



ENSAYOS

sobre política económica

Los activos financieros en Colombia: estimación de sistemas de demanda

Martha Misas A.
María Teresa Ramírez G.

Revista ESPE, No. 21, Art. 04, Junio de 1992
Páginas 135-164



Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por este concepto y además cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa del Editor de ESPE.

Los activos financieros en Colombia: estimación de sistemas de demanda

Martha Misas A.
María Teresa Ramírez G.¹

Resumen

El objetivo de este artículo es determinar cuáles son los grados de sustitución existentes entre los diferentes activos. Para este propósito se presentan dos modelos. En el primero se sigue la metodología sugerida por Gramlich y Kalchbrenner y en el segundo se utiliza la forma funcional presentada en el Modelo Casi Ideal de Demanda, propuesto por Deaton y Muellbauer.

La principal conclusión encontrada en este estudio es que los Medios de pago presentan relaciones moderadas con los demás activos, esto es, presenta niveles de sustitución bajos tanto con los activos financieros como con los físicos. Cambios en las tasas de interés de los activos, diferentes a M1, logran efectos de recomposición de los cuasidineros en el portafolio, mas no de los medios de pago.

¹ Los puntos de vista expresados son responsabilidad de las autoras y no comprometen la opinión del Banco de la República. Se agradecen los comentarios de los doctores A. Carrasquilla, H. Mora, H. Oliveros y M. Ramírez.

I Introducción

En la década de los ochenta, el sistema financiero presentó un proceso de desarrollo bastante importante, el mercado se tornó más competitivo y moderno. Esto conduce a que los agentes económicos se enfrenten a mayores alternativas de inversión, por lo tanto, es importante determinar cuál es el grado de sustitución entre los diferentes activos financieros.

En particular, debido a las últimas medidas que ha venido tomando el gobierno en materia monetaria y, en especial, al uso que se ha hecho de los papeles del Banco de la República como uno de los principales instrumentos de política, es relevante analizar el tipo de relación que guardan estos papeles con los demás activos financieros.

El propósito de este trabajo es determinar cuáles son los grados de sustitución que se presentan entre los diferentes activos.

La metodología utilizada es la de mínimos cuadrados generalizados bajo el método de Zellner, debido a que el sistema de ecuaciones formuladas para los diferentes activos financieros presentan correlación contemporánea en el error.

El objetivo inicial de este ejercicio fue reestimar el trabajo desarrollado por M. Lee y H. Oliveros en 1983, con el fin de establecer la evolución de la demanda de activos considerando un período más amplio, involucrando los últimos años. Problemas en los resultados obtenidos en este ejercicio nos llevan a estimar una segunda forma funcional.

El trabajo se desarrolla utilizando dos modelos, cada uno de ellos presentado así: en una primera parte se plantea la forma general; en tanto que en la segunda el modelo es aplicado al caso colombiano; en la tercera se muestran los principales resultados obtenidos y, finalmente, se presentan las conclusiones en conjunto.

II Modelo Tobin-Brainard ²

1. Consideraciones metodológicas

A. Especificación general y condiciones preliminares

El conjunto de ecuaciones planteadas por Tobin y Brainard tienen como objetivo estudiar el comportamiento de la demanda de los diferentes activos líquidos, basándose en el hecho de que la demanda por un activo específico depende de su tasa de interés, de la rentabilidad de activos alternativos y de otras variables del sistema económico, tales como ingreso y riqueza.

Cantidad demandada del activo i para $i = 1, \dots, j$:

$$A_i$$

Rendimientos correspondientes a los diferentes activos del portafolio financiero:

$$r = (r_1, \dots, r_j)$$

Ingreso:

$$Y$$

Riqueza:

$$W = \sum_{i=1}^j A_i$$

La función de demanda puede ser formulada de la siguiente manera:

$$\frac{A_i}{W} = f(r, Y)$$

El modelo así especificado implica: primero, que un cambio en la riqueza, con niveles constantes en los diversos rendimientos, producirá un conjunto de cambios en las cantidades demandadas de los activos, tal que su suma es igual a uno ³.

² Brainard W. y Tobin J. "Pitfalls in financial Model Building", American Economic Review, mayo 1968.

³ Véase Anexo 1.

Es decir:

$$\sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial A_i}{\partial W} \right) = 1$$

Y segundo, al considerar el conjunto de activos financieros bajo la definición de portafolio ⁴, un aumento en el rendimiento r_i perteneciente al activo A_i , con W constante, producirá un aumento en la demanda de A_i y una disminución en las demandas de los activos A_j , para $j \neq i$. Lo cual significa que la suma de los cambios de los distintos activos frente al cambio de un rendimiento específico es cero.

Es decir:

$$\sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial A_i}{\partial r_k} \right) = 0 \quad \forall k \in [1, \dots, j]$$

Las características mencionadas permiten estimar las funciones de demanda de $(j-1)$ activos y obtener la restante por residuo. En este ejercicio la variable estimada por residuo es $M1$. Sin embargo, cualquiera de las variables del sistema podría haber sido calculada de esta forma.

El modelo cuenta con dos restricciones, una sobre riqueza impuesta por la condición señalada anteriormente y otra sobre simetría, la cual debe ser considerada en toda especificación de un modelo completo de ecuaciones de demanda bajo la teoría del consumidor. En este contexto la condición de simetría puede ser entendida así: la respuesta de un activo A_i a un aumento en el rendimiento r_j (correspondiente al activo A_j) es igual a la respuesta del activo A_j a un aumento de igual magnitud al anterior del rendimiento r_i (correspondiente al activo A_i).

$$\frac{\partial A_i}{\partial r_j} = \frac{\partial A_j}{\partial r_i}$$

B. Aplicación al caso colombiano

El modelo explicado anteriormente será aplicado al caso colombiano para el período 1980-1990 con cifras trimestrales, siguiendo la metodología propuesta por Gramlich y Kalchbrenner ⁵ y desarrollada también por Lee y Oliveros para el caso colombiano ⁶.

⁴ El portafolio en este caso comprende: depósitos de ahorro en bancos DA, CDT, UPAC, M1 y papeles oficiales (PO).

⁵ Gramlich E.M. y Kalchbrenner J.H. "A Constrained Estimation Approach to the Demand for Liquid Assets", SSP, enero 1970.

⁶ Lee M. y Oliveros H. "La Demanda por Activos Líquidos en Colombia". Ensayos Económicos Banco de la República, abril de 1983.

1. Presentación

El modelo será estimado para los siguientes activos: ⁷.

