



# ENSAYOS

sobre política económica

---

*Estimación estructural y análisis  
de la curva de Phillips neokeynesiana  
para Colombia*

Jesús Antonio Bejarano Rojas

Revista ESPE, No. 48 Junio 2005

Páginas 64-117

Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando no se obtenga lucro por este concepto y además, cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además poner en su propio *website* una versión electrónica del mismo, pero incluyendo la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción de esta revista para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro *website*, requerirá autorización previa de su Editor de ESPE.

## *A Structural Estimation and Interpretation of a New Keynesian for Colombia*

Jesús Antonio Bejarano Rojas \*

This paper was presented to fulfill the requirements for the M.S. in economics at Universidad del Rosario (Colombia). I wish to thank Javier Gómez, Luisa Charry and Julián Pérez who work at Banco de la Republica for their valuable comments and suggestions as well as to Olga L Acosta, Jesús Otero and the referees of ESPE. The views expressed herein are those of the author and does not necessarily reflect the views of the Board of Governors and staff of Banco de la República. Technical appendixes, databases and codes are available upon request.

\* Lecturer in Macroeconomics at Universidad del Rosario and economist at Banco de la República. Comments welcome.  
E-mail: jbejarro@banrep.gov.co.

Document received January 21<sup>st</sup> 2005; final version accepted June 30<sup>th</sup> 2005.

### **Abstract**

*Following Gali and Gertler (1999), in this paper the deep parameters of the New Keynesian Phillips curve are estimated for the Colombian economy. The findings are that more than seventy percent of the Colombian firms keep their prices fixed for about three quarters. In addition, structural parameters that explain the link between the real marginal cost gap and output gap are estimated based on a general equilibrium model developed by Gali and Monacelli (2002). The results confirm a positive short run relationship between real marginal cost and output gap in Colombia*

**JEL Classification:** E12, E31, E32.

**Key words:** *New Keynesian Phillips curve, inflation, real marginal cost.*

## *Estimación estructural y análisis de la curva de Phillips neokeynesiana para Colombia*

Jesús Antonio Bejarano Rojas \*

*En este artículo se estiman, para Colombia, los parámetros profundos de la curva de Phillips neokeynesiana propuesta por Gali y Gertler (1999). La estimación de los parámetros implica que más del setenta por ciento de las firmas en Colombia mantiene sus precios fijos durante aproximadamente tres trimestres. Adicionalmente, se estiman los parámetros estructurales que soportan la relación positiva que hay entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto a partir de un modelo de equilibrio general propuesto por Gali y Monacelli (2002). Los resultados obtenidos muestran una relación positiva de corto plazo entre el costo marginal real y el producto en Colombia.*

---

Este artículo está basado en la tesis de maestría en Economía de la Universidad del Rosario: "Estimación estructural y análisis de la curva de Phillips neokeynesiana para Colombia". El autor agradece la valiosa colaboración y el tiempo dedicado a la elaboración de este trabajo a Javier Gómez Pineda, Luisa Fernanda Charry y Julián Pérez Amaya, quienes actualmente trabajan para el Banco de la República (banco central de Colombia), y los comentarios y observaciones de Olga Lucía Acosta, Jesús Otero y del comité editorial de la revista de *Ensayos sobre Política Económica*. Las opiniones contenidas en este artículo son responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen al Banco de la República ni a sus directivas. Los apéndices técnicos y los archivos donde se

**Clasificación JEL:** E12, E31, E32.

**Palabras claves:** Curva de Phillips neokeynesiana, inflación, costo marginal real.

## I. INTRODUCCIÓN

El análisis empírico y teórico de la relación entre la brecha del producto y la inflación es fundamental para cuantificar el costo de reducir la inflación en una economía. Un instrumento estándar para estudiar esta relación teóricamente es la microfundamentación de la curva de Phillips, la cual muestra la relación empírica que hay entre la inflación y la brecha del producto<sup>1</sup>.

Alban Phillips, en 1958, descubrió empíricamente la relación inversa entre la inflación de los salarios y la tasa de desempleo para el Reino Unido durante el período comprendido entre 1861 y 1957. Dos años más tarde, Lipsey (1960) concibió la inflación de los salarios como una *proxy* de la inflación de los precios, para dar una explicación teórica a los resultados encontrados por Phillips (1958). Esta explicación consistía en que la inflación se originaba por excesos de demanda. Al mismo tiempo Samuelson y Solow (1960) tomaron los resultados de Lipsey (1960) para realizar recomendaciones de política a través del *trade off* entre inflación y producto. En 1968 Phelps y Friedman argumentaron que en la curva de Phillips no se tenía en cuenta el hecho de que las firmas y los trabajadores son agentes racionales, lo cual implica que los trabajadores tienen en cuenta el costo de vida a la hora de acordar su salario con el empleador. Sin embargo, cuando los trabajadores acuerdan el salario del próximo período con las firmas, ellos no conocen la inflación del siguiente período. Este hecho implica que los trabajadores y las firmas acuerdan el salario de hoy con base en sus expectativas de inflación. Por lo tanto, Friedman y Phelps proponen una curva de Phillips aumentada por expectativas, la cual presenta la inflación del salario nominal en función de las expectativas de inflación de los precios y de la tasa de desempleo.

---

realizaron los cálculos y estimaciones están disponibles para el público y pueden solicitarse por correo electrónico al autor.

\* Banco de la República. Correo electrónico: jbejarro@banrep.gov.co.

Documento recibido en agosto 25 de 2004; versión final aceptada en marzo 15 de 2005.

<sup>1</sup> La brecha del producto es la desviación porcentual que tiene el producto de su componente de equilibrio. Esta sirve como un indicador del ciclo económico.

Más adelante, Calvo (1983), Woodford (1996), Yun (1996), Goodfriend y King (1997), Clarida, Gali y Gertler (1999), Gali (2002) y Woodford (2003), autores de la escuela de pensamiento nekeynesiano, desarrollaron la microfundamentación de la curva de Phillips, como resultado de la elaboración de modelos macroeconómicos que no estuvieron sujetos a la crítica de Lucas (1976). A diferencia de los modelos de ciclos reales (RBC), estos incorporan imperfecciones en los mercados y distintos tipos de rigideces nominales, como costos de menú, costos de ajuste en la inversión y precios escalonados, entre otros.

Una ventaja que tiene la curva de Phillips nekeynesiana sobre la curva de Phillips tradicional<sup>2</sup> es que la curva de Phillips nekeynesiana está microfundamentada e incluye el efecto que tienen las expectativas racionales en la decisión que toma cada una de las firmas en el momento de fijar los precios. Esta implicación es importante en economías con regímenes de inflación objetivo, como el de Colombia, ya que permite capturar el efecto que tiene la credibilidad de los agentes en la política monetaria sobre la tasa de sacrificio del producto, tal como lo demuestran Gómez y Julio (2000). Si las expectativas de los agentes son completamente adaptativas (*backward looking*), el efecto de la política monetaria sobre la inflación mediante el canal de demanda agregada es bajo dado que los agentes sólo ajustan sus precios de acuerdo al comportamiento histórico de los precios y de la brecha del producto. No obstante, si los agentes son completamente racionales (*forward looking*) el efecto de la política monetaria sobre la inflación es muy alto dado que los agentes ajustan sus precios con base en la senda esperada del producto y de los precios. Si hay credibilidad en la política monetaria del banco central los agentes tendrán incentivos para fijar sus precios con base en los pronósticos de las diferentes variables macroeconómicas.

Por tanto, si la autoridad monetaria desea reducir permanentemente la inflación, esta debe aumentar en gran magnitud la tasa de interés de política en el escenario que tiene una mayor fracción de agentes *backward looking*, mientras que en un escenario donde la mayoría de los agentes son *forward looking*, la autoridad monetaria debe realizar un aumento de baja magnitud en la tasa de interés de política.

<sup>2</sup> La curva de Phillips tradicional está representada por la siguiente ecuación:

$$p_t = a_{t,t} \sum_{i=1}^L p_{t-i} + g \hat{y}_{t,t}$$

Donde  $p_t$  es la inflación en el período  $t$ ,  $p_{t-i}$  es la inflación observada  $t-i$  períodos atrás  $\hat{y}_{t,t}$  es la brecha del producto observada en el período anterior.

Además, cabe resaltar que la curva de Phillips neokeynesiana ha sido importante en el diseño de modelos de pronóstico de inflación de los bancos centrales de los países que operan bajo inflación objetivo (véase Banco de Inglaterra (2003), Banco Central de la República Checa (2002)), Moran y Dolar (2002). De la misma manera, autores como Fuhrer (1995), Yun (1998), King y Wolman (1998) han trabajado en el desarrollo y aplicación de la curva de Phillips neokeynesiana en diferentes modelos macroeconómicos a nivel teórico.

No obstante, Mankiw (2001) advierte las desventajas que tiene la curva de Phillips neokeynesiana frente a la curva de Phillips tradicional. La primera es que esta curva no explica el rezago ni la persistencia que tienen los choques de política monetaria sobre la inflación. La segunda es que esta curva no explica las recesiones que suceden cuando se experimenta una desinflación (este resultado no está respaldado por la evidencia empírica, de acuerdo con los resultados del análisis de 27 episodios de desinflación de Ball (1994)). Estas desventajas se ven empíricamente para Estados Unidos en un ejercicio realizado por Gali y Gertler (1999), y para Colombia en el ejercicio realizado por Gómez y Julio (2000).

Por otro lado, Gali y Gertler (1999), a partir del modelo estándar de optimización dinámica de la firma, derivan matemáticamente la curva de Phillips neokeynesiana híbrida para capturar bajo ciertos escenarios la persistencia que tiene la inflación ante choques de política monetaria y las desinflaciones contraccionistas.

Con el aporte de Gali y Gertler (1999), Trabandt (2003) contradice la posición de Mankiw (2001) al demostrar con un modelo microfundamentado de equilibrio general dinámico que la curva de Phillips neokeynesiana sí es capaz de capturar la inercia y rezagos de los choques de política monetaria sobre la inflación y las desinflaciones contraccionistas.

A nivel empírico, en Colombia se han realizado unas pocas estimaciones de esta curva, entre las que se destacan Gómez y Julio (2000), y Gómez, Vargas y Uribe (2002). Estas estimaciones se basan en versiones reducidas de la curva de Phillips neokeynesiana híbrida y carecen directamente de un modelo estructural.

Las demás estimaciones se han basado en versiones reducidas de la curva de Phillips tradicional. Henao y Rojas (1998) estimaron una curva de Phillips aumentada por expectativas, en la cual estas se explican por rezagos de la inflación y por la meta de inflación que fija el Banco de la República. Misas y López (1999)

estimaron una curva de Phillips tradicional para Colombia en la cual la inflación total se explica por algunos rezagos de la inflación y por la brecha del producto. Birchenall (1999) estima el modelo propuesto por Lucas (1973) para mostrar la relación empírica entre la inflación y el ciclo del producto. Finalmente, Gómez, Uribe y Vargas (1999) estimaron una curva de Phillips para la inflación de bienes no transables, en la cual la inflación de los bienes no transables se explica por sus propios rezagos, rezagos de la brecha del producto y rezagos de la tasa de cambio real.

A nivel internacional, las principales estimaciones estructurales de la curva de Phillips neokeynesiana reportadas en la literatura han sido realizadas para Estados Unidos, Canadá y España por Gali y Gertler (1999), Gali y López (2001) y Gagnon y Hashmat (2001), respectivamente. Para lograr identificar los parámetros estructurales que tiene la curva de Phillips neokeynesiana, estos autores estimaron la inflación en función de las expectativas de inflación futura y de la brecha del costo marginal real.

A diferencia de la estimación de parámetros de modelos reducidos (como se ha estado haciendo en Colombia), la estimación de parámetros profundos de los modelos estructurales ayuda a entender mejor desde el punto de vista de la teoría económica por qué en algunos países la política monetaria tiene un mayor o menor efecto sobre la inflación.

Por otra parte, la curva de Phillips neokeynesiana, en función solamente de las expectativas y de la brecha del costo marginal real, no responde directamente a cambios en la demanda agregada. Con el fin de superar este inconveniente, Gali (2001) presenta una relación teórica entre el costo marginal real y el producto, a partir de un modelo de equilibrio general dinámico para una economía cerrada. Más adelante Gali y Monacelli (2002) extienden este resultado para una economía pequeña y abierta.

Dada la importancia teórica que tiene la curva de Phillips neokeynesiana en la elaboración de modelos de política monetaria, el objetivo de este artículo es identificar empíricamente los parámetros estructurales que garantizan la relación entre la inflación y el producto. Sin embargo, al estimar una ecuación estructural que muestre la relación entre la inflación y la brecha del producto, los parámetros estructurales quedan sobreidentificados ya que hay más parámetros estructurales que variables explicativas. En consecuencia, para identificar la relación estructural entre la inflación y la brecha del producto en Colombia se realizan dos estimaciones que permiten demostrar empíricamente:

1. La relación teórica entre la inflación y la brecha del costo marginal real para Colombia a partir de un modelo neokeynesiano de optimización dinámica, elaborado y estimado por Gali y Gertler (1999). Este modelo proporciona la microfundamentación y estimación de los parámetros estructurales de la curva de Phillips.
2. La relación teórica entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto para Colombia a partir de un modelo neokeynesiano de equilibrio general dinámico, construido y calibrado por Gali y Monacelli (2002). Este modelo proporciona la microfundamentación de la relación existente el costo marginal real y el producto.

Este trabajo consta de seis secciones. La sección I consiste de esta introducción. En la sección II se realiza una revisión de los modelos y supuestos básicos que sustentan analíticamente las curvas de Phillips neokeynesiana estándar e híbrida de Gali y Gertler (1999). En la sección III se presenta el procedimiento para calcular dos medidas de costo marginal real: la primera asociada a una función de producción Cobb–Douglas y la segunda asociada a una función de producción CES. En la sección IV se presentan las estimaciones de las curvas de Phillips neokeynesiana estándar e Híbrida. En la sección V, a partir de un modelo de equilibrio general dinámico para economías pequeñas y abiertas, se explica el vínculo teórico que existe entre la brecha de costo marginal real y la brecha del producto, y se realiza la estimación de los parámetros estructurales que soportan la relación empírica entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto. Finalmente, en la sección VI se presentan algunas conclusiones.

## II. LA CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA

La curva de Phillips neokeynesiana que se trabaja en este artículo parte de un problema de maximización intertemporal de la senda de beneficios esperados de la firma  $j$ , que está representada así:

$$(1) \quad MV_t(j) = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (qb)^i [P(j)_t Y_t(j) - TC(Y_t(j))]$$

Donde: La firma  $j$  busca  $P_t^*(j)$  que permita maximizar el beneficio de la firma  $j$  en cada momento del tiempo. Tomando  $W$  como la inflación en el estado estacio-



nario. Se asume un entorno de competencia monopolística en el mercado de bienes finales en el que se permite las firmas decidir si ajustan o mantienen fijos sus precios durante un periodo determinado de tiempo (véase Calvo (1983)).

