ENSAYOS
sobre política económica

Otro costo de una inflación perfectamente prevista

Carlos Esteban Posada P.

Revista ESPE, No. 31, Art. 01, Junio de 1997
Páginas 5-33

Otro costo de una inflación perfectamente prevista

Carlos Esteban Posada P. *

En este documento se expresa el argumento referido al costo sobre la actividad productiva de una inflación perfectamente prevista. El argumento se refiere al caso de una pequeña economía abierta. Además se hace el cálculo del costo para Colombia.

Si suponemos que cuando se procede a ampliar el capital productivo se incurre en costos de transacción, es decir, en costos adicionales al valor de la inversión, tanto mayores cuanto mayor sea la magnitud de la inversión, pero que tales costos pueden atenuarse, cæteris paribus, *cuanto mayor sea el grado de liquidez de las empresas inversionistas, entonces cuanto mayor sea la inflación mayor será el costo de oportunidad de un cierto grado de liquidez, menor éste, mayor, por tanto, el costo de la inversión prevista y, entonces, menor la magnitud de la inversión.*

* Investigador, Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República. Las opiniones contenidas en este documento son de responsabilidad exclusiva del autor. Esta versión se benefició notablemente de las críticas y sugerencias de Hernando Vargas, Rodrigo Suescún, Edgar Trujillo, José Darío Uribe, Carlos Eduardo Vélez, Andrés Arias, Juan Pablo Zárate y varios de los asistentes al seminario de economía del Banco de la República y de un comentarista anónimo. También se agradece la ayuda de Andrés González.

I. INTRODUCCION

La literatura económica de los años 50 y 60 identificó uno de los costos de una inflación perfectamente prevista[1]: cuando hay inflación la demanda de saldos reales de dinero de los consumidores resulta menor que la que se observaría sin inflación, ya que depende inversamente de la tasa nominal de interés; y cuanto mayor es la tasa de inflación mayor es la tasa nominal de interés de equilibrio.

Ahora bien, el costo identificado en ese entonces se deriva de aceptar que el uso del dinero es fuente directa o indirecta de satisfacción para el consumidor típico, por ejemplo, al reducir el tiempo que debe sacrificar en transacciones y aumentar, a cambio, el destinado al ocio, así que cuanto menor sea su demanda de dinero real, por causa de mayores tasas nominales de interés, mayor será su sacrificio de bienestar.

Para el caso colombiano, se ha estimado que el costo, en términos de sacrificio de bienestar, de tener una inflación perfectamente prevista de 20% anual en vez de la plena estabilidad del nivel de precios equivale a una pérdida de 3.9%del producto[2].

En los últimos quince años se han realizado nuevos aportes en la búsqueda de otros costos de la inflación prevista. La búsqueda ha sido motivada, sin duda, por la observación de gran número de casos, en muy diversas economías y épocas, de caídas de producto o de su tasa de crecimiento y aumentos de la inflación[3]. Los modelos de restricción de efectivo *y* costos de transacción han descrito los posibles costos de la inflación sobre la inversión y, por ende, sobre la intensidad de capital de la economía y el producto en el largo plazo o sobre la tasa de crecimiento de largo plazo[4].

---

1 Se debe mencionar los trabajos de Bailey (1956) y Sidrauski (1967); éste último como pionero del examen de este asunto en un contexto de agentes racionales con optimización intertemporal, aunque Bailey (1956) fue el precursor del análisis del costo, en términos de bienestar, de la inflación.

2 Esta estimación es de Posada (1995), siguiendo el modelo de Sidrauski. Carrasquilla et al. (1994) estimaron un costo mayor. Recientemente Riascos (1997) y Gómez (1998) hicieron estimaciones que ubican el costo entre1% y 5% del PIB.

3 Véase, por ejemplo, Orphanides y Solow (1990), De Gregorio (1993), Agénor y Montiel (Cap. 15, 1996) y Barro (1996).

4 En Orphanides y Solow (1990) y en De Gregorio (1993) se encuentran reseñas de la nueva literatura sobre los costos de la inflación prevista. Suescún (1995) presentó nuevas estimaciones del costo de la inflación (perfectamente prevista) para la economía de Estados Unidos, en términos de menor tasa de crecimiento, y asociado al uso de dinero para pago de impuestos.

Esta literatura y el hecho de que la tasa de inflación colombiana oscila en la actualidad entre 18% y 22% anual mientras que las economías desarrolladas se aproximan a situaciones de inflación casi nula y países en desarrollo como Chile ya registran aumentos de precios de sólo 6% anual invitan a examinar el costo, en términos de pérdidas de capital y producto, de tener una inflación prevista de la magnitud vigente en Colombia, en adición al costo, en términos de pérdidas de bienestar del consumidor, de una inflación prevista que no tiene implicación alguna sobre el aparato productivo, como fue el caso examinado por Sidrauski (1967).

Este examen no insinúa que carece de importancia el estudio de los costos de la inflación imprevista o imperfectamente prevista; por el contrario, sus resultados conducen a reforzar la hipótesis según la cual muchos y grandes costos de la inflación provienen de todo aquello que impide a todos los grupos de la sociedad tener una previsión perfecta de la inflación y que hace a la sociedad más propensa a asignar con menor eficiencia productiva sus recursos tratando de sortear las incertidumbres y distorsiones de precios relativos propias de inflaciones inadecuadamente previstas[5].

A continuación (sección II) se expresa de manera verbal el argumento referido al costo sobre la actividad productiva de una inflación perfectamente prevista. El argumento se referirá al caso de una pequeña economía abierta. En la sección III se presenta la forma matemática del argumento. En la sección IV se extraen sus implicaciones empíricas a fin de evaluar dicho costo. En los anexos 1 y 2 se exponen algunos detalles técnicos adicionales y el conjunto de las ecuaciones, derivado del modelo general, utilizado para las simulaciones numéricas requeridas para las estimaciones del costo de la inflación y de la elasticidad-inflación de la demanda de saldos reales de dinero.

II. LA TEORIA Y SU APLICACION A UNA PEQUEÑA ECONOMIA ABIERTA

Resumir la teoría es sencillo. Si suponemos que cuando se procede a ampliar el capital productivo se incurre en costos de transacción, es decir, en costos adicionales al valor de la inversión pero asociados a: 1) la compra de los bienes

---

[5] Sobre los costos de inflaciones y expansiones monetarias imperfectamente previstas véase Lucas (1996), Blanchard (1990), Partow (1995) y Urrutia (1995), y sobre una eventual relación negativa entre inflación y crecimiento económico en Colombia véase Uribe (1994).

de capital y de los servicios de transporte e instalación de estos, 2) la adquisición de nuevos procesos, 3) los contratos de construcción, 4) el sacrificio de producción requerido por la instalación y adaptación de nuevos equipos, etc.; tanto mayores cuanto mayor sea la magnitud de la inversión, pero que tales costos pueden atenuarse, *cæteris paribus*, cuanto mayor sea el grado de liquidez de las empresas inversionistas (es decir, cuanto mayor sea el saldo real de dinero con respecto al nivel previsto de inversión) debería esperarse lo siguiente de empresarios optimizadores: cuanto mayor sea la inflación mayor el costo de oportunidad de un cierto grado de liquidez, menor éste, mayor, por tanto, el costo de la inversión prevista y, entonces, menor la magnitud de la inversión[6].