- M1 : Efectivo más depósitos en cuenta corriente
- DA : Depósitos de ahorro en el sistema bancario
- CDT : Certificados de depósito a término
(CORFIN, CIAS FTO, BANCOS, CAJA SOCIAL y CAVS)
- UPAC : Depósitos ordinarios y cuentas de ahorro UPAC.
- PO : Papeles Oficiales (Tít. Part., Tít. Canjeables y TAN)
- ACERVO : Acervo físico de capital.
- AC

La ecuación de demanda para cada activo A_i es formulada de la siguiente manera:

$$\frac{A_i}{W} = \beta_0 + \beta_1 \frac{\text{PIB}}{W} + \beta_2 \frac{W_{t-1}}{W} + \alpha_i r_i + \sum_{j \neq i} \alpha_j (r_i - r_j)$$

$(r_i - r_j)$: Diferencial entre los rendimientos de los activos A_i y A_j

W : M1+DA+UPAC+CDT+PO+ACERVO

PIB : Ingreso nominal

W_{t-1} : Riqueza rezagada un período.

En una versión preliminar de este trabajo se estimó un modelo considerando los siguientes activos: DA, CDT, UPAC, PO y M1 (excluyendo AC). Las pruebas estadísticas, realizadas con el fin de chequear el conjunto de restricciones de simetría impuestos al modelo, rechazaron la hipótesis de compatibilidad entre el conjunto de datos y el conjunto de restricciones. No se cumplieron las restricciones tanto para el conjunto completo ni para los siguientes activos: CDT-UPAC, CDT-DA, CDT-PO, UPAC-DA y DA-PO. Cumpliéndose sólo para el caso de UPAC-PO (véase Anexo 3).

Estos resultados sugieren la presencia de problemas de especificación. Concretamente sugieren la ausencia de variables importantes en la definición de riqueza o bien en la forma de funciones de demanda. Debido a esto, se consideró importante incluir nuevas variables y adicionalmente estimar una nueva forma funcional del modelo de demanda.

Además de los activos financieros los agentes económicos poseen diversas alternativas de inversión. Tal es el caso de la inversión en activos físicos o en dólares en el exterior. Por esta razón se consideró relevante incluir el acervo de capital como una variable proxy de la inversión en capital físico. Así, en este caso se considera que los agentes mantienen su riqueza en activos financieros y en activos físicos.

⁷ Otros activos que podrían ser considerados son los préstamos extrabancarios. Sin embargo, la dificultad de construcción de dicha serie impide su inclusión en el modelo.

La serie Acervo de Capital ⁸ presenta problemas en la definición y medición de su tasa de retorno, por lo tanto es difícil de estimar ya que no se encuentra en la literatura una definición precisa de esta. Lo anterior llevó a probar diversas alternativas: en un primer ejercicio se pensó que una proxy de esta tasa podría ser la inflación; sin embargo, los resultados no fueron satisfactorios; un segundo ejercicio se realizó incluyendo la rentabilidad de las acciones, pero al igual que en el caso anterior los resultados no fueron los esperados.

Por último, se decidió seguir la metodología sugerida por Harberger ⁹ en donde la tasa de rendimiento del capital está determinada por la razón entre la parte del ingreso nacional que se le atribuye al capital ¹⁰ y el valor del stock del capital durante el año t. Por no ser la tasa exacta de retorno los resultados que siguen se deben interpretar con alguna cautela.

2. Estimación

El conjunto de las ecuaciones de demanda, planteadas para cada uno de los activos financieros, conforman un sistema de ecuaciones aparentemente no relacionadas (SUR). La correlación contemporánea del error es resultado de la restricción de riqueza ya mencionada.

Por lo tanto, se procedió a estimar el modelo utilizando mínimos cuadrados generalizados bajo el método de Zellner ¹¹ imponiendo restricciones lineales sobre los coeficientes que garantizan el cumplimiento de las condiciones de simetría ¹².

⁸ Fuente: Cálculos siguiendo la metodología de: DNP- UDIT-DPI con base DANE Cuentas Nacionales.

⁹ HARBERGER, la tasa de rendimiento del capital en Colombia, en la Revista Planeación y Desarrollo, No. 3, 1969.

¹⁰ Se tomó en este caso el excedente bruto de explotación (EBE), como parte del ingreso que se le atribuye al capital. Pero presenta el problema que incluye los ingresos de los trabajadores por cuenta propia (que no son provenientes del capital). Para solucionar este problema se le restó al EBE los ingresos por cuenta propia.

¹¹ Sistema aparentemente no relacionado con matriz de Var-Cov no conocida. Judge G. et al. Introduction of Theory and Practice of Econometrics, 1988.

Fomby T. et al. Advanced Econometric Methods, 1984

¹² El estimador mínimo cuadrático generalizado bajo restricciones es obtenido minimizando:

$$(Y - X\beta)' (\Sigma^{-1} \otimes I) (Y - X\beta)$$

sujeto a las restricciones de simetría dadas por:

$$R\beta = r$$

Así, el estimador de los coeficientes toma la siguiente forma:

$$\hat{\beta}^* = \hat{\beta} + \hat{C}R'(R\hat{C}R')^{-1}(r - R\hat{\beta})$$

El cumplimiento de las condiciones de simetría es verificado mediante el uso de una prueba estadística que refleja la compatibilidad entre la muestra y la hipótesis nula ¹³.

2. Resultados

A. Pruebas de simetría

El Cuadro 1 presenta las pruebas estadísticas de validez sobre el conjunto de restricciones de simetría impuestas al modelo. Se observa que esta condición se cumple a un nivel de significancia del 5% para: CDT-UPAC, CDT-AC, UPAC-AC, UPAC-DA, DA-CDT y no para el resto de activos.

CUADRO 1
Pruebas de simetría

Restricciones	Grados de libertad	λ	p-value
ICDT-IUPAC=iUPAC-ICDT	(1,175)	0.010	0,92
ICDT-IAC=iAC-ICDT	(1,175)	0.049	0,82
ICDT-IPO=iPO-ICDT	(1,175)	7.679	0,00
iCDT-iDA=iDA-iCDT	(1,175)	4.024	0,05
iUPAC-iPO=iPO-iUPAC	(1,175)	5.560	0,02
iUPAC-iAC=iAC-iUPAC	(1,175)	0.266	0,60
iUPAC-iDA=iDA-iUPAC	(1,175)	2.541	0,11
iDA-iPO=iPO-iDA	(1,175)	6.497	0,01
iDA-iAC=iCA-iDA	(1,175)	9.456	0,00
iPO-iAC=iAC-iPO	(1,175)	5.154	0,02

con:

$$\hat{C} = [X'(\sum_{i=1}^j \otimes I)X]^{-1}$$

$$\hat{\beta} = \hat{C}X'(\sum_{i=1}^j \otimes I)Y \quad \text{Estimador de Zellner}$$

donde:

$$\sum_{i=1}^j \text{ es } \sum \text{ reemplazando } \sigma_{ij} \text{ por } \delta_{ij} = e_i e_j' / TT$$

e_i es el vector de residuales obtenidos bajo MCO en la ecuación correspondiente al activo A_i ($i=1, \dots, j$)

¹³ En nuestro caso la hipótesis nula puede ser planteada así:

$$H_0: R\beta=r$$

$$H_1: R\beta \neq r$$

El test utilizado es formulado así:

$$\lambda = (R\beta - r)' [R(C)R']^{-1} (R\beta - r) / g \quad -F(g, M-t-k)$$

g : Número de restricciones de simetría

k : Número de variables exógenas en el modelo

t : Número de observaciones

M : Número de ecuaciones.