En la derivación analítica y matemática de la curva de Phillips neokeynesiana se desarrolla el procedimiento algebraico basado<sup>3</sup> en los artículos de Gali y Gertler (1999) y Canzoneri, Cumby y Diba (2002). Estos autores partieron del problema de maximización intertemporal del valor de mercado de la firma  $j$  ( $VM(j)$ ) teniendo en cuenta los siguientes supuestos:

1. Las firmas ajustan sus precios con una probabilidad  $(1 - q)$ , donde:  $0 \leq q \leq 1$ .
2. El nivel agregado de precios de esta economía está determinado por la ecuación (2). A diferencia de Canzoneri, Cumby y Diba (2002), aquí, por simplicidad, se asume elasticidad de sustitución unitaria entre las firmas que fijan un precio que optimice la función de valor de mercado de cada una de las firmas  $P_t^*$  y las firmas que mantienen sus precios rígidos.

$$(2) \quad P_t = (P_t^*)^{(1-q)} P_{t-1}^q$$

Cabe anotar que la ecuación es equivalente a la versión no log-linearizada de la ecuación (1) de Gali y Gertler (1999). Por otro lado, también es equivalente a la ecuación (1A) de Canzoneri, Cumby y Diba (2002), cuando se asume elasticidad de sustitución unitaria e inflación de estado estacionario igual a cero.

Donde  $P_t$  es el nivel de precios agregado de la economía en el momento  $t$ ,  $P_t^*$  es el nivel de precios agregado de las firmas que fijan el precio que maximiza su valor de mercado ( $VM$ ) y  $P_{t-1}$  es el nivel de precios del período anterior.

3. Cada firma enfrenta una función de demanda isoelástica tipo Dixit y Stiglitz (1977), derivada de las preferencias que tienen los hogares sobre bienes diferenciados:

<sup>3</sup> De estos artículos únicamente se toma la relación teórica que encuentran Gali y Gertler (1999) y Canzoneri, Cumby y Diba (2002) entre la inflación y el costo marginal real.

$$(3) \quad Y_t(j) = (P_t(j) / P_t)^a Y_t \quad \text{Con } -\infty < a < 0$$

Donde  $Y_t(j)$  es el bien final que produce la firma  $j$  en el momento  $t$ ,  $Y_t$  es la producción total de todas las firmas,  $P_t$  es el nivel de precios agregado en  $t$ , y  $a$  es la elasticidad precio de la demanda del bien producido por la firma  $j$ .

4. Todas las firmas tienen la misma estructura de costos:  $CT(Y(j))$ .

Donde  $CT(Y(j))$  es el costo total de producción del bien  $j$ .

5. El valor de mercado de cada firma está dado por el valor presente de los beneficios esperados de la firma  $j$ .

$$(4) \quad VM_t = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\mathbf{q}\mathbf{b})^i [P(j)_{t+i} Y_{t+i}(j) - CT(Y_{t+i}(j))]$$

Donde:  $0 \leq \beta \leq 1$  es la tasa de descuento de la firma<sup>4</sup>,  $0 \leq \theta \leq 1$  representa la probabilidad que tiene la firma  $j$  de mantener sus precios fijos en el período  $t$ .

6. La firma  $j$  busca establecer un precio  $P_{t+i}(j) = \mathbf{W}^i P_t^*(j)$  que permita maximizar su beneficio en cada momento. Donde:  $\mathbf{W}$  es la inflación bruta de estado estacionario.

Con base en los anteriores supuestos y asumiendo  $\mathbf{W} = 1$ , se desarrolla matemáticamente el problema de maximización intertemporal de la firma  $j$ , en el cual se diferencia la ecuación (4) con respecto a  $P_t^*(j)$  e igualando esta a cero, se encuentra al igual que Canzoneri, Cumby y Diva (2002), que el precio óptimo que maximiza el valor de mercado de la firma  $j$  está en función del valor presente de la senda de costos marginales esperados:

$$(5) \quad P_t^*(j) = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\mathbf{q}\mathbf{b})^i MC_{t+i}(Y_{t+i}(j))$$

Donde  $MC_{t+i}(Y_{t+i}(j))$  es el costo marginal de producción en que incurre la firma  $j$  en el momento  $t+i$ .

---

<sup>4</sup> En este artículo se asume la misma tasa de descuento  $\mathbf{b}$  para todas las firmas.

Al asumir equilibrio simétrico en el modelo  $Y_t(j) = Y_t$  y  $P_t(j) = P_t$  y solucionar el sistema de ecuaciones (2), (3) y (5) ya log – linealizado, se obtiene la siguiente ecuación, la cual es la versión estándar de la curva de Phillips neokeynesiana que estimaron Gali y Gertler (1999)<sup>5</sup>.

$$(6) \quad \mathbf{p}_t = ((1 - \mathbf{q})(1 - \mathbf{bq}) / \mathbf{q}) (mc_t^R + \mathbf{b}\mathbf{p}_{t+1|t}) \quad \text{con } 0 \leq \mathbf{q}, \mathbf{b} \leq 1$$

Donde:  $\mathbf{p}_t$  es la inflación en  $t$ ,  $\mathbf{p}_{t+1|t}$  es la inflación esperada en  $t + 1$  con información en el momento  $t$ ,  $mc_t^R$  es la desviación del costo marginal real de su estado estacionario<sup>6</sup>,  $\mathbf{q}$  representa la probabilidad de que una firma mantenga sus precios fijos en el período  $t$ . Por la ley de los grandes números, este parámetro se puede interpretar como la fracción de firmas que mantienen sus precios fijos durante el período  $t$ .

La curva de Phillips neokeynesiana estándar presenta la inflación como una función de la desviación del costo marginal real de su valor de estado estacionario y de las expectativas de inflación. Cabe anotar que iterando la ecuación (6) hacia adelante, la inflación en  $t$  estará determinada por el valor presente de la senda de la brecha futura de los costos marginales reales.

La ecuación (6) puede expresarse en versión reducida como:

$$(7) \quad \mathbf{p}_t = \mathbf{I}mc_t^R + \mathbf{g}_f\mathbf{p}_{t+1|t} \quad \text{con } 0 \leq \mathbf{I} \leq \mathbf{Y}$$

Donde:  $\mathbf{I} = (1 - \mathbf{q})(1 - \mathbf{bq}) / \mathbf{q}$  representa la elasticidad de la inflación con respecto a la brecha del costo marginal real,  $\mathbf{g}_f = \mathbf{b}$ .

Un resultado interesante del parámetro  $\mathbf{I}$  en la ecuación (7) es la expresión (8):

$$(8) \quad (\mathbf{I})/(\mathbf{I}\mathbf{q}) < 0$$

La ecuación (8) implica que un aumento en la fracción de firmas que mantienen sus precios rígidos ( $\uparrow \mathbf{q}$ ) se traduce en una menor respuesta de la inflación ante movimientos en el costo marginal real ( $\downarrow \mathbf{I}$ ).

<sup>5</sup> La derivación matemática de la curva de Phillips neokeynesiana se encuentra detallada en el Apéndice.

<sup>6</sup> Aquí se entiende estado estacionario como el valor que tiene el costo marginal cuando su tasa de crecimiento con respecto al tiempo es igual a cero.

A. CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA HÍBRIDA

Con el fin de encontrar una ecuación que replicara mejor los datos que la curva de Phillips neokeynesiana estándar y que capturara la inercia y el costo de sacrificio de desinflar la economía, Gali y Gertler (1999) derivaron matemáticamente y estimaron una curva de Phillips neokeynesiana híbrida. La derivación de esta curva es semejante a la derivación de la curva de Phillips neokeynesiana Estándar, pero se sustituye la ecuación (2) por la siguiente expresión:

$$(9) \quad P_t = (\bar{P}_t)^{(1-\eta)} P_{t-1}^\eta$$

Donde  $P_t$  es el nivel de precios agregado de esta economía y  $\bar{P}_t$  es el nivel agregado de precios de las firmas que no mantienen sus precios rígidos en el momento  $t$ .

A diferencia de la ecuación (2), la ecuación (9) tiene  $\bar{P}_t$  en vez de  $P_t^*$ , lo cual implica que las firmas ya no ajustarán sus precios con base en su precio  $P_t^*$  que maximiza el valor presente de sus beneficios futuros  $VM_t(j)$  sino que ajustarán sus precios basándose en la siguiente Regla de Thumb:

$$(10) \quad \bar{P}_t = (P_t^*)^{(1-w)} (P_t^b)^w \quad 0 \leq w \leq 1$$

Donde:

$$(11) \quad P_t^*(j) = E_t \sum_{i=0}^{\infty} (\mathbf{q}b)^i MC_{t+i}(Y_{t+i}(j))$$

$$(12) \quad P_t^b = \bar{P}_{t-1} (1 + \mathbf{p}_{t-1})$$

El parámetro  $w$  representa la fracción de firmas que indexan sus precios con base a la inflación pasada.  $P_t^b$  es el nivel de precios agregado de las firmas que indexan sus precios a la inflación del período anterior.

Se asume equilibrio simétrico  $Y_t(j) = Y_t$  y  $P_t(j) = P_t$ , se resuelve el sistema de ecuaciones (9) – (12) ya log linealizado y realizando un par de procedimientos algebraicos descritos en el apéndice técnico<sup>7</sup>, se obtiene matemáticamente la cur-

---

<sup>7</sup> Este apéndice técnico se puede solicitar sin ninguna restricción al autor de este artículo.

va de Phillips neokeynesiana híbrida de Gali y Gertler (1999), la cual está representada por la siguiente ecuación:

$$(13) \quad p_t = \frac{(1-w)(1-q)(1-bq)}{q+w[1-q(1-b)]} mc_t^R + \frac{bq}{q+w[1-q(1-b)]} p_{t+1|t} + \frac{w}{q+w[1-q(1-b)]} p_{t-1}$$

Donde:  $p_t$  es la inflación en  $t$ ,  $p_{t+1|t}$  es la inflación esperada en  $t + 1$  con información en el momento  $t$ ,  $mc_t^R$  y  $p_{t-1}$  es la inflación observada en el período  $t - 1$ .

La ecuación (13) puede ser expresada en versión reducida de la siguiente forma:

$$(14) \quad p_t = \lambda mc_t^R + g_F p_{t+1|t} + g_B p_{t-1}$$

Donde:  $\lambda = (1-w)(1-q)(1-bq) / [q+w[1-q(1-b)]]$  representa la elasticidad de la inflación con respecto a la brecha de costos marginales reales.  $g_F$  representa el efecto de las expectativas racionales sobre la inflación actual y  $g_B$  representa una medida de inercia o persistencia de la inflación.

Un resultado interesante del parámetro  $\lambda$  en la ecuación (14), son las expresiones (15) y (16):

$$(15) \quad (\partial \lambda) / (\partial q) < 0$$

Se mantiene la relación inversa entre el grado de rigidez de cada firma<sup>8</sup>  $q$  y la elasticidad de la inflación con respecto a la brecha de costos marginales reales  $\lambda$ . Es decir, un aumento en la fracción de firmas que mantienen sus precios fijos ( $\uparrow q$ ) se traduce en una menor respuesta de la inflación ante movimientos en el costo marginal real ( $\downarrow \lambda$ ).

$$(16) \quad (\partial \lambda) / (\partial w) < 0$$

<sup>8</sup> Véase la página 211 del artículo publicado por Gali y Gertler (1999).

Por otro lado, esta expresión muestra la relación inversa que hay entre el grado de inercia de cada firma  $w$  y la elasticidad de la inflación con respecto a la brecha de costos marginales reales  $I$ . Es decir, un aumento en la fracción de firmas que ajustan sus precios indexándolos a la inflación observada del período anterior ( $\uparrow w$ ) se traduce en una menor respuesta de la inflación ante movimientos en el costo marginal real ( $\downarrow I$ ).

### III. COSTOS MARGINALES REALES

En esta sección se calculan dos medidas de costo marginal real para Colombia. La primera está asociada a una función de producción Cobb–Douglas, mientras que la segunda medida de costo marginal real está asociada a una función de producción CES.

La manera estándar de construir estas dos medidas de costo marginal real consiste en multiplicar el costo unitario del insumo  $h$  por la elasticidad de la función de producción con respecto al insumo  $h$ .

Si se asume que existen dos insumos agregados, capital y trabajo –en la economía y la función de producción es Cobb–Douglas con rendimientos constantes a escala en todos sus insumos–, entonces la función de costo marginal real asociada a la tecnología Cobb–Douglas de esta economía está representada por la siguiente ecuación (véanse Rotemberg y Woodford (1996) y Gali y López (2001)).

$$(17) \quad MC_t^R = 1 / (1 - \alpha) (W_t L_t / P_t Y_t)$$

Mientras que si se asume una función de producción CES con rendimientos constantes a escala en todos sus insumos, entonces la función de costo marginal real asociada a la tecnología CES de esta economía está representada por la siguiente ecuación (véanse Rotemberg y Woodford (1996) y Gali y López (2001)).

$$(18) \quad MC_t^R = \frac{\frac{W_t}{P_t} \left( \frac{L_t}{Y_t} \right)}{1 - \alpha \left( \frac{Y_t}{K_t} \right)^r}$$

#### **IV. ESTIMACIÓN Y RESULTADOS DE LA CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA PARA COLOMBIA**

Una vez descrito el modelo teórico que explica la relación entre la inflación y la brecha del costo marginal real, se estiman los parámetros estructurales de este modelo para la economía colombiana cuya muestra tiene frecuencia trimestral y abarca el período comprendido entre 1984 y 2002.

En la estimación de los parámetros estructurales se asumen dos escenarios: el primero supone que la estructura de costos de Colombia está asociada a una tecnología representada por una función de producción Cobb–Douglas, y el segundo escenario supone que la estructura de costos de Colombia está asociada a una tecnología representada por una función de producción CES.

##### *A. ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA CON TECNOLOGÍA DE TIPO COBB–DOUGLAS*

##### **1. Construcción de la brecha del costo marginal real asociada a la tecnología Cobb-Douglas**

Antes de realizar cualquier estimación y análisis gráfico se construye la serie para calcular la serie del costo marginal real derivada de la tecnología Cobb–Douglas. Tal como se muestra en la ecuación (17) esta medida de costo marginal real es igual al costo laboral unitario real, dividido por la elasticidad producto con respecto al trabajo ( $1 - \alpha$ ). En este artículo se va a fijar dicha elasticidad con un valor de 0,6, el cual lo calcula Greco (2002) para la economía colombiana.

Actualmente, en Colombia no existe una serie oficial de costo laboral unitario real agregada. Dada esta situación se construye una serie de costo laboral unitario real para Colombia, cuya frecuencia es trimestral y abarca el período comprendido entre 1984 y 2002.

En su construcción se utiliza un empalme de la serie de ingresos nominales de los ocupados de la Encuesta Continua de Hogares<sup>9</sup> (esta encuesta se realiza semanalmente y utiliza las definiciones de empleo de la OIT) con la serie de ingresos monetarios calculada en la Encuesta Nacional de Hogares (esta encuesta se rea-

lizaba trimestralmente y utilizaba definiciones de empleo diferentes a aquella de la Encuesta Continua de Hogares). Cabe anotar que ambas encuestas presentan metodologías diferentes en el cálculo de la *proxy* del salario nominal. Sin embargo, Lasso (2002) argumenta que la diferencia entre ambas series no es muy significativa.

Se utiliza la serie de empleo para las siete principales ciudades de la Encuesta Continua de Hogares, empalmada hacia atrás desde el cuarto trimestre del 2002 hasta el primer trimestre de 1984. Esta serie fue empalmada cuidadosamente por Lasso (2002), quien, a partir de indicadores de empleo aplicados a modelos probabilísticos, logra hacer compatibles las definiciones de empleo de la Encuesta Nacional de Hogares con aquellas de la Encuesta Continua de Hogares.

