



REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

Septiembre de 2012

Valor en riesgo condicional para el
portafolio de deuda pública
de las entidades financieras

Wilmar Cabrera Rodríguez
Luis Fernando Melo Velandia
Juan Carlos Mendoza
Santiago Téllez Alzate

Valor en Riesgo Condicional para el portafolio de deuda pública de las entidades financieras*

WILMAR CABRERA RODRÍGUEZ*
LUIS FERNANDO MELO VELANDIA**
JUAN CARLOS MENDOZA***
SANTIAGO TÉLLEZ ALZATE****

Resumen

En este documento se analiza la exposición al riesgo de mercado del portafolio de deuda pública de las diferentes entidades del sistema financiero Colombiano desde dos perspectivas. En la primera, se emplea el enfoque tradicional en donde se calcula el valor en riesgo no condicional (a otras instituciones), para cuantificar el riesgo de mercado de los portafolios de las entidades. En la segunda, se utiliza una medida de riesgo condicional (*CoVaR*) con el fin de identificar los sectores que generan un mayor incremento en el riesgo del sistema financiero en el mercado de deuda pública. Ambas medidas fueron estimadas empleando la metodología de regresión por cuantiles modelando efectos ARCH. Los resultados sugieren que los sectores que generan un mayor incremento en el riesgo de mercado del sistema son los fondos de pensiones, los bancos comerciales, las sociedades comisionistas de bolsa y las sociedades fiduciarias.

Clasificación JEL: *C32, C58, G20, G32*

Palabras clave: Riesgo de mercado, *VaR*, *CoVaR*, regresión por cuantiles.

*Los autores agradecen a los miembros del departamento de estabilidad financiera por sus valiosos comentarios. Las opiniones contenidas en este documento son exclusivas de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta directiva. Los autores son responsables de los errores que persistan.

*Profesional, Departamento de Estabilidad Financiera. E-mail: wcabrero@banrep.gov.co

**Econometrista Principal, Gerencia Técnica. E-mail: lmelovel@banrep.gov.co

***Profesional Especializado, Departamento de Estabilidad financiera. E-mail: jmendogu@banrep.gov.co

****Profesional, Departamento de Modelos Macroeconómicos. E-mail: stelleal@banrep.gov.co

1. Introducción

El comité de Basilea para la supervisión bancaria (1996) instó a las instituciones financieras a que cumplieran con los requisitos de capital para así cubrir los riesgos de mercado en los que incurren como resultado de sus operaciones diarias. Sin embargo, si el riesgo latente no se estima adecuadamente, las instituciones financieras pueden sobreestimarlos (subestimarlos), y por lo tanto, mantener niveles de capital excesivamente altos (bajos) que darán como resultado asignaciones ineficientes de recursos. Por lo tanto, es importante que tanto las entidades como el regulador cuenten con medidas de riesgo precisas. En el caso del segundo, para aliviar los costos sociales asociados a los eventos de crisis, que exceden las pérdidas privadas de las instituciones causantes en primera instancia de dichas situaciones. En línea con lo anterior, es relevante contar con una medida adecuada del riesgo de mercado que a su vez contemple su impacto en el sistema financiero.

El Valor en Riesgo, *VaR* por sus siglas en inglés, ha sido tradicionalmente la medida más reconocida de riesgo de mercado de las instituciones financieras tanto para propósitos internos como regulatorios, pese a tener críticas y deficiencias bien documentadas¹. El *VaR* fue desarrollado al comienzo de la década de los 90 como una medida de riesgo de portafolios. Intuitivamente, mide la máxima pérdida esperada de un portafolio de activos que no será excedida con un cierto nivel de confianza en un período determinado. A pesar de su uso extendido y de la aceptación común de la que goza, el *VaR* ha sido criticado tradicionalmente por ser incapaz de producir estimaciones confiables, pues el modelo hace numerosas simplificaciones y supuestos. Asimismo, el propósito del *VaR* es pronosticar los peores retornos de algunos activos utilizando datos históricos, lo que no necesariamente reflejará adecuadamente la situación futura de los mercados, especialmente en períodos de crisis financieras. Dicho de otra manera, el *VaR* es, en el mejor de los casos, un modelo *ex ante* basado en observaciones pasadas que generará estimaciones precisas en la medida en que la historia se repita. De esta manera, la utilidad del *VaR* dependerá de la capacidad del modelo de realizar pronósticos exactos de los riesgos futuros. Para evaluar esto, los modelos tienen que ser puestos a prueba usando métodos estadísticos denominados *backtesting*, en los que se realizan diferentes pruebas de hipótesis basadas en la comparación de las pérdidas y ganancias observadas con las proyecciones del modelo *VaR*.

Por otra parte, durante las crisis financieras, las pérdidas de las entidades tienden a esparcirse a todo el sistema, situación conocida en la literatura como riesgo sistémico. De acuerdo con lo expuesto anteriormente, el *VaR* es una medida que se concentra en el riesgo asociado a alguna entidad particular desconociendo el impacto que se puede generar sobre el sistema, puesto que las medidas individuales de riesgo no reflejan cómo la estabilidad del sistema financiero es afectada. Según Adrian & Brunnermeier (2011), una medida de riesgo sistémico debe considerar la codependencia de las instituciones y el sistema.

Con base en estas críticas, Adrian & Brunnermeier (2011) proponen una medida de riesgo sistémico que refleje los vínculos subyacentes entre las entidades financieras. Esta medida es denominada *CoVaR*, donde el prefijo *Co* se puede entender como condicional, movimiento conjunto o contagio. Intuitivamente, el *CoVaR* del sistema condicional a la institución *i* se define como el *VaR* de todo el sistema dado un estado en la entidad *i*. La diferencia entre el *CoVaR* condicional a que una institución se encuentra en estrés y el *CoVaR* condicional a que dicha institución está en una situación “normal”, $\Delta CoVaR$, captura

¹Ver McNeil et al. (2005), Dowd (2002), Jorion (2001), entre otros.

la contribución marginal de la entidad i al riesgo total del sistema.

Algunas de las ventajas de esta medida se relacionan con las diferencias entre riesgo individual y sistémico. La evidencia empírica sugiere que la relación entre estas dos medidas no es uno a uno, como recalcan Adrian y Brunnermeier. Aunque el VaR de dos entidades sea el mismo, su contribución marginal al riesgo general puede variar, indicando que una de las dos instituciones genera más riesgo al sistema que la otra, situación que no es evidente si el análisis se basa únicamente en el VaR de cada entidad.

El objetivo principal de este documento es analizar y estimar las medidas de riesgo de mercado no condicional (VaR) y condicional ($CoVaR$) para el portafolio de deuda pública de las entidades financieras en Colombia. Para esto se seguirán los lineamientos de los trabajos de Guo et al. (2007), Koenker & Zhao (1996) y Xiao & Koenker (2009). Con este análisis se busca obtener una medición adecuada del riesgo de mercado, por lo cual se decide estimar esta medida empleando el método de estimación de regresión por cuantiles incluyendo efectos ARCH, debido al mejor desempeño de esta medida frente a otras analizadas bajo las pruebas de backtesting². Adicionalmente se quiere establecer la relación entre el nivel de riesgo de los agentes y del sistema, con el fin de encontrar las entidades que tienen un mayor efecto en el nivel de riesgo de mercado de este último.

Además de esta introducción este trabajo se divide en 4 partes. En la segunda sección se revisa la metodología de estimación, introduciendo las principales características de la regresión cuantílica y los trabajos para estimar el VaR y el $CoVaR$. En la tercera, se describen los datos empleados para la estimación de estas medidas de riesgo. En la sección 4 se exponen los principales resultados, y por último, en la quinta sección se presentan las conclusiones.

