

ENSAYOS SOBRE ECONOMÍA REGIONAL



Un índice coincidente para Medellín.

Gerardo Alberto Villa Durán^{*}

Enero de 2014

Las opiniones expresadas en este documento y su contenido son de responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

^{*}Economista del Centro Regional de Estudios Económicos Medellín – Departamento Técnico y de Información Económica - Banco de la República. gvilladu@banrep.gov.co

El documento se encuentra disponible en: <http://www.banrep.gov.co/eser>

Un índice coincidente para Medellín.

Resumen

En este artículo se estudia la actividad económica de Medellín entre 1984 y 2007¹ a través de un indicador sintético, un índice coincidente, que resume la evolución de la actividad en forma agregada. El indicador mensual compuesto se construye siguiendo la metodología propuesta por Stock y Watson, y en ese sentido no registra ninguna innovación. Siguiendo el mismo procedimiento utilizado en el caso de Medellín se construye un índice para Colombia y se compara con el de Medellín. Se utilizan como variables el número total de trabajadores, un indicador del comercio al por menor, el ingreso mediano de los trabajadores y el consumo de energía eléctrica en Medellín. Para Colombia, la masa salarial, el consumo de energía eléctrica en el sistema interconectado nacional; el índice de comercio al por menor y, finalmente, los ingresos medianos. El estudio constituye una interpretación de la economía de la ciudad construida en el contexto de indicadores cíclicos, sobre la base de un modelo estadístico.

Clasificación JEL: R15, R3, E32.

Palabras clave: Indicadores económicos de Medellín, ciclo económico Medellín, indicador sintético, índice coincidente.

¹ Cuando esta investigación se realizó, se utilizó la máxima información disponible a la mano. De tal manera que resultó muy costoso ir de 1984 hacia atrás.

Tabla de Contenido

| Tema | Página |
|--|--------|
| 1. Introducción..... | 4 |
| 2. Medellín 1984 - 2007 | 8 |
| Población..... | 8 |
| Recuento de establecimientos | 11 |
| Consumo de energía..... | 12 |
| Mercado de trabajo..... | 13 |
| Nivel de escolaridad..... | 19 |
| Ventas al por menor..... | 20 |
| Ingresos por hogar..... | 21 |
| Precios..... | 22 |
| PIB por habitante Antioquia y Colombia, por trimestre..... | 23 |
| Consideraciones finales..... | 25 |
| 3. Estimación del índice | 27 |
| El modelo a estimar..... | 27 |
| Resultados | 31 |
| Consideraciones finales..... | 36 |
| 4. Resumen de los principales hallazgos..... | 38 |
| Anexo 1 Pruebas de raíz unitaria..... | 43 |
| Anexo 2 Pruebas de cointegración | 51 |
| Anexo 3 Propiedades del modelo..... | 52 |
| Anexo 4 Colombia. Valores p y coeficientes de correlación, R^2 | 54 |
| Anexo 5 Medellín. Valores p y coeficientes de correlación, R^2 | 55 |
| Bibliografía..... | 56 |

1. Introducción

El presente ejercicio responde a la demanda por datos económicos que permitan monitorear el desarrollo de la actividad económica local de manera rigurosa. Para esto se construye un índice coincidente. (Un resumen tanto de la discusión teórica como de las técnicas de medida del ciclo se puede ver en Harding y Pagan, 2008). Un indicador de este tipo es una estadística resumen que hace seguimiento al estado actual de la economía, el cual señala las cimas y simas del ciclo económico. Revela a su vez, a partir de un conjunto de sucesiones de datos de variables individuales, su tendencia común y la estructura de cambio o giros temporales de una manera más clara de lo que lo pueden hacer los componentes individuales del índice –entre otras razones porque el índice suaviza parte de la volatilidad presente en cada uno de los componentes individuales. Así mismo, un indicador coincidente, en tanto medida alternativa para seguir el estado de la economía, al obtener su información de los diferentes comportamientos de variables individuales, evita las posibles dificultades de una sola medida agregada del tipo del PIB.

En el documento lo que se hace, después de esta introducción, es construir una realidad con sentido económico de la actividad productiva de Colombia y Medellín en el lapso de 1984 – 2007, es decir, definir qué trata de seguir el índice. El conjunto inicial de variables escogidas se hizo emulando el trabajo de Stock y Watson (1988) en donde el grupo de variables allí utilizado se encuentra en cuatro grandes categorías: laborales, las ventas al por menor, la producción industrial y las de ingreso. Sin querer dar a entender que sean las únicas que podrían utilizarse, además, se hizo uso para la escogencia de los diferentes indicadores, de cierta practicidad e intuición económica, siguiendo el *Business cycle indicators handbook* del *Conference Board, Inc.* USA: cada serie potencialmente útil para este propósito debe ser económicamente significativa, estadísticamente adecuada, sincronizada en los cambios o giros temporales, que presente conformidad con el ciclo económico, suave u homogénea y oportuna en su publicación.

Se utiliza la información más depurada posible, lo que implica, para algunas situaciones, incluir datos para el área metropolitana del Valle de Aburrá. De otro lado, esas variables se comparan con los datos nacionales, con los que se procedió de manera análoga. En algunos casos se utilizaron datos para siete ciudades con las respectivas áreas metropolitanas asociadas: Barranquilla, Bogotá, Bucaramanga, Cali, Manizales, Medellín y Pasto.

Las estimaciones realizadas incluyen, para Medellín, como variable del mercado laboral el número de trabajadores, asalariados y no asalariados, tomado de la ECH del Dane; para comercio al por menor, la respuesta a la primera pregunta de la encuesta de comercio al por menor, elaborada por Fenalco Antioquia; como aproximación de la producción industrial, el consumo de energía eléctrica en Medellín, proveído por las EPP de Medellín. Como variables exógenas se utilizaron el nivel de escolaridad media en siete ciudades y el ingreso medio de los hogares.

Para Colombia, como variable del mercado laboral, la masa salarial, calculada como el producto de la mediana de los salarios multiplicado por el número de trabajadores. Como aproximación a la producción industrial, el consumo de energía eléctrica en el sistema interconectado nacional; para el comercio al por menor, el índice de comercio al por menor elaborado por el Dane y, finalmente, los ingresos medianos tomado de la ECH, del Dane. Las variables exógenas son análogas a las de Medellín.

Adicionalmente, se enfrentan el índice del PIB real trimestral para Colombia con los vectores estimados del cambio en el estado general de la economía obtenidos, así como también se comparan las estimaciones de los respectivos cambios en la economía para Colombia y para Medellín.

Al final del texto se muestran las matrices de correlación entre las diferentes variables utilizadas en las estimaciones, en donde se sugiere una característica deseable en todas ellas, que parecen ser indicadores coincidentes.

El indicador coincidente construido es un promedio ponderado del conjunto de variables y da un sentido de lo que ocurrió en la economía de la ciudad en el lapso 1984 – 2007. Un valor de cero en el índice refiere el nivel de la tendencia de largo plazo de la economía, mientras que valores por encima de aquél muestran que la economía crece por encima de su tendencia de largo plazo. Así mismo, un valor por debajo de cero refiere que la economía está creciendo por debajo de su nivel de largo plazo. Un indicador coincidente no es lo mismo que al comportamiento del PIB, en la medida en que éste es una medida agregada y es una identidad contable, sin querer decir que no tiene alguna relación con aquel. De hecho las dos son medidas, aunque con concepciones diferentes, de la actividad económica, por lo que debería existir una gran correlación positiva entre las mismas.

El índice coincidente representa una medida económica amplia de la actividad económica que no incluye aspectos como compromisos económicos futuros, tales como órdenes de adquisición de bienes de capital, licencias de construcción o similares.

Para efectos de comparar la actividad económica local, se toma el comportamiento de la actividad nacional, medido por la dinámica del PIB real. En éste se han reconocido tres momentos de desaceleración sobresalientes, 1984, 1991 y 1999. Posterior al último año la economía nacional ha mostrado una recuperación interesante pero es difícil, más aún, arriesgado, entrar a definir la cima de la misma.

En la segunda parte, se procede a la estimación del índice para Medellín y para Colombia, siguiendo la metodología expuesta por Stock y Watson (1988), y en ese orden de ideas, en términos metodológicos, no representa ninguna novedad. Se asume que el cambio en el estado de la economía se refleja en un conjunto de indicadores, que a su vez se ven afectados por otras fuerzas. Técnicamente, se estima un vector conocido como el vector de estado, $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$, de un proceso controlado, en tiempo discreto, que es dirigido por una ecuación lineal estocástica en diferencia de la forma $\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}$, con una ecuación de medida, $\mathbf{z} \in \mathfrak{R}^n$, de la forma $\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k$ donde \mathbf{W}_k y \mathbf{V}_k se consideran variables aleatorias y representan los respectivos procesos de ruido en la ecuación de estado y de medida; se asume que son independientes uno de otro, i.i.d, normalmente distribuidos,

con matrices de varianza covarianza Q y R , respectivamente. El modelo se estima utilizando la diferencia de las sucesiones estandarizadas y centradas. En esta situación, el vector de estado estimado corresponde a los cambios en el estado de la economía en conjunto.

El algoritmo utilizado para estimar el estado general de la economía es el desarrollado por Kalman. Este último es un procedimiento ya bastante estándar y se encuentra en libros de texto (Hamilton, 1994. Aplicaciones de éste se encuentran en Crone, Theodore M., 2000; Phillips, Keith R., Lucinda Vargas and Victor Zarnowitz, 1996; Gillitzer, Christian, Jonathan Kearns and Anthony Richards, 2005; entre otros). Para efectos de comparar el modelo y los resultados de la estimación realizada, toda vez que no se posee un indicador sobre comportamiento de la actividad económica local, se procede a replicar el modelo y la técnica para Colombia; a su vez, comparando este resultado con un índice de la evolución del PIB real nacional, guardando las proporciones.

Para finalizar se resumen los principales hallazgos.

2. Medellín 1984 - 2007

Son variados los factores que determinan el desarrollo de una ciudad. Más aún, las preguntas por el desarrollo de una ciudad y la forma en que ella lo logra a lo largo del tiempo, requieren un análisis amplio, especialmente al considerar las fuerzas que generan el fenómeno de la aglomeración y las fuerzas que la llevan a expandirse. No obstante, una expresión del desarrollo, sin ser la única o la más amplia, es la producción de riqueza. El auge o declive de una ciudad estará asociado, en alguna medida, a su producción de riqueza material. La estructura económica que permite tal producción es cambiante en el tiempo y se manifiesta en un conjunto de factores a través de los cuales es posible inferir la magnitud de la dinámica de la producción de riqueza. El crecimiento de esta producción, además, es indicador de la competitividad de la ciudad, de su calidad de vida, de su nivel de ingreso, entre otras.