También se utiliza un empalme del PIB nominal trimestral calculado por el Departamento Nacional de Estadística (DANE), con el PIB nominal calculado por el Departamento Nacional de Planeación (DNP).

Finalmente, se obtiene la serie del costo laboral unitario real para Colombia, al multiplicar el número de ocupados por el ingreso nominal de los ocupados y dividir este producto por el PIB nominal y por la elasticidad del producto con respecto al trabajo. Este resultado indica que el costo laboral unitario real está deflactado con el deflactor implícito del PIB construido por el DANE.

Una vez construida la serie de costo laboral unitario agregado, se toma el logaritmo de esta serie y se obtiene su componente cíclico, a partir del filtro de Hodrick–Prescott (1987). Este componente cíclico se utiliza como medida de brecha del costo marginal real asociado a la tecnología Cobb–Douglas<sup>10</sup>.

Con el fin de no omitir en las estimaciones posteriores otras medidas de brecha del costo marginal real, se construyen cuatro series diferentes de brecha del costo

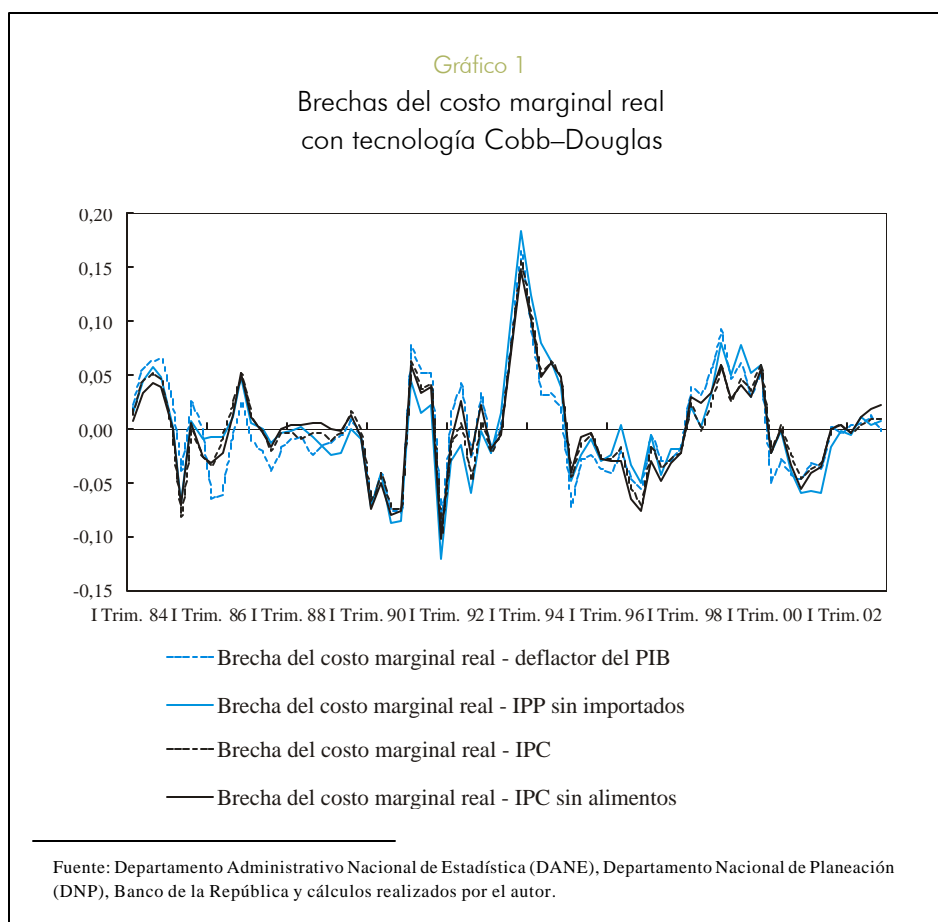
---

<sup>9</sup> Esta encuesta se realiza desde enero del año 2000, ya que el DANE decidió cambiar la metodología en la recolección de datos y en las preguntas que tenía la Encuesta Nacional de Hogares.

<sup>10</sup> De acuerdo con la prueba aumentada de Dickey y Fuller con rezago óptimo de un período (criterio de información de Akaike) y con un nivel de confianza del 99%, existen evidencias para no aceptar la hipótesis nula de presencia de raíz unitaria en la brecha del costo marginal real (es decir, la brecha de costo marginal real calculada para este artículo es estacionaria). Aquí no se construye la brecha del costo marginal real como desviación de una tendencia lineal porque en esta clase de modelos se asume que el costo marginal real de estado estacionario es constante y es inverso al *Mark-Up* de largo plazo de las firmas.



marginal real, donde el salario de cada una de estas se deflacta con una medida diferente de nivel general de precios: deflactor implícito del PIB, índice de precios al productor (IPP) excluido el índice de precios al productor de bienes importados, índice de precios al consumidor (IPC) e IPC sin alimentos<sup>11</sup>. En el Gráfico 1 se puede notar que la diferencia existente entre estas cuatro brechas de costo marginal real no es significativa. Por lo tanto, las estimaciones de la curva de Phillips neokeynesiana no cambiarían si se llegase a utilizar en la regresión alguna de las

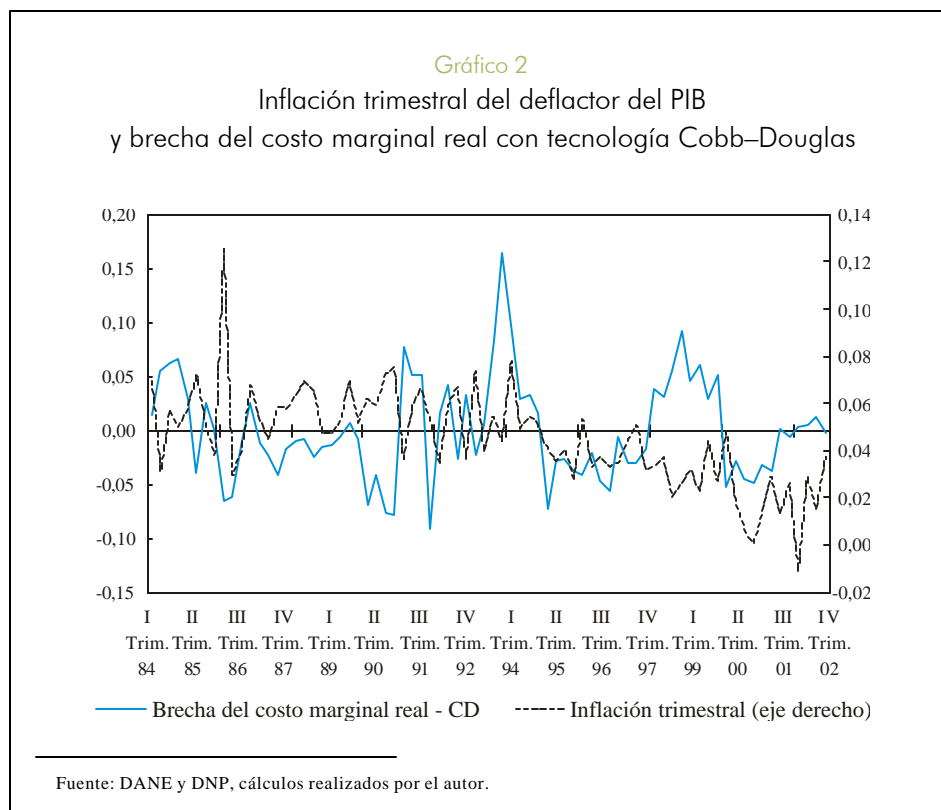


<sup>11</sup> Todos los índices de precios tienen como año base 1994.

anteriores series de brecha del costo marginal real. Para hacer más comparables las estimaciones de este artículo con las obtenidas en la literatura internacional se trabaja con la brecha de costo marginal real que tiene el deflactor implícito del PIB. Además, a diferencia de los demás índices de precios, el deflactor implícito del PIB reúne el precio de todos los bienes y servicios producidos en una economía.

## 2. Estimación de la curva de Phillips neokeynesiana estándar

Al realizar un análisis preliminar de las series, en el Gráfico 2 se muestra una relación directa entre la brecha del costo marginal real y la inflación trimestral del deflactor del PIB. En el período 1995-1997 y en el período 1999 T3 - 2001 T3 la brecha del costo marginal real es negativa y la inflación comienza a descender.



Sin embargo, durante los años 80 esta relación no se ve claramente. Una explicación posible es que las expectativas de inflación de los agentes eran parcialmente adaptativas, lo cual se puede corroborar con los resultados obtenidos en este trabajo. Con estos resultados se muestra de manera empírica que aproximadamente el 44% de las firmas en Colombia indexaban sus precios a la inflación observada el año anterior. Este resultado se debe a que posiblemente la política monetaria en Colombia no estaba muy preocupada por mantener la estabilidad del nivel general de precios.

Una técnica más sofisticada para identificar la relación entre la inflación y la brecha del costo marginal real es a través de la estimación estructural de la curva de Phillips nekeynesiana estándar (ecuación (6)). En dicha estimación se utilizan como medida de inflación las variaciones porcentuales anuales y trimestrales del deflactor del PIB y del IPC sin alimentos y la brecha del costo marginal real (calculada como se explicó en la sección IV.A.1.).

Es necesario aclarar que después de realizar la prueba *aumentada de Dickey-Fuller* con elección de rezago óptimo, de acuerdo con el criterio de información de *Akaike* a las series de inflación anual y trimestral, tanto del deflactor del PIB como del IPC, no son estacionarias. No obstante, en las estimaciones realizadas en este artículo se supone que la inflación es estacionaria porque el fin de la política monetaria bajo un esquema de *inflación objetivo* es llevar y luego mantener la inflación a un nivel dado de largo plazo.

Debido a que la ecuación (6) es no lineal en sus parámetros, Gali y Gertler (1999), basados en Hansen y Singleton (1982), recomiendan estimar los parámetros de la ecuación (6) a través del *método generalizado de momentos GMM*, el cual se explica detalladamente en el Apéndice, literal B).

Con base en la metodología de estimación de la ecuación (6) de Gali y Gertler (1999), en este artículo se estiman los parámetros profundos de la ecuación (6) por *GMM*, no solamente porque Gali y Gertler lo hicieron así, sino debido a que, a diferencia de otros estimadores en *GMM* no hay necesidad de suponer la distribución de probabilidad de los datos. Otra razón para realizar esta estimación por *GMM* se debe a que el número de instrumentos utilizado para esta estimación es mayor que el número de parámetros por estimar.

El uso de variables instrumentales es vital para esta estimación, ya que en este caso la variable independiente que representa las expectativas de inflación (véase

la ecuación (6)) está correlacionada con el término de error en  $t$ . Entonces, se decide seleccionar un grupo de variables instrumentales que sean *proxys* de las expectativas de la inflación. Este grupo de variables instrumentales está conformado por: cuatro rezagos de la inflación que se esté utilizando en cada estimación, cuatro rezagos de la brecha del costo marginal real y la meta de inflación que fija el Banco de la República.

No obstante, hay que tener en cuenta que durante los años ochenta no había meta de inflación en Colombia; entonces se utilizó, como meta implícita, el componente permanente de la inflación anual del IPC calculado con el filtro de Hodrick-Prescott (1997).

La función objetivo por minimizar es la siguiente:

$$(19) \quad J(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{q}}) = E_t [L \boldsymbol{\phi}_t \boldsymbol{\epsilon}_t] (W) E_t [\mathbf{e}_t L]$$

Donde:

$$(20) \quad \mathbf{e}_t = \mathbf{q} \mathbf{p}_t - \mathbf{q} c - \mathbf{q} \mathbf{b} \mathbf{p}_{t+1|t} - (1 - \mathbf{q}) (1 - \mathbf{b} \mathbf{q}) mc_t^R$$

$W$  es una matriz de  $9 \times 9$  que da una ponderación a cada uno de los nueve momentos de esta estimación. Para esta estimación se utilizaron las ponderaciones iniciales de  $W$  que proporciona el *software Rats* por defecto.

$c$  es el intercepto de la regresión.

$$L = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{t-1} \\ \mathbf{p}_{t-2} \\ \mathbf{p}_{t-3} \\ \mathbf{p}_{t-4} \\ mc_{t-1}^R \\ mc_{t-2}^R \\ mc_{t-3}^R \\ mc_{t-4}^R \\ \mathbf{p}_t^* \end{bmatrix} \text{ es un vector de instrumentos de dimensiones de } 1 \times 9.$$

El *software Rats* encuentra el vector de parámetros  $\mathbf{f}$  que minimiza la ecuación (20) y una matriz  $S = W^{-1}$  que minimiza la varianza del vector de parámetros  $\mathbf{f}$ , y permitir estimar el vector de parámetros más eficiente  $\mathbf{f}_{EGMM}$ , cuyos valores aparecen reportados en el Cuadro 1. En la estimación de  $\mathbf{f}_{EGMM}$  se parte de una grilla de diferentes valores iniciales y de diferentes magnitudes para garantizar la robustez de los resultados ante cualquier conjunto de valores iniciales<sup>12</sup>.

Con base en los resultados de la estimación anterior, reportados en el Cuadro 1, se puede notar que entre 1984 y 2002, por lo menos el 57,86% ( $q$ ) de las firmas mantienen sus precios fijos. Un resultado interesante del valor estimado de ( $q$ ) es

Cuadro 1

Resultado de las estimaciones de la Curva de Phillips Neo–Keynesiana estándar (\*)

	$b$	$q$	$l$	$D$	Estadístico $J$
<b>Inflación anual del deflactor del PIB</b>	0,9845 (0,0262)	0,5786 (0,0655)	0,3135 (0,1319)	2	4,4951 [0,7213]
Restringiendo beta a 1	1	0,5742 (0,0653)	0,3157 (0,0322)	2	4,5029 [0,7203]
<b>Inflación trimestral del deflactor del PIB</b>	0,8709 (0,0650)	0,6968 (0,0390)	0,1710 (0,0531)	3	2,7253 [0,9091]
Restringiendo beta a 1	1	0,6751 (0,0398)	0,1562 (0,0322)	3	3,3338 [0,8524]
<b>Inflación anual sin alimentos</b>	0,9513 (0,01426)	0,6576 (0,0346)	0,1948 (0,0458)	3	4,5789 [0,7112]
Restringiendo beta a 1	1	0,6293 (0,0313)	0,2182 (0,0322)	3	5,2446 [0,6301]
<b>Inflación trimestral sin alimentos</b>	0,9299 (0,0284)	0,7776 (0,0442)	0,0791 (0,0322)	4	4,5251 [0,7176]
Restringiendo beta a 1	1	0,7496 (0,0431)	0,0835 (0,0322)	4	4,7991 [0,6844]

(\*)  $D$  es el tiempo promedio durante el cual las firmas mantienen sus precios fijos. Los valores reportados entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimados. Los valores reportados entre paréntesis rectos representan el p-value del estadístico  $J$ .

<sup>12</sup> Las diferentes grillas de valores iniciales no aparecen en este artículo, pero sí en el código donde están escritos los procedimientos para hallar estimaciones. Este código se puede solicitar al autor.

que se puede determinar el número de trimestres durante los cuales las firmas mantienen sus precios rígidos.