Al introducir el acervo de capital las condiciones de simetría mejoran respecto al modelo preliminar (véase Anexo 3).

B. Forma estructural y forma reducida

Los Cuadros 2 y 3 muestran la forma estructural y la forma reducida del modelo.

- Donde: $r1^*$: iCDT-iUPAC
 $r2^*$: iCDT-iDA
 $r3^*$: iCDT-iPO
 $r4^*$: iCDT-iAC
 $r5^*$: iUPAC-iDA
 $r6^*$: iUPAC-iPO
 $r7^*$: iUPAC-iAC
 $r8^*$: iDA-iPO
 $r9^*$: iDA-iAC
 $r10^*$: iPO-iAC
i(A): rendimiento del activo *i*

Estos cuadros presentan las relaciones existentes entre los diferenciales de tasas de interés y sus stocks y otras variables económicas. Se espera que todos los coeficientes sean positivos en la forma estructural, para que al derivar la forma reducida los modelos presenten consistencia.

CUADRO 2

Forma estructural

	Const.	PIB/W	Wt-1/W	1(A)	$r1^*$	$r2^*$	$r3^*$	$r4^*$	$r5^*$	$r6^*$	$r7^*$	$r8^*$	$r9^*$	$r10^*$	R ²
CDT/W	-30.7 (-2.1)	0,481 (6.8)	0,245 (1.9)	-0,396 (-2.9)	0,158 (1.6)	-0,059 (-1.3)	0,382 (5.6)	0,573 (2.8)							0.20
UPAC/W	-19.1 (-2.7)	.332 (9.1)	0,200 (3.4)	0,009 (0.1)	0,158 (1.6)				0,058 (1.4)	0,325 (7.0)	-0,485 (-3.7)				0.64
DA/W	3,2 (1.2)	-0,004 (-0.3)	0,015 (0.9)	0,256 (2.5)		-0,059 (1.3)			0,058 (1.4)			0,054 (2.4)	-0,283 (-3.7)		0.83
PO/W	-6,4 (-1.1)	0,229 (8.0)	0,042 (0.8)	0,200 (3.1)			0,382 (5.6)			0,325 (7.0)		0,054 (2.4)		-0,954 (-11.3)	0.67
ACER/W	120,8 (6.4)	-1,10 (-11.6)	-0,408 (-2.5)	0,036 (0.1)				0,573 (2.8)			-0,485 (-3.7)		-0,283 (-3.7)	-0,954 (-11.3)	0.23

CUADRO 3

Forma reducida

	Constante	100PIB/W	100 Wt-1/W	IM1	ICDT	IUPAC	IDA	IPO	IACERVO
100 CDT/W	-30,69	0,481	0,245	0,396	0,659	-0,158	0,059	-0,382	-0,573
100 UPAC/W	-19,13	0,333	0,201	-0,009	-0,158	0,065	-0,058	-0,325	0,485
100 DA/W	3,21	-0,005	0,016	-0,257	0,059	-0,058	0,027	-0,055	0,283
100 PO/W	-6,42	0,229	0,043	-0,201	-0,382	-0,325	-0,055	0,008	0,955
100 Acervo/W	120,85	-1,101	-0,408	-0,036	-0,573	0,485	0,283	0,955	-1,11
Residuo: 100 M1/W	32,18	0,063	-0,096	0,106	0,396	-0,009	-0,257	-0,201	-0,036

El PIB corriente ¹⁴, como variable exógena en cada una de las ecuaciones, trata de estimar el efecto transacción de la economía. La inclusión de la variable riqueza tiene como objetivo medir su distribución entre los diferentes activos financieros.

Se puede observar que la variable ingreso es bastante significativa en todas las ecuaciones a excepción de la ecuación de demanda por depósitos de ahorro.

La serie de acervo de capital presenta un coeficiente ingreso significativo pero su signo es contrario al esperado. Lo que hace muy difícil encontrar una explicación económica aceptable. Como se dijo antes, este comportamiento puede deberse a que la tasa de retorno del capital presenta problemas en su medición y construcción y que, por lo tanto, es una variable proxy.

El coeficiente de la variable riqueza (rezagada un período) resulta ser significativo y con el signo correcto en las ecuaciones de CDT y UPAC, esto indica que ante un cambio en la composición de riqueza los activos se ajustan en el período siguiente, poco significativo con PO y DA y con AC significativo pero con el signo contrario al esperado en tanto que, para M1 es no significativo y su signo es contrario al esperado. Este último resultado puede deberse a que el mercado de activos se ha hecho más competitivo y los

¹⁴ Una explicación más detallada del por qué se introducen el PIB corriente y la riqueza puede ser consultada en Gramlich y Kalchbrenner (1970) y Lee y Oliveros (1983)

agentes al tener más alternativas financieras prefieren distribuir su riqueza en activos más complejos que tenerla en dinero (M1).

En cuanto a la ecuación de M1 se tiene que los activos DA, PO, AC presentan coeficientes significativos con signos esperados (negativo). El signo no es el esperado para CDT.

En la ecuación de CDT resultan todos los coeficientes significativos y con los signos esperados (menos los DA). Esto permite concluir que los CDT presentan niveles altos de sustitución respecto a los demás activos.

En la ecuación de UPAC se observa el signo esperado en los coeficientes de todos los activos, siendo el coeficiente muy significativo con PO. Con el AC es significativo y con signo positivo lo cual puede ser explicado por el financiamiento a la vivienda a través del UPAC y por la inclusión de vivienda en AC. En la ecuación de Depósitos de Ahorro, los coeficientes son poco significativos en todos los casos.

Los PO resultan significativos en las ecuaciones de CDT y UPAC. Es decir, estos activos se mueven en la dirección correcta. Así, al aumentar la tasa de interés de los PO, aumenta la demanda por estos papeles pero cae la demanda por CDT y UPAC.