2. Metodología

2.1. CoVaR

Como se había mencionado anteriormente, el VaR describe la máxima pérdida esperada de un activo con algún nivel de confianza en un determinado horizonte. Como lo señalan Kuester et al. (2006), impone una cota superior a las pérdidas de un activo que será superada únicamente con una probabilidad τ , definida usualmente entre 1% y 5%. Dado el conjunto de información disponible hasta el período t , el VaR de un activo para el período $t+h$ es el $(1-\tau)$ -ésimo cuantil de la distribución de los retornos del portafolio de la institución i . En este documento, solo se utilizará un horizonte de pronóstico de un período, de manera que h es igual a 1. Para simplificar la notación, se define entonces $VaR_{t,1-\tau}^i$ como sigue:

$$P(r_t^i \leq VaR_{t,1-\tau}^i) = 1 - \tau, \quad 0 < \tau < 1 \quad (1)$$

²En la sección de resultados se comparan los resultados de la estimación de regresión por cuantiles contemplando efectos ARCH contra los que no incluyen estos efectos, adicionalmente se comparan con los resultados de un modelo TARARCH (estos resultados se encuentran en el recuadro 'Implementación de la metodología de regresión por cuantiles para el cálculo del VaR ' de la edición de septiembre de 2012 del Reporte de Estabilidad Financiera).

donde r_t^i es el retorno del portafolio de la institución i en el período t .

Al igual que el VaR , el $CoVaR$ es un cuantil; formalmente, se define el $CoVaR_{t,1-\tau}^{j|C(r^i)}$ de la institución j (donde j corresponde al sistema financiero) condicional a algún evento particular $C(r^i)$ de la institución i :

$$P\left(r_t^j \leq CoVaR_{t,1-\tau}^{j|C(r^i)}\right) = 1 - \tau \quad (2)$$

Además, se define la contribución de i a la entidad j como:

$$\Delta CoVaR_{t,1-\tau}^{j|i} = CoVaR_{t,1-\tau}^{j|r_{t-1}^i = VaR_{t-1,1-\tau}^i} - CoVaR_{t,1-\tau}^{j|r_{t-1}^i = mediana^i} \quad (3)$$

De esta forma, $\Delta CoVaR_{t,1-\tau}^{j|i}$ denota la diferencia entre el VaR del sistema financiero dado que la institución i está en estrés y el VaR dado que i está en una situación normal.

2.1.1. Estimación del CoVaR

Adrian & Brunnermeier (2011) utilizan regresión por cuantiles para estimar el $CoVaR$, metodología que se explicará con mayor detalle en la siguiente sección. Para su estimación se calcula inicialmente el VaR no condicional (a otras entidades) a través de esta técnica. Este modelo supone que los retornos de la institución i siguen un proceso autorregresivo para el cuantil $1 - \tau$. Por ejemplo, para un $AR(1)$ se tiene:

$$\hat{r}_{t,1-\tau}^i = \hat{\alpha}_{1-\tau}^i + \hat{\beta}_{1-\tau}^i r_{t-1}^i \quad (4)$$

Por lo tanto,

$$VaR_{t,1-\tau}^i | r_{t-1}^i = \hat{r}_{t,1-\tau}^i \quad (5)$$

De manera análoga, el valor en riesgo del sistema condicional a los retornos de una institución i se calcula de la siguiente forma:

$$\hat{r}_{t,1-\tau}^{sistema,i} = \hat{\alpha}_{1-\tau} + \hat{\beta}_{1-\tau} r_{t-1}^i + \hat{\gamma}_{1-\tau} r_{t-1}^{sistema} \quad (6)$$

$$VaR_{t,1-\tau}^{sistema,i} | r_{t-1}^i, r_{t-1}^{sistema} = \hat{r}_{t,1-\tau}^{sistema,i} \quad (7)$$

Utilizando estas definiciones, el $CoVaR$ está dado por:

$$CoVaR_{t,1-\tau}^{sistema|i} | r_{t-1}^i = VaR_{t-1,1-\tau}^i, r_{t-1}^{sistema} = VaR_{t,1-\tau}^{sistema} | VaR_{t-1,1-\tau}^i, r_{t-1}^{sistema} = \hat{\alpha}_{1-\tau} + \hat{\beta}_{1-\tau} VaR_{t-1,1-\tau}^i + \hat{\gamma}_{1-\tau} r_{t-1}^{sistema} \quad (8)$$

Finalmente, $\Delta CoVaR_{t,1-\tau}^{sistema|i}$ es igual a:

$$\Delta CoVaR_{t,1-\tau}^{sistema|i} = \hat{\beta}_{1-\tau} (VaR_{t-1,1-\tau}^i - VaR_{t-1,50\%}^i) \quad (9)$$

2.1.2. Regresión cuantílica

La herramienta de regresión cuantílica introducido por Koenker & Bassett (1978) es un método diseñado para modelar los cuantiles condicionales de una distribución. Esta metodología se ajusta al contexto del *VaR* y el *CoVaR* de un portafolio, dado que estas medidas son cuantiles condicionales de los retornos analizados. Esta técnica es robusta a valores atípicos y permite hacer inferencia para todos los cuantiles. Asimismo, no hace ningún supuesto sobre la distribución del término de perturbación.

La teoría de regresión clásica se centra en el efecto que tiene un cambio del valor de un vector de variables independientes r^i sobre la media de una variable de respuesta r^j . Usualmente, se asume que la relación entre r^j y r^i toma la siguiente forma ³:

$$r_t^j = \sum_{p=1}^P \beta_p r_{t-p}^i + \epsilon_t, \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (10)$$

donde β es el coeficiente que relaciona la variable independiente con la dependiente, P es el número de rezagos empleados, y ϵ es el término de perturbación del modelo cuya densidad $f(\cdot)$ se supone que existe, pero es desconocida (típicamente se asume que su distribución es $N(0, \sigma^2)$). Por lo tanto, y bajo el supuesto de independencia entre la covariable y el término de perturbación, se obtiene que:

$$E(r_t^j | \mathbf{r}^i) = \sum_{p=1}^P \beta_p r_{t-p}^i \quad (11)$$

$$\mathbf{r}^i = [r_{t-1}^i, \dots, r_{t-P}^i] \quad (12)$$

De esta manera, el problema a optimizar es minimizar los residuales al cuadrado, o lo que es equivalente, la diferencia entre la variable de respuesta y su media:

$$\arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \left(r_t^j - \sum_{p=1}^P \beta_p r_{t-p}^i \right)^2 \quad (13)$$

Considerando la definición de cuantil, una observación cualquiera está en el τ -ésimo cuantil si su valor está por encima de una proporción τ de la serie y por debajo de la proporción $1 - \tau$ restante. Formalmente, el τ -ésimo cuantil de una variable aleatoria y se define como:

$$Q_y(\tau) = \inf\{F(y) \geq \tau\} \quad (14)$$

donde $F(y)$ es la función de distribución de y .

