



ENSAYOS

sobre política económica

El efecto Tanzi, la sustitución de monedas y la tasa de inflación óptima en Colombia

Natalia Salazar F.

Revista ESPE, No. 22, Art. 03, Junio de 1992
Páginas 83-108



Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por este concepto y además cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa del Editor de ESPE.

El efecto Tanzi, la sustitución de monedas y la tasa de inflación óptima en Colombia

Natalia Salazar F. *

Resumen

El objetivo de este trabajo consiste en generalizar el modelo tradicional de financiamiento del déficit del gobierno a través de la creación de dinero por parte del Banco Central, incluyendo los posibles efectos que tendrían sobre la tasa de inflación óptima la sustitución de monedas y la presencia de rezagos en la recolección de los impuestos. De acuerdo con los resultados empíricos, en Colombia, no hay evidencia clara en cuanto a la sustitución de monedas. Sin embargo, a través de un modelo sencillo de regresión lineal, se comprobó que existe un rezago de aproximadamente seis meses en la recolección de los impuestos. Este último aspecto lleva a que el gobierno incurra en una pérdida de ingresos reales cuando la inflación sobrepasa cierto nivel, el cual es de 40% en nuestro ejercicio.

* Las opiniones expresadas son de la responsabilidad exclusiva del autor. Se agradecen los comentarios de Oliver Bernal, Roberto Steiner y Rodrigo Suecún.

I Introducción

En los países en desarrollo, debido a la ausencia de un mercado de capitales relativamente desarrollado y la presencia de un limitado endeudamiento externo, los gobiernos han recurrido a la emisión de dinero para financiar parte de sus gastos. La emisión eleva el nivel general de precios, es decir, se traduce en inflación. Esta última equivale a un impuesto que pagan quienes poseen saldos monetarios y es el llamado impuesto inflacionario.

De acuerdo con el análisis convencional sobre el financiamiento del déficit del gobierno a través de la creación de dinero por parte del Banco Central, la tasa de inflación óptima, desde el punto de vista de las finanzas del gobierno, ha resultado ser, para el caso de los países en desarrollo, exageradamente elevada (aproximadamente del 100%)¹. Ello puede haber estimulado a estos gobiernos a recurrir, frecuentemente y de manera muy importante, a la inflación como medio para financiar sus déficit. Para Colombia, el cálculo realizado por Easterly (1991) encuentra que la inflación óptima es del 100%, aproximadamente. Por otra parte, podría tomarse la semielasticidad de la demanda por dinero a la tasa de interés nominal para el cálculo, suponiendo que esta última refleja los movimientos de la inflación (es decir, que la tasa de interés real es constante). Esta se ha calculado entre 0.9 y 1.1 (Edwards, 1985; Steiner, 1988), lo cual confirmaría el resultado anterior. En Colombia una tasa de inflación del 100% no ha sido alcanzada.

Sin embargo, la metodología tradicional sobrestima la tasa de inflación que maximiza los ingresos del gobierno. Algunos trabajos como el de Khan y Ramírez Rojas (1984) demuestran que si existe sustitución de monedas, la tasa de inflación óptima se puede reducir de los niveles de 100% y 150% a unos cercanos al 10% y 20%. Otros trabajos como los de Tanzi (1978) y Choudry (1991) sostienen que si existe rezago en la recolección de impuestos, la tasa de inflación que maximiza los ingresos totales del gobierno también se reducen bastante; incluso a tasas negativas para ciertos países.

Es decir, si se tiene en cuenta que la moneda extranjera puede resultar atractiva para protegerse contra el impuesto inflacionario, en presencia de una tasa de inflación elevada, los individuos sustituyen moneda local por extranjera ante cambios en las variables externas, como la devaluación esperada y la rentabilidad externa. La base sobre la cual

¹ Nos referimos aquí a la tasa de inflación que maximiza los ingresos totales del gobierno y no a la tasa de inflación que conduciría a una cantidad de dinero en circulación óptima (Friedman, 1969). La regla de Friedman establece que la política monetaria óptima es aquella que hace que la tasa de interés nominal sea cero. En este caso la tasa de crecimiento de los medios de pago sería igual a la tasa de inflación y estas dos serían iguales al negativo de la tasa de interés real. Para que esto se cumpla debe darse una tasa de crecimiento de los medios de pago negativa o lo que es igual una tasa de inflación negativa (deflación).

se recauda el impuesto inflacionario se reduce compensando las ganancias del gobierno al incrementar la tasa de inflación, y reduce así los ingresos totales del gobierno.

Por otra parte, en la mayoría de los países, los impuestos se recolectan con cierto rezago. Es decir, existe un lapso entre el momento en que aparece el evento impositivo y aquél en que se realiza efectivamente el pago. Debido a la existencia de inflación, estos rezagos se traducen en una reducción, en términos reales, de los ingresos del gobierno. Como se verá más adelante, mientras mayores sean la inflación, los rezagos y el tamaño de los impuestos, mayores serán las pérdidas de ingresos del gobierno.

En los países desarrollados, estos rezagos son pequeños (un mes, aproximadamente). Allí, la retención en la fuente es muy común en los impuestos directos, y el sistema es eficiente en la recolección de los impuestos indirectos. En cambio, en los países en desarrollo, este rezago resulta mayor, de seis meses aproximadamente (Choudry, 1991). En este último tipo de países, donde los rezagos son amplios y existen procesos inflacionarios importantes, puede suceder que a partir de cierta tasa de inflación, la pérdida de ingresos tributarios reales sea mayor que el incremento en los ingresos por concepto de impuesto inflacionario, haciendo que los ingresos totales del gobierno (ingresos tributarios más ingreso inflacionario) sean menores en términos reales. En este caso, de nuevo, la tasa de inflación óptima resulta menor que la deducida del modelo convencional. Este efecto conjunto de la inflación y de los rezagos en la recolección de impuestos se denomina en la literatura "el efecto Tanzi".

El objetivo de este trabajo es probar empíricamente la validez de los factores que llevan a que la tasa de inflación óptima sea menor que la calculada según el modelo convencional. Como ya se mencionó, según este último enfoque, en Colombia la tasa de inflación que maximiza impuesto inflacionario es aproximadamente de 100%. Intentamos probar si los fenómenos de sustitución de monedas y rezagos en la recolección se dan en la práctica en el país; de acuerdo con los resultados, pasamos a calcular la inflación que sería óptima desde el punto de vista de las finanzas del gobierno.

Se encontró lo siguiente: la devaluación no resulta ser una variable de incidencia importante sobre la demanda por M1. Esto nos llevaría a pensar que la sustitución de monedas en Colombia no es un fenómeno importante. Por el contrario, sí parece que existe un rezago de aproximadamente seis meses y medio en la recolección de los impuestos. Al tener en cuenta este efecto podemos ver que la inflación que maximiza los ingresos del gobierno pasa de un nivel de 90% a uno de 50%, es decir, el efecto del rezago sobre el valor real de los ingresos tributarios del gobierno es importante. Al levantar un supuesto hecho en el desarrollo teórico del ejercicio, según el cual el ingreso de la economía permanece constante, la inflación óptima se reduce un poco más, llegando a un nivel de 40%, aproximadamente.