Los efectos de largo plazo de reducir la inversión son conocidos: en el marco de los modelos de crecimiento "exógeno" se reduce, de manera transitoria, la tasa de crecimiento de la economía y, de manera permanente, la intensidad de capital de la economía y, por ende, los niveles del producto por trabajador, del producto *per capita* y del salario real; en el marco de los modelos de crecimiento "endógeno", se puede reducir de manera permanente la tasa de crecimiento económico.

Esta teoría y uno de los casos del crecimiento "endógeno", es decir, aquel caso que supone la existencia de una relación positiva y constante entre el producto global y el capital de la economía, de manera que queda garantizado un crecimiento permanente del producto a una tasa constante si permanece constante la relación inversión/producto, fueron utilizados por De Gregorio (1993) para justificar y contrastar la siguiente hipótesis: en Latinoamérica existiría una relación inversa entre la tasa de crecimiento del producto y la tasa de inflación, ya que la inflación prevista es un componente de la tasa de interés nominal y, por ende, del costo de oportunidad de la liquidez.

De Gregorio puso a prueba la hipótesis mediante regresiones en las cuales la tasa de crecimiento del producto podría depender de manera negativa, entre otras cosas, de la inflación en muestra de 12 países latinoamericanos durante el período 1950-1985[7].

---

6 En un sentido más laxo, este argumento cobija la hipótesis según la cual cuanto mayor sea la inflación y las tasas nominales de interés mayor será el esfuerzo empresarial destinado al manejo óptimo del portafolio de activos financieros y menor el destinado a la innovación de los procesos productivos. Esta hipótesis fue esgrimida con frecuencia a propósito de la situación depresiva de la industria de Estados Unidos a fines de los años setenta y principios de los ochenta.

7 Las cifras utilizadas fueron promedios de seis años de series de frecuencia anual.

Independientemente de los resultados, no muy convicentes como el mismo autor lo reconoció, puesto que no lograron mostrar el efecto negativo de la inflación sobre la inversión[8], es necesario referir el modelo teórico al caso de una pequeña economía abierta antes de proceder a estimaciones empíricas. De Gregorio omitió esto, lo cual influyó en la interpretación de sus resultados empíricos como se deducirá más adelante.

La adaptación al caso de una pequeña economía abierta implica, como mínimo, poner en entredicho una de las conclusiones de De Gregorio (1993) según la cual la tasa de interés real y, por ende, la tasa de crecimiento del consumo y del producto *per capita* son variables que pueden modificarse de manera permanente en el proceso que conduce de una mayor inflación a una menor inversión. En efecto, lo más razonable a nuestro juicio es suponer que la tasa de interés real (de estado estacionario) de una pequeña economía abierta es determinada por la tasa externa. Si las cosas son así, no parece posible derivar la conclusión de una caída permanente de las tasas de interés real y, por ende, de los ritmos de crecimiento del consumo y del producto *per capita* por causa de la mayor inflación aun si se utiliza el caso del mencionado modelo de crecimiento endógeno. Lo que parece correcto derivar es lo siguiente: menores relaciones capital/trabajo y, por tanto, menores niveles de producto por trabajador (y producto y consumo *per capita*) y salario real, en el caso del modelo de crecimiento "exógeno", o un comportamiento inestable del precio sombra del capital (la "q de Tobin") y, probablemente, de la inversión en el referido caso del crecimiento "endógeno".

III. EL MODELO TEORICO

A. LA TASA DE CRECIMIENTO

Ante todo, conviene mostrar la determinación de la tasa de crecimiento de la economía en situación de equilibrio estable (*steady state*) cuando la tasa real de interés es exógena.

Las dinámicas del consumo *per capita* y, por ende, la del producto *per capita* en situaciones de equilibrio estable se determinan así:

---

[8] De Gregorio (1993, pp. 291 y ss.).

Sean u y c la utilidad instantánea y el consumo *per capita* pertinentes en el programa del agente representativo (quien es la "cabeza de familia" transitoria de una dinastía perpetua) tal que:

(1) $$u_t = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \qquad 0 < \sigma < 1$$

Siendo σ el inverso de la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo.

El objetivo de tal agente es maximizar el siguiente valor presente (dado el factor de descuento ρ):

(2) $$\int_0^\infty u_t e^{-\rho t} dt, \qquad \rho > 0$$

Con sujeción a la siguiente restricción presupuestal de los hogares:

(3) $$\frac{db}{dt} \equiv \dot{b}_t = (1 - \iota_c)(y_t + rb_t + D) - c_t + T$$

Siendo[9]:

b : saldo real neto en bonos (emitidos por el gobierno o el exterior. Los bonos son sustitutos perfectos. b puede tomar valores negativos);

ι_c : tasa de impuesto a la renta personal;

y_t : ingreso laboral (igual a una oferta laboral exógena por la tasa de salario real: $y_t = L_t w$);

r : tasa de interés real (interna = externa);

D : dividendos (los hogares son dueños de las empresas y sólo tienen relación de propiedad con estas. No hay relaciones de deuda ni crédito con las mismas). La suma corresponde a la "ganancia permanente" esperada.

[9] La restricción 3 supone que no hay un mercado para comprar y vender empresas o partes de estas (acciones), así que la acumulación del patrimonio financiero de los consumidores equivale a la acumulación neta de bonos (bonos a favor menos bonos en contra).

T : subsidios netos de otros impuestos (de monto fijo).

Para simplificar las cosas se supone que los hogares no necesitan ni quieren mantener dinero; sólo las empresas lo hacen. Por tanto, el impuesto inflaciónonario sólo lo pagan ellas y cualquier variación del impuesto inflaciónonario será plenamente compensada por una variación de T sin costo alguno.

Se supone también que la suma del recaudo de los impuestos a la renta personal y el impuesto inflaciónonario "cobrado" a las empresas es gastada en su totalidad en subsidios a las personas, y que el ahorro de las empresas es igual a su inversión más su acumulación de saldos reales de dinero, así que la restricción presupuestal de los hogares implica que se sostiene la condición de equilibrio macroeconómico entre el ingreso y el gasto agregados.

Este problema de maximización se soluciona mediante dos variables: el consumo (variable de control) y el saldo en bonos (variable de estado). Las demás variables son ajenas a las decisiones de los hogares.

El "hamiltoniano" en valor presente del problema de maximización es:

$$HC = \frac{c_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-\rho t} + \mu_t \left[(1-\iota_c)(y_t + rb_t + D) - c_t + T - \dot{b}_t \right]$$

Siendo μ el precio sombra de la riqueza financiera.