La función objetivo asociada a la regresión cuantílica minimiza la distancia absoluta entre la observación de la variable dependiente y su correspondiente cuantil. Para ello, se define el τ -ésimo cuantil como $Q_{\tau}(r_t^j | \mathbf{r}^i) = \sum_{p=1}^P \beta_{\tau,p} r_{t-p}^i$ para todo $\tau \in (0, 1)$ a través del siguiente modelo:

³Sin pérdida de generalidad, se supone que el intercepto de la ecuación es cero

$$r_t^j = \sum_{p=1}^P \beta_{\tau,p} r_{t-p}^i + \epsilon_\tau \quad \text{para } t = 1, \dots, T \quad (15)$$

El problema de optimización para hallar el estimador de β_τ es el siguiente:

$$\beta_\tau = [\beta_{\tau,1}, \dots, \beta_{\tau,P}] \quad (16)$$

$$\widehat{\beta}_\tau = [\widehat{\beta}_{\tau,1}, \dots, \widehat{\beta}_{\tau,P}] \quad (17)$$

$$\widehat{\beta}_\tau = \arg \min_{\beta_\tau \in \mathfrak{R}} \sum_{t=1}^T \rho_\tau \left(r_t^j - \sum_{p=1}^P \beta_{\tau,p} r_{t-p}^i \right) \quad (18)$$

$$(19)$$

donde:

$$\rho_\tau(u) := \begin{cases} \tau|u| & \text{si } u \geq 0 \\ (1-\tau)|u| & \text{si } u < 0. \end{cases} \quad (20)$$

Adicionalmente, Koenker & Bassett (1982), demuestran que $\widehat{\beta}_\tau$ tiene la siguiente distribución asintótica:

$$\sqrt{T}(\widehat{\beta}_\tau - \beta_\tau) \xrightarrow{d} N(0, \Delta_\tau) \quad (21)$$

donde:

$$\Delta_\tau = \tau(1-\tau) E \left[f_\tau(0|\mathbf{r}^i) \mathbf{r}^{i'} \mathbf{r}^i \right]^{-1} E \left(\mathbf{r}^{i'} \mathbf{r}^i \right) E \left[f_\tau(0|\mathbf{r}^i) \mathbf{r}^{i'} \mathbf{r}^i \right]^{-1} \quad (22)$$

Si se supone que la densidad de ϵ_τ es independiente de r^i se tiene que:

$$\Delta_\tau = \sigma_\tau^2 E \left(\mathbf{r}^{i'} \mathbf{r}^i \right)^{-1} \quad (23)$$

con $\sigma_\tau^2 = \tau(1-\tau)/f_\tau^2(0)$.

2.1.3. Regresión cuantílica para modelos ARCH

Los retornos financieros observados con alta frecuencia exhiben ciertas características. Específicamente, autocorrelación significativa de los retornos cuadráticos, alta curtosis y, finalmente, la distribución puede ser ligeramente asimétrica. El modelo ARCH, inicialmente propuesto por Engle (1982), y su posterior generalización como modelo GARCH desarrollado por Bollerslev (1986) son metodologías que tienen en cuenta estos hechos.

En línea con estos hechos, al interés de calcular un cuantil de la distribución condicional de una serie de retornos y debido al buen desempeño encontrado para las pruebas de backtesting cuando se calculan las medidas de riesgo *VaR* y *CoVaR*, se decidió emplear la técnica de regresión por cuantiles incluyendo efectos ARCH que se introdujera a continuación.

Modelos ARCH

Dado que $\{r_t^i\}_{t=1}^T$ es la serie de los retornos de un activo y siguiendo a Guo et al. (2007) y Koenker & Zhao (1996), se asume un proceso autorregresivo:

$$r_t^i = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^i + \dots + \alpha_p r_{t-p}^i + u_t \quad (24)$$

Donde la dinámica del término de perturbación se describe por el siguiente modelo ARCH:

$$u_t = (\gamma_0 + \gamma_1 |u_{t-1}| + \dots + \gamma_q |u_{t-q}|) e_t \quad (25)$$

con $\gamma_0 > 0$, $(\gamma_1, \dots, \gamma_q)' \in \mathfrak{R}_+^q$ y $\{e_t\}_{t=1}^T$ son variables aleatorias *i.i.d.* con media cero y varianza finita. No obstante, en el modelo ARCH propuesto por Engle (1982), el término de perturbación es modelado de la siguiente manera:

$$u_t = (\gamma_0 + \gamma_1 u_{t-1}^2 + \dots + \gamma_q u_{t-q}^2)^{1/2} e_t \quad (26)$$

Xiao & Koenker (2009) argumentan que una de las principales desventajas del modelo de Engle es que es muy sensible a retornos extremos, puesto que el término cuadrático de la ecuación amplifica los choques, especialmente aquellos atípicos.

El cuantil condicional de r_t^i dado un conjunto de información \mathfrak{S}_{t-1} utilizando las ecuaciones 24 y 25 es:

$$Q_{r_t^i}(\tau | \mathfrak{S}_{t-1}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^i + \left(\gamma_0 + \sum_{j=1}^q \gamma_j |u_{t-j}| \right) F^{-1}(\tau) \quad \text{para } 0 < \tau < 1 \quad (27)$$

donde $F^{-1}(\tau) = Q_e(\tau)$ es una función cuantílica de e_t .

Por lo tanto, el $VaR_{t+1|t}$, que se define como el cuantil condicional de r_t^i es:

$$VaR_{t+1|t}(1 - \tau) = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i r_{t-i}^i + \hat{\gamma}(1 - \tau)' Z_t \quad (28)$$

donde $Z_t = (1, |u_{t-1}|, \dots, |u_{t-q}|)$ y $\gamma(\tau)' = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_q) Q_e(1 - \tau)$. De manera análoga el $CoVaR$ se calcula como:

$$Q_{r_t^{sistema}}(1 - \tau | \mathfrak{S}_{t-1}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i r_{t-i}^{sistema} + \sum_{i=1}^s \beta_i r_{t-i}^i + \left(\gamma_0 + \sum_{j=1}^q \gamma_j |u_{t-j}| + \sum_{j=1}^r \delta_j |r_{t-j}^i| \right) F^{-1}(1 - \tau) \quad (29)$$

$$CoVaR_{t,1-\tau}^{sistema|VaR^i, \mathfrak{S}_{t-1}} = \hat{\alpha}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_i r_{t-i}^{sistema} + \sum_{i=1}^s \hat{\beta}_i r_{t-i}^i + \left(\hat{\gamma}_0 + \sum_{j=1}^q \hat{\gamma}_j |u_{t-j}| + \sum_{j=1}^r \hat{\delta}_j |r_{t-j}^i| \right) \quad (30)$$

2.2. Estimación de regresión cuantílica con efectos ARCH

Reescribiendo la ecuación (24), se obtiene:

$$r_t^i = \mathbf{r}'_t \alpha + (Z'_t \gamma) e_t \quad (31)$$

donde $\mathbf{r}_t = (1, r_{t-1}^i, \dots, r_{t-p}^i)'$ y $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_p)'$. Koenker & Zhao (1996) utilizan una metodología de estimación en dos etapas similar a la usada por Engle (1982) para modelos ARCH. En la primera etapa de esta metodología se estiman los parámetros del modelo autorregresivo y en la segunda se estiman los parámetros del modelo ARCH sobre los residuales de la primera etapa. Koenker & Zhao (1996) muestran que los parámetros del componente ARCH pueden ser estimados a partir de la siguiente función objetivo:

$$\check{\gamma}(\tau, \hat{\alpha}_T) = \arg \min_{\gamma \in \mathbb{R}} \sum_{t=1}^T \rho_{\tau}(\hat{u}_t - \hat{Z}'_t \gamma) \quad (32)$$

donde $\hat{Z}'_t = (1, |\hat{u}_{t-1}|, \dots, |\hat{u}_{t-q}|)'$ está asociado a los residuales del modelo autorregresivo. Además, se supone que los estimadores de la primera etapa, $\hat{\alpha}$, son \sqrt{T} consistentes.

Los resultados de Koenker & Zhao (1996) demuestran que, bajo algunas condiciones:

$$\sqrt{T}(\check{\gamma}(\tau, \hat{\alpha}_t) - \gamma(\tau)) \xrightarrow{d} N\left(0, \frac{\tau(1-\tau)}{f^2(F^{-1}(\tau))} D_1^{-1} D_0 D_1^{-1}\right) \quad (33)$$

con $D_s = E(Z_1 Z_1' / \sigma_1^s)$ para $s = 0, 1$.