Población

Un somero repaso a la dinámica poblacional de Colombia a través de los diferentes censos se muestra a continuación. Vale recordar que la evolución del tamaño poblacional aparece como resultado del encuentro de cuatro grandes fuerzas expresadas en la tasa de natalidad, de mortalidad, de inmigración y de emigración. Aquí se presentan sólo unas cuantas características de la evolución del tamaño de la población que son de interés para los cálculos que se harán posteriormente y no se profundiza en cada una de tales fuerzas.

Los Censos durante el siglo XX

| Número de habitantes | | | |
|----------------------|-----------|-----------|------------|
| | Medellín | Antioquia | Colombia |
| 1905*a | 59,815 | 661,389 | 4,143,632 |
| 1912* | 70,547 | 740,937 | 5,072,604 |
| 1918* | 79,146 | 823,226 | 5,855,077 |
| 1928*b | 120,044 | 1,011,324 | 7,851,000 |
| 1938* | 168,260 | 1,188,587 | 8,701,816 |
| 1951** | 358,189 | 1,570,197 | 11,548,172 |
| 1964** | 772,887 | 2,477,299 | 17,484,508 |
| 1973**c | 1,077,252 | 3,176,695 | 22,915,229 |
| 1985** | 1,468,089 | 4,067,664 | 22,265,499 |

| | | | |
|--------|-----------|-----------|------------|
| 1993** | 1,630,009 | 4,919,619 | 33,109,840 |
| 2005** | 2,214,494 | 5,682,276 | 42,888,592 |

| TASA DE CRECIMIENTO POBLACIONAL | | | |
|---------------------------------|----------|-----------|----------|
| | Medellín | Antioquia | Colombia |
| 1973 | 9.22 | 2.45 | 5.64 |
| 1985 | 7.73 | 2.08 | -0.18 |
| 1993 | 1.08 | 2.41 | 15.08 |
| 2005 | 7.54 | 1.23 | 5.12 |

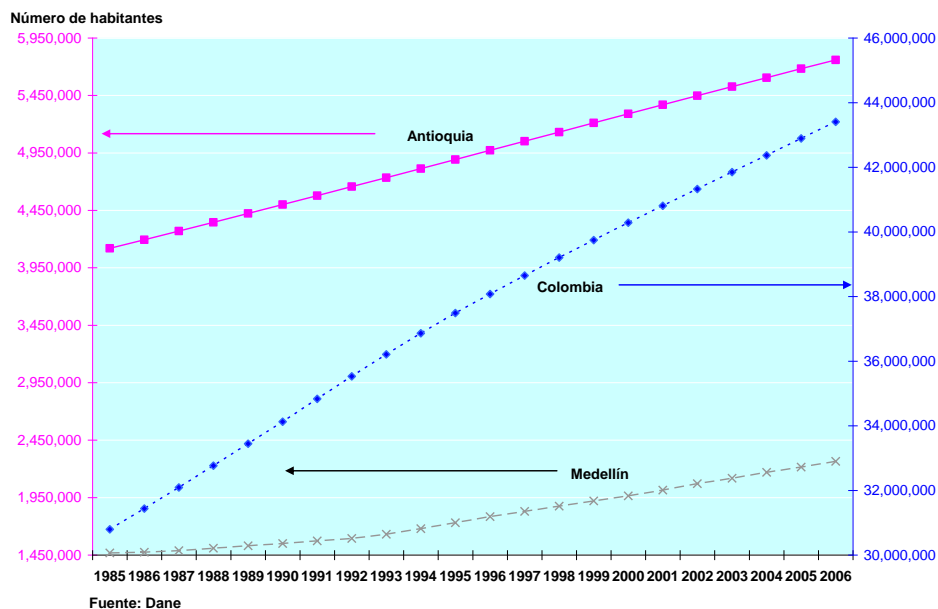
Fuente: *Suramericana de Seguros (1988), *Historia de Antioquia*. Editorial Presencia Ltda.(Edición especial no tiene ISBN) Medellín. pp. 299.

** Censos Dane

- a. No incluye Panamá después de 1905
- b. Censo no aprobado por el Congreso
- c. Incluye ajuste por cobertura

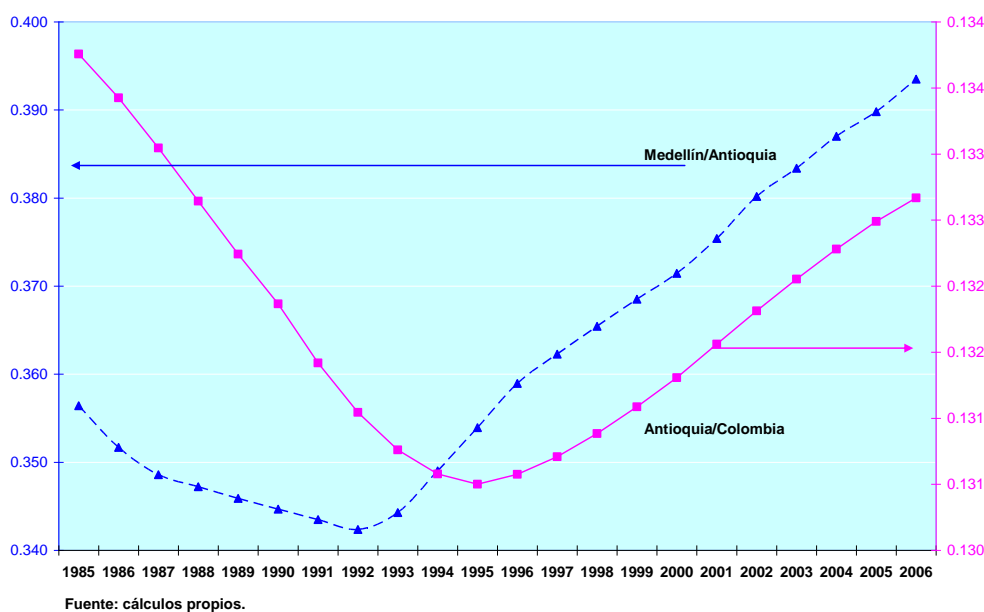
De acuerdo con los datos anteriores, es muy probable que la evolución anual de la población desde 1985 haya seguido la forma que se describe en la gráfica 1.

Gráfica 1
Población. 1985 2007



Los hechos que se resaltarán a partir de los datos poblacionales están asociados a la mayor dinámica de crecimiento de la población en el municipio de Medellín a partir de 1992. Comparando la población de Medellín con la de Antioquia y la de éste con la de Colombia se observa una característica interesante: el departamento de Antioquia fue un *expulsor neto* de población hasta 1995, así como el municipio de Medellín hasta 1992, pero probablemente la recuperación de la población del Departamento estuvo caracterizada por el hecho de que Medellín se convirtió en un *atractor neto* de población a partir de esa fecha, (Gráfica 2).

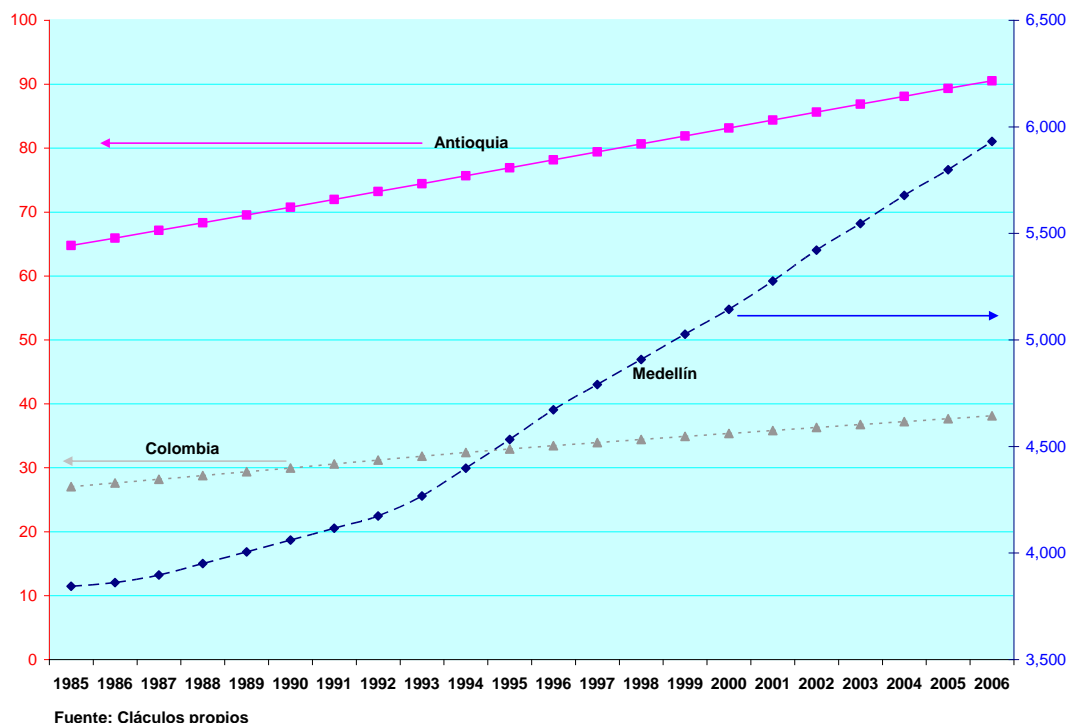
Gráfica 2
Población, participaciones



Otra característica que resalta es la evolución de la densidad poblacional por kilómetro cuadrado. Para áreas de 382 Km², 63.612 Km² y 1'138.910 Km² para Medellín, Antioquia y Colombia, respectivamente, se tiene una evolución que se ilustra en la gráfica 3.