El AC presenta el signo correcto respecto a CDT, M1 y UPAC. En los otros casos aunque es significativo no tiene el signo correcto, esto puede deberse al problema en la escogencia de una tasa de retorno adecuada para este tipo de activos. En síntesis, se tiene que la introducción de AC, si bien tiene problemas en la definición de su tasa de retorno, sí mejora las restricciones de simetría. Los resultados, en general, son mejores al compararlos con el modelo preliminar en el que no se incluía.

C. Elasticidades

1. Elasticidad ingreso

El Cuadro 4 presenta la elasticidad ingreso. Los signos para CDT, UPAC, PO y M1 resultan los esperados, mientras que no se obtiene igual resultado para DA y AC.

La elasticidad ingreso es mayor que 1 para los PO, CDT y UPAC y menor para M1. Como se planteó anteriormente, un aumento en el ingreso conduce a los agentes económicos a invertir en activos de mayor rentabilidad.

CUADRO 4
Elasticidad Ingreso

	$\hat{\beta}$	\bar{PIB}/\bar{A}_i	e
CDT/W	0.481	2.82	1.36
UPAC/W	0.330	4.22	1.40
DA/W	-0.005	8.95	-0.05
PO/W	0.229	9.87	2.26
AC/W	-1.100	5.61	-6.16
M1/W	0.063	2.60	0.16

$$e = \hat{\beta} * (\bar{PIB}/\bar{A})$$

2. Elasticidad tasa de interés

Los activos financieros, como es de esperarse, responden positivamente ante aumentos en sus propios rendimientos. Siendo los CDT quienes responden en mayor grado.

CUADRO 5
Elasticidades Interés

	IM1	ICDT	IUPAC	IDA	IPO	IAC
CDT	0.372	0.619	-0.148	0.055	-0.359	-0.538
UPAC	-0.008	-0.148	0.061	-0.055	-0.305	0.456
DA	-0.242	0.055	-0.053	0.025	-0.052	0.027
PO	-0.189	-0.359	-0.305	-0.052	0.008	0.897
AC	-0.034	-0.538	0.456	0.266	0.897	-1.043
M1	0.100	0.372	-0.008	-0.242	-0.189	-0.034

$$e = \hat{\beta} * (\bar{W}/100) * R^{15}; R = r/A$$

A: Promedio ponderado de activos

r: Promedio ponderado de tasas

Ponderación: participación sobre W

¹⁵ Pindyck, R. y Rubinfeld, D. Modelos Econométricos, enero 1980.

Como se observa en el Cuadro 5, existe una mayor sustitución entre los CDT - PO, UPAC - PO y CDT - AC.

Los DA presentan un grado de sustitución mayor con M1 que con los demás activos del sistema. Los depósitos tampoco responden en forma significativa a aumentos en su propio rendimiento ¹⁶, lo cual indica que la demanda por Depósitos de Ahorro no depende de las tasas de interés de los activos alternos ni de su propia tasa, que se mantiene controlada. Es decir, no compiten por éstas, sino que se idean otras formas de competencia como son las facilidades de otorgar crédito, los sorteos y rifas, entre otras. Estas formas de competencia conducen a los depósitos de ahorro a comportarse de manera diferente frente a los demás activos en la medida en que éstos poseen una tasa de interés implícita.

Los AC presentan una sustitución mayor con CDT y M1 y no con los demás activos. Además, responden en forma negativa ante su propio rendimiento, lo que es contra intuitivo.

Como sustitutos más cercanos del dinero se encuentran los DA y en menor grado los PO. M1 no presenta relaciones de sustitución fuertes con los activos financieros, aquí considerados. Es decir, un cambio en la tasa de interés de los activos alternativos cambia la composición de los cuasidineros en la conformación de riqueza mas no la de M1 dentro de ésta. Cabe señalar que la elasticidad encontrada entre M1 y UPAC es demasiado baja frente a la que se podría esperar.

En general, los CDT, el UPAC, y los PO presentan relaciones de sustitución altas entre sí. Sin embargo, esto no ocurre con los depósitos de ahorro en donde las relaciones son moderadas ¹⁷.

Además, estos resultados nos llevan a pensar que los activos financieros tienen una relación débil con los activos físicos.

El hecho de que los resultados anteriormente explicados no fueron completamente satisfactorios, nos llevó a plantear el problema bajo una nueva forma funcional.

¹⁶ Resultados similares fueron encontrados por Lora en 1990.

¹⁷ Esto se debe a que el promedio de la tasa de interés de los DA es considerablemente más baja que la de los demás activos del portafolio. Una solución a este problema podría ser el cálculo de una tasa de interés que involucre los beneficios recibidos por los agentes al tener este activo en particular.

III Modelo Casi Ideal de Demanda propuesto por Deaton y Muellbauer ¹⁸

El Sistema Casi Ideal fue propuesto por Deaton y Muellbauer con el objetivo de tener un sistema flexible de ecuaciones de demanda que cumpliera con todas las restricciones que impone la teoría económica y que además permitiera realizar pruebas estadísticas sobre dichas restricciones ¹⁹.

Es llamado Casi Ideal porque se aproxima a cumplir con las condiciones de agregación entre los agentes económicos. Es decir, además de cumplir con las restricciones a nivel individual las satisface a nivel agregado ²⁰.

Este modelo ha sido aplicado principalmente en las estimaciones de funciones de demanda de bienes y servicios ²¹ y también en el caso de sistemas de demanda por activos financieros ²².

1. Consideraciones metodológicas

A. Especificación

El modelo Casi Ideal de Demanda, aplicado al caso de activos financieros, se plantea bajo un sistema de ecuaciones donde la demanda de cada activo depende de su tasa de interés, de la rentabilidad de los activos alternativos y de la relación existente entre la riqueza y el promedio ponderado de las rentabilidades.

$$\frac{S_i}{W} = f(r, R)$$

¹⁸ Deaton A. y Muellbauer J. "An Almost Ideal Demand System", American Economic Review, junio 1980.

¹⁹ Una presentación completa del modelo y de sus propiedades puede ser consultada en: Griliches, Z. y M.D. Intrilligator (1983-1988) Handbook of Econometrics, vol. II, chapter 30. North Holland.
Deaton, A. y Muellbauer, J. "An almost ideal demand system". American Economic Review, vol. 70, June 1980.

²⁰ Op. cit., Deaton, A. y Muellbauer, J.

²¹ Op. cit., Deaton y Muellbauer.

Una aplicación al caso colombiano:

Ramírez M. "Estimación y utilización de sistemas completos de ecuaciones de demanda", Desarrollo y Sociedad No. '24.

²² Barr D. y Cuthbertson K. "Neoclassical consumer demand theory and the demand for money", The Economic Journal, V. 101, July 1991.