En la siguiente sección se analizan los aspectos teóricos relacionados con los efectos de los rezagos en la recolección y de la sustitución de monedas sobre la tasa "óptima" de

inflación, y se comparan estos resultados con los obtenidos a partir del modelo convencional. Primero se deriva la inflación óptima al tener en cuenta la sustitución de monedas y luego teniendo en cuenta tanto ésta como los rezagos en la recolección de los impuestos. En la parte III, se realiza la estimación del modelo. Luego se realizan dos ejercicios adicionales. En la última parte se comentan los resultados y se presentan las conclusiones.

II Aspectos teóricos

A) Análisis convencional

El impuesto inflacionario en términos reales está dado por el crecimiento real del crédito del Banco Central al gobierno. En este trabajo suponemos que el crédito neto constituye la totalidad de la base monetaria y que el multiplicador de la base es una constante; por lo tanto, el monto de ingresos que se apropia el gobierno es igual a la tasa de crecimiento real de los medios de pago. Si se trabaja con cualquiera, los medios de pago (como lo hacemos aquí) o con la base, estamos asumiendo además que todo el impuesto inflacionario se lo apropia el gobierno, cosa que no ocurre en realidad, pues parte se lo apropian los bancos comerciales, por ejemplo (Steiner, Rincón y Saavedra, 1992). Por facilidad de análisis hacemos este supuesto ².

Tendríamos, entonces que:

$$\begin{aligned} R &= \frac{dM}{dt} * \frac{1}{P} \\ &= \frac{dM / dt}{M} * m \end{aligned} \tag{1}$$

donde M es el stock nominal de dinero doméstico, P el nivel de precios, m el stock de saldos reales en el momento t. De acuerdo con la ecuación (1) el impuesto inflacionario es igual a la tasa de crecimiento del crédito neto real del Banco Central al gobierno, la cual correspondería a la tasa del impuesto, multiplicada por el monto real de este crédito, el cual constituiría la base del impuesto ³.

² McClure (1986) calcula una tasa de inflación óptima cuando el gobierno no se apropia de la totalidad del impuesto inflacionario, sino que lo comparte con los bancos, en la medida en que la tasa de encaje no es exactamente 100%. Deduce una tasa de inflación óptima que depende, además de la semielasticidad de la demanda de dinero a la inflación, de la elasticidad del multiplicador a la tasa de interés nominal.

³ Recuérdese que no se está trabajando con el crédito neto en sí, sino con una proxy de éste, los medios de pago.

Ahora, la demanda de saldos reales puede definirse como:

$$\frac{M}{P} = f(\pi) = M_0 y^\alpha e^{-\beta \pi} \quad (2)$$

donde M_0 es una constante. El ingreso real se denomina y ; lo suponemos constante por facilidad de análisis ⁴. α y β son constantes positivas que representan la elasticidad ingreso y la semielasticidad a la tasa de inflación de la demanda por dinero, respectivamente ⁵. Para ser más rigurosos, deberíamos trabajar con la tasa de inflación esperada. Hacemos el supuesto que los agentes tienen expectativas racionales, es decir, que la inflación esperada es igual a la observada.

Bajo el supuesto que el mercado monetario está continuamente en equilibrio, y que, en el estado estacionario, la tasa de crecimiento en los medios de pago es igual a la tasa esperada de inflación tenemos que

$$R_\pi = \pi * [M_0 y^\alpha e^{-\beta \pi}] \quad (3)$$

Es decir, el impuesto inflacionario es igual a la tasa de inflación, multiplicada por los medios de pago en ese momento del tiempo. Dado el nivel de los medios de pago, un incremento en la tasa de inflación traerá un incremento en el ingreso inflacionario del gobierno. O, de igual manera, dada una tasa de inflación esperada, un incremento en los saldos reales traerá consigo un incremento del impuesto inflacionario. Sin embargo, los medios de pago son influenciados por las expectativas de inflación. A mayores expectativas de inflación, menor será la demanda por dinero, y por lo tanto, menores serán los saldos reales. La tasa de inflación puede seguir aumentando, pero llegará un momento en que la reducción en los saldos reales compensará el incremento en el ingreso inflacionario al incrementar la tasa del impuesto, es decir, la tasa de inflación.

Si queremos conocer la tasa de inflación que maximiza los ingresos por concepto de impuesto inflacionario, tenemos que derivar la ecuación (3) con respecto a π e igualar a 0 la expresión resultante, obteniendo

$$\pi^* = \frac{1}{\beta} \quad (4)$$

⁴ Friedman (1971) deriva la tasa de inflación óptima cuando el ingreso se supone variable. En este caso, la tasa óptima resulta, en todo caso, menor que la derivada en el modelo convencional. Para mayor detalle, y en la medida que aquí también, en la última parte del ejercicio, se levanta el supuesto, se puede ver el Anexo 1.

⁵ Nótese que se está excluyendo de la formulación de la demanda de dinero la tasa de interés nominal. Se está asumiendo que la tasa de interés real es constante (estaría incluida en el término constante) y por lo tanto, la tasa de interés nominal refleja los movimientos de la inflación. Esto puede ser el caso de Colombia, donde un activo alternativo sería el UPAC, cuya tasa de interés sigue la inflación.

donde π^* es la tasa de inflación óptima.

Es decir, la tasa de inflación que maximiza el impuesto inflacionario es igual al inverso de la semielasticidad de la demanda por saldos reales a la tasa de inflación.

B) Efecto de la sustitución de moneda sobre la tasa de inflación óptima

El modelo anterior es válido cuando se supone que existe sustitución entre dinero y bienes, únicamente. Ahora, pasamos a suponer que también puede existir sustitución entre moneda local y moneda extranjera. Este último fenómeno se da en países donde existe un mercado de capitales desarrollado. Sin embargo, hay evidencia de que en los países en desarrollo los agentes sustituyen moneda local por extranjera (Márquez, 1991; Ortiz, 1983; Ramírez Rojas, 1985). La moneda extranjera no solamente se utilizaría para realizar transacciones, sino también como una forma de cubrirse contra la inflación. Por lo tanto, las tenencias de dinero doméstico se verán afectadas por factores externos (devaluación esperada y rentabilidad externa). En términos generales, hay un consenso acerca de que el principal determinante de la sustitución de moneda local por externa son las expectativas de devaluación. Un incremento en la depreciación esperada de la moneda local llevará a que los individuos sustituyan esta última por moneda extranjera. Los saldos reales domésticos se reducen y entonces la base sobre la cual se recoge el impuesto inflacionario se disminuye.

En este caso, la demanda por dinero la definiremos de la siguiente manera ⁶:

$$\begin{aligned} \frac{M}{P} &= f(\pi, d) \\ &= M_0 y^\alpha e^{-(\beta\pi + \gamma d)} \end{aligned} \quad (5)$$

donde d es la tasa de devaluación y γ se interpreta como la semielasticidad de la demanda por dinero a la devaluación ⁷.

Reemplazando (5) en (3) obtenemos los ingresos por concepto de impuesto inflacionario, R_π . La tasa de inflación óptima se encuentra derivando esta expresión con respecto a π y haciendo ésta igual a 0.

$$\pi^* = \frac{1}{\beta + \gamma \frac{\partial d}{\partial \pi}} \quad (6)$$

⁶ El siguiente desarrollo se basa en un análisis realizado por Khan y Ramírez-Rojas (1984).