Gráfica 3

Densidad poblacional. Habitantes por KM²

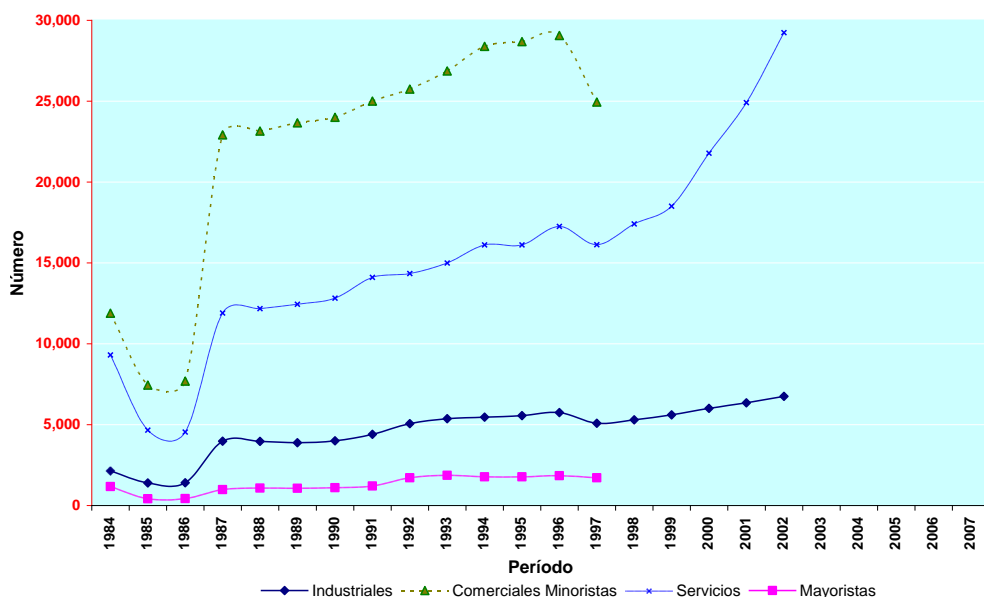


Es importante considerar la densidad poblacional toda vez que es una medida de la fuerza de la demanda de una economía. En consecuencia, los datos presentados líneas atrás dan una idea de la magnitud del mercado al cual la ciudad tiene acceso, lo que también es conocido como el potencial urbano.

Recuento de establecimientos

El registro que se hace en el Anuario estadístico de Medellín en relación con el número de establecimientos corresponde al recuento físico de los mismos. No obstante las limitaciones de tal registro, es probable que el comportamiento ilustrado en la gráfica 4 corresponda a la tendencia de las actividades productivas en la ciudad. Sobresale el crecimiento en el número de establecimientos de servicios seguido del número de establecimientos comerciales minoristas.

Gráfica 4
Medellín. Recuento de establecimientos



Fuente: Anuario estadístico de Medellín.

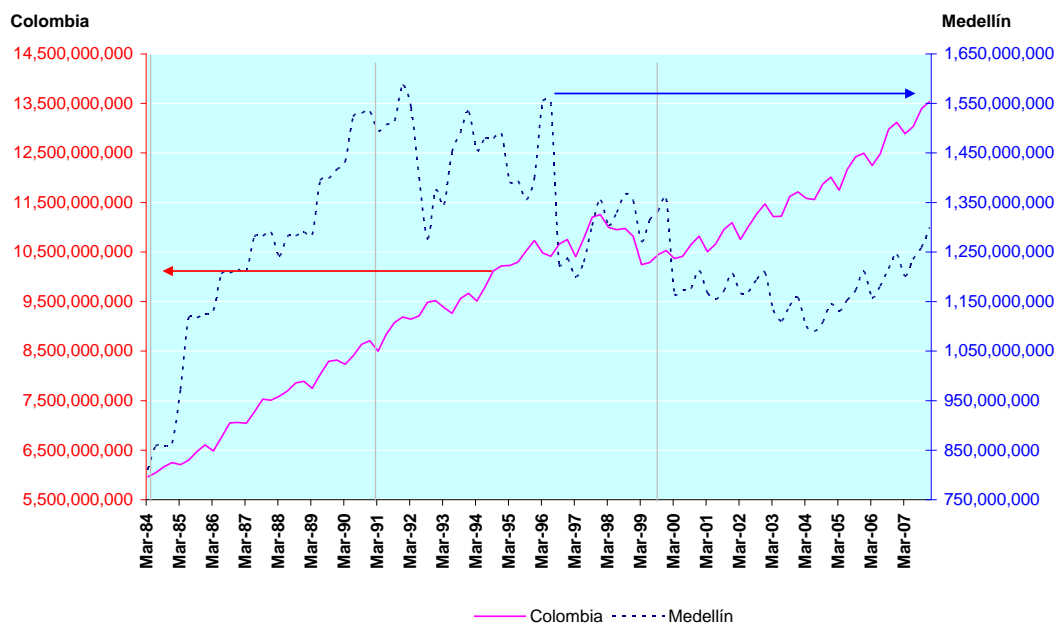
Consumo de energía

En la gráfica 5 se muestra una aproximación del consumo de energía en el municipio de Medellín y lo compara con el nacional. Para el Municipio se toman los registros de consumo reportados por EEPPM y para el país lo reportado por XM como demanda total de energía en el sistema interconectado.

Hasta 1991 el consumo de energía de Medellín significó entre el 16% y el 18% de la demanda nacional, con crecimiento a razón de 2.3% frente a 1.4% del nacional. Los años venideros presenciaron la desaceleración del consumo hasta 2004, año a partir del cual se ha mantenido cercano a 9.0% de la demanda nacional. En estos años, mientras el consumo de energía descendía en promedio a razón de 0.6%, la demanda nacional crecía a una tasa de 0.5%. Los últimos años, posteriores a 2004, el consumo de energía en el municipio ha mantenido poco más o menos el mismo ritmo de crecimiento de la demanda nacional, cercana al 1.5%.

Gráfica 5

Medellín – Colombia. Consumo total de energía eléctrica. Kw / H



Fuente: XM, EEPPM

Nota: Para Colombia corresponde a la demanda en el sistema interconectado. Para Medellín, al consumo reportado.

Mercado de trabajo

En relación con el mercado laboral, las características que se resaltan son la menor tasa global de participación, TGP, de Medellín + AM en todo el lapso frente a la de las 7 ciudades¹; en consecuencia, su valor medio es también inferior -0.576 frente a 0.599. No obstante la de Medellín +AM resulta ser más volátil con coeficiente de volatilidad 5.9% vs. 5.2%, respectivamente. De otro lado, se diría que, en una perspectiva de mediano plazo, el patrón es bastante similar en las dos sucesiones.

Es necesario precisar que para las siete ciudades no se dispone de información posterior a 2005. De otro lado, los cambios de metodología realizados por el DANE en la medición a

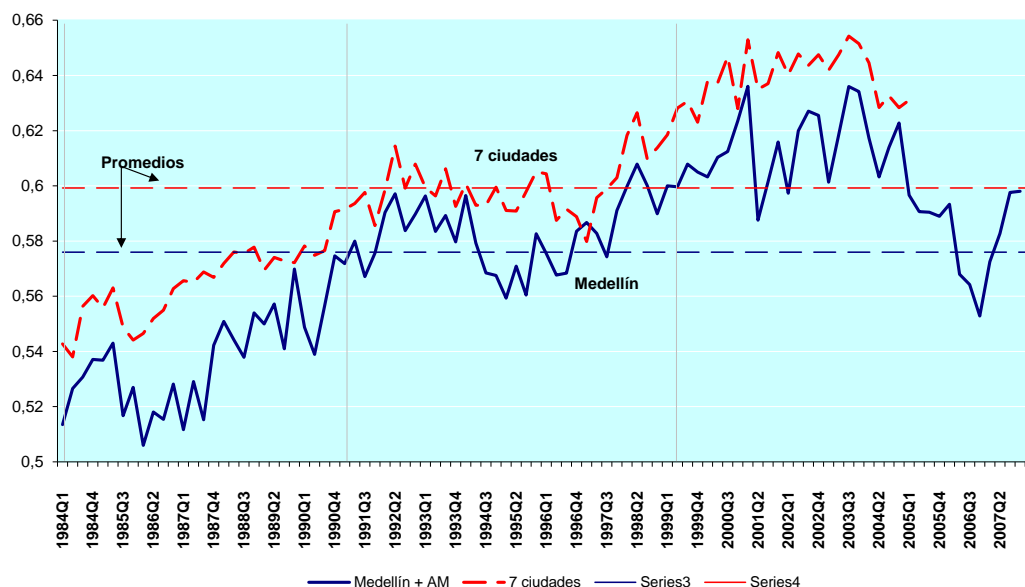
¹ Incluye Barranquilla, Bucaramanga, Cali, Bogotá, Medellín, Manizales y Pasto.

través de la ECH en 2006 han generado bastante desconfianza sobre los valores de estas variables para ese año.

Un aspecto adicional que debe mencionarse aquí es la volatilidad que presenta la población económicamente activa, PEA, tanto para Medellín + AM como para las 7 ciudades. Esta es una característica reconocida en el mercado laboral colombiano y cuyo efecto es la inexactitud en la medición de la tasa de ocupación o de desempleo (Robins, Donald, 2008).

Para el lapso en análisis, 1984-01 2007-04, a nivel nacional se reconocen tres grandes momentos de desaceleración económica, alrededor de 1984, 1991, y 1999, exceptuando para toda consideración, la coyuntura actual, (2009). El período posterior a 2003 se caracteriza tanto por la reducción de la PEA como por las dificultades metodológicas ya mencionadas.

Gráfica 6
Medellín + AM – Siete ciudades. Tasa global de participación

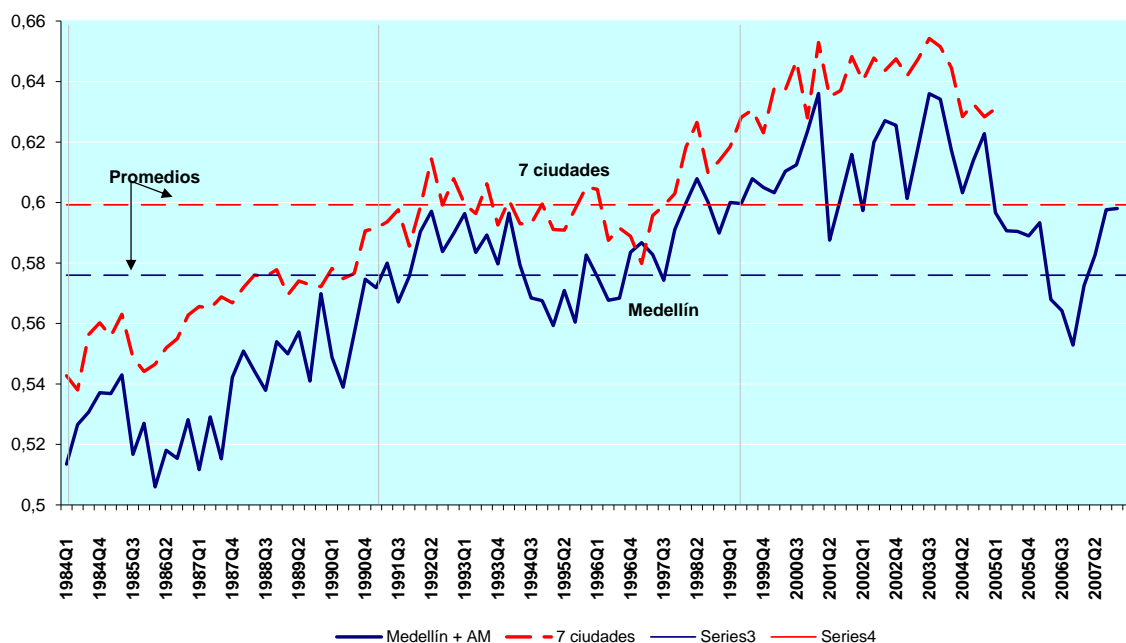


Fuente: Cálculos con base en datos de la ECH

* Nota: Incluye Barranquilla, Bucaramanga, Cali, Bogotá, Medellín, Manizales y Pasto.