Zietz J. y Weichert R. "A dynamic singular equation system of asset demand", European Economic Review, vol. 32, July 1988.

donde:

Cantidad demandada del activo A_i para $i = 1, \dots, k$:

$$S_i = r_i * q_i$$

q_i : cantidad del activo A_i .

Rendimientos del conjunto de activos pertenecientes al portafolio definido:

$$r = (r_1, \dots, r_k)$$

$$r_i = (1 + i_{\text{Activo}_i})$$

donde: i_{Activo_i} rendimiento del activo i

Riqueza:

$$W = \sum_{i=1}^k r_i * q_i$$

Promedio ponderado de rentabilidades:

$$\hat{r} = \prod_{i=1}^k (1 + i_{\text{Activo}_i})^{\left(\frac{r_i * q_i}{W}\right)}$$

relación riqueza-promedio ponderado de tasas:

$$R = \frac{W}{\hat{r}}$$

La ecuación de demanda para cada activo A_i es definida así:

$$\frac{S_i}{W} = \alpha_i + \beta_i \log(R) + \sum_{j=1}^k \gamma_{ij} r_j, \quad k \text{ activos}$$

Este tipo de modelo impone las siguientes restricciones sobre los parámetros del sistema:

$$1. \quad \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^k \gamma_{ij} = 0, \quad \sum_{i=1}^k \beta_i = 0$$

$$2. \quad \sum_j \gamma_{ij} = 0$$

$$3. \quad \gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

Este hecho permite estimar las funciones de $(k-1)$ activos y el restante por residuo. Al igual que en el modelo anterior M1 es el activo restante.

B. Aplicación al caso colombiano

Al igual que el primer modelo, este es estimado para el período 1980-1990 con cifras trimestrales.

1. Presentación

Los activos considerados son:

M1 (encontrado por residuo), depósitos de ahorro DA, certificados de depósito a término CDT, depósitos ordinarios y cuentas de ahorro UPAC y papeles oficiales PO. Es importante señalar que variables como PIB, riqueza rezagada y activos físicos, que son consideradas en el primer modelo, no son incluidas en éste puesto que se quiere estimar el modelo bajo la forma original, propuesta por Deaton y Muellbauer. Se efectuaron, también, pruebas de cointegración con el fin de probar si se contaba con coeficientes de largo plazo en el modelo²³. Las series no mostraron evidencia para rechazar la hipótesis de existencia de raíz unitaria. Sin embargo, los residuales de las regresiones cointegrantes no fueron $I(0)$.

2. Estimación

Este conjunto de ecuaciones conforman un sistema aparentemente no relacionado (SUR), por consiguiente, se estimó usando la metodología presentada en el modelo 1²⁴. La condición de simetría es impuesta al modelo mediante una matriz de restricciones y es verificada de la misma forma que en el modelo 1. Las restricciones restantes, señaladas anteriormente, se imponen al obtener M1 por residuo.

2. Resultados

A. Pruebas de simetría

El cumplimiento de las restricciones de simetría entre los diferentes activos es presentado en el Cuadro 6. Los resultados son mejores a los obtenidos en el primer modelo, existe aún problemas en el cumplimiento de simetría entre CDT-DA.

²³ Op. cit. Barr, D. y Cuthbertson, K.

²⁴ Véanse notas de pie de página 11 y 12.

CUADRO 6

Pruebas de simetría

Restricciones	Grados de Libertad	λ	p-value
iCDT,iUPAC=iUPAC,iCDT	(1,152)	1.228	0,26
iCDT,iDA=iDA,iCDT	(1,152)	5,08	0,02
iCDT,iPO=iPO,iCDT	(1,152)	0,01	0,91
iUPAC,iDA=iDA,iUPAC	(1,152)	0,62	0,43
iUPAC,iPO=iPO,iUPAC	(1,152)	0,06	0,80
iDA,iPO=iPO,iDA	(1,152)	1,83	0,17

CUADRO 7

Forma reducida Modelo Casi Ideal

	Const.	ICDT	IUPAC	IDA	IPO	Lg(R)	R ²
CDT	-0.329 (-2.9)	3.24 (7.9)	-0.653 (-3.9)	-0.440 (-4.7)	-1.23 (-6.7)	.021 (3.0)	0.99
UPAC	0.086 (1.8)	-0.653 (-3.9)	0.386 (2.1)	-0.002 (-0.04)	-0.163 (-2.1)	0.018 (6.5)	0.99
DA	0.360 (10.8)	-0.440 (-4.7)	-0.002 (-0.04)	0.198 (2.1)	0.242 (5.3)	-0.016 (-10.7)	0.99
PO	-0.170 (-2.7)	-1.232 (-6.7)	-0.163 (-2.1)	0.242 (5.3)	0.421 (3.4)	0.033 (8.6)	0.99
Residuo M1	1.053	-0.915	0.432	0.003	0.732	-0.055	

La relación $R=(W / r)$ mide la riqueza en valor presente.

Al observar la forma reducida del modelo (Cuadro 7), se encuentra que todas las variables son altamente significativas con R y con signo correcto (positivo) a excepción de los DA. Es decir, todas las variables responden en forma positiva ante aumentos en R, lo que sugiere que aumentos en la riqueza producen aumento en la demanda por activos financieros.

La ecuación de los CDT tiene todos los coeficientes significativos y con el signo correcto. Es altamente significativa con su propia tasa y con los PO.

El UPAC tiene el signo esperado para CDT, UPAC y PO. Siendo significativo con CDT. UPAC con DA no resulta significativo.

La ecuación de los DA muestra un coeficiente significativo para CDT. Aunque el coeficiente es significativo para PO su signo es contrario al esperado. En este caso, los activos no son sustitutos sino complementarios, a lo cual no se le encuentra una explicación económica aceptable.

En la ecuación de M1 sólo el signo de CDT es el esperado. Al igual que en el primer modelo no se encontraron relaciones de sustitución entre los medios de pago y los activos financieros. Esto nos lleva a pensar que las políticas encaminadas al control de M1, mediante el manejo de las tasas de interés de los activos financieros, principalmente PO, pueden ser poco efectivas debido a la débil sustitución entre los cuasidineros y M1 en el portafolio.

Los PO tienen el signo esperado (negativo) para CDT y UPAC, siendo el coeficiente significativo con CDT.

C. Elasticidades

Es importante señalar que las elasticidades se calculan en el punto medio de la variable.

En este segundo modelo se calcularon tres elasticidades: elasticidad riqueza (Cuadro 8), elasticidad precio propio (Cuadro 9), y elasticidad cruzada (Cuadro 10).