⁷ Como en el caso anterior, suponemos que existen expectativas racionales, es decir, que la tasa de inflación esperada es igual a la observada y la tasa de devaluación esperada es igual a la observada.

Podemos comparar este resultado con el que se deriva del modelo convencional, si definimos el signo de la derivada parcial de la devaluación con respecto a la inflación. Tenemos tres posibilidades

- a) $\frac{\partial d}{\partial \pi} = 0$
 b) $\frac{\partial d}{\partial \pi} < 0$
 c) $\frac{\partial d}{\partial \pi} > 0$
- (7)

En el caso a) tendríamos que la inflación óptima es la misma que se derivó en el caso convencional. En el caso b) tendríamos que la tasa de inflación óptima es mayor, pues el denominador se hace menor. Por último, en el tercer caso la tasa de inflación óptima es menor. Todo depende del signo de la derivada parcial de la devaluación con respecto a la inflación. Como nuestro objetivo no es desarrollar un modelo para la tasa de cambio, hacemos el supuesto de que en el largo plazo se da lo siguiente ⁸:

$$\frac{\partial d}{\partial \pi} = 1 \quad (8)$$

Reemplazando en (6) tenemos que

$$\pi^* = \frac{1}{\beta + \gamma} \quad (9)$$

Es decir, cuando los agentes tienen habilidad para sustituir moneda doméstica por extranjera, la inflación óptima ya no es igual al inverso de la semielasticidad de la demanda por dinero a la inflación. En este caso es menor, e igual al inverso de la suma de la semielasticidad de la demanda por saldos reales a la inflación y la semielasticidad de esta demanda a las expectativas de devaluación.

C) El efecto conjunto de la sustitución de monedas y los rezagos en la recolección de los impuestos

Pasamos a derivar el efecto de los rezagos sobre la tasa de inflación óptima ⁹. Suponemos que los impuestos dependen del ingreso de la economía y que

⁸ Correa (1992) demuestra que la teoría de Paridad Poder Adquisitivo se cumple en su versión débil, es decir, no en términos de los niveles de precios internos y externos, sino de inflaciones interna y externa. Esto justificaría la adopción de este supuesto.

⁹ En esta sección, nos basamos en un trabajo realizado por Choudry (1991), aunque incluiremos un efecto nuevo, el de la sustitución de monedas.

T_0 : valor real de los impuestos totales causados en el momento 0 ¹⁰. El índice de precios en este momento del tiempo será 1.

n : rezago promedio en meses

π : tasa de inflación anual

El gobierno recolectará, n periodos más adelante, un valor real de impuestos, T_π , expresado por:

$$T_\pi = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\pi}{12}\right)^n} = T_0 e^{-\theta\pi} \quad (10)$$

donde θ es el rezago expresado en años ¹¹ y es igual a $n/12$.

¿Cuál sería la pérdida real de ingresos del gobierno? La diferencia entre lo que recibió hoy y lo que causaron en $t=0$. Es decir

$$\delta_\pi = T_\pi - T_0 = T_\pi (1 - e^{\theta\pi}) \quad (11)$$

donde δ_π es un número negativo y representa la pérdida real de ingresos (con inflación positiva) ¹².

Como puede observarse, la erosión del ingreso real fiscal es mayor cuanto mayor es la tasa de inflación, π , mayor el rezago en la recolección de los impuestos, θ , y cuanto mayor sea el valor de los impuestos. Inclusive a una tasa de inflación moderada si existe un amplio rezago o si el tamaño de los impuestos es importante la pérdida puede ser cuantiosa.

El problema consiste entonces en maximizar el impuesto inflacionario *neto*, dado por el impuesto inflacionario, menos la pérdida de ingresos tributarios reales. Esto es equivalente a maximizar los ingresos totales del gobierno, es decir, maximizar la suma de los impuestos totales y el impuesto inflacionario. Suponemos de nuevo que estamos en estado estacionario. Tendríamos que los ingresos del gobierno pueden definirse así:

¹⁰ El sistema impositivo comprende varios tipos de impuestos, con diferentes tasas y bases. Cada impuesto tendrá un rezago. Sin embargo, en este trabajo utilizaremos el rezago para el agregado de los impuestos. Este puede calcularse a través de una regresión (como se verá más adelante), o bien, si se conocen los rezagos sobre cada tipo de impuestos se podría calcular un promedio ponderado de los diferentes rezagos.

¹¹ Se pasa de una a otra expresión al tomar el límite cuando n tiende a 0.

¹² Vale la pena aclarar que existen pérdidas por el lado de los ingresos, pero el gobierno también demora los pagos. Por este lado ganaría. Sin embargo, suponemos aquí que todos los pagos están indexados. Es decir, un contratista sabe que el gobierno se puede demorar en los pagos y entonces para cubrirse contra el efecto de este rezago en los pagos y la inflación, elevará el valor del contrato.

$$\begin{aligned} TR_x &= T_x + R_x \\ &= T_0 e^{-\theta\pi} + \pi M_0 y^\alpha e^{-(\beta\pi + \gamma\theta)} \end{aligned} \quad (12)$$

donde TR_x son los ingresos totales, T_x son los ingresos tributarios y R_x son los ingresos por concepto de impuesto inflacionario. En el máximo, tenemos que la derivada de TR_x con respecto a π es igual a 0. La tasa de inflación óptima en este caso es igual a

$$\pi^* = \frac{1}{\beta + \gamma + \theta \frac{T_x}{R_x}} \quad (13)$$

Como se puede observar, en la medida en que aparecen dos términos adicionales en el denominador, los cuales son positivos, ahora la tasa de inflación óptima es menor que la derivada en las secciones A y B. La tasa de inflación también depende del tamaño del rezago promedio en la recolección de impuestos y de la proporción de ingresos tributarios a ingreso inflacionario.

Tenemos que a mayor rezago, menor es la inflación óptima y a mayor proporción de ingresos fiscales a ingresos por concepto de impuesto inflacionario, menor es la inflación óptima. De igual manera, a mayor semielasticidad de la demanda por dinero a la inflación y mayor semielasticidad de ésta a la devaluación, menor es la inflación que maximiza los ingresos totales reales del gobierno.

III Aspectos empíricos

En esta sección se estiman los parámetros necesarios para conocer el valor de la tasa de inflación óptima. Primero se estima una función de demanda por dinero y se derivan los parámetros β y γ . Luego, a partir de un modelo sencillo, se estima un rezago promedio del sistema impositivo. A partir de estos parámetros se simula tasa de inflación óptima.

A) La demanda por dinero en una economía abierta

El propósito de esta sección es determinar si en Colombia se da sustitución entre moneda doméstica y otras monedas.

En muchos estudios la sustitución de monedas se ha tratado de probar introduciendo variables tales como la devaluación o la tasa de interés externa dentro de la especificación de demanda por dinero.