3. Análisis de datos

Se analiza el riesgo de mercado del portafolio de TES de las entidades financieras. Este tipo de activos son los más representativos en el sistema financiero colombiano. En agosto de 2012, el saldo de títulos de deuda alcanzó un valor de \$147,7 billones de pesos (b), de los cuales el 80,9% pertenecen o son administrados por entidades del sistema financiero. Asimismo, dentro de las inversiones de estas entidades, las realizadas en TES representaron el 33,5% del total, en junio de 2012. De esta forma, resulta importante analizar el riesgo de mercado de este tipo de activos para las entidades financieras.

Este análisis se realiza tanto a nivel agregado por sector, como a nivel individual para diferentes entidades del sistema financiero. Los sectores analizados son: Los bancos comerciales (BC), las corporaciones financieras (CF), las compañías de financiamiento (CFC), las cooperativas financieras (Coop), las administradoras de fondos de pensiones (AFP), las sociedades fiduciarias (SFD), las compañías de seguros (CS), las sociedades comisionistas de bolsa (SCB) y el sistema financiero, como el agregado de todos estos sectores. Asimismo, a nivel individual se analizan 46 entidades, de las cuales 16 son bancos comerciales, 6 son AFP, 7 son SCB y 17 son compañías de seguros.

Dentro del mercado de deuda pública las entidades financieras que administran o registran unas mayores tenencias de estos títulos son los fondos de pensiones, las Sociedades Fiduciarias y los bancos comerciales, las cuales a agosto de 2012 presentaron un saldo en estos títulos de \$46,7 b, \$30,0 b y \$28,3 b, en su orden. En segunda instancia están las compañías de seguros, las corporaciones financieras y las sociedades comisionistas de bolsa, las cuales en el mismo mes, registraron un portafolio de TES de \$8,7 b, \$3,2 b y \$2,8 b, respectivamente. Por último, las entidades que presentan las menores tenencias de TES son las Compañías de Financiamiento y las Cooperativas Financieras, las cuales en agosto exhibieron un

saldo en estos títulos de \$31,0 y \$16,1 miles de millones de pesos (mm).

Para el cálculo de las medidas de riesgo a nivel agregado se tomó información de los portafolio de TES de las entidades financieras desde febrero de 2003 hasta agosto de 2012 con periodicidad semanal. De esta forma el tamaño de la muestra empleada para las estimaciones es de 497 observaciones para cada sector analizado. Por su parte, para el análisis individual, con el fin de incluir la mayor cantidad de entidades y tener una muestra lo suficientemente grande para tener estimaciones robustas, se tiene una muestra con periodicidad semanal desde el 29 de abril de 2005 hasta el 17 de agosto de 2012, lo que equivale a 382 observaciones.

Para facilitar el análisis y el cálculo de los retornos de los portafolios, se empleó la técnica de mapeo sugerida por *RiskMetrics*⁴, en la cual se clasifican los títulos de cada portafolio en diferentes bandas de tiempo, con el fin de homogeneizar los factores de riesgo a los cuales cada entidad esta expuesta. Este proceso se realizó tanto para los TES denominados en pesos como para aquellos denominados en UVR. De esta forma, todos los títulos de los portafolios se repartieron en 15 bandas temporales como los muestra el Cuadro 1.

CUADRO 1: **Bandas Temporales**

Meses				Años										
1	3	6	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	25

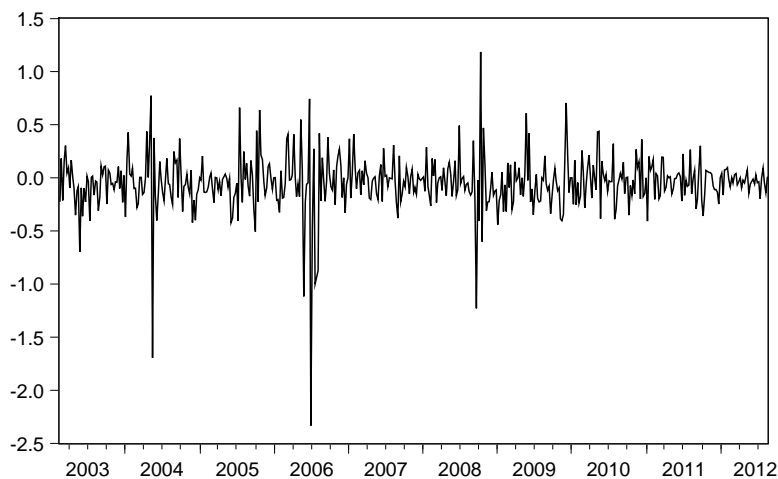
Después de realizar el mapeo, se calculan los retornos de los títulos en cada banda de tiempo para el total de la muestra y se obtiene el retorno total del portafolio para cada entidad y sector como el promedio ponderado de los retornos por el saldo nominal en cada una de las bandas de tiempo. De esta forma, para cada sector se obtiene una serie de retornos, la cual va a ser empleada para el cálculo de las medidas de riesgo de mercado. En el Apéndice A se presentan los gráficos de los retornos de cada uno de los sectores financieros analizados en este documento. De manera similar se calculan los retornos para el total del sistema (Gráfico 1).

En general, para todos los sectores se observa que los retornos presentan un comportamiento similar, caracterizado por una media relativamente constante alrededor de cero, como es usual para los activos financieros. Asimismo, el retorno del portafolio de los fondos de pensiones registra una mayor volatilidad en comparación a otros sectores, esto es debido a que la naturaleza de su negocio hace que estas entidades inviertan en títulos de más largo plazo, lo que conlleva a una mayor duración del portafolio y por lo tanto, a una mayor sensibilidad en el precio ante cambios en las condiciones del mercado⁵. Adicionalmente, es importante resaltar la alta relación que existe entre los retornos de los sectores, la cual es más evidente en los momentos de alta volatilidad en el mercado, como se observó en los años 2003, 2006 y finales de 2008.

⁴ver JP Morgan (1996).

⁵La duración del portafolio de los fondos de pensiones es de 5,5 años, mientras que el promedio de las demás entidades es 3,5 años.

GRÁFICO 1: Retornos del portafolio de TES del sistema financiero*



*Cifras en porcentaje. Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

4. Resultados

Las medidas de riesgo de mercado fueron calculadas para el portafolio de TES de las diferentes entidades y sectores analizados en este documento, utilizando la metodología de regresión por cuantiles con efectos ARCH. En primer lugar, se estimó el VaR no condicional (a otras instituciones) y se realizaron diferentes pruebas de *backtesting* con el fin de corroborar que corresponda a una medida de riesgo adecuada. En segundo lugar, se realiza el análisis de riesgo de mercado condicional, en donde se estima el indicador $CoVaR$ con el fin de establecer las entidades y sectores que incrementan el riesgo de mercado del sistema financiera en mayor medida.

Los orden de los rezagos p, q, r, s utilizados para la estimación del VaR y $CoVaR$ en (28) y (30), se escogieron de acuerdo a la función inversa de López⁶, con el fin de generar una medida que no sobreestime el riesgo de las entidades⁷. Esta selección únicamente se realizó sobre los modelos que superaban las pruebas de Kupiec, independencia y conjunta de Christoffersen (2003) y adicionalmente, presentaban los mínimos valores de las funciones de pérdida de López, $f1$, $f2$ y $f3$.