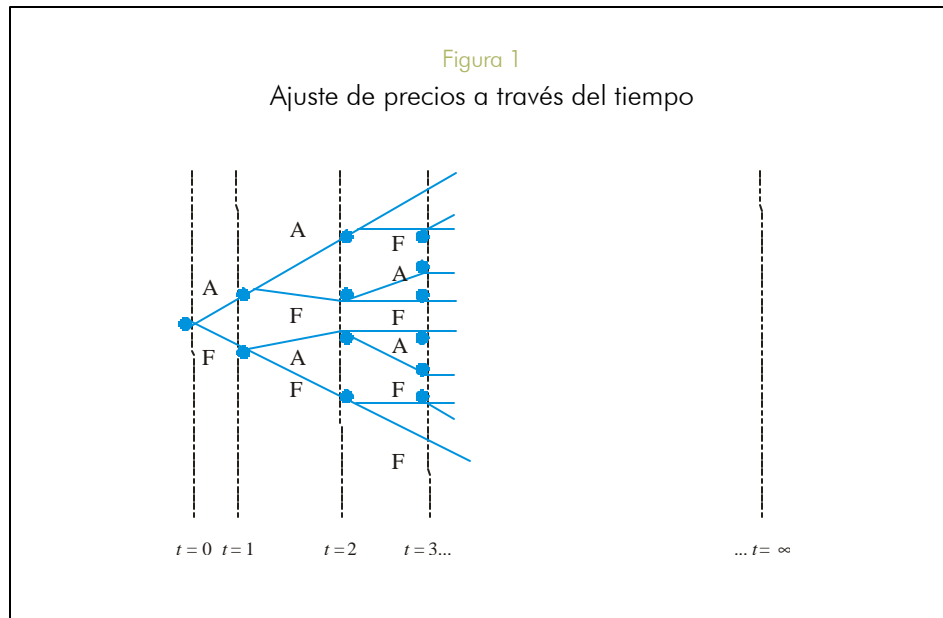
La Figura 1 muestra cómo las firmas ajustan sus precios a lo largo del tiempo, condicionadas a una probabilidad  $q$  de mantener sus precios completamente fijos ( $F$ ) o a una probabilidad  $1 - q$  de no mantener sus precios fijos ( $A$ ).

Entonces, de acuerdo con la Figura 1, se necesita conocer el número de veces que se repite ( $F$ ) a lo largo del tiempo, se le puede asignar al comportamiento del nivel de precios de la economía una distribución geométrica, y la sumatoria de todos sus elementos está representada por las ecuaciones (21) y (22), respectivamente.

$$(21) \quad P_T(t|q) = \begin{cases} q(1-q)^{t-1} & \forall t = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Dado que  $P_T$  es una sucesión geométrica, la suma de todos sus elementos puede expresarse de la siguiente manera:

$$(22) \quad \sum_{t=1}^{\infty} P_T = \sum_{t=1}^{\infty} q(1-q)^{t-1}$$



No obstante, el problema de decisión de las firmas comienza en  $t = 0$ , de modo que la ecuación anterior puede expresarse de la siguiente manera:

$$(23) \quad \sum_{t=0}^{\infty} P_T = \sum_{t=0}^{\infty} tq(1-q)^{t-1} = 1 / 1 - q = D$$

Entonces, al reemplazar los diferentes valores estimados de  $q$  que están reportados en la Figura (1) se puede inferir que las firmas mantienen sus precios fijos durante dos y cuatro trimestres.

Además la relación entre la inflación y la brecha del costo marginal real es positiva y estadísticamente significativa.

También se puede notar en el Cuadro 1 que cuando  $b$  se normaliza a 1 (esto con el fin de garantizar la homogeneidad dinámica de la curva de Phillips) los cambios en los resultados estimados son coherentes con la ecuación (8) para la primera, tercera y cuarta medidas de inflación. La ecuación (8) muestra que si aumenta la fracción  $q$  de firmas dispuestas a mantener sus precios fijos, entonces el efecto  $I$  del ciclo del costo marginal real sobre la inflación es muy bajo.

Por tanto, cuando se asume una tecnología agregada de tipo Cobb–Douglas para las firmas colombianas, se encuentra una relación directa y significativa entre la inflación y la brecha del costo marginal real.

En el Cuadro 2 se resume la comparación de los resultados obtenidos en este artículo con los estimados por autores internacionales para otros países. A diferencia de los demás países, el parámetro  $q$  estimado para Colombia es muy bajo, lo cual muestra que los precios en este país no son tan rígidos como en los países mencionados en el Cuadro 2. Esta diferencia se debe a que los precios de los alimentos sin procesar se ajustan instantáneamente y tienen un peso considerable en el consumo de los hogares, pues al estimar  $b$  y  $q$  con la inflación del IPC sin alimentos,  $q$  aumenta a 0,776.

### 3. Estimación de la curva de Phillips neokeynesiana híbrida

En la estimación realizada en la sección anterior no se logra capturar directamente la fracción de firmas que indexan sus precios con base en la inflación observada del período anterior  $w$ . En consecuencia, para obtener el valor esti-

**Cuadro 2**  
Resultado de las estimaciones internacionales  
de la Curva de Phillips Neo–Keynesiana estándar (\*)

	<i>b</i>	<i>q</i>	<i>l</i>
<b>Colombia</b> (estimaciones realizadas en este artículo)	0,8709 (0,0650)	0,6968 (0,0390)	0,1710 (0,0531)
Restringiendo beta a 1	1 —	0,6751 (0,0398)	0,1562 (0,0322)
<b>Estados Unidos</b> (Gali y Gertler, 1999)	0,9260 (0,0240)	0,8290 (0,0130)	0,0470 (0,008)
Restringiendo beta a 1	1 —	0,829 (0,0160)	0,035 (0,0070)
<b>Unión Europea</b> (Gali y Gertler, 2000)	0,8860 (0,0420)	0,9040 (0,0110)	0,0210 (0,0070)
<b>España</b> (Gali y López, 2001)	0,7590 (0,0770)	0,9050 (0,0110)	0,0330 (0,0110)
<b>Canadá</b> (Gagnon y Hashmat, 2001)	0,9280 (0,0010)	0,9540 (0,0010)	0,0080 (0,3500)

(\*) La medida de inflación utilizada por los autores es la variación porcentual del deflactor del PIB. Los valores reportados entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimados.

mado de  $w$  para la economía colombiana se estima la curva de Phillips neokeynesiana híbrida (ecuación (13)).

Por las mismas razones expuestas en la subsección anterior, la estimación de los parámetros de la ecuación (13) se realiza mediante el *método generalizado de momentos GMM*.

Ahora en este caso la función objetivo a minimizar es la siguiente:

$$(24) \quad J(\hat{b}, \hat{q}) = E_t [L \phi_t \hat{q} (W) E_t [e_t L]]$$



Donde:

$$(25) \quad \mathbf{e}_t = (\mathbf{q} + \mathbf{w}[1 - \mathbf{q}(1 - \mathbf{b})])\mathbf{p}_t - c - (1 - \mathbf{w})(1 - \mathbf{q})(1 - \mathbf{b}\mathbf{q}) mc_t^R - \mathbf{b}\mathbf{q}\mathbf{p}_{t+1|t} + \mathbf{w}\mathbf{p}_{t-1}$$

$W$  es una matriz de  $9 \times 9$  que da una ponderación a cada uno de los nueve momentos de esta estimación. Para esta estimación se utilizaron las ponderaciones iniciales de  $W$  que proporciona el *software Rats* por defecto.

$c$  es el intercepto de la regresión.

$$L = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{t-1} \\ \mathbf{p}_{t-2} \\ \mathbf{p}_{t-3} \\ \mathbf{p}_{t-4} \\ mc_{t-1}^R \\ mc_{t-2}^R \\ mc_{t-3}^R \\ mc_{t-4}^R \\ \mathbf{p}_t^* \end{bmatrix} \quad \text{Es un vector de instrumentos de dimensiones de } 1 \times 9.$$

El *software Rats* encuentra el vector de parámetros  $\mathbf{f}$  que minimiza la ecuación (24) y una matriz  $S = W^{-1}$  que minimiza la varianza del vector de parámetros  $\mathbf{f}$ , y permite así estimar el vector de parámetros más eficiente  $\mathbf{f}_{EGMM}$  cuyos valores aparecen reportados en el Cuadro 1. Al igual que en la subsección anterior, en la estimación de  $\mathbf{f}_{EGMM}$  se parte de un grilla de diferentes valores iniciales y de diferentes magnitudes, para garantizar la robustez de los resultados ante cualquier conjunto de valores iniciales<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> Las diferentes grillas de valores iniciales no aparecen en este artículo, pero sí en el código donde están escritos los procedimientos para hallar estimaciones. Este código puede ser solicitado al autor.

Los resultados reportados en el Cuadro 3 muestran que la fracción de firmas  $w$  que indexan sus precios a inflaciones observadas es estadísticamente significativa cuando se estima la curva de Phillips neokeynesiana híbrida con medidas de inflación anual para cada trimestre. No obstante, estos mismos resultados muestran que el valor estimado de  $w$  con inflaciones trimestrales no es estadísticamente significativo, lo cual implica que ninguna firma ajusta sus precios basada en inflaciones trimestrales observadas del pasado.

En el Cuadro 4 se resume la comparación de los resultados obtenidos en este artículo con los estimados por autores internacionales para otros países.

Cuadro 3								
Resultado de las estimaciones de la Curva de Phillips Neo–Keynesiana híbrida (*)								
	$b$	$w$	$q$	$l$	$g^B$	$g^F$	$D$	Estadístico $J$
<b>Inflación anual del deflactor del PIB</b>	0,9511 (0,0373)	0,2353 (0,0675)	0,5006 (0,0681)	0,2739 (0,1124)	0,3222 (0,0677)	0,6521 (0,0673)	2	4,5650 [0,7128]
Restringiendo beta a 1	1 —	0,2317 (0,0621)	0,4901 (0,0709)	0,2765 (0,1153)	0,321 (0,0654)	0,6789 (0,0674)	2	4,6284 [0,5922]
<b>Inflación trimestral del deflactor del PIB (*)</b>	0,8625 (0,0569)	-0,0719 (0,0511)	0,7316 (0,0439)	0,15914 (0,0522)	-0,10781 (0,0806)	0,9461 (0,0677)	4	2,142243 [0,9061]
Restringiendo beta a 1	1 —	-0,0497 (0,0583)	0,7016 (0,0512)	0,1433 (0,0492)	-0,0763 (0,0924)	1,0763 (0,0372)	3	3,2950 [0,7710]
<b>Inflación anual sin alimentos</b>	0,9555 (0,0185)	0,4079 (0,1059)	0,6486 (0,0510)	0,0757 (0,0757)	0,3904 (0,0596)	0,5931 (0,0315)	3	4,1316 [0,6588]
Restringiendo beta a 1	1 —	0,4523 (0,0875)	0,6208 (0,0563)	0,0733 (0,0370)	0,4215 (0,0423)	0,5785 (0,0275)	3	4,5143 [0,6074]
<b>Inflación trimestral sin alimentos (*)</b>	0,9278 (0,0298)	0,0632 (0,0726)	0,7735 (0,0473)	0,0718 (0,0327)	0,0758 (0,0810)	0,8613 (0,0352)	4	4,2537 [0,6423]
Restringiendo beta a 1	1 —	0,0624 (0,0707)	0,7434 (0,0456)	0,0766 (0,0335)	0,0775 (0,0812)	0,9224 (0,0284)	4	4,4808 [0,6119]

(\*)  $D$  es el tiempo promedio durante el cual las firmas mantienen sus precios fijos. Los valores reportados entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimados. Los valores reportados entre paréntesis rectos representan el p-value del estadístico  $J$ .

Cuadro 4						
Resultado de las estimaciones internacionales de la Curva de Phillips Neo–Keynesiana híbrida (*)						
	<i>b</i>	<i>w</i>	<i>q</i>	<i>l</i>	<i>g<sup>B</sup></i>	<i>g<sup>F</sup></i>
<b>Colombia</b> (estimaciones realizadas en este artículo)	0,8625 (0,0569)	-0,0719 (0,0511)	0,7316 (0,0439)	0,1591 (0,0522)	-0,1078 (0,0806)	0,9461 (0,0677)
<b>Estados Unidos</b> (Gali y Gertler, 1999)	0,9010 (0,001)	0,4370 (0,001)	0,7190 (0,001)	0,0490 (0,070)	0,3880 (0,001)	0,5760 (0,001)
<b>Unión Europea</b> (Gali y Gertler, 2000)	0,9080 (0,001)	0,2870 (0,001)	0,9180 (0,001)	0,0080 (0,170)	0,2430 (0,001)	0,7050 (0,001)
<b>España</b> (Gali y López, 2001)	0,8500 (0,124)	0,7090 (0,065)	0,8350 (0,029)	0,0100 (0,005)	0,4870 (0,017)	0,4870 (0,037)
<b>Canadá</b> (Gagnon y Hashmat, 2001)	0,8030 (0,001)	0,6490 (0,001)	0,8570 (0,09)	0,0110 (0,001)	0,4640 (0,001)	0,4920 (0,001)

(\*) La medida de inflación utilizada por los autores es la variación porcentual del deflactor del PIB. Los valores reportados entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimado

## B. ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA CON TECNOLOGÍA DE TIPO CES

### 1. Construcción de la brecha del costo marginal con tecnología CES

Antes de realizar cualquier estimación y análisis gráfico se construye la serie del costo marginal real asociado con la tecnología de tipo CES. Tal como se puede apreciar en la ecuación (18) este costo marginal real es igual al costo laboral unitario real, dividido por la elasticidad del producto con respecto al trabajo.

Sin embargo, a diferencia de la función de producción Cobb-Douglas, dicha elasticidad no es constante a medida que cambian los factores. Dado este hecho es necesario construir una medida de esta elasticidad para la tecnología CES con base en la siguiente expresión<sup>14</sup> que hace parte de la ecuación (18).

$$(26) \quad \frac{\ln Y_t}{\ln L_t} - \frac{L_t}{Y_t} = (Y_t / L_t)^r = 1 - \mathbf{a} (Y_t / K_t)^r$$

Para el cálculo de esta fórmula en la economía colombiana, es necesario calcular el producto medio del capital  $Y_t / K_t$ . Para calcular esta variable se utiliza como medida de producción nacional la serie de PIB trimestral a precios constantes de 1994 para el período comprendido entre el primer trimestre de 1977 y el cuarto trimestre de año 2002. Como medida de *stock* de capital se utiliza una serie de capital construida por el autor, cuyo cálculo se explica en el Apéndice, literal A. En cuanto al parámetro  $\mathbf{a}$  se utiliza un valor de 0,4, el cual se toma del obtenido por Greco (2002). A diferencia de  $\mathbf{a}$  no existe un valor estimado ni calibrado de  $\mathbf{r}$  para la economía colombiana, por lo cual se calculan, para Colombia, tres medidas de elasticidad del producto con respecto al trabajo. En la primera se fija  $\mathbf{r} = 1$ , como en Rotemberg y Woodford (1999), Gali y López (2001) y Gagnon y Hashmat (2001). En la segunda se fija  $\mathbf{r} = 32$ , a partir de estimaciones realizadas por el autor de este artículo<sup>15</sup>. Y en la tercera se fija  $\mathbf{r} = 47,1$  cuyo valor fue estimado por Posada (1993).