Arango y Nadiri (1981) demuestran que la demanda de dinero en una economía abierta, específicamente en Canadá, Alemania, Inglaterra y Estados Unidos, depende no solamente de factores internos, sino también de aspectos foráneos como la devaluación esperada y la tasa de interés externa. La demanda de dinero se deduce de un modelo de portafolio y tiene la especificación siguiente:

$$\ln m_t = a_0 + a_1 y_t + a_2 r_t^d + a_3 r_t^f + a_4 e_t + a_5 d_t^e + a_6 \pi_t^e + \mu_t \quad (14)$$

con $a_1, a_4 > 0$ y $a_2, a_3, a_5, a_6 < 0$

donde r_t^d y r_t^f son la tasa de interés nominal interna y externa, respectivamente, e_t es la tasa de cambio y el resto de las variables tienen el significado que se les dio anteriormente.

De la misma manera, para el caso de los Estados Unidos (Márquez, 1985), y posteriormente para el caso de Venezuela (Márquez, 1987), desarrolla funciones de demanda de dinero que incluyen factores externos como la devaluación esperada y la tasa de interés externa. Desarrolla un modelo en el cual se supone que los individuos buscan minimizar el costo en el cual incurren al mantener un cierto nivel de saldos monetarios. Es decir, los individuos requieren un nivel M^* de servicios monetarios, de modo que puedan cubrir las transacciones que necesitan. Muchas de estas transacciones son por naturaleza internacionales. Por lo tanto, los individuos desean mantener tanto moneda doméstica como extranjera. La composición que escojan dependerá de los costos asociados con el mantenimiento de cada uno de estos tipos de monedas. Tienen una restricción, el grado en que se sustituyen las dos monedas (tecnología de transacciones). El problema puede plantearse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \min \quad & r^d M^d + r^f M^f \\ \text{s.a.} \quad & T(M^d, M^f) \leq M^* \end{aligned} \quad (15)$$

donde r^d es el costo de oportunidad doméstico, r^f es el costo de oportunidad externo, M^d y M^f son los stocks de monedas doméstica y extranjera.

La solución a este problema arroja un nivel óptimo de M^{d*} y M^{f*}

$$\begin{aligned} M^{d*} &= M^d(r^d, r^f, M^*) \\ M^{f*} &= M^f(r^d, r^f, M^*) \end{aligned} \quad (16)$$

Como se mencionó, los cambios en las condiciones externas, expectativas de devaluación y rendimiento externo, alteran la composición del portafolio y así afectan las tenencias de dinero doméstico. Puede plantearse una función de demanda real por dinero, que sería afectada por el costo de oportunidad de mantener dinero doméstico, por el costo de oportunidad de mantener dinero externo, por el rendimiento de los activos denominados en moneda extranjera y por el ingreso real de la economía. Es decir,

$$\frac{M^d}{P} = f(r^d, r^f, d^e, y) \quad (17)$$

donde r^d es la tasa de interés doméstica, r^f es la tasa de interés externa y las demás variables tienen el significado anteriormente mencionado.

Si la sustitución solamente se da entre moneda (efectivo) extranjera y moneda doméstica, el factor externo que debe entrar en la especificación de demanda debe ser únicamente devaluación esperada. Si la sustitución se da entre moneda local y efectivo externo y/o activos denominados en moneda extranjera, que brindan un interés, se debe incluir el máximo entre $(r^f + d^e)$ y d^e , es decir $(r^f + d^e)$. La especificación econométrica del modelo planteado por Márquez es la siguiente ¹³:

$$\ln \left(\frac{M^d}{P} \right)_t = \ln m_t = M_0 + \alpha \ln y_t + \beta \pi_t + \gamma d_t \quad (18)$$

donde
 $\alpha > 0$ y $\beta, \gamma < 0$

Fasano-Filho, en Argentina, estimó en 1984 el siguiente modelo, con el fin de averiguar si existía sustitución o no en este país:

$$\ln m_t = a_0 + a_1 \ln y_t + a_2 \pi_t + a_3 d_t + \mu_t \quad (19)$$

donde las variables tienen el significado que se les dio anteriormente. Aquí las expectativas de devaluación fueron medidas como la diferencia de precios internos y externos, en logaritmos, ambos. En una segunda estimación, incluyó el diferencial de tasas de interés interna y externa como medida de devaluación. Los resultados empíricos muestran que en Argentina se da sustitución entre moneda doméstica y externa.

2. Resultados empíricos

Para Colombia, se estimó el modelo presentado por Arango y Nadiri. Como dijimos, la especificación de la demanda por dinero se deduce de un modelo de portafolio. Por lo tanto, en ella deben entrar los rendimientos de todos los activos considerados, en este

¹³ En el segundo modelo, Márquez desarrolla el problema de maximización en cuestión, al asignarle una función CES a la restricción del modelo. Deduce una especificación no lineal de la demanda de dinero. En ella se incluyen variables domésticas y externas como las expectativas de devaluación y la tasa de interés externa. El modelo se estima para Venezuela. La elasticidad de sustitución tiene el signo adecuado y es estadísticamente significativa.

caso, dinero, activos domésticos y activos extranjeros (entre ellos el dinero). Lo que se pudo concluir es que la devaluación observada (la cual se toma como proxy de las expectativas de devaluación) no resulta significativa dentro del modelo estimado. Se utilizó un procedimiento de mínimos cuadrados en dos etapas para tener en cuenta la posible simultaneidad entre la inflación y la devaluación. Como instrumentos se tomaron las variables que entran en el modelo, rezagadas. Los resultados se reportan a continuación en el Cuadro 1.

CUADRO 1

Demanda por dinero

Variable dependiente: $\ln(m)$

	C	ny	r'	r'	d	e	π	R2	D.W
1	4.08 (0.48)	0.36 (0.46)	-0.61 (-1.87)	0.06 (0.54)	-0.05 (-0.52)	0.05 (0.37)	-0.01 (-0.05)	0.53	2.46
2	1.04 (0.48)	0.64 (3.57)	-0.63 (-2.0)	0.04 (0.44)	-0.02 (-0.41)		0.02 (0.23)	0.61	2.38
3	1.47 (0.77)	0.60 (3.91)	-0.57 (-2.1)		-0.03 (-0.61)		0.03 (0.24)	0.63	2.40
4	-0.14 (-0.09)	0.76 (6.27)			-0.01 (-0.33)	-0.14 (-1.64)		0.67	1.83
5	1.10 (0.98)	0.63 (7.22)	-0.52 (-2.66)		-0.04 (-0.76)			0.65	2.38
6	1.88 (1.70)	0.62 (6.88)			0.04 (0.70)			0.63	1.84

El modelo 1 incluye todas las variables. Los siguientes van excluyendo variables que no resultan significativas dentro del modelo. Como puede verse, en ningún modelo la devaluación resulta significativa. Incluso al incluir la devaluación, únicamente, su coeficiente no parece ser diferente de 0. Esto indicaría que la demanda de dinero no responde a las expectativas de devaluación.

Por lo tanto, en este ejercicio se estimará una demanda convencional. En el modelo, β recogerá el efecto de la inflación sobre la demanda de dinero y consideraremos que β es igual a 0. A continuación reportamos los resultados obtenidos en este ejercicio. Sin embargo, vale la pena comentar lo siguiente. Supusimos que la tasa de interés nominal refleja los movimientos en la inflación, es decir que la tasa de interés real permanece constante (este término aparecería entonces reflejado en la constante). Por lo tanto, estimaremos una demanda de dinero convencional, en donde incluimos el PIB real y la tasa de interés nominal. El coeficiente de esta última variable corresponde al coeficiente de la inflación, es decir, a β .