En general, el VaR con efecto ARCH (VaR_{Qarch}) es más sensible en los momentos de alta volatilidad de los retornos y reacciona de manera más acentuada, por lo que presenta valores máximos más altos en estos momentos. Por otro lado, el VaR sin efectos ARCH (VaR_{Qreg}) exhibe un comportamiento menos dinámico que no sigue tan cerca el comportamiento de la serie; adicionalmente, en la media pronostica un nivel de riesgo mayor que el VaR_{Qarch} (Gráfico 2). Al observar la evolución de este indicador se obtiene que desde el año 2010 el nivel de riesgo de mercado del portafolio de TES del sistema financiero ha permanecido en niveles bajos y estables, lo que está explicado principalmente por una baja volatilidad

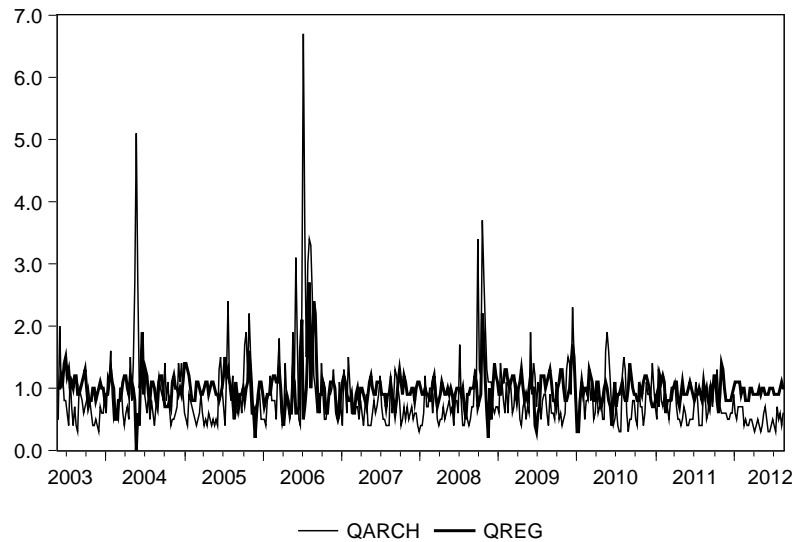
⁶Esta función de pérdida es similar a la denominada firm's Loss Function en Samanta & Golaka (2003).

⁷Este modelo es deseable desde el punto de vista del regulador y de las entidades que realizan la medida

en los retornos de estos activos durante este periodo. Asimismo, se observa que las medidas de riesgo estimadas reflejan los momentos de mayor volatilidad en el mercado de deuda pública dentro del periodo analizado, como lo son los años 2004, 2006 y finales de 2008.

En el Apéndice B se presentan las estimaciones del VaR $Qarch$ para los diferentes sectores analizados en este documento. En general, los establecimientos de crédito registran portafolios de TES con menor riesgo de mercado que las instituciones financieras no bancarias (IFNB), lo que se explica por el menor plazo de sus inversiones. Las AFP dada la mayor duración de sus portafolios registran un nivel de riesgo de mercado superior al de los otros sectores, seguido por las compañías de seguros (CS), los bancos comerciales (BC) y las sociedades comisionistas de bolsa (SCB).

GRÁFICO 2: VaR del portafolio de TES del sistema financiero



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Después de realizar las estimaciones del VaR es necesario verificar cual de las metodologías empleadas para su cálculo cuantifica de manera más adecuada el riesgo, para esto se debe comprobar que estas cumplan con ciertas propiedades deseables como son: cubrimiento incondicional, independencia y un tamaño mínimo de los excesos de las pérdidas con respecto al VaR .

Para la primera condición se debe probar que las fallas observadas, es decir, el número de veces en las que las pérdidas observadas fueron superiores a las pronosticadas por la medida de riesgo, sean iguales que las esperadas, para esto se emplea usualmente la prueba de Kupiec de proporción de fallas⁸. Aunque

⁸Una descripción de esta prueba se encuentra en Kupiec (1995).

CUADRO 2: Pruebas de Backtesting para el VaR $Qreg$ estimado a un nivel de significancia del 1 %

Sector	P-Valor			Funciones de Pérdidas			
	Kupiec	Independencia	Conjunta	F-lopez	f1	f2	f3
BC	0.633	0.700	0.828	0.006	0.000	0.000	0.000
CF	0.199	0.111	0.123	0.008	0.001	0.000	0.000
CFC	0.633	0.700	0.828	0.004	0.001	0.000	0.000
Coop	0.373	0.000	0.000	0.012	0.016	0.000	0.000
AFP	0.670	0.798	0.884	0.004	0.001	0.000	0.000
SFD	0.351	0.848	0.635	0.006	0.002	0.000	0.000
CS	0.670	0.798	0.884	0.004	0.001	0.000	0.000
SCB	0.633	0.055	0.142	0.006	0.002	0.000	0.000
Sistema	0.633	0.700	0.828	0.008	0.003	0.000	0.000

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

es deseable que el VaR cumpla con un número de fallas esperadas⁹, es necesario verificar que éstas no sean dependientes, es decir, que no se presenten fallas sucesivas y recurrentes en la medida de riesgo estimada, para lo cual se utiliza la prueba de independencia de Christoffersen. Las anteriores pruebas verifican de manera separada las primeras dos condiciones deseables del VaR . Por esta razón, se analiza también la prueba conjunta de Christoffersen, la cual tiene en cuenta estas dos condiciones simultáneamente¹⁰.

Adicionalmente, es importante calcular la magnitud en la cual las pérdidas exceden las medidas de riesgos calculadas. Para este fin se emplearon las siguientes funciones de pérdidas: aproximación de frecuencia ajustada por el tamaño de López y las funciones $f1$, $f2$ y $f3$ de Caporin¹¹.

Estas pruebas de *backtesting* deben realizarse al VaR estimado a diferentes niveles de significancia, con el fin de corroborar que el indicador estimado es adecuado. En los Cuadros 2 y 3 se presentan los resultados de las diferentes pruebas de Backtesting del VaR estimado a un nivel de significancia del 1 %¹². En general, se observa que los p-valores de las pruebas de Kupiec, de independencia y la prueba conjunta de Christoffersen son superiores en la mayoría de los casos al nivel de significancia empleado (5 %) en ambas medidas. Lo que sugiere que estas cumplen con las propiedades de cubrimiento incondicional e independencia. Cooperativas es el único sector que no cumple con estas pruebas en el VaR $Qreg$, debido a que esta medida no reacciona a los grandes cambios en el saldo que invierten en estos títulos. Por otro lado, el valor de las funciones de pérdidas es, en general, inferior para el VaR $Qarch$, lo que indica que en caso de una falla en la medida de riesgo, la magnitud de esta es inferior. De esta forma, el VaR estimado con la metodología de regresión por cuantiles con efectos ARCH presenta un mejor comportamiento para los sectores analizados.

Después de analizar de manera independiente el riesgo de mercado de los portafolios de TES de cada uno de los sectores, se analiza la relación que existe entre el nivel de riesgo de estos y el nivel de riesgo del sistema financiero, a través del indicador $\Delta CoVaR$, el cual, como se mencionó en la metodología, mide el incremento en el nivel de riesgo del sistema cuando un sector pasa de tener un nivel de riesgo mediano a

⁹Estas se refieren a la cantidad de veces en las que se espera que la medida de riesgo falle, las cuales se calculan como la multiplicación entre el número de observaciones empleadas en el cálculo del VaR y el percentil al que se estima este indicador τ .

¹⁰Ver Christoffersen (2003), capítulo 8.

¹¹Para mayor detalle de estas pruebas ver el documento de Melo & Granados (2010).