Si se toma la serie de costo laboral unitario calculada en la sección IV.A.1 y se dividen por cada una de las anteriores tres series de elasticidad del producto con respecto al trabajo, se obtienen tres series de costo marginal real con tecnología CES.

Las dos últimas medidas de costo marginal real (por ejemplo las que tienen  $\mathbf{r} = 32$  y 47,1, respectivamente) presentan un valor de  $\mathbf{r}$  muy grande (por ejemplo,  $\mathbf{r} \rightarrow \infty$ ), lo cual hace que la forma funcional del costo marginal real calculada con estos valores de  $\mathbf{r}$ , sea igual, implícitamente, a la brecha de costo marginal real con tecnología Leontief. Asimismo, al calcular la brecha de costo marginal real derivada de la tecnología, se puede notar que esta brecha es exactamente igual a la brecha del costo marginal real derivada de la función de producción Cobb–Douglas (véase la Demostración (1)).

---

<sup>14</sup> En el apéndice técnico de este artículo se tratan más detalles para hacer la derivación analítica de esta ecuación. Se puede solicitar este apéndice al autor, sin ningún tipo de restricciones.

<sup>15</sup> Este valor estimado de  $\mathbf{r}$  se obtiene a partir de la estimación del siguiente modelo de regresión no lineal:  $\ln Y_t = \mathbf{b}_0 + \ln(\mathbf{b}_1 K_t^{b_2} + (1 - \mathbf{b}_1) L_t^{b_2})^{-1/b_2} + \mathbf{b}_4 t$  el cual es una función de producción CES, donde  $\mathbf{b}_0 = A$ ,  $\mathbf{b}_1 = \mathbf{a} \gamma \mathbf{b}_3 = \mathbf{r}$ ,  $t = \text{tendencia}$ . Las series de producto, capital y trabajo que se utilizan en esta estimación son las mismas descritas en la sección IV.

**Demostración (1):**

$$\text{Sea: } \lim_{r \rightarrow \infty} MC_t^R = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\frac{W_t (L_t)}{P_t (Y_t)}}{1 - a \left(\frac{Y_t}{K_t}\right)^r} = \left(\frac{W_t L_t}{P_t Y_t}\right) = MC_{Leontief,t}^R,$$

$$\text{entonces: } MC_{Leontief,t}^R = \log \left( \frac{\frac{W_t L_t}{P_t Y_t}}{\frac{\bar{W} \bar{L}}{\bar{P} \bar{Y}}} \right) \quad mc_{Leontief,t}^R = w_t + l_t - p_t - y_t$$

$$\text{Sea: } mc_{Cobb-Douglas,t}^R = \frac{1}{1-a} \left( \frac{W_t L_t}{P_t Y_t} \right),$$

$$\text{entonces: } mc_{Cobb-Douglas,t}^R = \log \left( \frac{\frac{1}{1-a} \frac{W_t L_t}{P_t Y_t}}{\frac{1}{1-a} \frac{\bar{W} \bar{L}}{\bar{P} \bar{Y}}} \right)$$

$$mc_{Cobb-Douglas,t}^R = w_t + l_t - p_t - y_t$$

$$\text{Por tanto: } mc_{Leontief,t}^R = mc_{Cobb-Douglas,t}^R$$

$$\text{Donde } x_t = \log (X_t / \bar{X}) \quad \forall X_t = \{W_t, L_t, Y_t, P_t\}$$

Dados los resultados algebraicos anteriores, se decide utilizar la serie de costo marginal real construida con un valor de  $r = 1$ , luego se obtiene el logaritmo natural de esta serie y se extrae su componente cíclico a partir del filtro de Hodrick–Prescott (1987). Dicho componente cíclico es la serie de la brecha del costo marginal real asociado a una tecnología CES para la economía colombiana.

Sin embargo, para el caso de la economía colombiana esta última serie es muy parecida a la brecha de costo marginal real asociada a la tecnología Cobb–Douglas (es decir, cuantitativamente no difieren mucho). Esta particularidad obedece a

que en Colombia la elasticidad del producto con respecto al trabajo, asociada a una función de producción CES, es estable en el período comprendido entre 1984 y 1994 y el comprendido entre 2000 y 2002, lo cual hace que su componente cíclico tenga valores muy cercanos a cero (véanse gráficos 3, 4 y la Demostración (2)).

Por lo tanto, para el caso colombiano no es necesario estimar la curva de Phillips neokeynesiana asociada a una función de producción CES, ya que su brecha del costo marginal real no difiere significativamente de la brecha del costo marginal real de la tecnología Cobb–Douglas

**Demostración (2):**

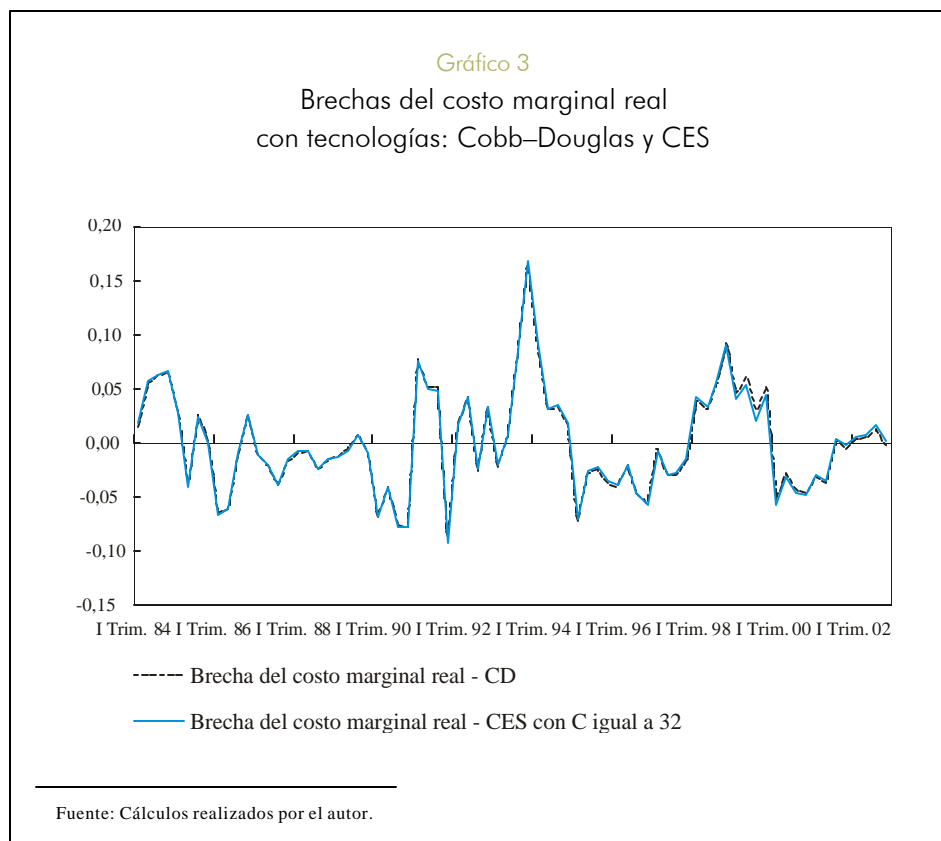
$$\text{Sea: } MC_{CES,t}^R = \frac{\frac{W_t}{P_t} \left( \frac{L_t}{Y_t} \right)}{1 - a \left( \frac{Y_t}{K_t} \right)^r}$$

$$\text{Entonces: } MC_{CES,t}^R = \log \left( \frac{\frac{\frac{W_t}{P_t} \left( \frac{L_t}{Y_t} \right)}{1 - a \left( \frac{Y_t}{K_t} \right)^r}}{\frac{\frac{\bar{W}}{\bar{P}} \left( \frac{\bar{L}}{\bar{Y}} \right)}{1 - a \left( \frac{\bar{Y}}{\bar{K}} \right)^r}} \right) = w_t + l_t - p_t - y_t - (h_t)_L^Y$$

Por tanto: Si  $(h_t)_L^Y \approx 0$  entonces:  $mc_{CES,t}^R \approx mc_{Cobb-Douglas,t}^R$

Donde:  $x_t = \log (X_t / \bar{X})$   $\forall X_t = \{W_t, L_t, Y_t, P_t, (H_t)_L^Y\}$ ,

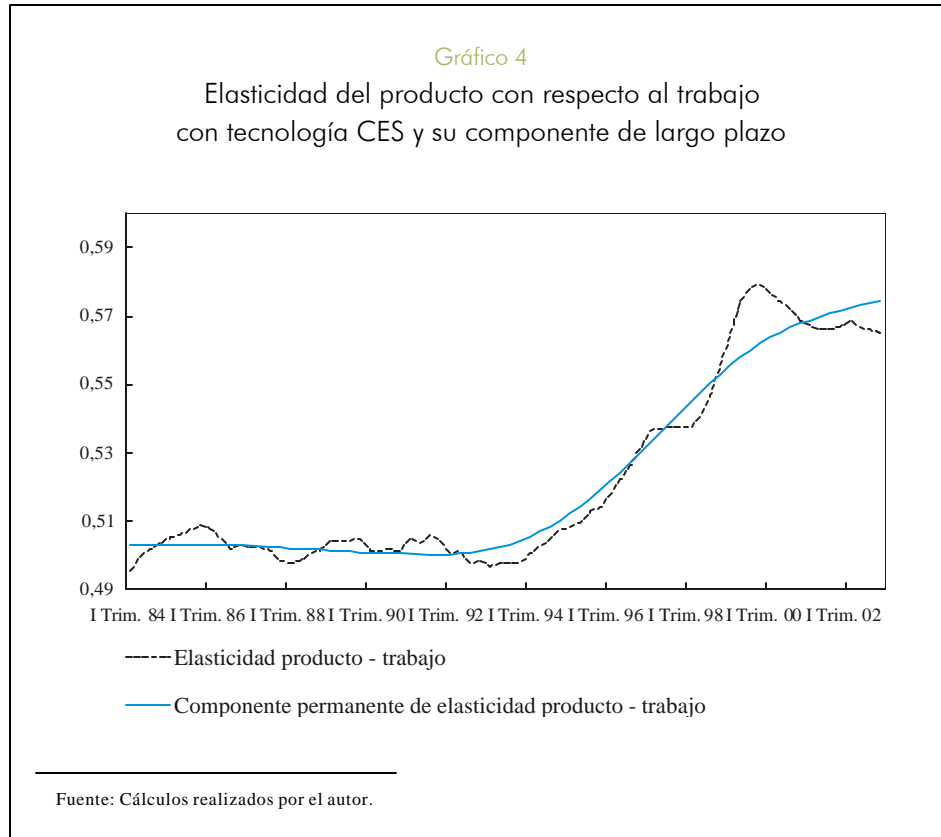
$(H_t)_L^Y = 1 - a (Y_t / K_t)^r$ , es la elasticidad del producto con respecto al trabajo con tecnología CES.



## V. RELACIÓN ENTRE LA BRECHA DEL COSTO MARGINAL REAL Y LA BRECHA DEL PRODUCTO

En esta sección se realiza una descripción teórica y matemática de la relación que hay entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto. Una vez identificada esta relación teórica y matemáticamente, esta relación se comprueba empíricamente para Colombia mediante de la estimación de sus parámetros profundos.

En este estudio se construyen tres medidas diferentes de brecha del producto: la primera con el filtro de Hodrick–Prescott (1997), en el cual se utilizó un parámetro de suavización ( $I = 1.600$ ), debido a que la frecuencia de los datos utilizados es trimestral. La segunda brecha fue estimada con el filtro de Baxter–King (1999),



en el cual se utilizó una banda inferior con valor de 6 y una banda superior con valor de 32, debido a que la frecuencia de los datos es trimestral. La tercera brecha se calculó con el filtro de Kalman<sup>16</sup>.

No obstante, estas brechas pueden presentar problemas de estimación al tratar de inferir la existencia de raíz unitaria en cada una de ellas a través de la prueba *Aumentada de Dickey y Fuller* con criterio de información *Akaike* para elegir el número de rezagos óptimos para realizar esta prueba. Por otro lado, al realizar la prueba *KPSS* la inferencia sobre la estacionariedad de estas series de brecha del producto cambia, pues de acuerdo con esta prueba las brechas sí son estacionarias.

<sup>16</sup> Esta medida fue obtenida por cálculos previos a este trabajo, realizados por el autor.



En el Gráfico 5 se puede notar que la relación entre el costo marginal real y el producto no es muy clara en el corto plazo, ya que en el punto más crítico de la recesión de 1999 la brecha del producto alcanzó su mayor valor negativo, mientras el costo marginal real en vez de disminuir permaneció por encima de su valor de equilibrio de precios flexibles.

Teniendo en cuenta que Colombia es una economía pequeña y abierta es necesario incluir más variables que permitan explicar empírica y teóricamente la relación entre estas dos variables. Dichas variables adicionales son la productividad, los términos de intercambio y el PIB de los Estados Unidos. No obstante, es necesario justificar la inclusión de estas variables en la validación empírica de la relación existente entre el PIB y el costo marginal real; para ello se toman las condiciones de primer orden y las condiciones que permiten equilibrar todos los mercados, *clearing market condiditons*, del modelo estructural neokeynesiano para economía pequeña y abierta propuesto por Gali y Monacelli (2002).

En la sección V.A. se describe brevemente el modelo teórico de Gali y Monacelli (2002) con el fin de demostrar que el costo marginal real no solamente depende del PIB sino también de la productividad total de los factores (PTF), del PIB de los Estados Unidos y de los términos de intercambio. Posteriormente, en la sección V.B se estima empíricamente la forma estructural y reducida de la relación teórica, derivada de las condiciones de primer orden y de las condiciones de equilibrio de todos los mercados del modelo de Gali y Monacelli (2002), que hay entre el costo marginal real y las variables explicativas mencionadas en el párrafo anterior.

#### A. *MODELO ESTRUCTURAL PARA UNA ECONOMÍA PEQUEÑA Y ABIERTA*

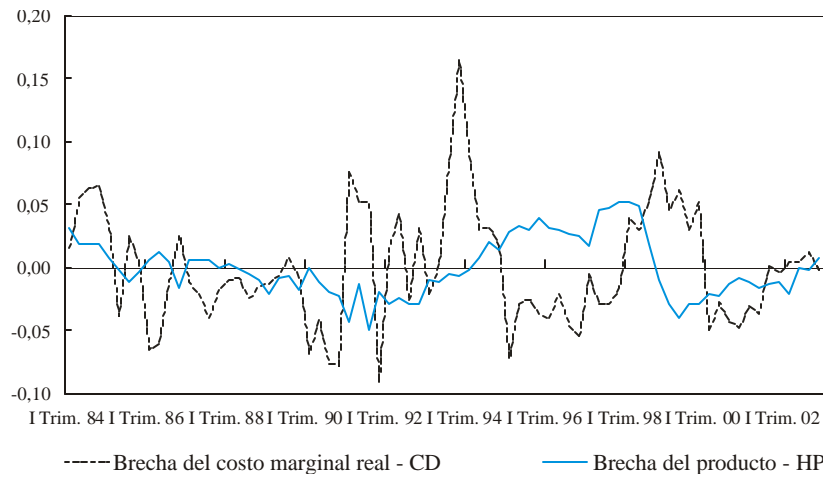
El modelo teórico de Gali y Monacelli (2002) representa una economía pequeña y abierta con alta movilidad de capitales y una economía grande como Estados Unidos. Cada una de estas economías tiene hogares domésticos y externos, firmas productoras y distribuidoras del bien final domésticas y externas, y dos bancos centrales domésticos y externos.