CUADRO 8
Elasticidad riqueza

	Bi	\bar{S}_i/w	e
CDT	0.021	0.312	1.067
UPAC	0.018	0.200	1.088
DA	-0.016	0.106	0.847
PO	0.033	0.074	1.452

$$e_i = 1 + \frac{\hat{\beta}_i}{\frac{S_i}{w}}$$

$\hat{\beta}_i$ coeficiente de $\log(R)$

$$\frac{\bar{S}_i}{w} = \frac{r_i \cdot q_i}{w}$$

Debido a la forma funcional, este modelo se diferencia del anterior en los niveles de las elasticidades. El modelo casi ideal de demanda es una forma flexible que permite que los parámetros se ajusten a sus valores sin restricciones diferentes a las impuestas por la teoría económica, a diferencia de funciones como la Cobb-Douglas que hacen que por definición las elasticidades de sustitución sean iguales a uno o la CES que hace que la elasticidad sea constante o la del modelo anterior que hace que la suma de las elasticidades sea igual a cero.

La elasticidad riqueza presenta signos esperados (positivos) en todos los activos. La elasticidad es mayor que uno para todos los papeles a excepción de DA.

CUADRO 9
Elasticidad precio

	γ_{ii}	\bar{S}_{iW}	e
CDT	3.240	0.312	9.391
UPAC	0.386	0.200	0.932
DA	0.198	0.106	0.860
PO	0.421	0.074	4.725

$$e = -1 + \left(\frac{\hat{\gamma}_{ii}}{\bar{S}_i} \right) \left(\frac{1}{w} \right)$$

La elasticidad precio propio es bastante significativa para los CDT y para los PO siendo menor que uno para el UPAC y los DA.

CUADRO 10
Elasticidad cruzada

	CDT	UPAC	DA	PO
CDT		-0.420	-0.242	-0.875
UPAC	-0.771		-0.002	-0.182
DA	-1.142	-0.005		0.593
PO	-3.300	-0.373	0.473	

El Cuadro 10 presenta las elasticidades entre los diferentes activos respecto a la tasa de interés, calculadas a partir de las elasticidades cruzadas obtenidas a través del modelo Casi Ideal (Anexos 4 y 5).

Las elasticidades cruzadas tienen el signo esperado (negativo) en la mayoría de los activos. Las elasticidades más altas son las que tienen relación con los CDT y por lo tanto este se presenta como el mejor sustituto entre el conjunto de activos.

En la ecuación de UPAC se obtiene una mayor sustitución con CDT. La elasticidad de sustitución es poco significativa con los DA.

En la ecuación de DA los CDT se presentan como los mejores sustitutos. La elasticidad con UPAC es bastante cercana a cero y con el signo no esperado y con los papeles oficiales la elasticidad es significativa pero su signo es contrario al esperado.

En este modelo hay que destacar la existencia de una alta elasticidad de CDT a PO, esto puede deberse a que los dos activos poseen características bastante similares tales como riesgo, liquidez y rendimiento.

Como se mencionó anteriormente, este tipo de elasticidad se calcula sobre la media de la variable y por lo tanto se ve afectado por el conjunto de valores considerados, este hecho nos llevó a calcular esta misma elasticidad para el año 90, con el fin de observar efectos coyunturales, el Cuadro 11 presenta los resultados que confirman el alto grado de sustitución entre los CDT y los PO.

CUADRO 11

Elasticidad cruzada año 1990

	CDT	UPAC	DA	PO
CDT				
UPAC	-0.823	-0.426	-0.217	-0.914
DA	-1.409	-0.006	-0.002	-0.204
PO	-2.973	-0.342	0.384	0.768

IV Conclusiones

Como se observa, las condiciones de simetría son cumplidas en su mayoría en los dos ejercicios. Este hecho asegura resultados no afectados por la especificación de restricciones no coherentes con los datos observados.

Los medios de pago presentan relaciones moderadas con los demás activos, esto es, presenta niveles de sustitución bajos tanto con los activos financieros como con los físicos. Cambios en las tasas de interés de los activos, diferentes a M1, logran efectos de recomposición de los cuasidineros en el portafolio, mas no de los medios de pago.

La ecuación de CDT es la que presenta mejores resultados en lo referente a significancia de coeficientes y signos esperados. El conjunto de elasticidades presenta los niveles más altos para este activo.

En cuanto a las elasticidades precio se encuentra que los CDT y los PO responden en mayor medida ante cambios en sus propios rendimientos, mientras que el UPAC y los DA no se comportan de esta forma. El mayor nivel de elasticidad cruzada se observa entre el CDT y los PO.

Finalmente, se puede concluir que no existe una fuerte relación entre los activos financieros y los activos físicos.

Cuantitativamente, los resultados de los dos modelos son diferentes debido a que los valores de los parámetros son sensibles a la forma funcional específica.

ANEXO 1

Forma reducida del modelo:

$$CDT/W - \beta_0 + \beta_1 PIB/W + \beta_{11} W_{t-1}/W - \alpha_2 iM1 + (\alpha_2 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4) iCDT - \beta_2 iUPAC - \beta_3 iDA - \beta_4 iPO$$

$$UPAC/W - \delta_0 + \delta_1 PIB/W + \delta_{11} W_{t-1}/W - \alpha_3 iM1 + (\alpha_3 + \beta_2 + \delta_2 + \delta_3) iUPAC - \beta_2 iCDT - \delta_2 iDA - \delta_3 iPO$$

$$DA/W - \lambda_0 + \lambda_1 PIB/W + \lambda_{11} W_{t-1}/W - \alpha_4 iM1 + (\alpha_4 + \beta_3 + \delta_2 + \lambda_2) iDA - \beta_3 iCDT - \delta_2 iUPAC - \lambda_2 iPO$$

$$PO/W - \xi_0 + \xi_1 PIB/W + \xi_{11} W_{t-1}/W - \alpha_5 iM1 + (\alpha_5 + \beta_4 + \delta_3 + \lambda_2) iPO - \beta_4 iCDT - \delta_3 iUPAC - \lambda_2 iDA$$

Cálculo de M1 por residuo:

$$M1/W - \alpha_0 + \alpha_1 PIB/W + \alpha_{11} W_{t-1}/W + (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5) iM1 - \alpha_2 iCDT - \alpha_3 iUPAC - \alpha_4 iDA - \alpha_5 iPO$$