¹²Los resultados de las pruebas de *backtesting* para el VaR estimado a un nivel de significancia del 5 % se encuentran en Apéndice C

CUADRO 3: Pruebas de Backtesting para el VaR $Qarch$ estimado a un nivel de significancia del 1%

Sectores	P-Valor			Funciones de Pérdidas			
	Kupiec	Independencia	Conjunta	F-lopez	f1	f2	f3
BC	0.683	0.797	0.890	0.006	0.001	0.000	0.000
CF	0.683	0.797	0.890	0.008	0.001	0.000	0.000
CFC	0.953	0.747	0.948	0.006	0.002	0.000	0.000
Coop	0.953	0.747	0.948	0.006	0.001	0.000	0.000
AFP	0.953	0.747	0.948	0.004	0.001	0.000	0.000
SFD	0.953	0.747	0.948	0.006	0.000	0.000	0.000
CS	0.699	0.772	0.890	0.008	0.002	0.000	0.000
SCB	0.683	0.797	0.890	0.006	0.002	0.000	0.000
Sistema	0.683	0.797	0.890	0.004	0.001	0.000	0.000

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

uno igual a su VaR . De esta forma, con este cálculo se puede encontrar cuales son los sectores o entidades que afectan en mayor medida el riesgo de mercado del sistema.

Es importante resaltar que el hecho de que una entidad presente unos niveles de riesgo de mercado superiores a otra no implica que esta genere un mayor impacto en el riesgo del sistema. Por esta razón, en el Gráfico 3 se presenta el VaR de cada uno de los sectores y su respectivo efecto al riesgo del sistema medido por el $\Delta CoVaR$. Como se puede observar no existe una relación clara entre estos indicadores, y así como se tiene que las AFP son las entidades con un mayor riesgo de mercado y a la vez tiene el mayor impacto sobre riesgo del sistema, también se tiene el caso de las compañías de seguros, que a pesar de tener el segundo mayor nivel de riesgo de mercado, su efecto sobre el riesgo del sistema es casi nulo.

Asimismo, al analizar el $\Delta CoVaR$ tanto para el promedio de toda la muestra como para el promedio entre agosto de 2011 y agosto de 2012 (Cuadro 4), se obtiene que las entidades que tienen un mayor efecto en el nivel de riesgo de mercado del sistema son las AFP, los bancos comerciales, las SCB y las SFD. Por ejemplo, si las AFP entraran en una situación de estrés, la medida de riesgo de mercado del sistema se incrementaría en 240.7%. Es importante resaltar el caso de las SCB, que a pesar de tener un portafolio de TES significativamente más pequeño que el de los otros sectores, tienen un efecto relevante en el riesgo de mercado del sistema. Adicionalmente, para las SFD se observa una disminución en la contribución al riesgo del sistema para el periodo más reciente en relación a la media de toda la muestra.

CUADRO 4: $\Delta CoVaR$ entre los sectores y el sistema*

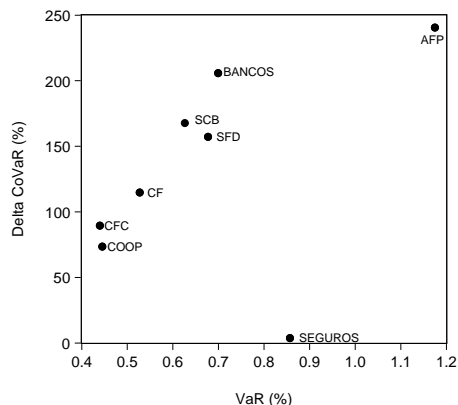
	Promedio de toda la muestra	Promedio entre agosto de 2011 y agosto de 2012
BC	205.8	213.6
CF	114.9	127.7
CFC	89.6	92.6
Coop	73.6	72.1
AFP	240.7	236.8
SFD	157.4	120.5
CS	3.8	3.9
SCB	167.9	184.4

*Cifras en porcentaje.

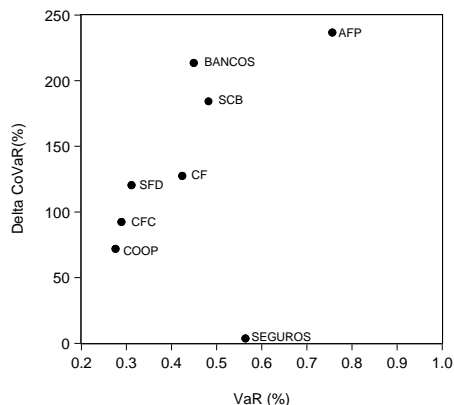
Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

GRÁFICO 3: Relación entre el VaR y el $\Delta CoVaR$

A. Promedio de toda la muestra



B. Promedio entre agosto de 2011 y agosto de 2012



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Adicionalmente, se estimó la relación entre el $\Delta CoVaR$ y el VaR para las entidades analizadas dentro de cada sector. Como se observa en el Gráfico 4 tampoco existe una relación clara entre el riesgo de mercado de cada entidad y su efecto sobre el riesgo del sistema. A diferencia del análisis por sectores, dentro del análisis por entidad se puede establecer que hay bancos comerciales que generan un mayor incremento al riesgo de mercado del sistema financiero, cuando estos entran en una situación de estrés. Asimismo, se puede establecer que el efecto que tienen las entidades sobre el riesgo del sistema es muy diverso dentro de cada sector.

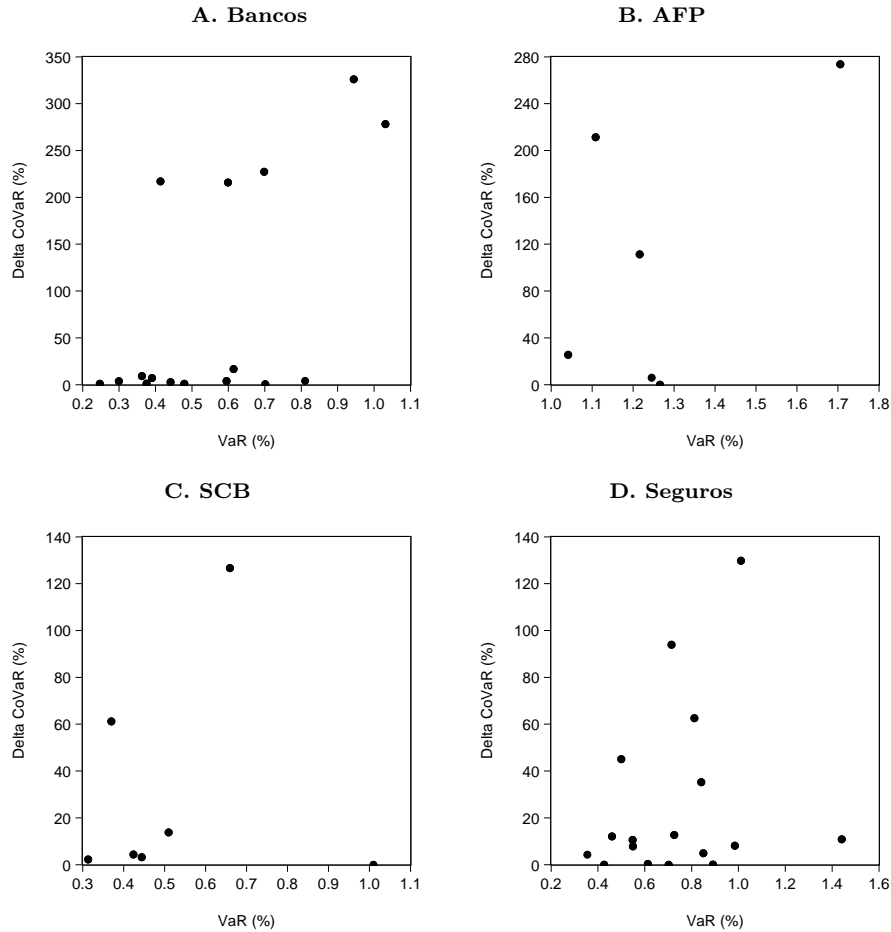
En resumen, al incorporar los efectos ARCH dentro de las estimaciones de las medidas de riesgo de mercado se obtienen unos indicadores que proveen una mejor medición de este riesgo. Adicionalmente, los resultados obtenidos indican que las entidades con un mayor nivel de riesgo de mercado no necesariamente son las que generan un mayor incremento en el riesgo del sistema. Por esta razón, es importante contemplar medidas condicionales que relacionen la dinámica entre las entidades y el sistema financiero.