El régimen cambiario de ambas economías es flexible y la tasa de cambio se determina de acuerdo con la paridad descubierta de tasas de interés.

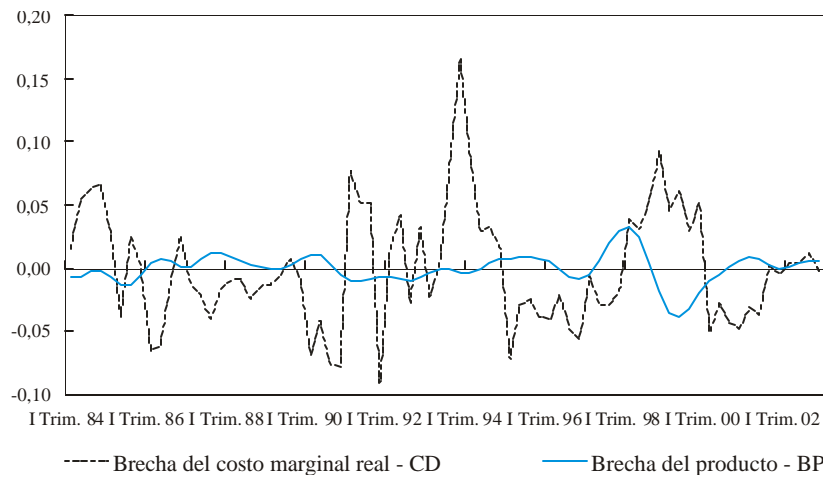
Gráfico 5

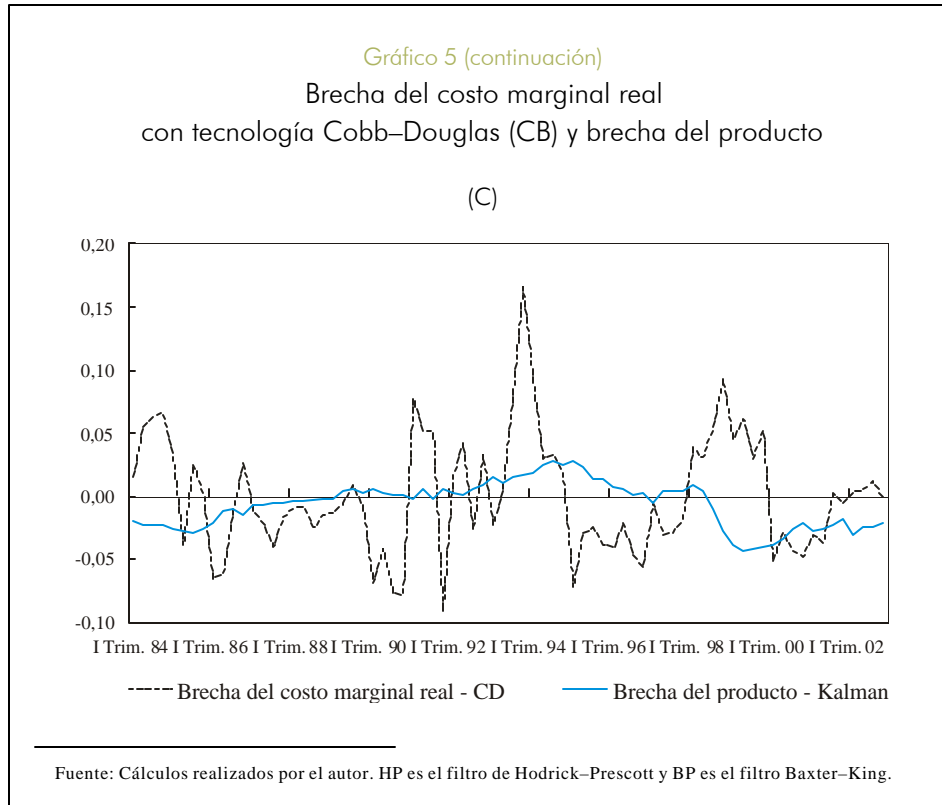
Brecha del costo marginal real con tecnología Cobb–Douglas (CB) y brecha del producto

(A)



(B)





$$(27) \quad E_t = R_t^* E_{t+1|t} / R_t$$

Donde:  $E_t$  es la tasa de cambio nominal,  $R_t^*$  es la tasa de interés nominal bruta externa y  $R_t$  es la tasa de interés nominal bruta doméstica.

Los hogares, tanto domésticos como externos, ofrecen su dotación de tiempo y consumen dos tipos de bienes nacionales e importados. El problema de optimización del hogar representativo de cada país es maximizar el valor presente de sus preferencias representadas por la siguiente función de utilidad<sup>17</sup>:

$$(28) \quad E_t \sum_{t=0}^{\infty} b \left( \frac{C_t^{1-s}}{1-s} - \frac{N_t^{1+j}}{1+j} \right)$$

<sup>17</sup> Aquí se asume que la forma funcional de las preferencias de ambos países es la misma.

Sujeto al siguiente conjunto de presupuesto intertemporal:

$$(29) \quad P_t C_t + W_{t+1|t} D_{t+1} \leq D_t + W_t N_t$$

Donde:

$$(30) \quad C_t = [(1 - \mathbf{k})^{1/h} (C_t^H)^{h-1/h} + \mathbf{k}^{1/h} (C_t^M)^{(h-1)/h}]^{h/(h-1)}$$

El gasto total del consumidor depende del valor total del consumo del bien doméstico y del valor total del consumo del bien externo.

$$(31) \quad P_t C_t = P_t^H C_t^H + P_t^M C_t^M$$

Donde  $C_t$  es el consumo total de bienes finales,  $C_t^H$  es el consumo de bienes finales domésticos,  $C_t^M$  es el consumo de bienes finales externos,  $P_t^H$  es el nivel de precios doméstico,  $P_t^M$  es el nivel de precios externo,  $N_t$  representa el número de horas trabajadas,  $0 < \mathbf{h} < \infty$ , representa la elasticidad intratemporal entre el consumo de bienes finales domésticos y bienes finales externos,  $\mathbf{s} > 1$  representa el coeficiente de aversión al riesgo,  $\mathbf{j} > 0$  es el recíproco de la elasticidad precio de la oferta laboral,  $0 < \mathbf{k} < 1$  muestra el grado de apretura de la economía,  $P_t$  es el índice de precios al consumidor,  $D_{t+1}$  es el pago nominal de los bonos en el período  $t+1$ ,  $w_t$  es el salario nominal y  $W_{t+1|t}$  es un factor estocástico de descuento de los pagos nominales que recibe el consumidor por emitir bonos.

Al resolver las condiciones de primer orden del problema de maximización, se obtiene la relación marginal de sustitución entre el consumo y el trabajo en función del salario real.

$$(32) \quad C_t^{\mathbf{s}} N_t^{\mathbf{j}} = w_t / P_t$$

Igualmente, se obtiene la condición de optimización intertemporal del consumidor:

$$(33) \quad W_{t+1|t} = \mathbf{b} (C_{t+1} / C_t)^{-\mathbf{s}} (P_t / P_{t+1})$$

Al tomar expectativas a ambos lados de (33) y definiendo  $R_t^{-1} = E_t W_{t+1|t}$ , Gali y Monacelli (2002) obtienen una ecuación estocástica de Euler convencional:

$$\mathbf{b} R_t (C_{t+1|t} / C_t)^{-\mathbf{s}} (P_t / P_{t+1|t}) = 1$$

Las firmas productoras del bien final demandan cantidades de trabajo que le permitan minimizar sus costos de producción.

$$(34) \quad W_t N_t + R_t K_t$$

sujeto a un conjunto de posibilidades de producción, descrito por la siguiente tecnología:

$$(35) \quad Y_t = A_t N_t$$

La solución de la condición de primer orden de este problema de optimización está dada por la siguiente ecuación:

$$(36) \quad MC_t = \mathbf{y}_t = W_t / A_t$$

Donde  $\mathbf{y}_t$  es multiplicador de Lagrange,  $MC_t$  es el costo marginal,  $W_t$  es el salario nominal,  $N_t$  es el número de horas trabajadas y  $A_t$  es un parámetro de progreso tecnológico.

Multiplicando  $P_t^H$  a ambos lados de (36) se obtiene el costo marginal real en función de la productividad y del salario real.

$$(37) \quad MC_t^R = W_t / A_t P_t^H$$

Donde  $P_t^H$  es el precio del bien doméstico.

Las firmas distribuidoras del bien final determinan sus precios según Calvo (1983), tal como está descrito en la sección II. Por tanto se supone que la inflación está determinada por las curvas de Phillips neokeynesianas mencionadas anteriormente.

$$(38) \quad \mathbf{p}_t = \mathbf{I}mc_t^R + \mathbf{g}_F \mathbf{p}_{t+1|t}$$

$$(39) \quad \mathbf{p}_t = \mathbf{I}mc_t^R + \mathbf{g}_F \mathbf{p}_{t+1|t} + \mathbf{g}_B \mathbf{p}_{t-1}$$

El banco central determina un nivel de tasa de interés nominal que le permita alcanzar un determinado nivel de inflación constante en el largo plazo para minimizar la variabilidad de la inflación y el producto. Cabe anotar que para el propósito de este artículo no es necesario conocer la regla de política del banco central.

Al definir los términos de intercambio  $S_t$ , la tasa de cambio nominal  $E_t$  y la tasa de cambio real  $Z_t$  como:

$$(40) \quad S_t = P_t^M / P_t^H$$

$$(41) \quad E_t = P_t^M / (P_t^M)^*$$

$$(42) \quad P_t^* = (P_t^M)^* \text{ }^{18}$$

$$(43) \quad Z_t = E_t P_t^* / P_t$$

Gali y Monacelli (2002) muestran que la tasa de cambio real puede expresarse en función de los términos de intercambio.

$$(44) \quad Z_t = S_t^{(1-k)}$$

Dado que la forma funcional que representa las preferencias de los hogares externos y su restricción de presupuesto es la misma, entonces la ecuación de Euler para los hogares extranjeros está representada por la siguiente expresión.

$$(45) \quad (W_{t+1|t})^* = b(C_{t+1|t}^* / C_t^*)^{-s} (P_t^* / P_{t+1|t}^*)$$

Donde  $C_t^*$  es el consumo externo total del bien final externo, y  $W_{t+1|t}$  es un factor estocástico de descuento de los pagos nominales que hace el consumidor extranjero por mantener los bonos emitidos por los consumidores del otro país.

Al multiplicar la depreciación esperada a ambos lados de la ecuación (45) se obtiene:

$$(46) \quad W_{t+1|t} = b(C_{t+1|t}^* / C_t^*)^{-s} (P_t^* / P_{t+1|t}^*) (E_t / E_{t+1|t})$$

Al resolver para  $C_t$  de la ecuación (40) e iterar hacia delante, se obtiene el consumo total doméstico en función del consumo externo y de la tasa de cambio real:

$$(47) \quad C_t = J C_t^* Z_t^{1/s}$$

---

<sup>18</sup> Siguiendo a Gali y Monacelli (2002), este supuesto implica que los bienes de una economía pequeña y abierta representan una pequeña porción del consumo externo.

Donde:  $J$  es una constante que representa la razón entre el consumo doméstico y el consumo externo en el estado estacionario.

Al igualar (37) con (32), (46) con (33),  $Y_t^* = C_t^*$  y utilizar la ecuación (44), Gali y Monacelli (2002) encuentran una relación teórica y microfundamentada entre el costo marginal real y la brecha del producto, la cual está representada por la siguiente ecuación: (puede encontrarse en Gali y Monacelli (2002) una explicación matemática más detallada de la derivación de la ecuación (42))<sup>19</sup>.

$$(48) \quad mc_t^R [s(1 - k) + j] y_t + sky_t^* - (1 + j) a_t + ks_t$$

Donde:  $mc_t^R$  es la desviación del logaritmo del costo marginal real de su valor de estado estacionario,  $y_t$  es la desviación del logaritmo del producto doméstico de su valor de estado estacionario,  $y_t^*$  es la desviación del logaritmo del producto del país grande de su valor de estado estacionario,  $a_t$  es la desviación del logaritmo de la productividad de la economía y  $s_t$  es la desviación del logaritmo de los términos de intercambio definidos por Gali y Monacelli (2002) como la razón entre el nivel de precios de los bienes importados y el nivel de precios de los bienes domésticos,  $s \geq 1$  es el coeficiente de aversión al riesgo,  $j \geq 1$  es el recíproco de la elasticidad precio de la oferta laboral y  $0 < k < 1$  muestra el grado de apertura de la economía.

La ecuación (48) presenta la relación teórica que existe entre el costo marginal real y el producto. Además muestra otras variables que permiten explicar mejor el comportamiento del costo marginal real.

Si se expresa cada variable de la ecuación anterior en términos de desviaciones de su valor de equilibrio en precios flexibles o equilibrio de largo plazo, se obtiene<sup>20</sup>:

$$(48) \quad \hat{mc}_t^R = [s(1 - k) + j] \hat{y}_t + sk\hat{y}_t^* - (1 + j) \hat{a}_t + k\hat{s}_t$$

<sup>19</sup> El lector puede solicitarle al autor de este artículo: Bejarano, Jesús Antonio (2004), un apéndice técnico más detallado del modelo de Gali y Monacelli (2002).

<sup>20</sup> El modelo teórico utilizado en este trabajo explica el equilibrio de las variables cuando existen rigideces en los precios, al cual se le llama equilibrio de corto plazo. Además, esta familia de modelos asume generalmente que el equilibrio en precios flexibles se da en el largo plazo.

Donde  $\hat{m}c_t^R$  es la brecha del costo marginal,  $\hat{y}_t$  es la brecha del producto doméstico,  $\hat{y}_t^*$  es la brecha del producto del país grande,  $\hat{a}_t$  es la brecha de la productividad de la economía y  $\hat{s}_t$  es la brecha de los términos de intercambio.

## B. ESTIMACIÓN Y RESULTADOS

En esta sección se estiman los parámetros estructurales y reducidos que acompañan las variables explicativas de la ecuación (48).

En la estimación de la ecuación (48) se utiliza la brecha del costo marginal real construida en la sección IV.A.1, tres medidas de brecha del producto diferentes, la brecha del producto de los Estados Unidos, la brecha de la tasa de cambio real bilateral con Estados Unidos, los términos de intercambio y la brecha de productividad total de los factores<sup>21</sup>.

Con las series mencionadas en el párrafo anterior, se estima por *mínimos cuadrados ordinarios* la ecuación (48) en forma reducida:

$$(49) \quad \hat{m}c_t^R = \mathbf{G}_0 \hat{y}_t + \mathbf{G}_1 \hat{y}_t^* + \mathbf{G}_2 \hat{a}_t + \mathbf{G}_3 \hat{s}_t$$

Donde  $\mathbf{G}_0 = [\mathbf{s}(1 - \mathbf{k}) + \mathbf{j}] > 0$  es la elasticidad de la brecha del costo marginal real con respecto al producto doméstico,  $\mathbf{G}_1 = \mathbf{k}\mathbf{s} > 0$  es la elasticidad de la brecha del costo marginal real con respecto al producto del país grande,  $\mathbf{G}_2 = -(1 + \mathbf{j}) < 0$  es la elasticidad de la brecha del costo marginal real con respecto a la productividad doméstica y  $\mathbf{G}_3$  es la elasticidad de la brecha del costo marginal real con respecto a los términos de intercambio.