La estimación se realizó para el período 1980:1-1992:1, trimestralmente. Las series utilizadas en esta estimación son las siguientes. Como indicador de saldos reales se tomó M1 deflactado por el índice de precios al consumidor; como indicador del ingreso real se tomó el PIB real trimestralizado por Planeación. Se tomó como índice de precios el índice de precios al consumidor. La tasa de interés de los CDT se tomó como costo de oportunidad.

Para evitar problemas de relación espúrea se hizo una prueba de raíz unitaria sobre las diferentes series. Como puede observarse en el Cuadro 2, tanto el logaritmo de los saldos reales, como el PIB real y la tasa de interés no rechazan la prueba de raíz unitaria al 5% de significancia, salvo la tasa de interés que acepta la prueba al 10%.

CUADRO 2

Pruebas de raíz unitaria

Variable	ln m	ln y	$\hat{\rho}$
Coefficiente var.	-0.10	-0.97	-0.39
Rezagada	(-1.41)	(-2.63)	(-2.72)
Incluyendo constante	Sí	Sí	Sí
Incluyendo tendencia	No	Sí	No
No. rezagos	8	12	4
Estadístico Q	0.92	0.71	0.77

Como todas las series poseen una raíz unitaria, se requiere realizar un análisis de cointegración, en lugar de un análisis de regresión tradicional. Este consiste en correr la regresión en cuestión y hacer una prueba de raíz unitaria sobre los errores que ésta arroja. Se realizó una prueba de Phillips, en la cual en la regresión de cointegración se incluye, además de una constante, una variable de tendencia. Los resultados se muestran en el Cuadro 3.

Como puede observarse, las tres variables están cointegradas al 5% de confianza. Esto confirma los resultados encontrados por Suescún y Misas (1992). Ellos demuestran también que existe una relación de largo plazo estable entre M1 y variables domésticas, como el PIB real, la tasa de interés y el nivel de precios. Es decir, estas variables están cointegradas y la relación entre ellas ha sido estable en el tiempo. Si la devaluación fuera un fenómeno importante en el comportamiento de la demanda por dinero, la cointegración entre M1, el PIB real, la tasa de interés y el nivel de precios no sería tan clara ni estable. Es decir, la devaluación, si fuera importante, quedaría incluida en el término de

error, el cual mostraría un patrón determinado, debido a que recogería sistemáticamente el efecto de la devaluación sobre la demanda de dinero, y no resultaría estacionario, lo cual se requiere para la prueba de cointegración. Esto demuestra que las variables consideradas hasta ahora en la demanda de dinero sí explican el comportamiento de ésta y no parece haber evidencia de la ausencia de un término en su especificación.

CUADRO 3

Ecuación de cointegración

Variable dependiente: ln m

Variables independientes						Phillips	
	const	log y	r ⁱ	tend	R ²	D.W	estadístico
							-4.95
Coef.	-8.77	1.56	-1.12	0.008	0.80	1.97	Val. crítico
t-test	(-4.00)	(8.25)	(-3.58)	(-4.92)			-4.15
							Valor Q
							0.40

El coeficiente de la tasa de interés nominal, que asumiremos en este caso es el coeficiente β, se encuentra a los alrededores de -1.12. Este resultado es muy similar a los encontrados para Colombia en otros trabajos de demanda por dinero. Este resultado se utilizará más tarde en el cálculo de la inflación óptima en Colombia.

B) Los rezagos en la recolección de los impuestos

1. Especificación econométrica

Se reescribe a continuación la ecuación (10).

$$T_n = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{\pi}{12}\right)^n} = T_0 e^{-\theta n} \tag{20}$$

Al tomar logaritmos de lado y lado de la ecuación se obtiene

$$\ln T_n = \ln T_0 - \theta n \tag{21}$$

Además, hacemos el supuesto de que los impuestos totales reales en $t=0$ son una proporción λ del ingreso de ese período ¹⁴, es decir

$$T_0 = \lambda y_0 \quad (22)$$

Reemplazando (22) en (21) tendríamos que

$$\ln T_x = C + \ln y - \theta \pi + \mu \quad (23)$$

donde T_x corresponde a los impuestos totales en términos reales, y_0 es el ingreso real de la economía (el ingreso cuando el índice de precios es 1), π es la tasa de inflación de la economía, θ es un número positivo y μ es un término de error. Esta será la ecuación que estimaremos. El coeficiente de la inflación es el rezago en la recolección de impuestos ¹⁵.

Esta ecuación presenta varios problemas. El primero es que dentro de la especificación que explica el comportamiento de los ingresos tributarios totales, no se están incluyendo variables esenciales como son la evolución de la tasa de tributación, ni variables que recojan los efectos de las reformas tributarias llevadas a cabo en Colombia, desde 1970, año desde el cual se estima el modelo. Podríamos escoger un período más corto (durante el cual no hubiese reforma) pero con una mayor frecuencia en las observaciones, por ejemplo, datos trimestrales. Sin embargo, los problemas de estacionalidad serían muy grandes. Al graficar el recaudo se obtiene un comportamiento fluctuante. En general, en la primera parte del año el recaudo de impuestos es bajo, hacia la mitad del año éste se incrementa y al final cae de nuevo. Esta estacionalidad podría afectar la estimación del rezago.

Otra desventaja reside en trabajar con una muestra larga, desde 1970. Al estar promediando sobre 20 años, el rezago que se encuentra puede resultar elevado, y, hay que tener en cuenta que se han tomado, en los últimos años, medidas que de una manera u otra pueden haber llevado a la reducción del rezago. Por ejemplo, el impuesto de retención en la fuente gana cada vez más importancia dentro de los ingresos totales del gobierno (por ejemplo, en 1990 el 45% de ingresos que se recaudaron por concepto de impuesto a la renta vino de retenciones) y éste, es un impuesto que tiene un menor rezago. En este momento el impuesto IVA se transfiere cada dos meses al gobierno. Los pagos del impuesto de renta de los grandes contribuyentes se ha dividido en 5 pagos anuales (hace un año sólo eran tres). Como puede observarse todo este tipo de medidas tienden a reducir el lapso entre el momento de la causación y el momento del pago de los impuestos. Es probable que la estimación se vea entonces un poco sesgada a sobrestimar el rezago por el hecho de considerar una muestra larga.

¹⁴ Esto es obvio en el caso del impuesto a la renta. La elasticidad con respecto al ingreso estará a los alrededores de 1. Esto no es tan claro para el caso de los impuestos totales.

¹⁵ Para mayor detalle veáse Choudry (1991).

2. Resultados empíricos

A continuación presentamos los resultados obtenidos sobre los rezagos en la recolección de impuestos del caso colombiano, para el período 1970-1991. Se tomó, por una parte, el impuesto de renta, y por otro, la suma de impuesto de renta, impuesto IVA (interno y externo), impuesto de aduanas y ad-valorem a la gasolina como indicador de los ingresos tributarios totales. La información corresponde a ingresos recaudados. Estos ingresos se deflactaron por el índice de precios al consumidor. El ingreso es el PIB real de la economía y la inflación se calculó como la tasa de crecimiento en el IPC. En el Cuadro 4 presentamos tres modelos estimados.