El principio del máximo para HC implica que las condiciones necesarias del óptimo son:

(4) $$\frac{\partial HC}{\partial c_t} = 0,$$

(5) $$\frac{\partial HC}{\partial b_t} + \dot{\mu}_t = 0;$$

La condición (4) implica que:

$$c_t^{-\sigma} e^{-\rho t} - \mu_t = 0 \Rightarrow -\sigma \ln c_t - \rho t = \ln \mu_t \Rightarrow$$

$$(4a) \qquad -\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} - \rho = \frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t};$$

La condición (5) implica que:

$$\mu_t \left(1 - \iota_c\right) r + \dot{\mu}_t = 0 \Rightarrow$$

$$(5a) \qquad \frac{\dot{\mu}_t}{\mu_t} = -\left(1 - \iota_c\right) r$$

De las condiciones (4a) y (5a) se deduce que:

$$-\sigma \frac{\dot{c}_t}{c_t} - \rho = -\left(1 - \iota_c\right) r \Rightarrow$$

$$(6) \qquad \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{\left(1 - \iota_c\right) r - \rho}{\sigma}$$

La igualdad (6) es una de las condiciones necesarias del programa de optimización. Según (6), la tasa de crecimiento del consumo *per capita* deberá ser igual al producto de: a) la brecha entre la tasa de interés (neta del impuesto a la renta) y la tasa de descuento de la utilidad futura, y b) la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo.

Es intuitivo aceptar que una trayectoria de equilibrio estable implica que la tasa de crecimiento del consumo *per capita* debe ser igual a la del producto *per capita* y a la del producto por trabajador, puesto que lo contrario significaría una variación indefinida de la relación consumo/producto o de la relación producto por no-trabajador/producto por trabajador. Por tanto, la condición (6) define la tasa de crecimiento económico de equilibrio estable (*steady state*)[10].

---

[10] La otra condición de crecimiento equilibrado y estable es la exclusión de la posibilidad de un endeudamiento ilimitado. En términos técnicos, esto significa que el valor presente de la riqueza financiera futura, valorada a su precio sombra y cuando el horizonte se extiende indefinidamente, no puede ser negativo y no tiene sentido que sea positivo:

$$(7) \qquad \lim_{t \to \infty} \mu_t b_t e^{-rt} = 0$$

Así, cuanto mayores sean la tasa de interés real y la elasticidad de sustitución intertemporal del consumo, y cuanto menores sean la tasa del impuesto a la renta y la tasa de descuento de la utilidad futura mayor será la tasa de crecimiento económico[11].

Así, el modelo implica que la tasa de crecimiento no tiene relación con la tasa de inflación (ni con la de aumento del dinero) ya que suponemos que la tasa de interés real es exógena: determinada en el exterior.

B. EL DINERO, LA EMPRESA Y UN COSTO DE LA INFLACION

Supongamos ahora que la inversión es ejecutada por las empresas, y que la empresa representativa soporta costos de transacción, es decir, costos de entrar en transacciones relativas al proceso de inversión que son adicionales al valor de la inversión pero asociados a esta. Y supongamos, además, que el costo de transacción depende inversamente de los saldos reales de dinero (m):

$$(8) \qquad \text{Costo de invertir} = I_t\left[1 + \upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right]$$

Con: $\upsilon' < 0$, $\upsilon'' > 0$ [12];

Las maximizaciones de la ganancia, del valor de la empresa o de su flujo neto de caja son objetivos equivalentes en un horizonte que se extiende al infinito[13].

El objetivo será, entonces, la maximización del valor presente del flujo de caja de la empresa:

---

11 Un aumento (exógeno) de la tasa de interés real produce un efecto de sustitución en el margen de consumo presente en favor del consumo futuro; la mayor tasa de crecimiento del consumo resultante debe entenderse como el fenómeno que se observaría *justo después del sacrificio de consumo presente* y como parte del proceso de elevamiento relativo del consumo futuro. Si el sacrificio relativo de consumo presente en favor del consumo futuro implica el aumento de la tasa de ahorro presente, debería considerarse este aumento de la tasa de ahorro como un "sub-producto" del proceso y no como la causa de la mayor tasa de crecimiento.

12 Este tipo de función de costo de ajuste ya es convencional; véase, por ejemplo, Agénor y Montiel (1996, Cap. 15, p. 525).

13 Véase, por ejemplo, Sargent (Cap. III, 1987).

$$(9) \qquad \int_0^{\infty}\left\{AK_t^{\beta}L_t^{1-\beta}-wL_t-\delta K_t-I_t\left[1+\upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right]-xm_t-\dot{m}_t\right\}e^{-rt}dt$$

Siendo la producción una función Cobb-Douglas del capital (K) y del trabajo (L) con rendimientos de escala constantes y marginales decrecientes $(0<\beta<1)$. La elasticidad del producto con respecto al capital (β), la tasa de depreciación (δ), el costo de mantener saldos monetarios (x) y la tasa de descuento de los flujos de caja (que es igual a la tasa de interés real, r) son parámetros del problema.

Puesto que la empresa no se endeuda, la restricción presupuestal a la cual se sujeta la maximización de (9) es simplemente la ley de movimiento del capital productivo o igualdad de la inversión con la parte del ahorro de la empresa no utilizada para financiar la acumulación de saldos reales de dinero:

$$(10) \qquad I_t=\dot{K}_t$$

La maximización de (9) sujeta a (10) puede plantearse como la maximización del siguiente hamiltoniano de valor presente:

$$(11) \qquad H=\left\{AK_t^{\beta}L_t^{1-\beta}-wL_t-\delta K_t-I_t\left[1+\upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right]-xm_t-\dot{m}_t\right\}e^{-rt}+Q\left(I_t-\dot{K}_t\right)$$

Siendo L_t, I_t y m_t las variables de control, K_t la variable de estado y Q el precio sombra del acervo de capital en unidades de valor del tiempo 0.

Pero el problema también puede expresarse como la maximización de:

$$(12) \qquad H=e^{-rt}\left\{AK_t^{\beta}L_t^{1-\beta}-wL_t-\delta K_t-I_t\left[1+\upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right]-xm_t-\dot{m}_t+q\left(I_t-\dot{K}_t\right)\right\}$$

Donde:

$$q_t=Q_te^{rt}$$

Es decir, q es el precio sombra del capital en valor corriente (que a veces se llama la "q de Tobin"[14]).

Sea, entonces, $\hat{H}$ el hamiltoniano de valor corriente:

$$(13) \qquad \hat{H} = He^{rt} = AK_t^{\beta} L_t^{1-\beta} - wL_t - \delta K_t - I_t\left[1 + \upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right] - xm_t - \dot{m}_t + q\left(I_t - \dot{K}_t\right)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$(14) \qquad \frac{\partial H}{\partial L_t} = 0,$$

$$(15) \qquad \frac{\partial H}{\partial I_t} = 0,$$

$$(16) \qquad \frac{\partial H}{\partial m_t} = 0,$$

$$(17) \qquad \frac{\partial H}{\partial K_t} + \dot{Q}_t = 0$$

Las condiciones de primer orden para las variables de control L_t, I_t y m_t implican lo siguiente[15]:

$$(14) \qquad \Rightarrow (14a) \; (1-\beta)A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta} = w;$$

---

14 Existe una tradición ya larga de trabajos en los cuales se deriva el precio sombra del capital de la empresa a partir de los costos de ajuste o de transacción asociados a la inversión, con lo cual se ofrece una interpretación neo-clásica de la "q de Tobin". Las interpretaciones neo-clásicas de la "q de Tobin" son, obviamente, sustancialmente distintas de las interpretaciones "keynesianas" o de las de la prensa y de los corredores de bolsa; según estas últimas, el aumento del valor del capital empresarial con respecto al del precio de los bienes de capital es un indicador de ganancias extraordinarias o cuasi-rentas y premonitorio de auges de la inversión.