5. Conclusiones

En este documento se empleó la técnica de regresión por cuantiles con efectos ARCH para la estimación del VaR y del $CoVaR$. Mediante las pruebas de *backtesting* se obtuvo que a través de esta metodología se obtiene una estimación adecuada de estos indicadores, ya que el comportamiento de los retornos de los activos financieros está más influenciado por su varianza que por su media. Asimismo, es importante resaltar que esta metodología no requiere de ningún supuesto distribucional para su estimación, a la vez que modela la característica de colas anchas que presentan los activos financieros.

Asimismo, a través de la estimación del VaR se obtiene que las IFNB, en general, presentan un nivel de riesgo de mercado en el portafolio de deuda pública superior a los establecimientos de crédito. En particular, las AFP son las entidades que registran el mayor riesgo de mercado, explicado en parte, a la naturaleza de su negocio con inversiones en TES de más largo plazo, lo que las hace más sensibles a

GRÁFICO 4: Relación entre el VaR y el $\Delta CoVaR$



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

cambios en las condiciones del mercado.

El análisis del riesgo de mercado convencional, en donde se observa de manera independiente la evolución del VaR no condicional de cada entidad, debe ser complementado por el análisis de riesgo condicional, ya que como se observó, el hecho que una entidad presente un alto nivel de riesgo de mercado, no implica que esta entidad sea la que más influya en el riesgo de mercado de todo el sistema.

Adicionalmente, los sectores que registran una mayor contribución al riesgo de mercado del sistema, medida por el $\Delta CoVaR$, son las AFP, los bancos comerciales, las SCB y las SFD. Asimismo, dentro del análisis por entidad se obtiene que el efecto en el riesgo del sistema es muy heterogéneo entre las entidades de cada sector, es decir, se encuentran entidades que afectarían en gran medida el riesgo del sistema en una situación de estrés, así como otras que tendrían un efecto casi nulo. Adicionalmente, a manera individual hay ciertos bancos comerciales que presentan un mayor efecto en el riesgo del sistema que las AFP.

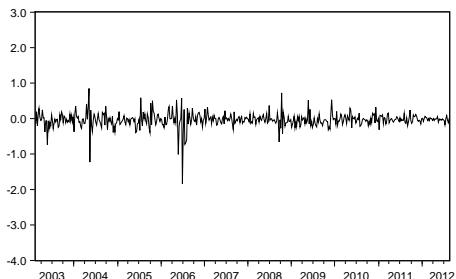
Referencias

- Adrian, T. & Brunnermeier, M. (2011), ‘Covar’, *Staff Reports, Federal Reserve Bank of New York*, **No. 348**.
- Bollerslev, T. (1986), ‘Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity’, *Journal of Econometrics*, **No. 31**, 307–327.
- Christoffersen, P. F. (2003), *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press.
- Dowd, K. (2002), *An introduction to Market Risk Measurement*, John Wiley & Sons Inc.
- Engle, R. (1982), ‘Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of uk inflation’, *Econometrica*. **No. 50**, 987–1008.
- Guo, H., Wu, G. & Xiao, Z. (2007), ‘An analysis of risk for defaultable bond portfolios’, *Journal of Risk Finance*, **Vol. 8(2)**, 166–185.
- Jorion, P. (2001), *Value at Risk: The new benchmark for managing financial risk*, McGraw-Hill (Second Edition).
- JP Morgan, B. (1996), ‘Riskmetrics technical document’, *Discussion paper*, **Cuarta Edición**.
- Koenker, R. & Bassett, G. (1978), ‘Regression quantiles’, *Econometrica*, **Vol. 45(1)**, 33–50.
- Koenker, R. & Bassett, G. (1982), ‘Robust tests for heteroscedasticity based on regression quantiles’, *Econometrica*, **Vol. 50(1)**, 43–61.
- Koenker, R. & Zhao, Q. (1996), ‘Conditional quantile estimation and inference for arch models’, *Econometrics theory*, **Vol. 12**, 793–813.
- Kuester, K., Mittnik, S. & Paolella, M. S. (2006), ‘Value-at-risk prediction: A comparison of alternative strategies’, *Journal of Financial Econometrics*, **Vol. 4(1)**, 53–89.
- Kupiec, P. H. (1995), ‘Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models’, *The Journal of Derivatives*, **Vol. 3**, 73–84.
- McNeil, A., Rudiger, F. & Paul, E. (2005), ‘Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools’, *Princeton University Press*, .
- Melo, L. & Granados, J. (2010), ‘Regulación y valor en riesgo’, *Borradores de economía, Banco de la Republica Colombia*, **No. 615**.
- Samanta, G. P. & Golaka, C. N. (2003), ‘Selecting value-at-risk models for government of india fixed income securities’, *Discussion paper*, .
- Xiao, Z. & Koenker, R. (2009), ‘Conditional quantile estimation for garch models’, *Boston College Working Papers in Economics, Boston College Department of Economics*, **No. 725**.

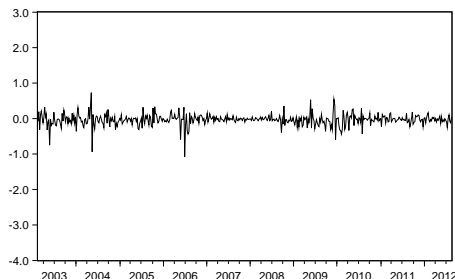
Apéndice A. Retornos del portafolio de TES