El primero trata de estimar el rezago para el impuesto de renta. Como puede observarse la elasticidad al ingreso es de aproximadamente 1, como se esperaba. El rezago es de 10 meses, aproximadamente, lo cual también se esperaba, debido a que el impuesto de renta se recauda sobre el ingreso del año anterior. Sin embargo, la regresión tiene problemas de autocorrelación. La segunda regresión estima el rezago para los impuestos totales. Lo que puede observarse es que la elasticidad al ingreso es demasiado elevada. Con el fin de corregir este problema, se introdujeron variables dummy de manera que capten los efectos de las reformas de 1974, 1983, 1984 y 1986. Se guardó aquella que resultó significativa. Los resultados se muestran en la columna tercera¹⁶. Como puede observarse, la elasticidad al ingreso sigue siendo un poco alta, 1.13, aunque no como en el caso anterior. El rezago es de 0.6 años, lo cual equivale a seis meses y medio. Con la introducción de la dummy el problema de autocorrelación de los residuos se corrige.

CUADRO 4

Estimación del rezago

Variable dependiente	ln (renta)	ln(T _t)	ln(T _t)
Constante	-3.17 (-1.45)	-10.23 (-5.94)	-4.27 (-3.21)
ln y	1.00 (5.78)	1.80 (11.88)	1.13 (10.82)
π	-0.86 (-1.20)	-0.87 (-1.46)	-0.80 (-1.80)
D86			0.34 (8.51)
R ²	0.70	0.91	0.95
D.W.	0.41	0.37	1.93

¹⁶ Esta dummy se puede unir con la constante. Es decir, a la constante se le adiciona el coeficiente de la dummy multiplicado por 1, que es el valor que la dummy tomaría.

C) La tasa de inflación que maximiza los ingresos del gobierno

1. Análisis tradicional

Como se mencionó en la parte empírica, la devaluación no es una variable importante en la explicación de la demanda por dinero en Colombia, lo cual nos llevaría a concluir que la sustitución de monedas no es un fenómeno importante. Por lo tanto, sólo podremos tener en cuenta el efecto de la inflación y de los rezagos en el cálculo de la inflación óptima.

De acuerdo con la estimación de la demanda por dinero se tiene que la semielasticidad de ésta a la tasa de inflación (β) es igual a 1.12 (en valor absoluto). La tasa de inflación óptima se sitúa entonces a los alrededores de 89%, valor similar a lo encontrado por Easterly (1991). Es decir, para tasas de inflación menores al 89%, el incremento en el recaudo del impuesto inflacionario supera la caída en los saldos reales que se da al tener una tasa de inflación elevada. En términos marginales el gobierno está ganando y por lo tanto puede seguir incrementando la inflación. Pero, para tasas de inflación mayores a 89%, el incremento en el recaudo del impuesto inflacionario es más que compensado por la caída en los saldos reales. En este caso, el gobierno, en términos marginales, está perdiendo y por lo tanto debe reducir la inflación.

2. Teniendo en cuenta los rezagos en la recolección de impuesto

La ecuación (13) nos permite calcular la inflación óptima cuando existen rezagos en la recolección de impuestos. Sin embargo, no podemos conocer directamente esta tasa óptima de la expresión anterior debido a que tanto R_x como T_x dependen del valor de π^* , y no de π actual, y este valor no se conoce todavía. Sin embargo, sabemos que en el máximo se cumple lo siguiente:

$$-\frac{\partial T}{\partial \pi} = \frac{\partial R}{\partial \pi} \quad (24)$$

$$\theta e^c y^\alpha e^{-\theta \pi} = (1 - (\alpha + \beta)) \pi e^{M_0} Y^\alpha e^{-(\beta \pi + \gamma \phi)}$$

Todos los términos los conocemos con base en las estimaciones hechas anteriormente, salvo la tasa de inflación. Sin embargo, podemos simular para varias tasas de inflación cada uno de los términos en (24). Como ingreso tomamos el último ingreso de la economía en términos reales, los términos de la demanda por dinero corresponden a la estimación reportada en el Cuadro 3 y los términos de la ecuación de ingresos tributarios corresponde a la tercera estimación del Cuadro 4.

Otra forma de llegar a esta tasa de inflación óptima es la siguiente. Sabemos que los ingresos totales del gobierno, TR_x , son los ingresos tributarios, T_x , más el ingreso inflacionario, R_x . De igual manera, todos los términos los conocemos y podemos ver para qué tasa se maximizan estos ingresos. Los resultados se presentan en los Cuadros 5 y 6, y en los Gráficos 1 y 2.

GRAFICO 1
Ingresos marginales

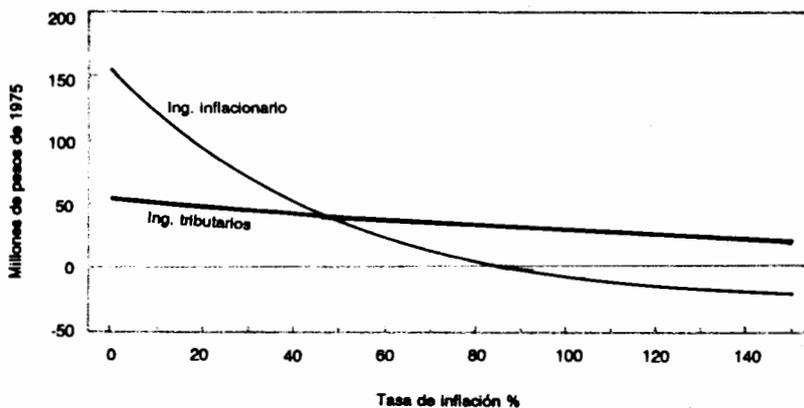
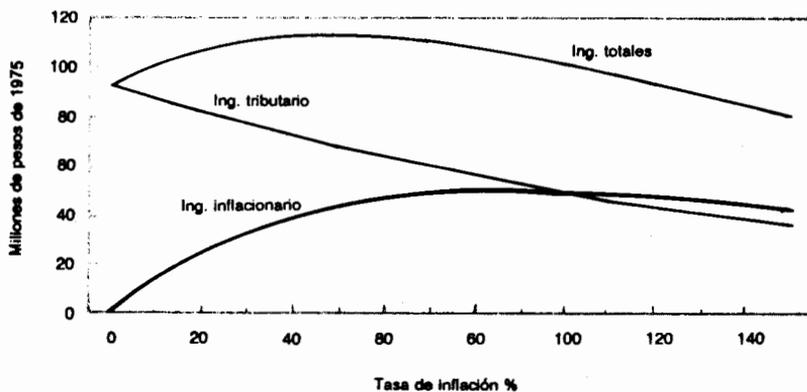


GRAFICO 2
Ingresos del Gobierno



Como puede observarse en el Cuadro 5 y el Gráfico 1, los ingresos tributarios marginales y los ingresos inflacionarios marginales (con signo negativo) se igualan a una tasa de inflación del 50%, aproximadamente. En el Gráfico 1 se grafican estos dos términos y confirmamos este resultado.