15 También debe suponerse, de manera complementaria a lo expresado en la condición (7), que: $\lim\limits_{t \to \infty} Q_t K_t e^{-rt} = 0$.

(15) $\Rightarrow -\left[1+\upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\right]-I_t\left[\upsilon'\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\ (-1)\ I_t^{-2}m_t\right]+q=0$

$\Rightarrow$

(15a) $1+\upsilon\left(\frac{m_t}{I_t}\right)-\upsilon'\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\frac{m_t}{I_t}=q;$

(16) $\Rightarrow -I_t\upsilon'\left(\frac{m_t}{I_t}\right)\frac{1}{I_t}-x=0 \Rightarrow$

(16a) $-\upsilon'\left(\frac{m_t}{I_t}\right)=x$

La condición de primer orden para la variable de estado exige expresar $\dot{Q}_t$ en términos de q. Por definición:

$$\dot{Q}_t=\frac{dqe^{-rt}}{dt}=q\left(-re^{-rt}\right)+e^{-rt}\dot{q},$$

Mientras que:

$$\frac{\partial H}{\partial K_t}=\left[\beta A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta-1}-\delta\right]e^{-rt}$$

Por tanto, la condición (17) se puede expresar así:

$$\left[\beta A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta-1}-\delta\right]e^{-rt}+q\left(-re^{-rt}\right)+e^{-rt}\dot{q}=0$$

$$\Rightarrow \qquad \beta A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta-1}-\delta=qr-\dot{q}\Rightarrow$$

(17a) $\dfrac{\beta A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta-1}-\delta}{q}=r-\dfrac{\dot{q}}{q}$

La condición (14a) expresa el equilibrio entre la productividad marginal del trabajo y el salario real; la (15a) muestra que el precio sombra del capital se estabiliza (en un nivel superior a la unidad por causa de los costos de transacción) cuando lo hace también la demanda de saldos reales de dinero de la empresa; la (16a) muestra que el nivel óptimo de esta demanda se genera a partir del equilibrio entre el costo marginal de transacciones asociado a la liquidez y el costo de mantener dinero, y la (17a) expresa el equilibrio entre el rendimiento del capital invertido en la empresa y la tasa de interés real neta de la valorización del capital. Cuando el precio sombra del capital se estabiliza $(\dot{q}=0)$ la condición (17a) se convierte en la igualdad entre el valor presente de la productividad marginal del capital (neta de depreciación e impuestos) y el precio sombra de éste:

$$(17a) \quad \Rightarrow (17b) \quad \frac{\beta A\left(\frac{K}{L}\right)_t^{\beta-1} - \delta}{r} = q \Leftrightarrow \dot{q} = 0$$

Debe notarse, de acuerdo con (15a), que el precio sombra del capital (q) aumenta con el costo de mantener dinero (x). En efecto, si simplificamos la notación definiendo $\frac{m_t}{I_t} \equiv u$, tenemos (según 15a):

$$q = 1 + \upsilon(u(x)) - \upsilon'(u(x))\, u(x) \Rightarrow$$

$$\frac{dq}{dx} = \frac{d\upsilon}{du}\frac{du}{dx} - \left(\frac{du}{dx}\upsilon'(u(x)) + u(x)\frac{d\upsilon'}{du}\frac{du}{dx}\right)$$

$$= -u(x)\,\upsilon'' u'(x); \text{ pero } u(x) > 0;\ \upsilon'' < 0;\ u'(x) < 0 \Rightarrow \frac{dq}{dx} > 0$$ [16].

Resta identificar *m* y *x*. No obstante, en aras de no extender demasiado esta exposición, se relegó a un anexo (Anexo 1) la definición del saldo real de dinero (*m*) y su composición óptima entre un saldo real de moneda local (*mn*) y un saldo real de moneda extranjera (*md*), bajo el supuesto de que ambas monedas no son sustitutos perfectos entre sí (es decir, bajo el supuesto de que son sustitutos imperfectos o, en el límite, elementos complementarios), y una

[16] Esta demostración se encuentra en De Gregorio (1993).

definición consecuente del costo de mantener un saldo real de dinero. En ese anexo se justifica la consideración de que es razonable medir x, el costo unitario de mantener saldos reales de dinero (la magnitud compuesta de moneda local y extranjera), aproximadamente, así:

(19) $x = r + \pi$

Siendo π la tasa de inflación de equilibrio estable ("estado estacionario" o *steady state*).

Puesto que $\frac{dq}{dx} > 0$ (según se demostró antes), y puesto que $\frac{dx}{d\pi} = 1$, entonces,

(20) $\frac{dq}{d\pi} > 0$

De acuerdo con (17b) (es decir, comparando aquellas situaciones de equilibrio en las cuales $\dot{q} = 0$) todo "salto" de q (entre dos situaciones de equilibrio estable) induce una variación de K/L en la dirección contraria $(\beta - 1 < 0)$[17]; por tanto, las condiciones (17b) y (20) implican que:

(21) $\frac{d(K/L)}{d\pi} < 0$

Supongamos ahora, tal como lo hizo De Gregorio (1993), que es pertinente aquel modelo de "crecimiento endógeno" con un solo bien y en el cual la productividad marginal del capital es igual a la media y es constante. Denominemos A esta productividad. En tal caso, la condición (17a) queda transformada en:

$$\frac{A - \delta}{q} = r - \frac{\dot{q}}{q} \Rightarrow$$

(17c) $\frac{A - \delta}{r} = q - \frac{\dot{q}}{r} \Rightarrow$

[17] El modelo de crecimiento que utilizamos supone que el cambio técnico es tal que permite mantener constante la relación capital/trabajo en el estado estacionario.

Puesto que todos los elementos del lado izquierdo son exógenos (ya que supusimos que la tasa de interés real es determinada por la externa), todo aumento de q (causado, en nuestro caso, por aumentos de la inflación) implicará aumentos de $\dot{q}$ en esta versión del "crecimiento endógeno", lo cual implica inestabilidad, o situaciones de desequilibrio (en las cuales deja de cumplirse (17c)[18].

IV. UN CALCULO PARA COLOMBIA

Si suponemos que en ausencia de liquidez los costos de transacción de la inversión equivalen a cifras que se ubican entre 20% y 50% de esta, cifras que parecen suficientemente altas[19], y que, gracias a la liquidez, se pueden reducir (a mayor liquidez menores los costos de transacción, aunque su caída se presente de manera desacelerada, tal como lo supone la teoría) podemos deducir que tener una tasa de inflación perfectamente prevista de 20% anual en vez de la estabilidad plena del nivel de precios implica que la sociedad pierde 3% de su PIB anual. Tal pérdida es permanente. Este resultado se deriva de un nivel de capital por trabajador, en situación de equilibrio estacionario, inferior en 7% al nivel que regiría bajo la estabilidad del nivel de precios por causa, como se dijo, de la menor liquidez ocasionada por una tasa de inflación de 20%, ya que un grado más bajo de liquidez ocasiona costos de transacción más altos y, por ende, menores niveles de inversión.