En relación con la tasa de ocupación, Medellín + AM registra la tendencia a ser inferior a la de las 7 ciudades. Los sucesos posteriores a 2003 son difíciles de evaluar y no existe aún una sola versión de si el número de ocupados ha logrado reaccionar significativamente para mostrar una tasa de ocupación, TO, superior a la de las 7 ciudades.²

Gráfica 7
Medellín + AM – Siete ciudades. Tasa de ocupación



Fuente: Cálculos con base en datos de la ECH

* Nota: Incluye Barranquilla, Bucaramanga, Cali, Bogotá, Medellín, Manizales y Pasto.

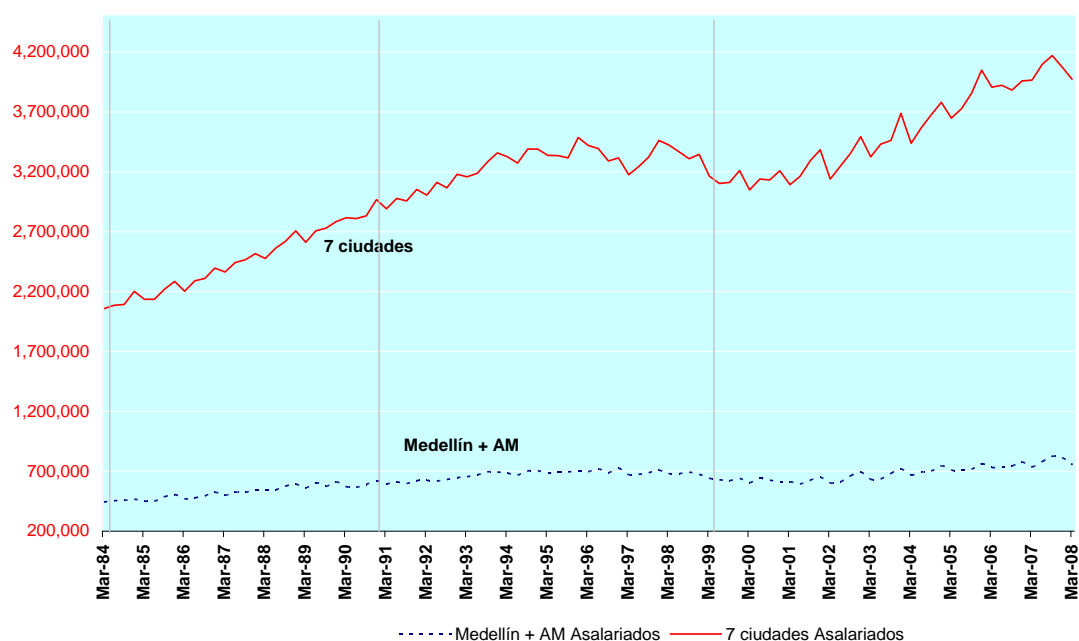
Lo que resulta evidente es que la desaceleración económica nacional, ha afectado más el empleo local que el de las siete ciudades. De otro lado, siendo las dos sucesiones bastante volátiles, Medellín + AM resulta aún más que su par de comparación.

Resulta de particular interés la dinámica del número de ocupados asalariados, Gráfica 8, los cuales se presentan a continuación. Sobresalen como hechos característicos los diferentes comportamientos en el lapso completo. La tasa media de crecimiento fue de 0.64% y

² Véase Proyecto Medellín Cómo Vamos. Mesa de trabajo sobre empleo. 24 de julio de 2008.

1.19% para Medellín + AM y las 7 ciudades, en su orden, siendo significativamente más volátil la primera que la segunda; las desviaciones estándar correspondientes fueron 4.14% y 5.55%.

Gráfica 8
Medellín + AM – Siete ciudades. Número de ocupados asalariados



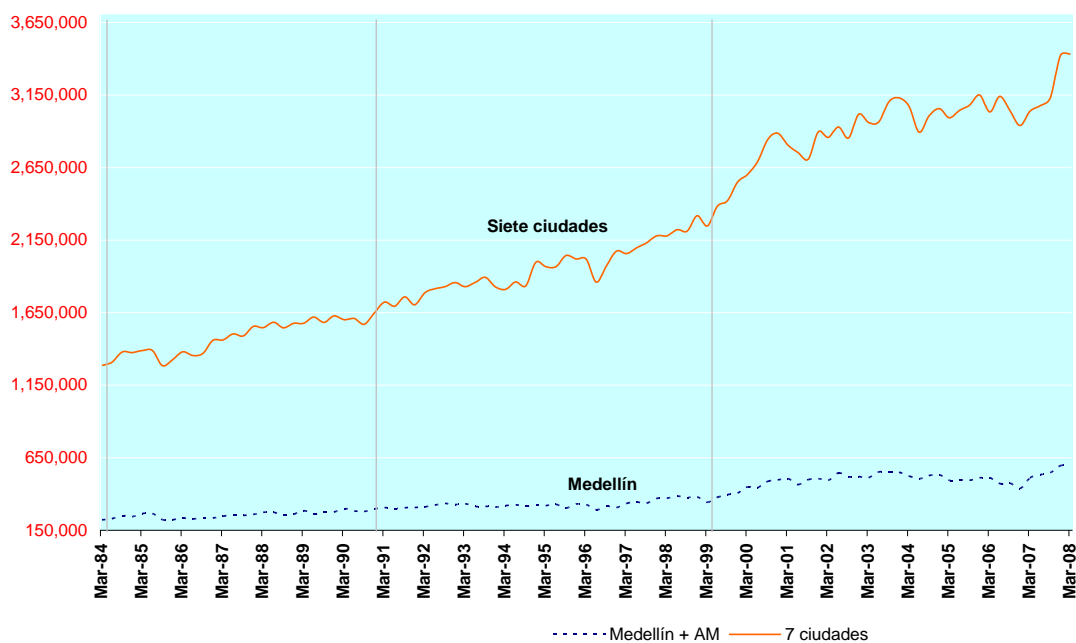
Fuente.: ECH,

El número de ocupados asalariados en Medellín + AM entre 1984 y 1991, como proporción de los asalariados en las 7 ciudades estuvo alrededor de 21.5%; entre 1991 y 1999 disminuyó a cerca del 20.0% y desde esa fecha ha estado en cerca de 19.0%, alcanzando participaciones de cerca de 18.5% en junio de 2003, septiembre de 2005 y marzo de 2007.

Apréciase el comportamiento de los ocupados no asalariados, ilustrado a continuación, Gráfica 9. La tasa media de crecimiento para Medellín + AM alcanzó 1.19% en el lapso completo, frente a 1.08% en las siete ciudades, con una significativa mayor volatilidad en Medellín, al registrar desviaciones estándar de 5.55% y 3.25%, respectivamente.

Gráfica 9

Medellín + AM – Siete ciudades. Número de ocupados no asalariados



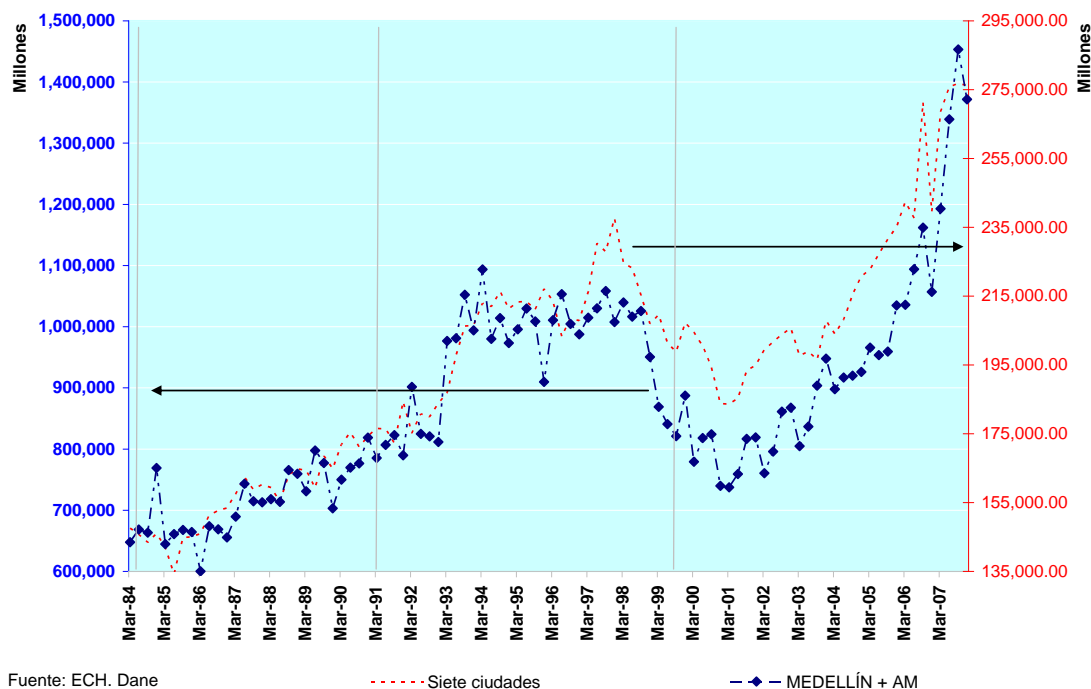
Fuente.: ECH,

La razón de ocupados no asalariados de Medellín + AM a las siete ciudades es particular. Atendiendo al referente de crecimiento del producto nacional, en el 84 tal participación aumentó a poco más del 19.0%, pero descendió hasta marzo de 1987, para volver a incrementarse a niveles similares a los de 1985 en 1990; reiniciando, en los años posteriores, una oscilante tendencia decreciente hasta ubicarse en 1997 en el nivel más bajo del período, 14.7%; retomando la tendencia ascendente hasta llegar a niveles como los de 1985, en junio de 2003, y una vez más descendiendo hasta 2007 a un nivel similar al del último trimestre de 2006.