Según se aprecia en el Cuadro 6 y en el Gráfico 2, los ingresos por concepto de impuesto inflacionario, R_x se maximizan a una tasa del 90%, aproximadamente. Los ingresos tributarios T_x se maximizan a una tasa del 0%. Sin embargo, para tasas entre 0 y 50%, las pérdidas reales por rezagos e inflación son menores que el incremento en impuesto inflacionario al aumentar la tasa de inflación. Solamente a partir de una tasa de inflación del 50% sucede lo contrario. Es entonces esta tasa la óptima desde el punto de vista de las finanzas del gobierno.

CUADRO 5

Ingresos marginales

Rezago en recolección de impuestos

Constante:	-3.93566	
Elasticidad-ingreso:	1.136998	
Semielasticidad-inflación:	0.608227	(valor absoluto)
PIB real (anual):	751246	

Demanda de dinero

Constante:	-9.17222	
Elasticidad-ingreso:	1.562329	
Semielasticidad-inflación:	1.123831	(valor absoluto)
PIB real (anual):	751246	
Crecimiento PIB:	0.05	

π	R'_x	T'_x
0	157202	56962
10	124703	53601
20	97337	50438
30	74379	47461
40	55203	44661
50	39263	42025
60	26088	39545
70	15270	37212
80	6457	35016
90	-655	32950
100	-6327	31005
110	-10787	29176
120	-14226	27454
130	-16813	25834
140	-18689	24309
150	-19976	22875

El efecto de los rezagos es bastante importante, como puede verse. Sin embargo, el término que afecta la tasa de inflación óptima no es simplemente el rezago en sí mismo, sino el rezago multiplicado por la proporción de los ingresos tributarios al impuesto inflacionario. Esta proporción es más o menos de 5:1. Entonces lo que parece estar sucediendo es que un punto de inflación eleva el impuesto inflacionario, efectivamente, pero los ingresos tributarios son tan grandes (con respecto al impuesto inflacionario), que la pérdida de ingresos reales es muy elevada (recuerde que la pérdida dependía de la tasa de inflación, del rezago y del valor de los ingresos tributarios totales). Por lo tanto, la inflación que maximiza los ingresos totales del gobierno es una inflación cercana al 50%.

CUADRO 6

Ingresos del gobierno

Rezago en recolección de impuestos	
Constante:	-3.93566
Elasticidad-ingreso:	1.136998
Semielasticidad-inflación:	0.608227 (valor absoluto)
PIB real (anual):	751246
Demanda de dinero	
Constante:	-9.17222
Elasticidad-ingreso:	1.562329
Semielasticidad-inflación:	1.123831 (valor absoluto)
PIB real (anual):	751246
Crecimiento PIB:	0.05

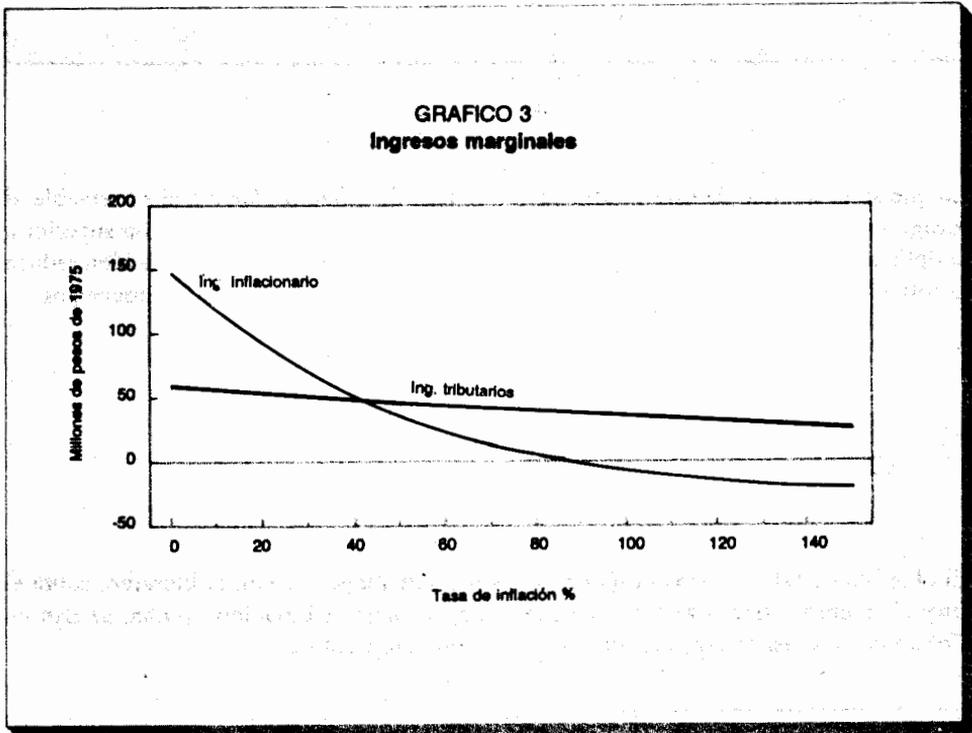
π	T_x	R_x	TR_x
0	93652	0	93652
10	88126	14049	102175
20	82926	25112	108037
30	78032	33663	111696
40	73428	40113	113541
50	69095	44812	113906
60	65017	48058	113075
70	61181	50108	111289
80	57570	51179	108749
90	54173	51456	105629
100	50976	51096	102072
110	47968	50231	98199
120	45138	48972	94110
130	42474	47414	89888
140	39968	45634	85601
150	37609	43696	81305

IV Dos ejercicios adicionales

A) Si el ingreso se considera variable

Un supuesto que mantuvimos a todo lo largo del ejercicio es que el ingreso permanecía constante. Ahora levantamos este supuesto y vemos lo que sucedería con la inflación óptima. El ejercicio matemático se le debe a Friedman (1971) y lo reportamos en detalle en el Anexo 1.

Como puede observarse, esto reduce aún más la inflación óptima del gobierno. Al introducir este aspecto en el ejercicio de simulación presentado en la sección anterior, tenemos que la inflación se reduce más o menos en 8 puntos porcentuales más, si consideramos una tasa de crecimiento del producto de 5%. Esta se sitúa ahora a los alrededores del 42%, como puede observarse en el Gráfico 3.



B) Si el gobierno reduce el rezago en la recolección de los impuestos

En esta última parte del ejercicio, tratamos de ver cuál es la sensibilidad de la tasa de inflación óptima a cambios en los rezagos. Es decir, si el rezago no fuera de seis meses y medio, sino de menos (5, 4, 3, 2, 1 meses), dejando todo lo demás constante ¹⁷.

Como puede observarse en el Cuadro 7, los resultados son muy sensibles al rezago en la recolección de los impuestos.

CUADRO 7
Sensibilidad de la inflación al rezago

Rezago (meses)	π^*
6	48%
5	50%
4	55%
3	60%
2	65%
1	70%
0	80%

Lo que se desprende de este cuadro es que la tasa de inflación óptima sí es sensible al rezago en la recolección de impuestos. Si un país tiene una tasa de inflación superior a la óptima (no es el caso de Colombia, sin embargo) tiene dos alternativas: o bien reduce la inflación, o bien trata de disminuir el rezago en la recolección de los impuestos.

V Conclusiones

El objetivo de este trabajo era probar si los dos fenómenos que en la literatura sobre el financiamiento inflacionario se han mostrado, reducen la inflación óptima, se dan en Colombia, y si así lo era, calcular la tasa de inflación óptima.