Las cifras anteriores son aproximadas y resultan de simulaciones alternativas, según diferentes especificaciones numéricas de la función de costo de transacción. Con todo, los resultados pueden ser sensibles a cambios en la especificación algebraica de la función de costo de transacción (v).

---

18 Esta crítica no necesariamente se aplica a todos los modelos de crecimiento endógeno para economías abiertas. En un reciente artículo Turnovsky (1996) expuso el caso del crecimiento endógeno en un modelo de dos sectores (transable y no transable) con inversión en capital material sujeta a costos de ajuste (así que la "q de Tobin" tiene un *rol*) y con una tasa de interés real determinada exógenamente (por el mercado externo). La crítica tampoco se aplica necesariamente cuando la función de utilidad es diferente a la convencional (por ejemplo, la postulada mediante la ecuación (1); véase, sobre este último asunto, Rebelo (1992).

19 Al suponer costos de transacción menores a 20% de la inversión se corre el riesgo, a nuestro juicio, de subestimar la pérdida de producto asociada a la inflación. No obstante, esta estimación es apenas hipotética mientras surgen investigaciones sobre la verdadera magnitud de aquellos costos de transacción de la inversión asociados a diferentes grados de liquidez de la empresa.

Los supuestos adicionales requeridos para este cálculo fueron los siguientes: a) el costo de oportunidad de mantener saldos líquidos en términos reales es igual a la tasa real de interés más la tasa de inflación, en tanto que los costos de transformar la liquidez entre la moneda local y la extranjera son relativamente pequeños, aunque se supone que las dos monedas son sustitutos imperfectos; b) la función de producción es Cobb-Douglas y sus factores son capital material y trabajo (con rendimientos de escala constantes y marginales decrecientes), siendo 0.4 la elasticidad del producto al capital (y 0.6 la elasticidad del producto al trabajo)[20]; c) la tasa de interés real es constante (igual a -y determinada por- la tasa real externa) e igual a 5% anual[21].

Uno de los subproductos del ejercicio es la generación de una demanda de saldos reales de dinero por parte de la empresa "representativa", entendiendo por dinero la canasta de saldos reales en moneda local y externa. En efecto, con las hipótesis previas se puede deducir que la elasticidad de la demanda empresarial por saldos reales de dinero con respecto al costo de oportunidad de éste, cuando la economía tiene tasas de inflación alrededor de 20%, es -0.5. Esta elasticidad parece verosímil y otorga, por tanto, algún asidero a las hipótesis y demás deducciones enumeradas previamente[22].

Los cuadros 1 y 2 presentan las cifras de los parámetros y resultados del modelo numérico utilizado para las estimaciones mencionadas bajo distintas simulaciones. Este modelo es conformado básicamente por una especificación de la función de costos de transacción, la definición (aproximada) del costo de mantener saldos monetarios y el conjunto de condiciones que garantizan el logro de una situación óptima para la empresa representativa. Los gráficos 1, 2 y 3 muestran los resultados del modelo en términos de la reacción del producto por trabajador, el capital por trabajador y la demanda de saldos reales de dinero a tasas de inflación ubicadas en el rango [0; 32%].

---

[20] Sobre la pertinencia de una función Cobb-Douglas con tales parámetros, véase Posada (1993) y Sánchez et al. (1996).

[21] La tasa media de interés real fue 5.7% anual entre 1958 y 1992, y parece haber sido determinada en buen medida por la tasa real de Estados Unidos (Posada y Misas, 1995).

[22] A partir de un modelo de maximización intertemporal de la utilidad del consumidor representativo, que depende del consumo y de los saldos reales de dinero, se había estimado una elasticidad de la demanda de dinero (para rangos de inflación entre 10% y 25% anual) de -0.4 (Posada, 1995). El rango de las estimaciones econométricas de esta elasticidad para el caso colombiano es [-0.2; -0.5]; véase, por ejemplo, los trabajos de Carrizosa (1983) y Misas et al. (1994).

Cuadro 1
Parámetros del modelo de inflación y producto *per capita*

Simulación	V_0	V_1	V_2	A	β	δ	r	π
1	0,2	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
2	0,2	0,75	0,65	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
3	0,2	0,75	0,65	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
4	0,2	0,75	0,65	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
5	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
6	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
7	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
8	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
9	0,4	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
10	0,4	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
11	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
12	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
13	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
14	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
15	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
16	0,5	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
17	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
18	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
19	0,2	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
20	0,2	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,15
21	0,2	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
22	0,2	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,30
23	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
24	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0
25	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,02
26	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,04
27	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,06
28	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,08
29	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,10
30	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,12
31	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,14
32	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,16
33	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,18
34	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
35	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,22
36	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,24
37	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,26
38	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,28
39	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,30
40	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,32
41	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0,20
42	0,3	0,75	0,5	8,0582	0,4	0,05	0,05	0

Cuadro 2
Resultados

Simulación	x	M/I	q	K/L	Y/L	W	$(Y/L)_i/(Y/L)_0$	$(K/L)_i/(K/l)_0$
1	0,25	0,50	1,08	307,0	79,64	47,78	0,980	0,950
2	0,05	0,54	1,01	323,3	81,30	48,78	-	-
3	0,25	0,38	1,10	300,0	78,91	47,34	0,971	0,928
4	0,05	0,54	1,01	323,3	81,30	48,78	-	-
5	0,25	0,50	1,38	245,2	72,78	43,67	0,966	0,917
6	0,05	0,70	1,26	267,3	75,34	45,20	-	-
7	0,25	0,50	1,38	245,2	72,78	43,67	0,966	0,917
8	0,05	0,70	1,26	267,3	75,34	45,20	-	-
9	0,25	0,50	1,28	263,4	74,90	44,94	0,965	0,914
10	0,05	0,70	1,16	288,3	77,65	46,59	-	-
11	0,25	0,50	1,18	283,9	77,18	46,31	0,963	0,910
12	0,05	0,70	1,06	312,0	80,15	48,09	-	-
13	0,25	0,50	1,38	245,2	72,78	43,67	0,966	0,917
14	0,05	0,70	1,26	267,3	75,34	45,20	-	-
15	0,25	0,50	1,38	245,2	72,78	43,67	0,966	0,917
16	0,05	0,70	1,26	267,3	75,34	45,20	-	-
17	0,25	0,50	1,18	283,9	77,18	46,31	0,963	0,910
18	0,05	0,70	1,06	312,0	80,15	48,09	-	-
19	0,25	0,50	1,08	307,0	79,64	47,78	0,992	0,979
20	0,20	0,55	1,05	313,6	80,32	48,19	-	-
21	0,25	0,50	1,08	307,0	79,64	47,78	1,000	1,000
22	0,35	0,40	1,12	296,2	78,51	47,10	0,986	0,965
23	0,25	0,50	1,18	283,9	77,18	46,31	-	-
24	0,05	0,70	1,06	312,0	80,15	48,09	0,963	0,910
25	0,07	0,68	1,07	308,6	79,80	47,88	-	-
26	0,09	0,66	1,08	305,3	79,45	47,67	-	-
27	0,11	0,64	1,10	302,1	79,12	47,47	-	-
28	0,13	0,62	1,11	299,1	78,81	47,28	-	-
29	0,15	0,60	1,12	296,2	78,51	47,10	-	-
30	0,17	0,58	1,13	293,5	78,22	46,93	-	-
31	0,19	0,56	1,14	290,9	77,94	46,76	-	-
32	0,21	0,54	1,15	288,4	77,67	46,60	-	-
33	0,23	0,52	1,16	286,1	77,42	46,45	-	-
34	0,25	0,50	1,18	283,9	77,18	46,31	-	-
35	0,27	0,48	1,18	281,7	76,95	46,17	-	-
36	0,29	0,46	1,19	279,7	76,73	46,04	-	-
37	0,31	0,44	1,20	277,8	76,52	45,91	-	-
38	0,33	0,42	1,21	276,0	76,32	45,79	-	-
39	0,35	0,40	1,22	274,3	76,13	45,68	-	-
40	0,37	0,38	1,23	272,7	75,95	45,57	-	-
41	0,25	0,50	1,18	283,9	77,18	46,31	0,963	0,910
42	0,05	0,70	1,06	312,0	80,15	48,09	-	-
						Media	0,973	0,932