En el Cuadro 5 se presentan los resultados de la estimación de los parámetros de la ecuación (49)<sup>22</sup> utilizando las tres medidas diferentes de brecha del producto mencionadas anteriormente. A pesar de que la relación que muestra el Gráfico 5 no es

---

<sup>21</sup> Esta medida de productividad se calcula como el residuo de Solow de una función de producción Cobb–Douglas, con elasticidad del producto con respecto al capital  $\mathbf{a}$  de 0,4, el cual es tomado del Greco (2002). Todas las brechas mencionadas en este párrafo son calculadas con el filtro de Hodrick–Prescott (1997).

<sup>22</sup> Esta estimación tiene una variable *dummy* con valor de 1 para los tres últimos trimestres de 1993, debido a que las variables independientes de la ecuación (49) no pueden explicar las observaciones atípicas que tiene la brecha del costo marginal real en los últimos trimestres de 1993. Debido a la



muy fuerte, la bondad de ajuste del modelo econométrico es alta y los signos de los parámetros estimados de la versión reducida son coherentes con teoría económica. Sin embargo, la elasticidad del costo marginal real con respecto a la brecha del producto construida es más baja y estadísticamente no significativa cuando se estima la ecuación (48) con el filtro de Baxter–King (1999) y con el filtro de Kalman.

Por otro lado, el valor estimado de los parámetros profundos de la ecuación (28) que se encuentran reportados en el Cuadro 6, no son coherentes con el rango de valores que pueden tomar dichos parámetros en el modelo expuesto en la sección V.A y difieren considerablemente del valor de los parámetros profundos estimados y calibrados tanto en la literatura nacional como internacional<sup>23</sup>.

Cuadro 5				
Resultado de estimaciones de la relación entre el costo marginal real y la brecha del producto (*)				
	$G_0$	$G_1$	$G_2$	$G_3$
<b>HP</b>	0,8207 (0,0067)	0,6317 (0,5660)	-1,9741 (0,2959)	0,0431 (0,0602)
	R <sup>2</sup> = 0,6960		DW = 2,05	
<b>BP</b>	0,2995 (0,5185)	0,4617 (0,5832)	-1,5778 (0,2208)	-0,0264 (0,062)
	R <sup>2</sup> = 0,6768		DW = 2,00	
<b>Kalman</b>	0,3805 (0,4029)	0,5702 (0,5950)	-1,6040 (0,2174)	-0,0264 (0,0615)
	R <sup>2</sup> = 0,6797		DW = 2,00	

(\*) Los valores que se encuentran entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimados.

autocorrelación de primer orden que presentaba la estimación inicial de (49) es necesario utilizar la técnica de Cochrane-Orcutt, para eliminar dicha autocorrelación en los residuos del modelo. El valor del parámetro estimado con la técnica de Cochrane-Orcutt del AR (1) de los residuos es igual a 0,5.

<sup>23</sup> La estimación de los parámetros estructurales de la ecuación (48) se ajustó con la misma variable *dummy* de la estimación anterior y la autocorrelación en los residuos también se corrige con la técnica de Cochrane-Orcutt. El valor del parámetro estimado con la técnica de Cochrane-Orcutt del AR (1) de los residuos de esta estimación es igual a 0,5.

**Cuadro 6**  
Resultado de estimaciones de la relación entre el costo marginal real y la brecha del producto (\*)

	<i>s</i>	<i>k</i>	<i>j</i>
<b>HP</b>	-0,1727 (0,2757)	0,0335 (0,0592)	0,9162 (0,2928)
	R <sup>2</sup> = 0,6898		
<b>BP</b>	-0,2760 (0,4790)	0,0198 (0,0608)	0,5630 (0,2211)
	R <sup>2</sup> = 0,6734		
<b>Kalman</b>	-0,2764 (0,3774)	0,0177 (0,0603)	0,5722 (0,2160)
	R <sup>2</sup> = 0,6797		

(\*) Los valores que se encuentran entre paréntesis representan la desviación estándar de cada uno de los parámetros estimados.

De acuerdo con los resultados reportados en el Cuadro 6 el valor estimado del coeficiente de aversión al riesgo *s* es negativo y no es estadísticamente significativo, mientras que Greco (2002) calibró este parámetro con un valor de 3,5 en su modelo de ingreso permanente. De la misma forma Posada y Gómez (2003) tomaron valores de 2,146 y 6,34 para calibrar el coeficiente de aversión al riesgo en su modelo de crecimiento y gasto público. Con respecto a la literatura internacional enfocada al desarrollo de modelos de equilibrio general dinámico para economías pequeñas y abiertas, Agenor y Montiel (1999) estimaron una elasticidad de sustitución intertemporal  $1/s$  igual a (0,163), la cual implica un coeficiente de aversión igual a 6,13 para los países subdesarrollados. Reinhart y Vegh (1995) estimaron por *GMM* la elasticidad de sustitución intertemporal de algunas economías emergentes para el período comprendido entre el primer trimestre de 1978 y el segundo trimestre de 1989. El resultado encontrado por estos autores fue una elasticidad de sustitución intertemporal  $1/s$  de 0,21 y 0,19 para Argentina y Chile, respectivamente.

En cuanto al recíproco de la elasticidad precio de la oferta laboral *j*, el valor reportado en el Cuadro 6 es 0,91, el cual está por fuera del rango de valores que permite el modelo y difiere del valor utilizado por Gali y Monacelli (2002), quienes

fijaron  $j = 3$ , y del utilizado por Rotemberg y Woodford (1999), quienes trabajaron con  $j = 2$ .

El grado de apertura de la economía  $k$  estimado no es estadísticamente significativo y difiere bastante del valor calibrado por Gali y Monacelli (2002), quienes fijaron este parámetro con un valor de 0,4.

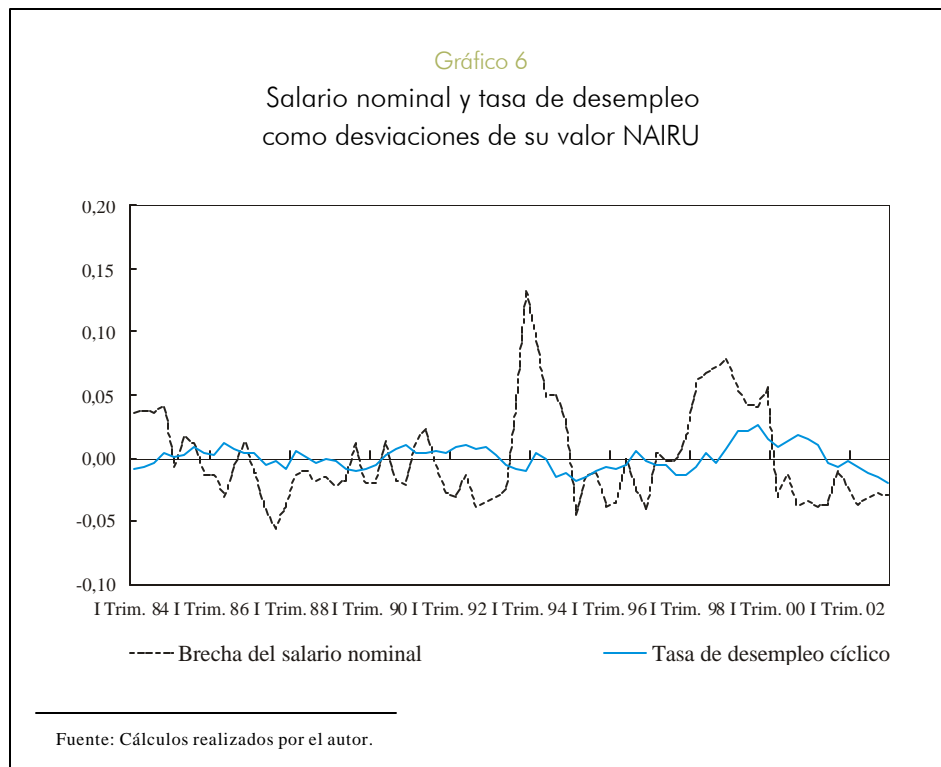
De acuerdo con el Gráfico 5 y con los valores estimados que están reportados en el Cuadro 6 se comprueba para Colombia que hay una relación de corto plazo débil entre el costo marginal real y el producto. Además, los parámetros profundos que sustentan teóricamente esta relación, al ser estimados para Colombia, no son estadísticamente significativos y no tienen sentido económico.

La debilidad en la relación estimada de corto plazo entre el costo marginal real y la brecha del producto, y los parámetros estructurales estimados, reportados en el Cuadro 6 se debe, posiblemente, a la carencia de rigideces en el salario nominal que tiene el modelo de Gali y Monacelli (2002), pues de acuerdo con el Gráfico 6 en 1998 la demanda de trabajo disminuyó y causó un aumento en la tasa de desempleo por encima de su valor de equilibrio, pero el salario nominal en vez de disminuir permaneció alto un año después de dicho aumento en la tasa de desempleo cíclico. Sin embargo, las rigideces en el salario nominal no explican el acontecimiento ocurrido en el año 2000, en el cual había una tasa de desempleo alta acompañada de un salario nominal por debajo de su nivel de equilibrio, lo cual implica la necesidad de utilizar un modelo con fricciones laborales que por el momento, está fuera del alcance de este estudio.

Para comprender el efecto de las rigideces en los salarios nominales sobre la relación que hay entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto, es necesario involucrar en este modelo rigideces en los salarios nominales, lo cual es un trabajo que está fuera del alcance de este artículo. Por otro lado, en la literatura internacional no hay estimaciones que comprueben empíricamente la relación entre el costo marginal real y la brecha del producto.

## **VI. CONCLUSIONES**

En este artículo se comprobó empíricamente, para el período comprendido entre el primer trimestre de 1984 y el cuarto trimestre de 2002, la relación positiva entre



la inflación y brecha del costo marginal real para Colombia a partir de un modelo neokeynesiano de optimización dinámica elaborado y estimado por Gali y Gertler (1999). La estimación de los parámetros profundos de este modelo muestran que en Colombia aproximadamente el 30% de las firmas ajustan sus precios con base en el valor actual del costo marginal real, mientras que el 70% restante de las firmas mantienen sus precios fijos alrededor de tres trimestres. Estos parámetros estructurales estimados son coherentes con los del modelo teórico de Gali y Gertler (1999) y con los obtenidos por la literatura internacional.

También se encontró que la inflación trimestral en Colombia responde a cambios futuros en la senda esperada de la brecha del costo marginal real, lo cual implicaría que los agentes tengan expectativas completamente racionales, indicando que no existirían costos de desinflación en Colombia. Sin embargo, estos resultados pueden estar sujetos a la crítica de Mankiw (2001), ya que posiblemente el costo de sacrificio del producto por desinflar una economía y el efecto rezagado de la

política monetaria sobre la inflación en Colombia pueden estar implícitos en la relación de corto plazo que hay entre el producto y el costo marginal real cuando se asumen competencia imperfecta y rigideces en el mercado laboral. No obstante, esta última afirmación es más un interrogante que una respuesta a la crítica de Mankiw (2001).

Por otro lado, la inflación anual responde parcialmente ante cambios en la senda observada de la brecha del costo marginal real y ante variaciones en la senda esperada de la brecha del costo marginal real, lo cual implica que los agentes tengan expectativas parcialmente adaptativas y parcialmente racionales.

La brecha del costo marginal real calculada para Colombia con tecnología Cobb–Douglas es bastante parecida a la brecha del costo marginal calculada para este país con tecnología CES. La razón subyace en que la elasticidad del producto con respecto al trabajo de Colombia ha tenido una volatilidad muy baja durante el período considerado en este estudio.

A partir de la relación teórica entre la brecha del costo marginal real y la brecha del producto, derivada del modelo nekeynesiano de equilibrio general dinámico, construido y calibrado por Gali y Monacelli (2002), se obtuvo evidencia empírica de una relación positiva de corto plazo débil entre el costo marginal real y la brecha del producto para Colombia. Este resultado se puede explicar por la gran rigidez que presentaron los salarios en Colombia, especialmente durante la recesión que ocurrió a finales de los años noventa y posiblemente por otro tipo de fricciones en el mercado laboral que no están contempladas en este artículo.

Retomando los resultados mencionados a lo largo de este artículo se puede concluir que en Colombia hay una relación positiva entre la inflación y el costo marginal real y una relación débil de corto plazo entre el costo marginal real y el producto. Por transitividad, se puede afirmar que en Colombia hay evidencia sobre la existencia de la curva de Phillips para el período comprendido entre 1984 y 2002, ya que los resultados obtenidos en los cuadros 1 y 5 implican una elasticidad de la inflación trimestral con respecto al producto cuyo valor oscila entre 0,07 y 0,15<sup>24</sup>.

---

<sup>24</sup> Este rango se calcula a partir de la multiplicación de los valores estimados de  $I$  por el valor estimado de  $G_0$ .

Finalmente, quedan un par de interrogantes que posiblemente se resolverán en una edición posterior de este artículo. En primer lugar, al cambiar el supuesto de competencia perfecta en el mercado de trabajo del modelo de Gali y Monacelli (2002) por un supuesto de competencia imperfecta que permita modelar la rigidez y la inercia que presentan los salarios nominales en Colombia, ¿será más fuerte la relación de corto plazo que actualmente hay entre el producto y el costo marginal real?, ¿podrá ser capturada empíricamente la inercia en la inflación trimestral de los salarios? Segundo, dado que en Colombia la inflación ha cambiado de media y tendencia significativamente durante el período comprendido entre 1984 y 2002, ¿es necesario estimar nuevamente la curva de Phillips neokeynesiana híbrida utilizando como medida las desviaciones de la inflación trimestral con respecto a su valor de estado estacionario?

**REFERENCIAS**

- Agénor, Pierre; Montiel, Peter (1999). *Development Macroeconomics*, Princeton University Press, 2da. edición.
- Ball, Laurence (1994). “What determines the sacrifice ratio?”, en: *Monetary Policy*, Chicago University Press.
- Baum, Christopher; Mark, Shaffer (2003). “Instrumental variables and GMM: Estimation and testing”, Documento de trabajo, No. 545, *Boston College*, Department of Economics.
- Bierchenall, Javier (1999). “Un modelo macroeconómico para la economía colombiana”, en: *Archivos de Macroeconomía*, No. 103, Departamento Nacional de Planeación, Colombia.
- Calvo, Guillermo (1983). “Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework”, en: *Journal of Monetary Economics*, Vol. 12, pp. 383-398.
- Canzoneri, Matthew; Cumby, Robert; Diba, Behzad (2002). “Notes on: Monopolistic Competition and Nominal Inertia”, en: *Monetary Policy in NNS Models*, Georgetown University.
- Chadha, Jagjit; Nolan, Charles (2002). “Output, Inflation and the New Keynesian Phillips Curve”, Documento de trabajo, No. 0204, Department of Applied Economics, *University of Cambridge*.
- Dixit, Avinash; Stiglitz, Joseph (1977). “Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity”, en: *American Economic Review*, Vol. 67, pp. 297-308.
- Erceg, Christopher; Henderson, Dale; Levin, Andrew (2000). “Optimal Monetary Policy with Staggered Wage and Price Contracts”, en: *Journal of Monetary Economics*, Vol. 46, pp. 281-313.
- Gagnon, Edith; Hashmat, Khan (2001). “New Phillips Curve with Alternative Marginal Cost Measures for Canada, the United States, and the Euro Area”, Documento de trabajo, No. 01-25, *Banco de la República*.

