \mathbf{x}_t G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \phi'_{31} \mathbf{x}_t s_{2t} + \phi'_{32} \mathbf{x}_t s_{2t}^2 + \phi'_{33} \mathbf{x}_t s_{2t}^3 + \varepsilon_t \quad (E.3)$$

El estadístico de prueba parte de una regresión de $\hat{\varepsilon}_t$ en función de $(\hat{\mathbf{x}}_t s_{2t}, \hat{\mathbf{x}}_t s_{2t}^2, \hat{\mathbf{x}}_t s_{2t}^3)$ y las derivadas parciales de la función log-verosimilitud con respecto a los parámetros del modelo. La hipótesis nula $\phi_{31} = \phi_{32} = \phi_{33} = 0$ representa la ausencia de no linealidades remanentes. Los estadísticos F asociados a esta prueba están dados de la misma forma que para el test de linealidad.

Posteriormente, Van Dijk y Franses (1999) proponen una alternativa a la metodología de Eitrheim y Teräsvirta (1996) que busca comparar un modelo STR de dos regímenes respecto a una posibilidad de multi-régimen (MRSTR). Aunque la idea de esta prueba es similar a la anterior (ecuación (21)), su representación es de la siguiente manera:

$$y_t = \varphi'_1 \mathbf{x}_t + \varphi'_2 \mathbf{x}_t G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \phi'_{31} \mathbf{x}_t s_{2t} + \phi'_{32} \mathbf{x}_t s_{2t}^2 + \phi'_{33} \mathbf{x}_t s_{2t}^3 + (\phi'_{34} \mathbf{x}_t s_{2t} + \phi'_{35} \mathbf{x}_t s_{2t}^2 + \phi'_{36} \mathbf{x}_t s_{2t}^3) G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \varepsilon_t \quad (E.4)$$

donde la hipótesis nula es formulada como $H_0 : \phi_{3i} = 0, i = 1, \dots, 6$.

Prueba de parámetros constantes. Con el objeto de contrastar la hipótesis nula de parámetros constantes frente a cambios suaves y continuos en los parámetros, se parte de la regresión presentada en la ecuación (23) con $s_{2t} = t^*$ donde $t^* = t/T - 1/2$:

$$y_t = \varphi'_1 \mathbf{x}_t + \varphi'_2 \mathbf{x}_t G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \sum_{j=1}^K \varphi'_{3j} \mathbf{x}_t (t^*)^j + \left[\sum_{j=1}^K \varphi'_{3j} \mathbf{x}_t (t^*)^j \right] G(s_{1t}; \gamma, \mathbf{c}) + \varepsilon_t \quad (\text{E.5})$$

La hipótesis nula es $H_0 : \phi_{3j} = 0, j = 1, \dots, K$ donde los estadísticos LM_1, LM_2 y LM_3 están asociados a diferentes valores de K . Lin y Teräsvirta (1994) muestran que la distribución estadística de la prueba (F) se mantiene.

ANEXO F

FUNCIÓN DE IMPULSO-RESPUESTA GENERALIZADA (GIRF)

Una forma de considerar el comportamiento dinámico de un modelo no lineal como el STR es examinando los efectos de choques ε_t sobre valores futuros de la serie de tiempo y_t . Este análisis se puede realizar mediante el uso de funciones de impulso-respuesta. Los impulsos-respuesta se definen como la diferencia entre dos pronósticos de y_t . En el primer pronóstico el proceso es afectado por un choque de tamaño δ en el momento t , mientras que en el segundo el choque no ocurre. Los choques en los periodos intermedios entre t y $t + h$ son cero en ambas realizaciones. Así, la función tradicional impulso-respuesta IRF está dada por:

$$IRF_y(h, \delta, t - 1) = E[y_{t+h} \mid \varepsilon_t = \delta, \varepsilon_{t+1} = \dots = \varepsilon_{t+h} = 0, y_{t+1}, y_{t+2}, \dots] - E[y_{t+h} \mid \varepsilon_t = 0, \varepsilon_{t+1} = \dots = \varepsilon_{t+h} = 0, y_{t+1}, y_{t+2}, \dots] \quad (F.1)$$

Para $h = 0, 1, 2, \dots$ esta función tiene algunas propiedades cuando el modelo subyacente es lineal. En primer lugar, la función IRF es *simétrica*, lo cual implica que un choque de tamaño $-\delta$ tiene exactamente un efecto opuesto pero de igual magnitud al de un choque de tamaño $+\delta$. Adicionalmente, es *lineal*, pues la respuesta es proporcional al tamaño del choque. Por último, el impulso-respuesta es *independiente en su historia* ya que no depende del periodo en el que se realice el choque²⁶.

En contraste con lo anterior, en modelos como el STR el impacto de un choque depende de la historia del proceso, del signo y de la magnitud del choque. Por lo tanto, el enfoque tradicional de impulso-respuesta no es adecuado para dicha modelación. Una alternativa metodológica, introducida por Koop *et al.* (1996), es la función impulso-respuesta generalizada (GIRF) en el contexto de modelos no lineales. La GIRF para un choque específico $\varepsilon_t = \delta$ con historia ω_{t-1} está definida como:

$$GIRF_y(h, \delta, \omega_{t-1}) = E[y_{t+h} \mid \varepsilon_t = \delta, \omega_{t-1}] - E[y_{t+h} \mid \omega_{t-1}] \quad (F.2)$$

Para $h = 0, 1, 2, \dots$, donde ω_{t-1} representa la historia del proceso en el periodo t . En esta definición el valor esperado está condicionado tanto al choque (δ) como a la historia particular o periodo en el que ocurre el choque (ω_{t-1}).

La GIRF es una función de h, δ y ω_{t-1} . Es importante notar que δ y ω_{t-1} son realizaciones de variables aleatorias ε_t y Ω_{t-1} . Koop *et al.* (1996) destacan que la $GIRF_y(h, \delta, \omega_{t-1})$ es en sí misma una realización de una variable aleatoria definida como:

$$GIRF_y(h, \varepsilon_t, \Omega_{t-1}) = E[y_{t+h} \mid \varepsilon_t = \delta, \Omega_{t-1}] - E[y_{t+h} \mid \Omega_{t-1}] \quad (F.3)$$

²⁶ Por ejemplo, en un modelo AR(1) $y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, el impulso-respuesta está dado por $IRF_y(h, \delta, t - 1) = \phi_1^h \delta$, para $h = 0, 1, 2, \dots$, el cual no depende de t .

La definición anterior permite diferentes versiones condicionales de interés potencial. Por ejemplo, se puede considerar solamente una historia particular w_{t-1} y tratar la GIRF como una variable aleatoria en términos de ε_t . También, se puede considerar la GIRF como variable aleatoria condicionada a subconjuntos S y H de choques e historias, respectivamente ($GIRF_y(h, S, H)$). Así, se puede condicionar a todas las historias en un régimen particular y considerar solamente choques negativos²⁷.

El choque asociado a la GIRF se puede realizar sobre variables endógenas y exógenas²⁸. En este caso, la metodología descrita anteriormente se mantiene tomando en consideración que deben existir dos sendas de valores pronosticados de las variables exógenas. En el primer componente del lado derecho de la ecuación (24) se debe incorporar la senda con choque, mientras que en el segundo componente la senda sin choque.

²⁷ Ver Koop *et al.* (1996) para una descripción detallada de las técnicas relevantes y Potter (2000) para más discusiones sobre la GIRF y sus posibles usos.

²⁸ En el caso lineal para modelos VAR, este análisis se encuentra desarrollado en detalle por Lütkepohl (2007), bajo el nombre de análisis de multiplicadores.