Gráfico 1
Inflación y producto por trabajador

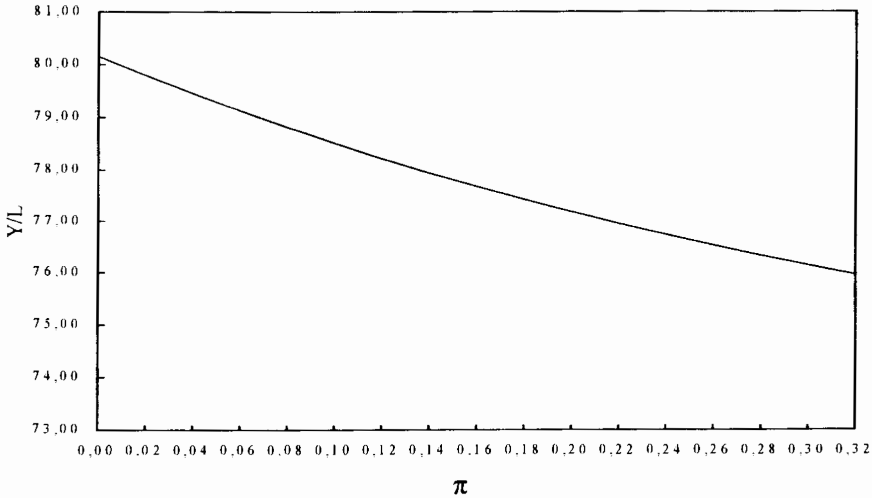


Gráfico 2
Inflación y capital por trabajador

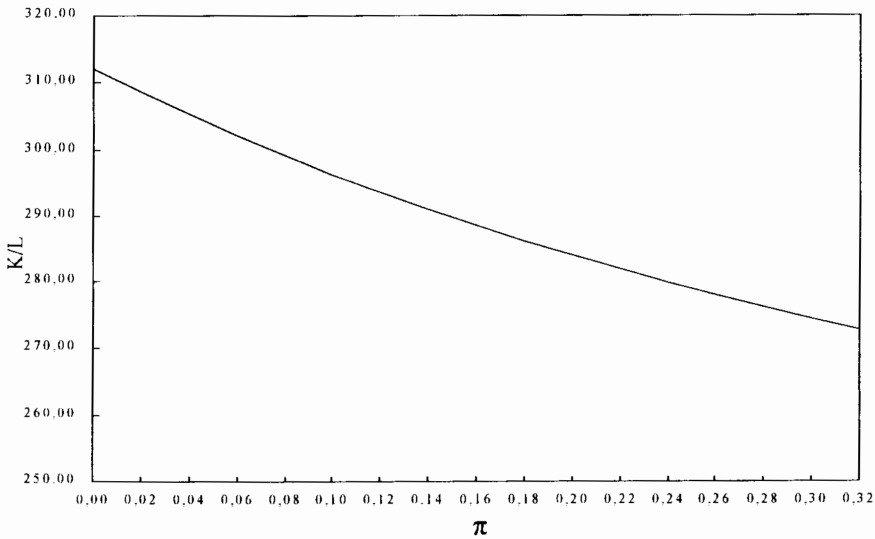
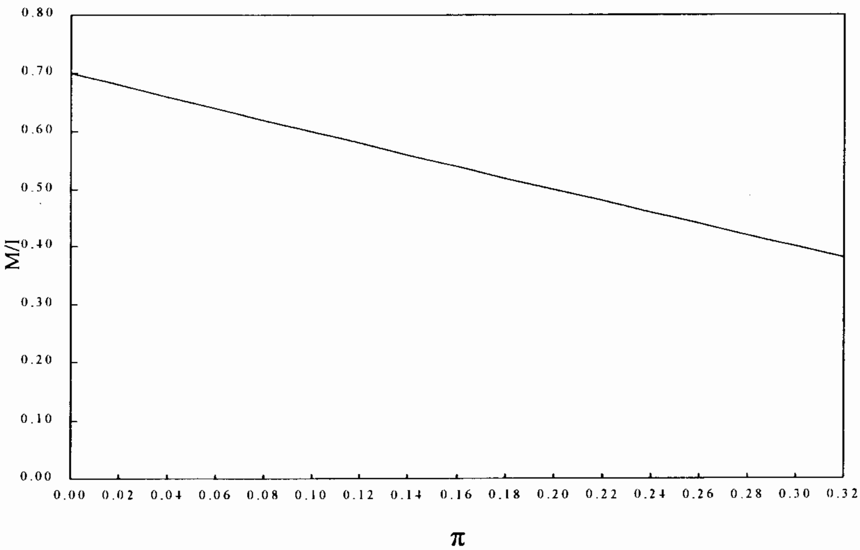
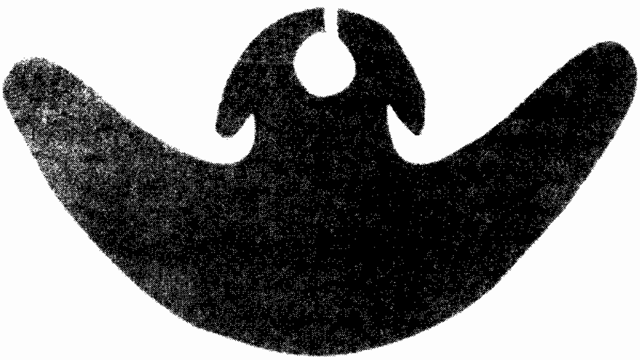


Gráfico 3
Inflación y demanda de dinero





ANEXO 1

La mezcla óptima de monedas y el costo de mantener dinero en una economía abierta

En el texto principal se supone que la magnitud *m*, el saldo real de dinero, es una mezcla de monedas local y extranjera, medidas ambas en términos reales. Podemos suponer que ambas monedas son sustitutos imperfectos entre sí. Si una de las dos monedas solo puede ser utilizada para un fin específico, por ejemplo, si el pago de impuestos solo se puede hacer con moneda local mientras que la inversión requiere moneda extranjera, y si hay algún costo (un costo cierto o un riesgo de algún costo) en el cambio de una moneda por la otra, entonces ambas monedas serán sustitutos imperfectos (o, en el caso límite, serán complementarias) y existirá una mezcla o canasta óptima de monedas.