Un aspecto adicional, menester de observarse, es la evolución de la masa salarial, calculada como el número de trabajadores asalariados multiplicado por el valor mediano real de los salarios. La gráfica 10 ilustra este comportamiento. Nótese que, además de la evidente

diferencia de niveles, la masa salarial en Medellín + AM sigue por debajo a la de las siete ciudades, ampliándose la diferencia después de 1997.

Gráfica 10
Medellín + AM – Siete ciudades. Masa salarial real, a \$ de 1998.



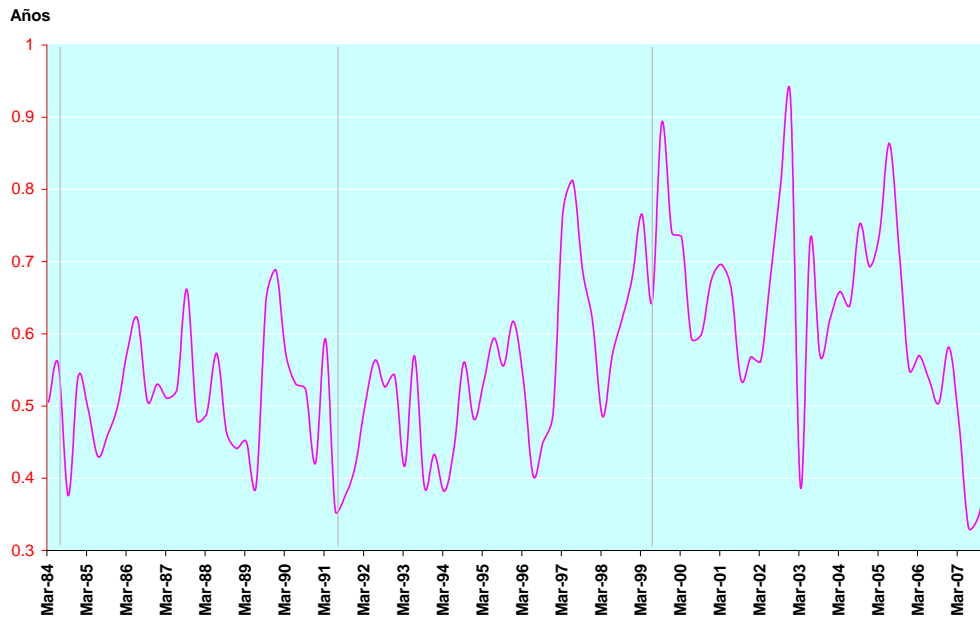
La participación de la masa salarial real a precios de 1998 de Medellín +AM en la de las siete ciudades tiene una marcada tendencia descendente; en 1984 llegó a representar 1.19 veces la de las siete ciudades, mientras que en 2000 descendió a 0.85, valor mínimo en el lapso; de allí en adelante ha venido recuperándose lentamente hasta igualarse con la de las siete ciudades. Parte de la explicación de esto se debe a que el ingreso mediano de los asalariados en Medellín estuvo muy parejo con el de las siete ciudades hasta 1994, mientras que a partir de allí el ingreso mediano cayó por debajo de su par de comparación, no volviendo a estar de nuevo por encima de aquél.

Nivel de escolaridad

Atendiendo a la tendencia, la diferencia en el nivel de escolaridad medio entre las siete ciudades y Medellín + AM se mantiene, aún siendo muy volátil, hasta 1992 – 1993, cercano a medio año, con volatilidad de 1.3%, Medellín + AM posee en promedio en el primer trimestre de 1984 6.5 años de escolaridad. A partir de ese momento se amplía la diferencia, hasta que en 2002 se adquiere la mayor cima, diferencia de casi 1 año, donde en las siete ciudades se tienen 9.2 años de escolaridad media. A partir de ese momento comienza a cerrarse la diferencia. Para todo el lapso la diferencia media en escolaridad es 0.6 años, con coeficiente de variabilidad de 2.83%.

Gráfico 11

Siete ciudades - Medellín + AM. Diferencia en escolaridad media de la población de 24 y más años.

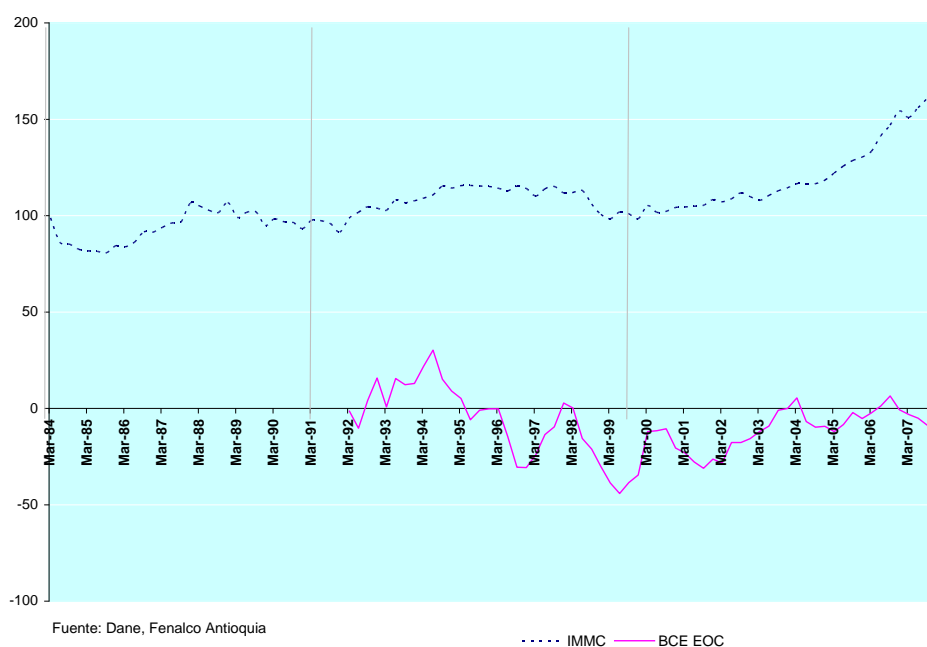


Fuente: ECH

Ventas al por menor.

Se utilizan dos medidas para acercar la evolución de la demanda interna, tanto nacional como local: el índice real de las ventas al comercio al por menor, IMMC, para el primer caso, y la Encuesta de Opinión Comercial, EOC, desarrollada por Fenalco Antioquia, EOC, para Medellín. En la *encuesta* se considera el balance de las respuestas a la primera pregunta³, promediando por trimestres., (Gráfica 12).

Gráfica 12
Medellín + AM - Colombia. Comercio al por menor



Aun así, corresponde a dos medidas diferentes, nótese que intentan medir el mismo fenómeno, la evolución de las ventas al por menor. El índice nacional es consistente, al menos en apariencia, con los delimitadores de actividad económica agregada que se ha venido utilizando. Por su parte el balance en la encuesta muestra un comportamiento que aunque no resulta siguiendo totalmente al comportamiento nacional, tiene bastante sentido económico. Pasadas las dificultades de 1991, el resultado de la encuesta sugiere una mejoría en las ventas locales. No obstante, de manera rápida, el balance se deteriora,

³ “P.1 Las cantidades físicas vendidas en el mes de la referencia comparadas con el mismo mes del año anterior fueron.”

alcanzando su nivel mínimo en 1999, momento a partir del cual empiezan lentamente a recuperarse las ventas sin llegar a consolidarse de manera total la recuperación.

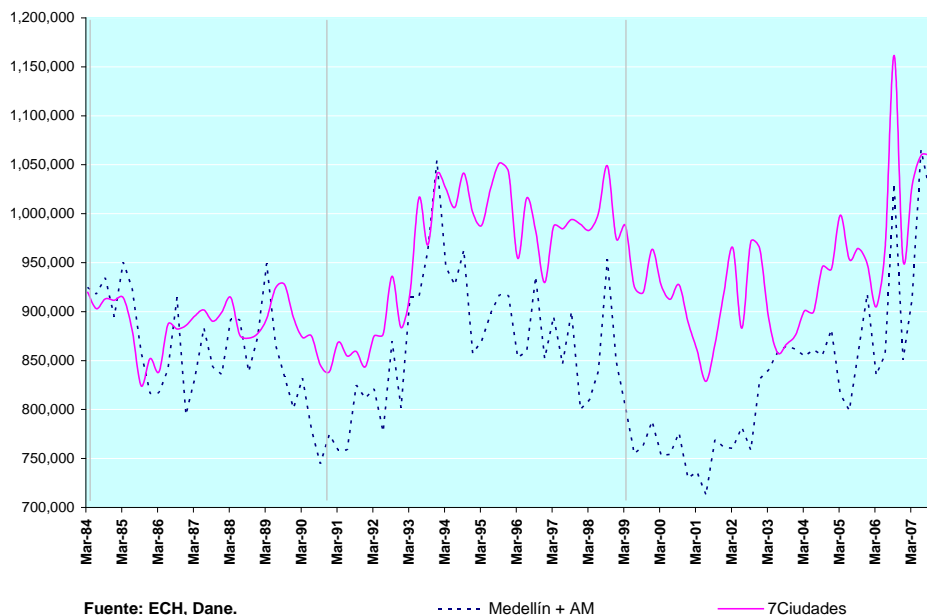
Es evidente que tanto en niveles como en variaciones trimestrales el IMMC resulta una medida más suave que el balance de la EOC.

Ingresos por hogar.

Desde otra perspectiva, se aproxima la demanda interna con el *ingreso real por unidad de gasto de los hogares*, (Gráfica 13). Nótese la diferencia entre Medellín + AM y las siete ciudades. Salvo algunas excepciones, el ingreso de los hogares en Medellín + AM resulta inferior. Además, la diferencia tiende a acentuarse a lo largo del período, hasta llegar a ser el 80% del ingreso de las 7 ciudades en septiembre de 2002, para a partir de allí empezar a recuperarse hasta hacerse casi igual hacia finales de 2007.