GRÁFICO 5: Retornos del Portafolio de TES por tipo de entidad*

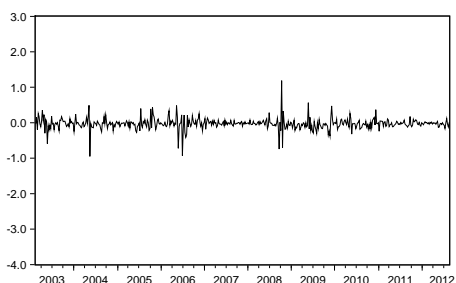
A. Bancos Comerciales



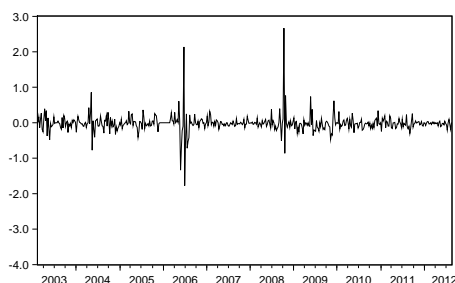
B. Corporaciones Financieras



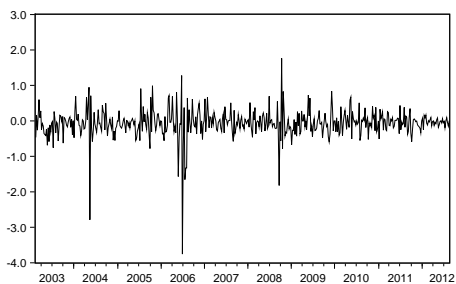
C. Compañías de Financiamiento



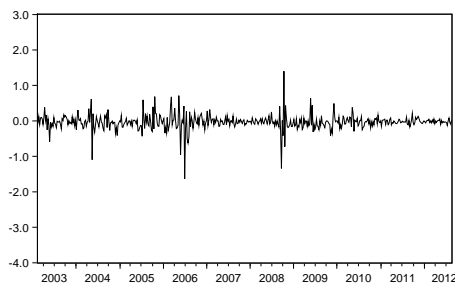
D. Cooperativas Financieras



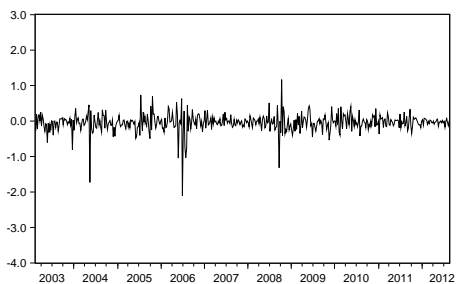
E. Fondos de Pensiones



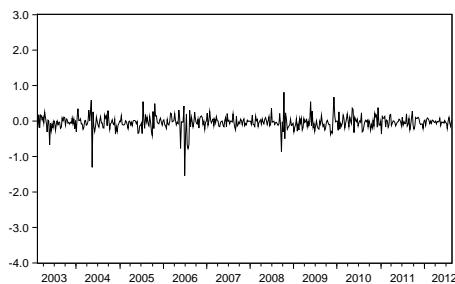
F. Sociedades Fiduciarias



G. Compañías de Seguros



H. Sociedades Comisionistas de Bolsa



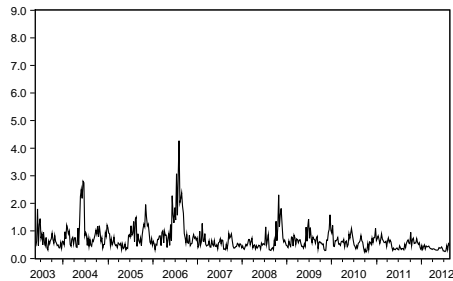
*Cifras en porcentaje.

Fuente: Banco de la República, Bolsa de Valores de Colombia.

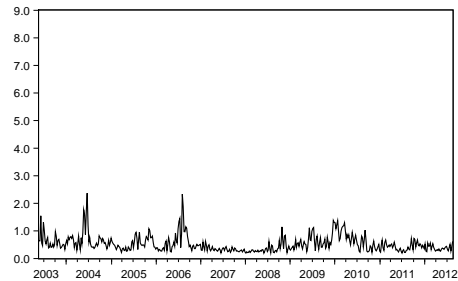
Apéndice B. VaR del portafolio de TES por tipo de entidad

GRÁFICO 6: VaR por tipo de entidad*

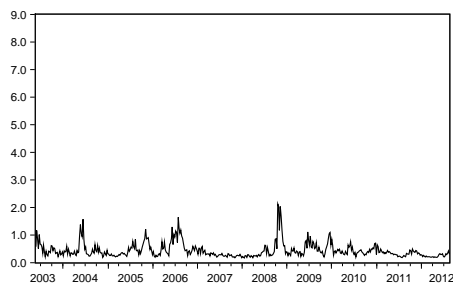
A. Bancos Comerciales



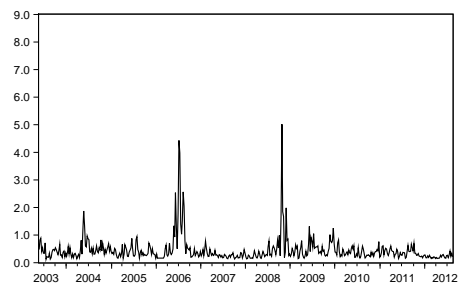
B. Corporaciones Financieras



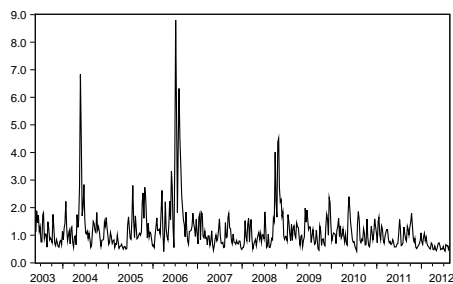
C. Compañías de Financiamiento



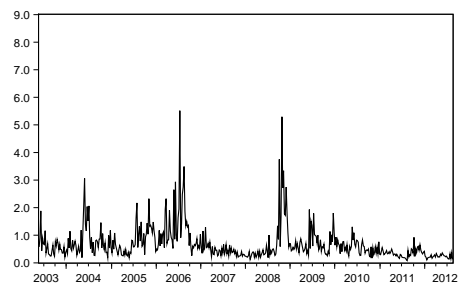
D. Cooperativas Financieras



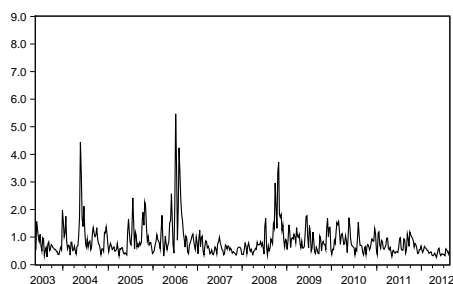
E. Fondos de Pensiones



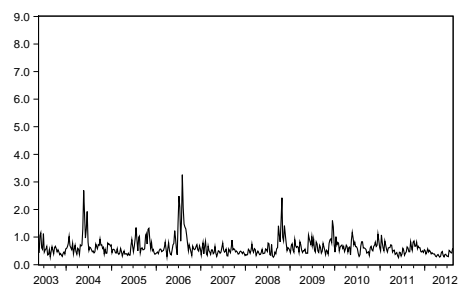
F. Sociedades Fiduciarias



G. Compañías de Seguros



H. Sociedades Comisionistas de Bolsa



*Cifras en porcentaje.

Fuente: Banco de la República, Bolsa de Valores de Colombia.

Apéndice C. Pruebas de Backtesting para el *VaR* estimado al 5 % de significancia

CUADRO 5: Pruebas de Backtesting para el *VaR Qreg*

Sectores	P-Valor			Funciones de Pérdidas			
	Kupiec	Independencia	Conjunta	F-lopez	f1	f2	f3
BC	0.746	0.399	0.665	0.045	0.041	0.000	0.000
CF	0.484	0.000	0.002	0.057	0.023	0.000	0.000
CFC	0.617	0.002	0.008	0.053	0.021	0.000	0.000
Coop	0.926	0.527	0.815	0.043	0.041	0.001	0.000
AFP	0.484	0.000	0.000	0.057	0.076	0.000	0.000
SFD	0.484	0.287	0.444	0.045	0.028	0.000	0.000
SC	0.617	0.240	0.443	0.043	0.037	0.000	0.000
SCB	0.926	0.162	0.375	0.043	0.036	0.000	0.000
Sistema	0.926	0.527	0.815	0.047	0.037	0.000	0.000

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

CUADRO 6: Pruebas de Backtesting para el *VaR Qarch*

Sectores	P-Valor			Funciones de Pérdidas			
	Kupiec	Independencia	Conjunta	F-lopez	f1	f2	f3
BC	0.777	0.930	0.957	0.047	0.027	0.000	0.000
CF	0.942	0.115	0.287	0.049	0.022	0.000	0.000
CFC	0.942	0.468	0.766	0.047	0.024	0.000	0.000
Coop	0.734	0.716	0.883	0.047	0.026	0.000	0.000
AFP	0.942	0.115	0.287	0.047	0.020	0.000	0.000
SFD	0.942	0.115	0.287	0.047	0.024	0.000	0.000
CS	0.817	0.443	0.725	0.046	0.031	0.000	0.000
SCB	0.942	0.856	0.981	0.047	0.029	0.000	0.000
Sistema	0.942	0.115	0.287	0.045	0.026	0.000	0.000

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.