En términos específicos podemos suponer que *m* es una combinación *CES* (una función de elasticidad de sustitución constante) de moneda local y extranjera[23], así:

$$\text{(A. 1)} \quad m\left[\alpha\, mn^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)\, md^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad 0 < \alpha < 1, \ \sigma \geq 0$$

Siendo:

$mn = \dfrac{Mn}{p}$: saldos reales de moneda local;

$md = \dfrac{Md\ \tau}{P}$: saldos reales de moneda extranjera;

α : parámetro de distribución;

σ : elasticidad de sustitución entre monedas;

[23] Selçuk (1997) consideró una función *CES* de saldos de moneda real local y extranjera para el caso de Turquía (con inflaciones anuales entre 30% y 130%). La estimación econométrica implicó un parámetro de sustitución entre monedas relativamente alto (2.4).

τ : tasa de cambio nominal.

Puesto que el modelo del texto principal determina la magnitud óptima de m, lo que resta es conocer la distribución óptima de m entre moneda local y extranjera. Esta distribución será la que haga mínimo el costo total de mantener un saldo real de dinero.

Ahora bien, podemos suponer que el costo de mantener un saldo real mn de moneda local es:

$$[(1+r)(1+\pi)-1]\,mn$$

Siendo r y π las tasas real de interés (igual a la real externa) y de inflación doméstica respectivamente.

Mientras que el costo de mantener md cantidad real de moneda extranjera (cuando se hacen las cuentas en moneda local y en ausencia de costos de transacción) sería:

$$\left[(1+r)\left(1+\frac{P_{t+1}^{*}\ \tau_{t+1}-P_{t}^{*}\ \tau_{t}}{P_{t}^{*}\ \tau_{t}}\right)-1\right]\ md=\left[(1+r)\left(1+\pi^{*}\right)(1+\eta)-1\right]\ md$$

Siendo:

P^{*} : nivel de precios externo;

π^{*} : tasa externa de inflación;

η : tasa de devaluación nominal;

Si se supone adicionalmente (supuesto adecuado para un modelo de un solo bien en equilibrio estable -*steady state*- que:

$$1+\eta=\frac{1+\pi}{1+\pi^{*}}\geq 1$$

Entonces el costo de mantener moneda extranjera sería (en ausencia de costos de transacción):

$$[(1+r)(1+\pi)-1]\ md$$

Antes de continuar, debe notarse que el supuesto de sustituibilidad imperfecta de monedas (o el caso extremo de complementariedad entre estas) permite expresar la posibilidad de que la inflación doméstica sea diferente, por ejemplo, superior a la externa y que exista una devaluación nominal que compense la diferencia entre ambas inflaciones[24].

Pero debemos suponer adicionalmente que hay un costo de cambiar moneda local por extranjera (cuyo cambio en el tiempo es discreto e impredecible), así:

Compra de la cantidad Md_1 de divisas: $Mn_1 = Md_1\ \tau(1-a_1)$;

Venta de la cantidad Md_2 de divisas: $Md_2 = \frac{Mn_2}{\tau}(1-a_2)$,

Siendo $a_i(i=1,2)$ el descuento o costo en una operación de compra o venta de divisas. Por tanto:

$$Mn_1 + Mn_2 = Md_1\ \tau(1-a_1) + \frac{Md_2\ \tau}{1-a_2};$$

Además, sea:

$$Mn_1 = zMn_2;\ Md_1 = yMd_2 \Rightarrow$$
$$Mn_2 = \left[\left((1-a_1)\,y + \frac{1}{1-a_2}\right)\frac{1}{1+z}\right]Md_2\ \tau$$

En el nivel macroeconómico podemos suponer $z = y = 1$, así que:

$$M_n = M_d\ \tau\left(1-a_1+\frac{1}{1-a_2}\right)\frac{1}{2} = Md\ \tau\ b$$

En palabras, consideraremos que el costo de transar monedas, b, es un promedio de los costos de comprar y vender divisas y consideraremos, por consiguiente, que el costo de mantener moneda extranjera se recarga por este factor b.

24 Salazar (1992) encontró que la sustitución de monedas no ha sido un fenómeno importante en Colombia.

Por tanto, el costo total de mantener la canasta de monedas m es:

(A. 2) $CT = [(1+r)(1+\pi)-1]\ mn + [(1+r)(1+\pi)-1]\ b\ md$

Llegados a este punto se puede considerar de manera formal que el problema consiste en lo siguiente:

Minimizar (A. 2), mediante las variables de control *mn*, *md*

Con sujeción a la restricción (A. 1).

El problema (similar a los que pueden encontrarse en un manual típico de economía) equivale a minimizar, mediante las variables de control *mn*, *md*, el siguiente *lagrangeano*:

$$\Im = [(1+r)(1+\pi)-1]\ (mn + b\ md) + \lambda\left[\alpha\ mn^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)md^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

Las dos condiciones de primer orden $\left(\frac{\partial\Im}{\partial mn} = \frac{\partial\Im}{\partial md} = 0\right)$ implican que:

$$\frac{(1-\alpha)\, md^{-1/\sigma}}{\alpha\ mn^{-1/\sigma}} = b \Rightarrow \frac{mn}{md} = \left(\frac{b\ \alpha}{1-\alpha}\right)^{\sigma}$$

Por tanto, bajo las condiciones anteriores, propias del "estado estacionario" de una economía en la cual su moneda es un sustituto imperfecto de la moneda extranjera y cuyo nivel de devaluación compensa exactamente la diferencia entre la inflación local y la externa, la mezcla óptima de monedas es independiente de la inflación; solo depende de tres parámetros: el costo de transacción (b), el factor de distribución (α) y la elasticidad de sustitución (σ).

Más aún, cuando las magnitudes de los descuentos en la compra y venta de divisas no son demasiado grandes, por ejemplo, similares a los vigentes en Colombia a mediados de 1997 $(a_1 \cong a_2 \cong 0.05 \Rightarrow b = 1.001)$ y cuando el factor de distribución α no se encuentra demasiado alejado de 0.5, la magnitud de la elasticidad de sustitución deja de ser un factor importante. En efecto, si suponemos: $\alpha = 0.5, b = 1.001$, entonces la mezcla óptima de monedas será prácticamente la misma $(mn/md \cong 1)$ así σ sea 0.1 ó 2.

Alternativamente, si suponemos: $\alpha = 0.9$ pero seguimos suponiendo $b = 1.001$, en tanto que la elasticidad de sustitución, σ, toma un valor tan pequeño como 0.05, el resultado será similar al anterior $\left(mn/md \cong 1\right)$[25].