Gráfica 13

Medellín + AM – Siete ciudades. Ingreso real UG del hogar

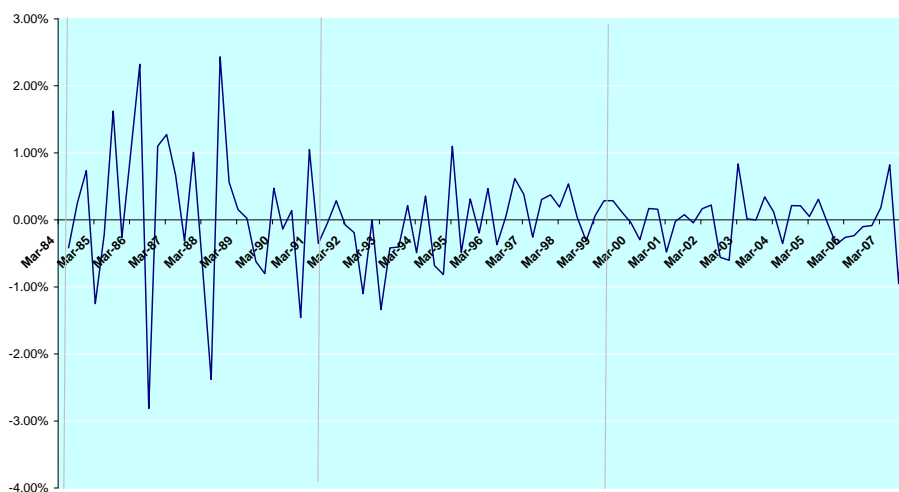


El valor medio de los ingresos, a precios de 1998, respectivamente es \$856,431.09 para Medellín + AM y \$934,933.15 para las siete ciudades, siendo un poco más volátiles los de Medellín + AM. La tasa media de crecimiento es 0.4% para la primera y 0.3% para las segundas, siendo bastante volátiles, y, una vez más, la de Medellín + AM resulta superior. Igualmente se puede apreciar que en Medellín la desaceleración económica nacional parece tener efecto, no sólo más profundo, sino más duradero.

Precios.

Complementa la visión global que se trae de la economía local frente a la nacional, la evolución de los precios. En esta oportunidad medidos a través del IPC total. La Gráfica 14 recoge la diferencia en la inflación entre Medellín + AM y la nacional. Resulta una sucesión bastante volátil, Hasta 1991 las diferencias son más marcadas, tanto positiva como negativamente. A partir de 1991 esas diferencias amainan, es decir, la inflación de la ciudad sigue de cerca la nacional, hasta 2007 donde aparecen una vez más una marcada diferencia.

Gráfica 14
Medellín – Colombia. Diferencia de inflación.



Fuente: Dane. Cálculos propios.

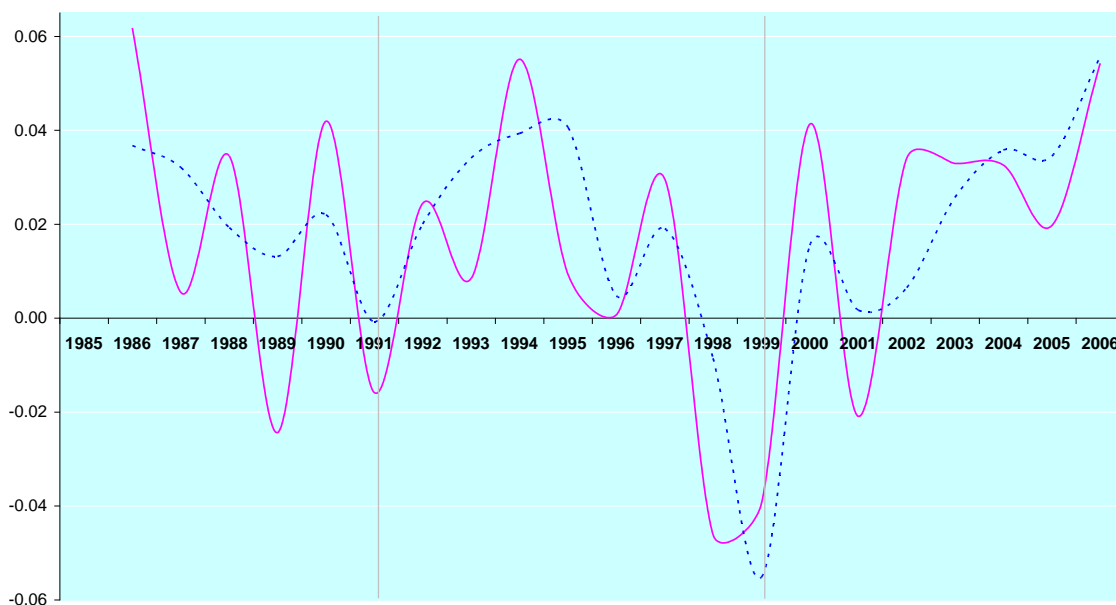
Si se observa el promedio para todo el lapso, Medellín estuvo muy cercana a 4.0%, levemente superior al nivel nacional, no obstante es menor su volatilidad.

PIB por habitante Antioquia y Colombia, por trimestre.

En el país, se reconocen dos períodos de desaceleración marcada en el ritmo de actividad económica real, 1991, donde la tasa de crecimiento por habitante ascendió a -0.08% y 1999, donde alcanzó -5.52%. El primer ciclo se reconoce como iniciando en 1984 y terminando en 1991, mientras que el segundo empezó en 1991 y terminó en 1999, año a partir del cual se recupera hasta alcanzar una tasa de 5.56% en 2006. (Gráfica 15).

Gráfica 15

Antioquia – Colombia. PIB real por habitante. Tasa de crecimiento



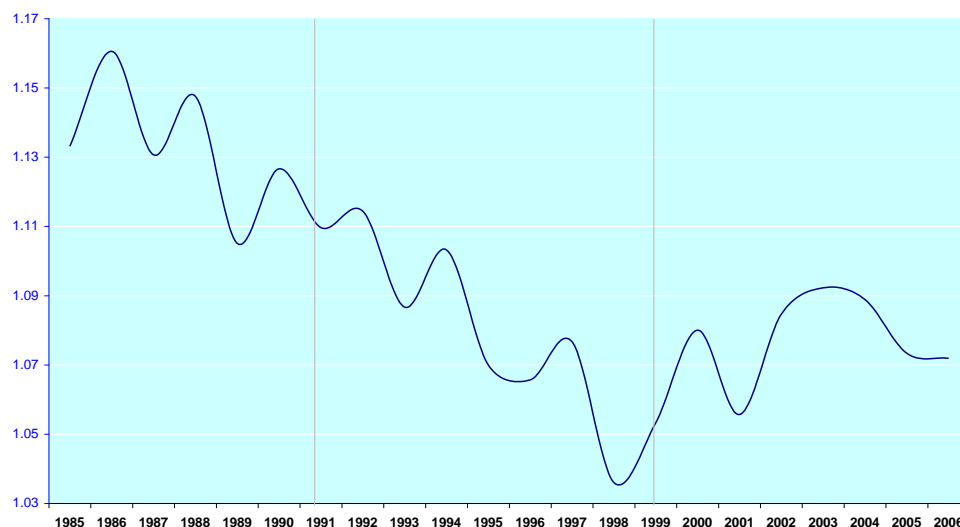
Fuente: Dane.

— Tasa de crecimiento PIB Antioquia
- - - Tasa de crecimiento PIB Colombia

La actividad económica del Departamento registra, según el crecimiento real por habitante del PIB, un ritmo más volátil y con ciclos más cortos y pronunciados que el nacional. En 1991 se registró una tasa de -1.58% y en 1998 de -4.61% y -3.94% en 1999. Es decir, la sima aunque es menor que la nacional se anticipa un año, comparado con la nacional, de allí en adelante se recupera con la misma tendencia nacional pero con sus oscilaciones pronunciadas características.

Comparando los niveles, el PIB por habitante de Antioquia ha estado, en todo el lapso en consideración, por encima del nacional, en 1986 el PIB de Antioquia era 1.16 veces el nacional, (Gráfica 16), nivel que desciende a lo largo de los años hasta alcanzar en 1998 a ser sólo el 4.0% más que el nacional. De allí en adelante, de nuevo se recupera hasta 2003, donde consigue una superioridad de 9.0% real, y finalmente desciende en 2006 a 7.0%, participación que es bastante volátil.

Gráfica 16
Antioquia – Colombia. PIB real por habitante. Participación.



Fuente: Dane

Consideraciones finales

Se puede agrupar la información precedente en tres grandes grupos de consideraciones. El primero está asociado a la actividad económica. En el lapso considerado, Medellín tiende a tener una mayor dinámica poblacional, especialmente en los últimos 13 años. Aclarando que no se está haciendo referencia a las proyecciones que se tenían con el censo de 1993 frente a lo que se encontró en el censo de 2005, sino, por el contrario, comparada con la dinámica poblacional del Departamento y de la nación. Lo que esto implica es que la población local tiene un mayor peso en el conjunto de población departamental, y en consecuencia Medellín se caracteriza por una mayor densidad por Km².

Es sensato asumir que en Medellín el desarrollo productivo ha estado más asociado a la pequeña y mediana empresa, posiblemente de servicios y comercio al por menor.

Atendiendo al consumo de energía, es posible que exista algo paradójico en él, quizá asociado a algún tipo de cambio tecnológico. El consumo de energía sigue un patrón diferente a la demanda nacional. Son similares hacia 1999, cuando el consumo local viene descendiendo y el nacional, a pesar de la crisis, viene creciendo.

En segundo lugar, en relación con el mercado de trabajo en Medellín + AM se registra una menor TGP y TO. Así mismo, proporcionalmente un menor número de ocupados asalariados comparados con las siete ciudades. En relación con los no asalariados, de manera relativa a las siete ciudades, el patrón es más cíclico y registra una oscilante tendencia a mantenerse, relativamente alto, en el tiempo.

Asociado a la masa salarial, resulta menor en Medellín + AM que en las siete ciudades.

Exceptuando los no asalariados, las otras sucesiones muestran en Medellín patrones tendenciales análogos a las de las siete ciudades.

En relación con el nivel de escolaridad, en todo el lapso el nivel de escolaridad es menor en Medellín + AM comparado con las siete ciudades. Hasta 1991 el rango en el que fluctuaba

la diferencia era entre 0.4 y 0.7 años, pero después de 1991 el rango se amplió entre 0.4 y un año.

El tercer grupo hace referencia a la capacidad de demanda de la economía local. En primera instancia el mercado de bienes y servicios al por menor sugiere que las desaceleraciones económicas del orden nacional han marcado la localidad de manera más profunda, y la recuperación parece más lenta. Desde la perspectiva del ingreso real por unidad de gasto de los hogares muestra el mismo patrón al de las siete ciudades pero con niveles inferiores. Tanto en uno como en otro caso, no coinciden con los marcadores nacionales preestablecidos.

Atendiendo a los diferenciales de inflación, Medellín en el transcurso de los años se ha ajustado poco a poco a los niveles nacionales. Desde la perspectiva del PIB, el departamento de Antioquia participa cada vez menos en el PIB nacional, así mismo se muestra más sensible a los shocks reales y la dinámica de crecimiento es más volátil que la nacional.