(I)

$$\sum_{i=1}^j (\partial A_i / \partial W) =$$

$$\begin{aligned} & [\beta_0 + \beta_1 PIB/W + \beta_{11} W_{t-1}/W + \alpha_2 (i_{CDT} - i_{M1}) + \beta_2 (i_{cdt} - i_{UPAC}) + \beta_3 (i_{cdt} - i_{DA}) + \beta_4 (i_{CDT} - i_{PO})] \\ & + [\delta_0 + \delta_1 PIB/W + \delta_{11} W_{t-1}/W + \alpha_3 (i_{UPAC} - i_{M1}) + \beta_2 (i_{UPAC} - i_{CDT}) + \delta_2 (i_{UPAC} - i_{DA}) + \delta_3 (i_{UPAC} - i_{PO})] \\ & + [\lambda_0 + \lambda_1 PIB/W + \lambda_{11} W_{t-1}/W + \alpha_4 (i_{DA} - i_{M1}) + \beta_3 (i_{DA} - i_{CDT}) + \delta_2 (i_{DA} - i_{UPAC}) + \lambda_2 (i_{DA} - i_{PO})] \\ & + [\xi_0 + \xi_1 PIB/W + \xi_{11} W_{t-1}/W + \alpha_5 (i_{PO} - i_{M1}) + \beta_4 (i_{PO} - i_{CDT}) + \delta_3 (i_{PO} - i_{UPAC}) + \lambda_2 (i_{PO} - i_{DA})] \\ & + 1 \cdot \{ [\beta_0 + \beta_1 PIB/W + \beta_{11} W_{t-1}/W + \alpha_2 (i_{CDT} - i_{M1}) + \beta_2 (i_{cdt} - i_{UPAC}) + \beta_3 (i_{cdt} - i_{DA}) + \beta_4 (i_{CDT} - i_{PO})] \\ & + [\delta_0 + \delta_1 PIB/W + \delta_{11} W_{t-1}/W + \alpha_3 (i_{UPAC} - i_{M1}) + \beta_2 (i_{UPAC} - i_{CDT}) + \delta_2 (i_{UPAC} - i_{DA}) + \delta_3 (i_{UPAC} - i_{PO})] \\ & + [\lambda_0 + \lambda_1 PIB/W + \lambda_{11} W_{t-1}/W + \alpha_4 (i_{DA} - i_{M1}) + \beta_3 (i_{DA} - i_{CDT}) + \delta_2 (i_{DA} - i_{UPAC}) + \lambda_2 (i_{DA} - i_{PO})] \\ & + [\xi_0 + \xi_1 PIB/W + \xi_{11} W_{t-1}/W + \alpha_5 (i_{PO} - i_{M1}) + \beta_4 (i_{PO} - i_{CDT}) + \delta_3 (i_{PO} - i_{UPAC}) + \lambda_2 (i_{PO} - i_{DA})] \} \end{aligned}$$

(II)

Se cumple para cualquier diferencial:

$$\sum_{i=1}^j (\partial A_i / \partial (i\text{CDT} - i\text{UPAC})) = W\beta_2 - W\beta_2 = 0$$

(III)

$$\sum_i \frac{\partial A_i}{\partial \frac{\text{PIB}}{W}} = WB_1 + W\delta_1 + W\lambda_1 + We_1 - W\beta_1 - W\delta_1 - W\lambda_1 - We_1 = 0$$

(IV)

Se cumple para cualquier activo A_i :

$$\frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial iA_i} = \frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial iM1} + \frac{\partial \frac{\text{cdt}}{w}}{\partial i\text{CDT}} + \frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial i\text{UPAC}} + \frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial i\text{DA}} + \frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial ipo}$$

por lo tanto:

$$\frac{\partial \frac{\text{CDT}}{W}}{\partial iA_i} = -\alpha_2 + \alpha_2 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 - \beta_2 - \beta_3 - \beta_4 = 0$$

ANEXO 2

Modelo Casi Ideal de Demanda

Modelo introduciendo restricciones de riqueza y simetría y función demanda por M1 calculada por residuo.

$$\frac{CDT \lg(1+iCDT)}{W} = \alpha_0 + \beta_{11} \lg\left(\frac{W}{f}\right) + B_{12} \lg(1+iCDT) + B_{13} \lg(1+iUPAC) \\ + B_{14} \lg(1+iPO) + B_{15} \lg(1+iDA)$$

$$\frac{UPAC \lg(1+iUPAC)}{W} = \delta_0 + \beta_{21} \lg\left(\frac{W}{f}\right) + B_{13} \lg(1+iCDT) + B_{22} \lg(1+iUPAC) \\ + B_{23} \lg(1+iPO) + B_{24} \lg(1+iDA)$$

$$\frac{PO \lg(1+iPO)}{W} = \epsilon_0 + \beta_{31} \lg\left(\frac{W}{f}\right) + B_{14} \lg(1+iCDT) + B_{23} \lg(1+iUPAC) \\ + B_{32} \lg(1+iPO) + B_{33} \lg(1+iDA)$$

$$\frac{DA \lg(1+iDA)}{W} = \gamma_0 + \beta_{41} \lg\left(\frac{W}{f}\right) + B_{15} \lg(1+iCDT) + B_{24} \lg(1+iUPAC) \\ + B_{33} \lg(1+iPO) + B_{42} \lg(1+iDA)$$

Cálculo de M1 por residuo:

$$M1 = W - W * \left[\frac{CDT \lg(1+iCDT)}{W} \right] - W * \left[\frac{UPAC \lg(1+iUPAC)}{W} \right] \\ - W * \left[\frac{PO \lg(1+iPO)}{W} \right] - W * \left[\frac{DA \lg(1+iDA)}{W} \right]$$

Donde

$$\begin{aligned}
 M1 &= [1 - (A_0 + \delta_0 + \varepsilon_0 + \gamma_0)] \\
 &+ [-(B_{11} + B_{21} + B_{31} + B_{41})] \lg\left(\frac{W}{f}\right) \\
 &+ [-(B_{12} + B_{13} + B_{14} + B_{15})] \lg(1 + iCDT) \\
 &+ [-(B_{13} + B_{22} + B_{23} + B_{24})] \lg(1 + iUPAC) \\
 &+ [-(B_{14} + B_{23} + B_{32} + B_{33})] \lg(1 + iPO) \\
 &+ [-(B_{15} + B_{24} + B_{33} + B_{42})] \lg(1 + iDA)
 \end{aligned}$$

(I)

$$\begin{aligned}
 \sum \frac{\partial S_i}{\partial W} &= W \left(\frac{\partial(UPAC \lg(1 + iUPAC))}{\partial W} + \frac{\partial(CDT \lg(1 + iCDT))}{\partial W} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial(DA \lg(1 + iDA))}{\partial W} + \frac{\partial(PO \lg(1 + iPO))}{\partial W} \right) + \frac{\partial W}{\partial W} + \\
 &W \left(- \frac{\partial(UPAC \lg(1 + iUPAC))}{\partial W} - \frac{\partial(CDT \lg(1 + iCDT))}{\partial W} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\partial(DA \lg(1 + iDA))}{\partial W} - \frac{\partial(PO \lg(1 + iPO))}{\partial W} \right)
 \end{aligned}$$