En tales casos, el costo unitario de mantener m, que en principio es igual a:

$$x = \frac{CT}{m} = \left\{\left[(1+r)(1+\pi)-1\right]mn + \left[(1+r)(1+\pi)-1\right]b\ md\ \right\}/m$$

$$= \left[(1+r)(1+\pi)-1\right]\left(\frac{mn}{md}+b\right)\frac{md}{m},$$

equivaldrá a:

$$x = \left[\ (1+r)(1+\pi)-1\right](1+1)\,0.5 = (1+r)(1+\pi)-1 \cong r+\pi$$

Tanto en el cuerpo principal de este artículo como en el ejercicio de simulación numérica se utiliza esta aproximación.

[25] Según las *Cuentas Financieras* (Banco de la República) correspondientes a 1995, el dinero poseído por las empresas no financieras ("sociedades y cuasisociedades") era integrado en lo fundamental por moneda local. Esto justifica aún más suponer que la tasa de interés nominal doméstica $(\cong r+\pi)$ es el costo de mantener dinero.

ANEXO 2

La especificación algebraica de la función de costo de transacción (υ) y el modelo de las simulaciones numéricas

(A. 1) $$\upsilon = \upsilon_0 - \upsilon_1 \frac{m}{I} + \upsilon_2 \left(\frac{m}{I}\right)^2, 0 < \upsilon_i < 1, \frac{m}{I} > 0$$

(A. 2) $$-\upsilon' = x$$

(A. 3) $$x = r + \pi$$

(A. 4) $$q = 1 + \upsilon_0 - \upsilon_1 \frac{m}{I} + \upsilon_2 \left(\frac{m}{I}\right)^2 - \upsilon' \frac{m}{I} \quad \Rightarrow$$

$$q = 1 + \upsilon_0 - \upsilon_2 \left(\frac{m}{I}\right)^2$$

(A. 5) $$\frac{\beta A\left(\frac{K}{L}\right)^{\beta-1} - \delta}{r} = q \Rightarrow$$

(A. 5a) $$\frac{K}{L} = \left(\frac{rq + \delta}{A\beta}\right)^{\frac{1}{\beta-1}} \Rightarrow$$

(A. 5b) $$\frac{Y}{L} = A\left(\frac{rq + \delta}{A\beta}\right)^{\frac{\beta}{\beta-1}}$$

Nota: las ecuaciones (A. 2), (A. 4) y (A. 5) son condiciones de primer orden (para $\dot{q} = 0$) y las ecuaciones (A. 1) y (A. 3) son especificaciones de la función de costo de transacción y del costo de oportunidad del dinero, respectivamente).

REFERENCIAS

Agénor, Pierre-Richard y Peter Montiel. *Development Macroeconomics*, Princeton University Press, Princeton (1996).

Bailey, Martin. "The Welfare Cost of Inflationary Finance", *Journal of Political Economy*, Vol. LXIV, No. 2 (abril, 1956).

Barro, Robert. "Determinants of Economic Growth: A Cross-Country Empirical Study", NBER *Working Paper*, No. 5698 (agosto, 1996).

Blanchard, Olivier Jean. "Why Does Money Affect Output? A Survey", Cap. 15 de *Handbook of Monetary Economics*, Vol. II (B. Friedman y F. Hahn, editores), Elsevier Science Publishers, Amsterdam (1990).

Carrasquilla, Alberto, Hilde Patrón y Arturo Galindo. "Costos en bienestar de la inflación: teoría y una estimación para Colombia", *Borradores Semanales de Economía* (Banco de la República), No. 3 (1994).

Carrizosa, Mauricio: "La definición de dinero, los medios de pago y los cuasidineros en Colombia", *Ensayos sobre Política Económica*, No. 3 (abril, 1983).

De Gregorio, José. "Inflation, Taxation, and Long-run Growth", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 31, No. 3 (junio, 1993).

Gómez, Javier. "La demanda de dinero en Colombia", documento inédito, Banco de la República (1998).

Lucas, Jr., Robert. "Nobel Lecture: Monetary Neutrality", *Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 4 (1996).

Misas, Martha, Hugo Oliveros y José Darío Uribe. "Especificación y estabilidad de la demanda por dinero en Colombia", *Borradores Semanales de Economía* (Banco de la República), No. 11 (1994).

Orphanides, Athanasios y Robert Solow. "Money, Inflation and Growth", Cap. 4 de *Handbook of Monetary Economics*, Vol. I (B. Friedman y F. Hahn, editores), Elsevier Science Publishers, Amsterdam (1990).

Partow, Zeinab. "Una revisión de la literatura sobre los costos de la inflación", *Revista del Banco de la República,* Vol. LXVIII, No. 810 (abril de 1995).

Posada, Carlos Esteban. "Productividad, crecimiento y ciclos en la economía colombiana (1967-1992)", *Archivos de Macroeconomía* (DNP), No. 16 (1993).

Posada, Carlos Esteban. "El costo de la inflación (con racionalidad e inflación perfectas)", *Revista del Banco de la República,* Vol. LXVIII, No. 810 (abril de 1995).

Posada, Carlos Esteban y Martha Misas. "La tasa de interés en Colombia. 1958-1992", *Ensayos sobre Política Económica,* No. 27 (junio, 1995).

Rebelo, Sergio. "Growth in open economies", *Carneige-Rochester Conferences Series on Public Policy,* Vol. 36 (1992).

Riascos, Alvaro. "Sobre el costo en bienestar de la inflación en Colombia", *Borradores Semanales de Economía* (Banco de la República), No. 82 (1997).

Salazar. Natalia. "El efecto Tanzi, la sustitución de monedas y la tasa de inflación óptima en Colombia". *Ensayos sobre Política Económica,* No. 22 (diciembre, 1992).

Sánchez, Fabio, Jorge Iván Rodríguez y Jairo Núñez. "Evolución y determinantes de la productividad en Colombia: un análisis global y sectorial", *Archivos de Macroeconomía* (DNP), No. 50 (1996).

Sargent. Thomas. *Macroeconomic Theory,* Academic Press (2a. edición), Orlando (1987).

Selçuk, Faruk. "GMM Estimation of Currency Substitution in a High-Inflation Economy: Evidence from Turkey". *Applied Economics Letters,* Vol. 4, No. 4 (abril, 1997).

Sidrauski, Miguel. "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review,* Vol. 57, No. 2 (mayo, 1967).

Suescún, Rodrigo. "Implicaciones macroecnómicas de la tributación monetaria", *Ensayos sobre Política Económica,* No. 28 (diciembre, 1995).

Turnovsky, Stephen. "Endogenous Growth in a Dependent Economy with Traded and Nontraded Capital", *Review of International Economy,* Vol. 4, No. 3 (1996).

Uribe, José Darío. "Inflación y crecimiento económico en Colombia", *Borradores Semanales de Economía* (Banco de la República), No. 1 (1994).

Urrutia, Miguel (con la colaboración de José Darío Uribe). "Nota Editorial", *Revista del Banco de la República,* Vol. LXVIII, No. 810 (abril de 1995).