Finalmente, observando en conjunto los datos, es probable que el ciclo económico en la ciudad no se ajuste completamente al nacional. Lo que de alguna manera reflejaría que no responde a los mismos estímulos económicos que aquella. Esas divergencias en la sincronización y en la duración del ciclo pueden ser causadas por las diferentes estructuras económicas entre las dos realidades que se están comparando. El paso siguiente involucra la medición de los dos ciclos y de sus respectivas divergencias en cuanto a la simultaneidad y la duración de contracciones como de expansiones.

3. Estimación del índice

El primer paso consiste en examinar si las sucesiones son integradas, en caso positivo, debe verificarse si efectivamente existe o no cointegración entre ellas, la que no debe existir.

El segundo paso es verificar que los indicadores a utilizar tengan matriz de densidad espectral finita y no singular.

Las sucesiones se diferencian y posteriormente se estandarizan, lo que conduce a que tengan media cero y varianza 1.

El modelo a estimar

Medellín

$$\Delta Y_{1t} = \gamma_1 \Delta C_t + e_{1t}$$

$$\Delta Y_{2t} = \gamma_2 \Delta C_t + e_{2t}$$

$$\Delta Y_{3t} = \gamma_3 \Delta C_t + e_{3t}$$

$$\Delta Y_{4t} = \gamma_4 \Delta C_t + \gamma_5 \Delta C_{t-1} + e_{4t}$$

$$(\Delta \mathbf{C}_t - \delta) = \phi_1 (\Delta \mathbf{C}_{t-1} - \delta) + \phi_2 (\Delta \mathbf{C}_{t-2} - \delta) + \mathbf{W}_1$$

$$\Delta C_t = \phi_1 \Delta C_{t-1} + \phi_2 (\Delta C_{t-2}) + W_1$$

$$\mathbf{e}_{1t} = \phi_1 \mathbf{e}_{1,t-1} + \varepsilon_1$$

$$\mathbf{e}_{2t} = \phi_2 \mathbf{e}_{2,t-1} + \varepsilon_2$$

$$\mathbf{e}_{3t} = \phi_3 \mathbf{e}_{3,t-1} + \varepsilon_3$$

$$\mathbf{e}_{4t} = \phi_4 \mathbf{e}_{4,t-1} + \varepsilon_4$$

Y_1 = Consumo trimestral de energía eléctrica, Medellín. Fuente EEPPM.

Y_2 = Ingreso mediano de los trabajadores. Fuente: ECV Dane.

Y_3 = Balance ventas al por menor Medellín. Fuente Fenalco Antioquia.

Y_4 = Número total empleados Medellín + Valle de Aburrá. Comprende asalariados y no asalariados. Fuente ECV Dane.

En esta ocasión como en el caso para Colombia los parámetros autoregresivos Φ_i así como el orden autoregresivo p se obtuvieron por los métodos conocidos en el análisis de sucesiones cronológicas. Para los valores iniciales del filtro, en la medida que no se disponía de valores razonables a priori, se permitió inicializar todos estos como difusos.

Representación en la forma de espacio de los estados

Ecuación de medida Medellín

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_{1t} \\ \Delta Y_{2t} \\ \Delta Y_{3t} \\ \Delta Y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ C_3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ C_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{2,t} \\ e_{3,t} \\ e_{4,t} \end{bmatrix}$$

Ecuación de transición Medellín

$$\begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{2,t} \\ e_{3,t} \\ e_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varnothing_1 & \varnothing_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{t-1} \\ \Delta C_{t-2} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t-1} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_t \\ 0 \\ \varepsilon_{1\tau} \\ \varepsilon_{2\tau} \\ \varepsilon_{3\tau} \\ \varepsilon_{4\tau} \end{bmatrix}$$

Ecuación de medida Medellín

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_{1t} \\ \Delta Y_{2t} \\ \Delta Y_{3t} \\ \Delta Y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,06 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,051 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,18 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0,119 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{2,t} \\ e_{3,t} \\ e_{4,t} \end{bmatrix}$$

Ecuación de transición Medellín

$$\begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{2,t} \\ e_{3,t} \\ e_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,37 & -0,83 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 1,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -0,05 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,14 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,10 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{t-1} \\ \Delta C_{t-2} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t-1} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_t \\ 0 \\ \varepsilon_{1\tau} \\ \varepsilon_{2\tau} \\ \varepsilon_{3\tau} \\ \varepsilon_{4\tau} \end{bmatrix}$$

Colombia

Y_1 = Consumo trimestral de energía eléctrica. Fuente Banco de la República.

Y_2 = Ingreso mediano de los trabajadores. Fuente: ECV Dane.

Y_3 = Índice de comercio al por menor. Fuente Dane.

Y_4 = Empleo. Corresponde a la suma del número de trabajadores, asalariados y no asalariados. Fuente ECV Dane.

Ih = Ingreso medio UG del hogar. Fuente: ECV Dane Variable exógena.

Ecuación de medida

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{H}_t \beta_t + \mathbf{A} \mathbf{Z}_t + \mathbf{e}_t$$

Ecuación de transición

$$\beta_t = \tilde{\mu} + \mathbf{F} \beta_{t-1} + \mathbf{G} \mathbf{v}_t^*$$

$$\mathbf{v}_t^* \sim \text{i.i.d.} \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}^*)$$

Donde G es un vector $k \times g$ y \mathbf{v}_t^* en de $g^* \times 1$ con $\mathbf{g} \leq \mathbf{k}$. Bajo esta representación se garantiza que \mathbf{Q}^* sea definida positiva, donde la relación entre Q y \mathbf{Q}^* viene dada por $\mathbf{Q} = \mathbf{G} \mathbf{Q}^* \mathbf{G}'$.

$$e_t \sim \text{N i.i.d.} (0, \mathbf{R})$$

$$\mathbf{v}_t^* \sim \text{N i.i.d.} (0, \mathbf{Q}^*)$$

$$E(e_t \mathbf{v}_t^*) = 0$$

$$E(e_t \mathbf{v}_s^*) = 0$$

De manera general el modelo a estimar es:

$$\Delta Y_i = \gamma_{1i} \Delta C_t + \gamma_{2i} \Delta C_{t-1} + \gamma_{1i} d_1 + \gamma_{2i} d_2 + \gamma_{3i} d_3 + \gamma_{4i} d_4 + e_i$$

con $\gamma_{2i} = 0$ para $i = 1, 2, 3$. Además γ_{2i} diferente de cero para $i = 4$.

Así mismo, γ_i diferente de cero para $i = 1, 2, 3$; e igual a cero para $i=3$.

$$\Delta C_t = \phi_1 \Delta C_{t-1} + \phi_2 \Delta C_{t-2} + w_t$$

$$e_{it} = \Lambda_{1i} e_{i,t-1} + \varepsilon_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3$$

Representación en la forma de espacio de los estados

Ecuación de medida Colombia

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_{1t} \\ \Delta Y_{2t} \\ \Delta Y_{3t} \\ \Delta Y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ C4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{3,t} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} lh_{1,t} \\ lh_{1,t-1} \\ lh_{1,t-2} \end{bmatrix}$$

Ecuación de transición Colombia

$$\begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{3,t} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varnothing_1 & \varnothing_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_3 & \gamma_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_5 & \gamma_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_7 & \gamma_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{t-1} \\ \Delta C_{t-2} \\ e_{1,t-1} \\ e_{1,t-2} \\ e_{2,t-1} \\ e_{2,t-2} \\ e_{3,t-1} \\ e_{3,t-2} \\ e_{4,t-1} \\ e_{4,t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_t \\ 0 \\ \varepsilon_{1t} \\ 0 \\ \varepsilon_{2t} \\ 0 \\ \varepsilon_{3t} \\ 0 \\ \varepsilon_{4t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ecuación de medida Colombia

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_{1t} \\ \Delta Y_{2t} \\ \Delta Y_{3t} \\ \Delta Y_{4t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,42 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,59 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{3,t} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} lh_{1,t} \\ lh_{1,t-1} \\ lh_{1,t-2} \end{bmatrix}$$