¹⁷ En este ejercicio consideramos también el efecto de la variabilidad del ingreso.

Como pudo establecerse, el fenómeno de sustitución de monedas en Colombia no parece ser importante. Probablemente, aunque la inflación ha venido incrementándose en los últimos años, todavía no es tan importante como para que la gente sustituya el dinero doméstico por moneda extranjera, es decir, para que se haya dado una dolarización de la economía. Aquí no se está afirmando, sin embargo, que no se sustituyan papeles financieros (diferentes al dinero) por activos denominados en moneda extranjera.

Lo que se pudo encontrar es que solamente teniendo en cuenta el efecto de la inflación sobre la demanda por dinero es como la inflación óptima se sitúa alrededor del 89%, que, como era de esperar, es un resultado muy similar al que se desprende de otros trabajos. El efecto de los rezagos en la recolección de impuestos es muy importante y reduce la inflación óptima a los alrededores del 50%. Luego al levantar el supuesto del ingreso constante en el tiempo, esta tasa se reduce al 40%, aproximadamente.

Colombia, no ha alcanzado en los últimos años una tasa de inflación del 40% y la conclusión que de aquí se desprende es que, desde el punto de vista de las finanzas del gobierno, la tasa de inflación óptima es mayor a la que prevalece hoy en día. Sin embargo, hacemos aquí un análisis en donde no se tienen en cuenta otros aspectos de la inflación (distorsiones, ineficiencias, consecuencias negativas sobre la distribución del ingreso). Solamente consideramos las finanzas del gobierno. Adoptamos una visión en la cual, debido a la existencia de impuestos distorsionarios y a la poca viabilidad de los impuestos de suma fija, es óptimo para el gobierno utilizar todos los instrumentos de tributación, entre ellos el impuesto inflacionario. Sin embargo, en otro tipo de análisis como en el de Friedman la tasa de inflación óptima es negativa. Para lograr esta deflación óptima la base monetaria debe ser reducida a una tasa igual a la de interés real. Pero esto tendría efectos negativos sobre las finanzas del gobierno, pues lo óptimo en este caso es no hacer uso del impuesto inflacionario.

ANEXO 1

Friedman en 1971, resolvió matemáticamente el problema de la inflación óptima cuando se supone el ingreso variable.

La demanda de dinero está dada por,

$$\begin{aligned} \frac{M}{P} &= M_0 y^\alpha e^{-\beta \pi - \gamma d} \\ M &= M_0 P y^\alpha e^{-\beta \pi - \gamma d} \end{aligned} \quad (25)$$

Si tomamos logaritmos de lado y lado y tomamos la derivada total de la ecuación con respecto al tiempo, tendríamos

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} + \alpha \frac{1}{y} \frac{dy}{dt} - \beta \frac{d\pi}{dt} - \gamma \frac{dd}{dt} \quad (26)$$

donde el primer término del lado derecho es π , el segundo lo llamaremos g , y, el tercero y el cuarto los suponemos iguales a 0 en el largo plazo, pues la derivada de la inflación y de la devaluación en el largo plazo son 0.

Por lo tanto (26) se convierte en

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} = \pi + \alpha g \quad (27)$$

Como dijimos en la ecuación (1)

$$R_\pi = \frac{1}{P} \frac{dM}{dt} = \frac{M}{P} \frac{1}{M} \frac{dM}{dt} = \frac{M}{P} [\pi + \alpha g] \quad (28)$$

En el máximo tendremos que

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial \pi} &= \frac{M}{P} \left[1 + g \frac{d\alpha}{d\pi} \right] + [\pi + \alpha g] [-(\beta + \gamma)] M_0 y^\alpha e^{-\beta \pi - \gamma d} \\ &= [1 - (\beta + \gamma)(\pi + \alpha g)] M_0 y^\alpha e^{-\beta \pi - \gamma d} = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

suponiendo que la derivada de α con respecto a π es 0 y además que la derivada de d con respecto a π es 1, en el largo plazo.

Sin considerar el efecto de los rezagos, tendríamos que

$$\pi^* = \frac{1}{\beta + \gamma} - \alpha g \quad (30)$$

Ahora, si consideráramos el efecto de los rezagos, tendríamos que

$$\pi^* = \frac{1}{\beta + \gamma + \theta \frac{T_x^*}{R_x^*}} - \alpha g \quad (31)$$

Como puede verse, cuando consideramos que el ingreso no es constante, la inflación óptima es menor que en todos los casos anteriores.

Bibliografía

- Arango, S. y Nadiri, I. (1981). "Demand for Money in Open Economies", *Journal of Monetary Economics*, vol. 7, No. 1, enero.
- Choudry, N.N. (1991). "Collection Lags, Fiscal Revenue and Inflationary Financing: Empirical Evidence and Analysis", *WP/91/41*, IMF.
- Correa, P. (1992). "Paridad entre la tasa de interés real interna y externa", *Coyuntura Económica*, vol. XXII, No. 1, abril.
- Friedman, M. (1969). "The Optimum Quantity of Money", en *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*, Aladine Publishing Company, Chicago.
- Friedman, M. (1971). "Government Revenue from Inflation", *Journal of Political Economy*, julio-agosto.
- Khan, M. S. and Ramírez Rojas, C.L. (1984). "Currency Substitution and Government Revenue from Inflation", *WP/84/58*, IMF.
- McClure, H. (1986). "Welfare-Maximizing Inflation Rates under Fractional Reserve Banking with and without Deposit Rate Ceilings", *Journal of Money Credit and Banking*, vol. 18, No. 2, mayo.
- Márquez, J. (1987). "Money Demand in Open Economies: A Divisia Application to the U.S. case, en *New Approaches to Monetary Economics*, Barnett and Singleton editors, Cambridge University Press.
- Márquez, J. (1987). "Money Demand in Open Economies: A Currency Substitution Model for Venezuela", *Journal of International Money and Finance*, vol. 6.
- Ortiz, G. (1983). "Currency Substitution in Mexico: The Dollarization Problem", *Journal of Money Credit and Banking*.
- Ramírez Rojas, C.L. (1985). "Currency Substitution in Argentina, Mexico and Uruguay", *Staff Papers IMF*, vol. 32, No. 4.
- Steiner, R.; Rincón, H. y Saavedra, L.A. (1992). "Utilización del impuesto inflacionario en Colombia", *Monetaria*, CEMLA, vol. XV, No. 2, abril-junio.
- Steiner, R.; Suescún, R. y Melo, L.F. (1992). "Flujos de capital y expectativas de devaluación", *Coyuntura Económica*, vol. XXII, No. 2, julio.
- Suescún, R. y Misas M., (1992). "Funciones de demanda por dinero y el ajuste dinámico de corto plazo en el mercado monetario". Documento de trabajo. Banco de la República, Departamento de Investigaciones Económicas.
- Tanzi, V. (1978). "Inflation, Lags in Collection, and the Real Value of Tax Revenue: Theory and Application to Argentina", *Staff Papers IMF*, vol. 25.
- Tanzi, V. (1978). "Real Tax Revenue, and the Case for Inflationary Finance: Theory with Application to Argentina", *Staff Papers*, vol. 25.