Así:

$$\sum \frac{\partial S_i}{\partial W} = 1 \text{ Para } S_i \text{ } i=1, \dots, k \text{ activos financieros}$$

(II)

Se cumple para cualquier rendimiento i :

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^k \frac{\partial S_i}{\partial(\lg(1 + iCDT))} &= W (B_{12} + B_{13} + B_{14} + B_{15} - B_{12} - B_{13} - B_{14} - B_{15}) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

(III)

Se cumple para cualquier S_i :

$$\frac{\partial \frac{CDT \lg(1+iCDT)}{W}}{\partial r_i} = \beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{14} + \beta_{15} - (\beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{14} + \beta_{15})$$

$$= 0$$

(III)

$$\sum_{i=1}^k \frac{\partial S_i}{\partial \left[\lg \left(\frac{W}{\hat{r}} \right) \right]} = W (B_{11} + B_{21} + B_{31} + B_{41} - B_{11} - B_{21} - B_{31} - B_{41})$$

$$= 0$$

ANEXO 3

Pruebas de simetría primera versión

Restricciones	Grados de libertad	λ	p-value
ICDT-IUPAC=IUPAC-ICDT	(1,144)	14.59	.0002
IUPAC-IDA=IDA-IUPAC	(1,144)	6.36	.128
IUPAC-iPO=iPO-IUPAC	(1,144)	1.08	.300
IDA-iPO=iPO-IDA	(1,144)	1.17	.280
ICDT-IDA=IDA-ICDT	(1,144)	39.03	.0001
ICDT-iPO=iPO-ICDT	(1,144)	20.13	.0001

ANEXO 4

Elasticidad cruzada Modelo Casi Ideal

	CDT	UPAC	DA	PO
CDT		-2.050	-1.380	-3.867
UPAC	-3.263		-0.011	-0.814
DA	-4.143	-0.022		2.277
PO	-16.754	-2.215	3.287	

$$e = \frac{\hat{\gamma}_{ij}}{\frac{S_i}{w}}$$

Elasticidad cruzada respecto al factor de interés ($1+i_{Activo}$). Es de señalar que las elasticidades tan altas son explicables debido a que el efecto del factor de interés aumenta, duplicando o triplicando, el efecto de la tasa de interés ²⁵.

²⁵ Ramírez M. "El Ahorro en Colombia", Cambios Estructurales y Crecimiento, febrero 1992.

ANEXO 5

En este anexo se presenta la forma en que fueron calculadas las elasticidades cruzadas (Cuadro 12) del modelo Casi Ideal. Se parte del cálculo de las elasticidades cruzadas respecto al factor de interés $(1+r)$ y mediante transformaciones matemáticas se llega finalmente a la elasticidad cruzada respecto a la tasa de interés.

Definición de la elasticidad tradicional obtenida de la forma funcional del modelo Casi Ideal:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100} \right)}{W} \right)}{\partial \left(\ln \left(1 + \frac{rA_j}{100} \right) \right)}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{W \partial \left(A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100} \right) \right) - \left(A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100} \right) \right) \partial W}{W^2} \frac{\partial \left(1 + \frac{rA_j}{100} \right)}{\left(1 + \frac{rA_j}{100} \right)}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\frac{\partial A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100} \right)}{W}}{\frac{\partial \left(1 + \frac{rA_j}{100} \right)}{\left(1 + \frac{rA_j}{100} \right)}}$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\left(1 + \frac{rA_j}{100}\right) \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right) \partial A_i}{W \partial \left(1 + \frac{rA_j}{100}\right)} \quad (1)$$

De acuerdo con el modelo casi ideal se tiene:

$$\gamma_{ij} = e \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}{W} \right) \quad (2)$$

Igualando (1) y (2) y despejando ∂A_i se tiene:

$$\partial A_i = e \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}{w} \right) \bar{W} \frac{\partial \left(1 + \frac{rA_j}{100}\right)}{\left(1 + \frac{rA_j}{100}\right) \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}$$

$$= e \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}{w} \right) \bar{W} \frac{\partial (rA_j) (0.01)}{\left(1 + \frac{rA_j}{100}\right) \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}$$

$$\frac{\partial(A_i)}{\partial(rA_j)} = e \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}{w} \right) \bar{W} \frac{(0.01)}{\left(1 + \frac{rA_j}{100}\right) \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}$$

Finalmente, a partir de la elasticidad dada por el modelo Casi Ideal (1+r) se obtiene la elasticidad tradicional respecto a la tasa de interés (r):

$$\frac{\partial(A_i)}{\partial(rA_j)} \frac{rA_j}{A_i} = e \left(\frac{A_i \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}{W} \right) \frac{\bar{W}}{\bar{A}_i} \frac{(0.01)r\bar{A}_j}{\left(1 + \frac{rA_j}{100}\right) \left(1 + \frac{rA_i}{100}\right)}$$

Referencias

- Barr D. y Cuthbertson K. "Neoclassical consumer demand theory and the demand for money", *The Economic Journal*, vol. 101, July 1991.
- Deaton, A. and Muellbauer, J. (1980) "An Almost Ideal Demand System", *The American Economic Review*, vol. 70, No. 3.
- Deaton, A. "Demand Analysis", *Handbook of Econometrics*, Griliches and M.D. Intriligator, chapter 30, vol. 3.
- Fomby T. et al. (1984) *Advanced Econometric Methods*.
- Gramlich E.M. y Kalchbrenner J.H. (1970) "A Constrained Estimation Approach to the Demand for Liquid Assets", SSP.
- Judge G. et al. (1988) *Introduction of the Theory and Practice of Econometrics*.
- Lee M. y Oliveros H. (1983) "La Demanda por Activos Líquidos en Colombia". *Ensayos sobre Política Económica*.
- Lora E. (1990) "La demanda de Activos Financieros en Colombia: un modelo de asignación de portafolio por niveles". Mimeo.
- Pindyck R. y Rubinfeld D. (1980) *Modelos Económicos*.
- Ramírez M. (1989) "Estimación y Utilización de Sistemas Completos de Ecuaciones de Demanda", *Desarrollo y Sociedad*, No. 24.
- Ramírez M. (1992) "El Ahorro en Colombia", *Cambios Estructurales y Crecimiento*. Ed. Tercer Mundo, Bogotá.
- Sarmiento E. (1984) *Funcionamiento y Control de una economía en Desequilibrio*. Capítulo VII.
- Zietz, J. and Weichert, R. "A dynamic singular equation system of asset demand", *European Economic Review*, vol. 32, July 1988.