Galí, Jordi; Gertler, Mark (1999). “Inflation dynamics: A structural econometric analysis”, en: *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44, pp. 195-222.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; López Salido, David (2001). “European inflation dynamics”, en: *European Economic Review*, Vol. 45, pp. 1237-1270.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_ (2003). “Robustness of the Estimates of the Hybrid New Keynesian Phillips Curve”, Documento de trabajo, <<http://www.econ.upf.edu/crei/people/gali/papers.html>>.

\_\_\_\_\_; Monacelli, Tommaso (2002). “Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy”, Mimeo, <<http://www.econ.upf.edu/crei/people/gali/papers.html>>

Gómez, Javier; Julio, Juan M. (2000). “An Estimation of the Nonlinear Phillips Curve in Colombia”, en: Borradores de Economía, No. 202, *Banco de la República*, Colombia.

\_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_ (2000). “Transmission Mechanisms and Inflation Targeting: The Case of Colombia’s Disinflation”, en: Borradores de Economía, No. 168, *Banco de la República*, Colombia.

\_\_\_\_\_; Uribe, José D.; Vargas H., Hernando (2002). “The Implementation of Inflation Targeting in Colombia”, en Borradores de Economía, No. 202, *Banco de la República*, Colombia.

Gómez, Wilman; Posada, Carlos Esteban (2003). “Crecimiento económico y gasto público: un modelo para el caso colombiano”, en Borradores de Economía, No. 218, *Banco de la República*, Colombia.

Greco (2002). *El crecimiento económico colombiano en el siglo XX*, Banco de la República - Fondo de Cultura Económica, Bogotá.

Hamilton, James D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton, N.J., Princeton University Press.

Hansen, Lars; Singleton, Kenneth J. (1982). “Generalized Instrumental Variables



- Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models”, en: *Econometrica*, Vol. 50, pp.1269-1286.
- Henao, Martha; Rojas, Norberto (1998). “La tasa natural de desempleo en Colombia”, en: *Archivos de Macroeconomía*, No. 89, Departamento Nacional de Planeación, Colombia.
- Hodrick, Robert; Prescott, Edward C. (1997). “Postwar U. S. Business Cycles: An Empirical Investigation”, en: *Journal of Money, Credit, and Banking*, Vol. 29, pp. 1-16.
- Jackson, Aaron (2001). “Microfoundations and the New Phillips Curve: An Empirical Analysis”, Documento de trabajo, University of Oregon.
- Kiley, Michael T. (1998). “Monetary Policy under Neoclassical and New-Keynesian Phillips Curves with an Application to Price Level and Inflation Targeting”, en: *Finance and Economics Discussion Series*, Federal Reserve Board of Governors, Washington.
- Lasso, Francisco (2002). “Nueva metodología de encuesta de hogares. ¿Más o menos desempleados?”, en: *Archivos de Macroeconomía*, No. 213, Departamento Nacional de Planeación, Colombia.
- López, Enrique; Misas, Martha (1999). “Un examen empírico de la curva de Phillips en Colombia”, en: Borradores de Economía, No. 117, *Banco de la República*, Colombia.
- Moran, Kevin (2001). “Dynamic General-Equilibrium Models and Why the Bank of Canada is Interested in Them”, en: *Bank of Canada Review*, Vol. 2000-2001, invierno, pp. 3-12.
- \_\_\_\_\_; Dolar, Veronika (2002). “Estimated DGE Models and Forecasting Accuracy: Preliminary Investigation with Canadian Data”, en: Documentos de trabajo, 02-18, *Banco del Canadá*.
- Posada, Carlos E. (1993). “Productividad, crecimiento y ciclos en la economía colombiana (1967-1992)”, en: *Archivos de Macroeconomía*, No. 16, Departamento Nacional de Planeación. Colombia.

- Reinhart, Carmen y Carlos Vegh (1995). “Nominal Interest Rates, Consumption Booms and Lack of Credibility: A Quantitative Examination”, en: *Journal of Development Economics*, Vol. 46, pp. 357-378.
- Roberts, John (1995). “New Keynesian Economics and the Phillips Curve”, en: *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 27, pp. 975-984.
- Rotemberg, Julio (1987). “The New Keynesian Microfoundations”, en *NBER, Macroeconomics Annual 1987*, pp. 99-104.
- \_\_\_\_\_; Woodford, Michael (1999). “The Cyclical Behavior of Prices and Costs”, en: *NBER*, Documento de trabajo, No. 6909.
- \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_ (1999). “The Cyclical Behavior of Prices and Costs”, en: *Handbook of Macroeconomics*, Vol. 1, pp. 1051-1135.
- Sbordone, Argia (2001). “Prices and Unit Labor Costs: A New Test of Price Stickiness”, Mimeo, Rutgers University.
- Silberberg, Eugene (2000). *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, Mc GrawHill, 3ra. edición.
- Soffritti, Mirco (2002). “The Target of Inflation for a Small Open Economy”, *Boston College University*, Job Market Paper. <<http://www2.bc.edu/~soffritti/profile.html#Placement>>.
- Taylor, John (1980). “Aggregate Dynamics and Staggered Contracts”, en: *Journal of Political Economy*, Vol. 88, pp. 1-23.
- Trabandt, Mathias (2003). “Sticky Information vs. Sticky Prices: A Horse Race in a DSGE Framework”, Mimeo, *Humboldt University Berlin*, School of Business and Economics, Institute for Economic Policy I, Spandauer Str.
- Wooldridge, Jeffrey M. (2001). “Applications of Generalized Method of Moments Estimation”, en: *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15, pp. 87-100.

## APÉNDICE

### A. CONSTRUCCIÓN DE LA SERIE TRIMESTRAL DE STOCK DE CAPITAL

La serie de *stock* de capital utilizada en este artículo se construye con base en el siguiente procedimiento.

1. Se toma una serie de formación bruta de capital fijo del PIB a precios constantes de 1994 para el período comprendido entre 1977 T1 y 2002 T4.
2. Se construye la serie de *stock* de capital con la siguiente fórmula:

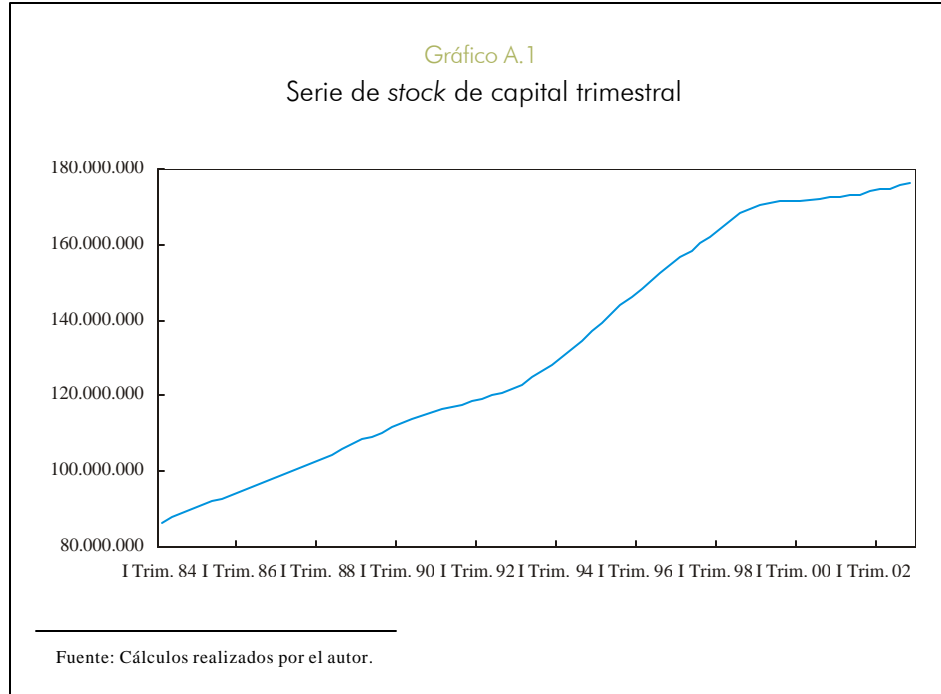
$$(1A) \quad K_t = I_{t-1} + dK_{t-1}$$

Donde:  $K_t$  es el *stock* de capital en  $t$ ,  $I_t$  es la formación bruta de capital fijo y  $d$  es la depreciación trimestral cuyo valor para Colombia es del 1,2%. (El valor de este parámetro se calcula a partir del dato de depreciación anual que utilizó el DNP para la construcción de su serie anual de *stock* de capital).

3. El valor inicial de esta serie de capital es igual al *stock* de capital que calculó el DNP para 1977 (Gráfico A.1).

### B. ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE PHILLIPS NEOKEYNESIANA POR GMM

La curva de Phillips neokeynesiana no puede estimarse por mínimos cuadrados ordinarios, debido a que al involucrar la inflación esperada en  $t + 1$  con información en  $t$  en el conjunto de las variables independientes, se viola el supuesto  $E_t(X, e) = 0$ . Ante este hecho es necesario estimar la curva de Phillips neokeynesiana a través de modelos econométricos con variables instrumentales. Dentro de los métodos más utilizados en la estimación de modelos econométricos con variables instrumentales se encuentran: el de mínimos cuadrados en dos etapas, el estimador de variables instrumentales (GIVE) y el método generalizado de momentos GMM. Con el estimador  $GIVE \hat{b}_{IV} = (X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X)^{-1}X'Z(Z'Z)^{-1}Z'$  y se busca crear un grupo de  $L$  variables artificiales  $\hat{X} = f(Z)$  que sean completamente exógenas



y que garanticen la validez del supuesto  $(E_t(\hat{X}, e) = 0$  e incluirlas como variables exógenas dentro del modelo clásico de regresión lineal.

El estimador de variables instrumentales (GIVE) es un caso especial del estimador generalizado de momentos *GMM*. Al igual que en la estimación por *GIVE* se mantiene el supuesto de  $E_t(Z, e) = 0$  (los instrumentos deben ser exógenos). Si el número de parámetros por estimar  $K$  es igual al número de instrumentos  $L$ , el método generalizado de momentos permite encontrar un conjunto de parámetros  $\beta$  que permita garantizar que el valor esperado del vector  $Z$  con  $L$  instrumentos multiplicado por el error sea igual a cero en todos los  $L$  momentos:

$$(1B) \quad (E(Z_i' e_i) = E(g_i(\mathbf{b})) = 0; \forall i = 1, \dots, L$$

En este caso estimar por *GMM* es equivalente a estimar por (GIVE).

Por otro lado, si el número de instrumentos  $L$  es mayor que el número de parámetros por estimar  $K$ , el sistema de ecuaciones (1B) tendrá más ecuaciones que varia-

bles, lo cual hace que (1B) esté sobreidentificado, ya que no será posible encontrar un vector de parámetros  $\hat{\mathbf{b}}$  que contenga todas las  $L$  condiciones de momento. Para solucionar este problema se define un problema de minimización de la siguiente forma cuadrática, con el fin de hacer que todos los  $L$  momentos estén muy cerca de cero<sup>1</sup>.

$$(2B) \quad \min J(\hat{\mathbf{b}}) = n \cdot \bar{g}_n(\mathbf{b})' W_n \bar{g}_n(\mathbf{b})$$

Donde  $\bar{g}_n(\mathbf{b}) = E(g_i(\mathbf{b}))$  es el valor esperado de las  $L$  condiciones de momento y  $W_n$  es una matriz de dimensiones  $L \times L$  que da una ponderación a cada uno de los  $L$  momentos.

Al resolver (2B), se obtiene el estimador *GMM*:

$$(3B) \quad \hat{\mathbf{b}}_{GMM} = \operatorname{argmin} n \cdot \bar{g}_n(\hat{\mathbf{b}})' W_n \bar{g}_n(\hat{\mathbf{b}}) = (Z' X W_n X' Z)^{-1} Z' X W_n X' Y$$

Sin embargo,  $\hat{\mathbf{b}}_{GMM}$  no es un estimador óptimo, ya que es sensible a las diferentes ponderaciones que se fijan en  $W_n$ . Para solucionar este inconveniente se calcula la varianza del estimador  $\hat{\mathbf{b}}_{GMM}$ , representada por la ecuación (4B):

$$(4B) \quad \operatorname{Var}(\hat{\mathbf{b}}_{GMM}) = 1/n (E(Z_i' X_i) W_n E(X_i' Z_i))^{-1} (E(Z_i' X_i) W_n S_n W_n E(X_i' Z_i)) (E(Z_i' X_i) W_n E(X_i' Z_i))^{-1}$$

Donde  $S_n$  es la matriz de varianzas y covarianzas de las condiciones de momento, la cual está representada por la siguiente ecuación:

$$(5B) \quad S_n = 1/n (E(Z' u u' Z)) = 1/n E(Z' W_n Z)$$

Donde  $W_n$  es la matriz de varianzas y covarianzas del error.

Se calcula el  $W_n$  que minimiza (4B), el cual es igual al inverso de la matriz de varianzas y covarianzas de las condiciones de momento  $S^{-1}$ .

<sup>1</sup> Si  $W_n = I_n$ , entonces

$n \cdot \bar{g}_n(\mathbf{b})' W_n \bar{g}_n(\mathbf{b}) = |g_n(\mathbf{b})|^2$  es el cuadrado de la distancia euclidiana.

Al reemplazar  $W_n$  por  $S_n^{-1}$  en (3B) se obtiene el estimador eficiente del método generalizado de momentos:

$$(6B) \quad \hat{\mathbf{b}}_{EGMM} = (\mathbf{Z}' \mathbf{X} S_n^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{X} S_n^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{Y}$$

A pesar de la eficiencia que tienen los métodos de estimación por máxima verosimilitud con plena información (FIML)<sup>2</sup>, se optó por estimar la curva de Phillips neokeynesiana para Colombia por *GMM* debido a que para hacer inferencia estadística no hay necesidad de tener normalidad en los errores de la estimación, ya que una de las propiedades del estimador de *GMM* es la normalidad asintótica de los parámetros, lo cual permite hacer inferencia estadística de los parámetros del modelo.

Dado que el estimador que se obtiene por *el método eficiente generalizado de momentos (EGMM)* no es alcanzable (*feasible*) debido a que la matriz  $S_n$  no es conocida, se adopta el siguiente procedimiento propuesto en el manual de RATS y resaltado por Baum y Schaffer (2003).

1. Estimar por mínimos cuadrados no lineales en dos etapas la ecuación (6), en este caso es la ecuación estructural que representa la curva de Phillips neokeynesiana estándar.
2. Se construye  $j(\hat{\mathbf{b}})$  y luego, con los residuos estimados en el paso 1, se construye la matriz de covarianza de los momentos:  $S_n$ .
3. Finalmente, se minimiza  $n \cdot \bar{g}_n(\mathbf{b})' W_n \bar{g}_n(\mathbf{b})$ , y se estima  $S_n$  corrigiendo problemas de correlación serial y heterocedasticidad en la matriz  $W_n$  de tal forma que al final se obtenga un estimador eficiente y alcanzable.

---

<sup>2</sup> Véanse Cho y Moreno (2002) e Ireland (2001).