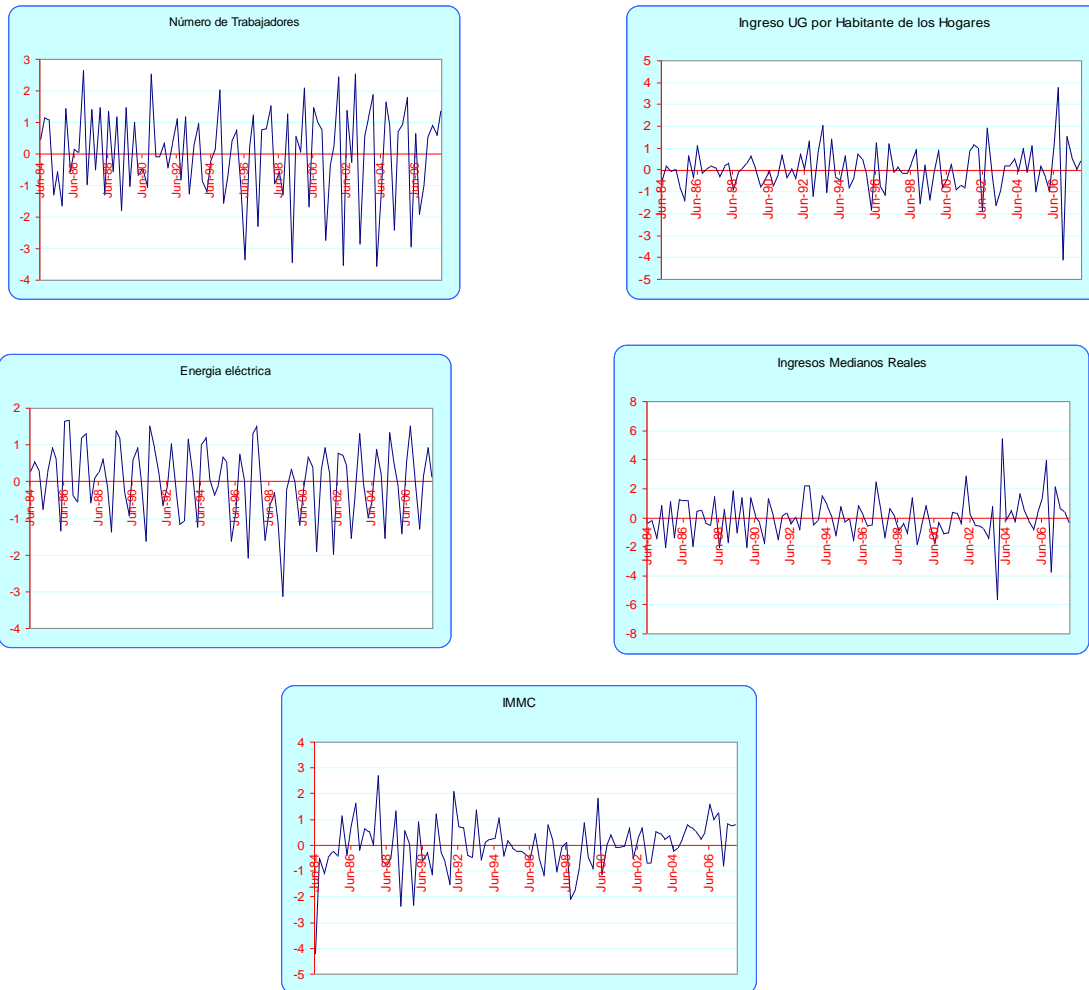
Ecuación de transición Colombia

$$\begin{bmatrix} \Delta C_t \\ \Delta C_{t-1} \\ e_{1,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{2,t} \\ e_{1,t-1} \\ e_{3,t} \\ e_{3,t-1} \\ e_{4,t} \\ e_{4,t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,00 & 0,00 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & 0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,01 & 0,00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,06 & 0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_{t-1} \\ \Delta C_{t-2} \\ e_{1,t-1} \\ e_{1,t-2} \\ e_{2,t-1} \\ e_{2,t-2} \\ e_{3,t-1} \\ e_{3,t-2} \\ e_{4,t-1} \\ e_{4,t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_t \\ 0 \\ \varepsilon_{1t} \\ 0 \\ \varepsilon_{2t} \\ 0 \\ \varepsilon_{3t} \\ 0 \\ \varepsilon_{4t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resultados

Colombia

Gráfica 1. Colombia. Resumen de las variables después de transformadas.



El primer aspecto a examinar en las sucesiones es su estacionariedad. El anexo 1 muestra los resultados de los test de raíz unitaria para cada una de las variables tanto para Colombia como para Medellín.

El siguiente paso es corroborar si las sucesiones están o no cointegradas. El anexo 2 muestra los resultados de los test de cointegración.

Tabla 1. Estimación del modelo

Sspace: COL1_SS

Method: Maximum likelihood (Marquardt)

Date: 12/22/08 Time: 17:18

Sample: 1984Q1 2007Q4

Included observations: 96

Valid observations: 95

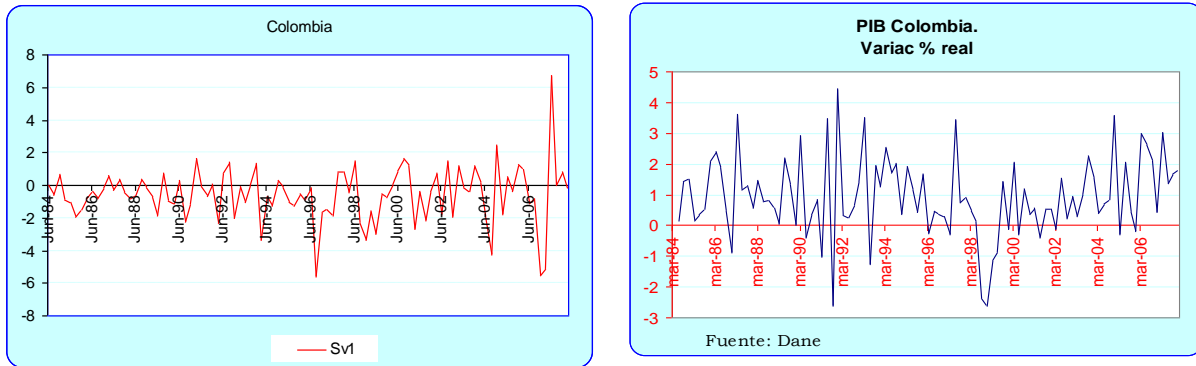
Partial observations: 2

Convergence achieved after 1 iteration

| | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|-------|-------------|------------|-------------|--------|
| C(1) | -0.873493 | 6.23E-08 | -14025944 | 0.0000 |
| C(2) | -0.529307 | 6.22E-08 | -8503664. | 0.0000 |
| C(3) | -3.766334 | 4.81E-07 | -7826735. | 0.0000 |
| C(4) | -2.842754 | 3.48E-07 | -8179539. | 0.0000 |
| C(5) | 0.234473 | 3.13E-08 | 7488773. | 0.0000 |
| C(6) | 0.221810 | 3.14E-08 | 7055916. | 0.0000 |
| C(7) | -0.728027 | 0.297238 | -2.449309 | 0.0143 |
| C(8) | 448.9433 | 5.68E-05 | 7908558. | 0.0000 |
| C(9) | -21.32671 | 2.79E-06 | -7650868. | 0.0000 |
| C(10) | 0.455383 | 6.54E-08 | 6967637. | 0.0000 |
| C(11) | -19.68656 | 1.07E-06 | -18476288 | 0.0000 |
| C(12) | -0.013921 | 2.11E-09 | -6603905. | 0.0000 |
| C(13) | 0.135329 | 1.93E-08 | 7006353. | 0.0000 |
| C(14) | -0.063220 | 1.05E-08 | -6035319. | 0.0000 |
| C(15) | 0.118170 | 1.80E-08 | 6550544. | 0.0000 |
| C(16) | 551.1788 | 9.27E-05 | 5946170. | 0.0000 |
| C(17) | 0.568026 | 8.42E-08 | 6742396. | 0.0000 |
| C(18) | -0.000928 | 1.48E-10 | -6264269. | 0.0000 |
| C(19) | 0.053461 | 8.61E-09 | 6206498. | 0.0000 |
| C(20) | -0.056141 | 0.080097 | -0.700913 | 0.4834 |
| C(21) | 0.033844 | 0.042018 | 0.805457 | 0.4206 |
| | Final State | Root MSE | z-Statistic | Prob. |
| SV1 | 0.124317 | 1.000000 | 0.124317 | 0.9011 |
| SV5 | -0.253236 | 0.000000 | NA | 0.0000 |
| SV2 | -0.009223 | 2.34E-05 | -393.6392 | 0.0000 |
| SV7 | -0.092247 | 1.99E-05 | -4631.399 | 0.0000 |
| SV3 | 0.034600 | 5.31E-05 | 651.0619 | 0.0000 |
| SV8 | 0.338052 | 2.81E-05 | 12030.00 | 0.0000 |
| SV4 | -0.016075 | 1.070006 | -0.015023 | 0.9880 |
| SV9 | 1.075664 | 1.10E-06 | 974783.1 | 0.0000 |
| SV6 | -0.002667 | 1.060865 | -0.002514 | 0.9980 |

| | | | | |
|----------------|-----------|-----------------------|-----------|--------|
| SV10 | -0.278535 | 2.78E-06 | -100200.7 | 0.0000 |
| Log likelihood | -2.16E+09 | Akaike info criterion | 45425263 | |
| Parameters | 21 | Schwarz criterion | 45425264 | |
| Diffuse priors | 0 | Hannan-Quinn criter. | 45425263 | |

Gráfica 2. Componente SV1 del Vector de estado y PIB real.



Medellín

Gráfica 3. Resumen de las variables

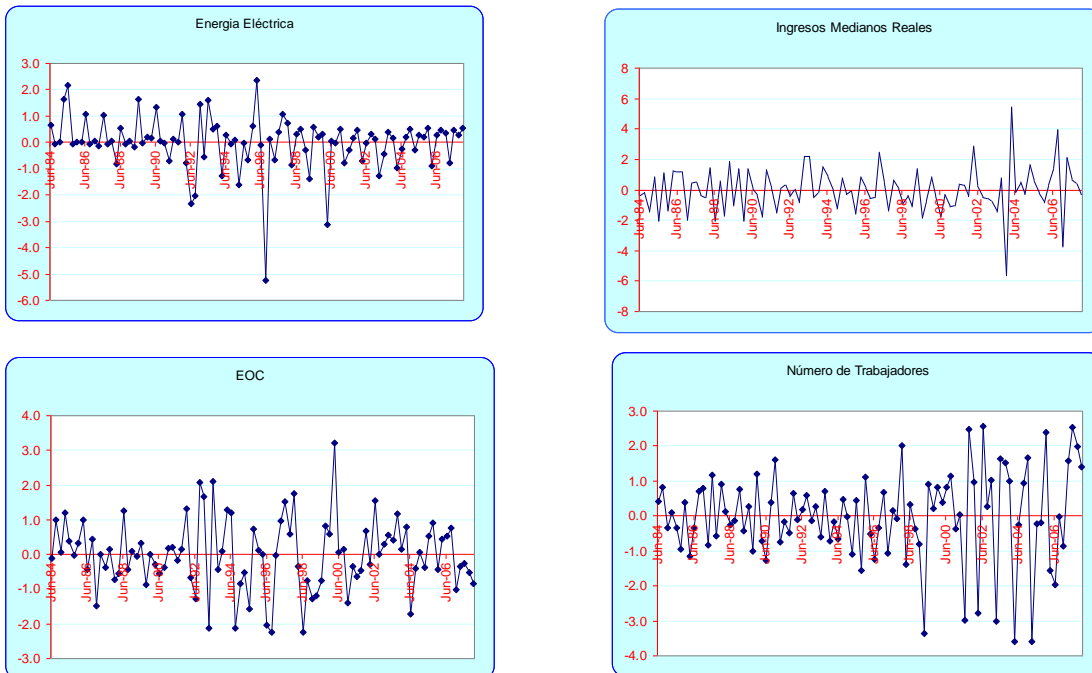


Tabla 2. Estimación del modelo

Sspace: MED1_SS

Method: Maximum likelihood (BHHH)

Date: 12/18/08 Time: 18:22

Sample: 1992Q1 2007Q4

Included observations: 64

Valid observations: 63

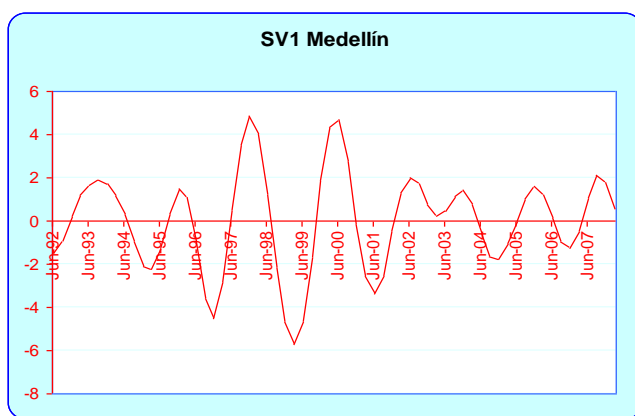
Convergence achieved after 1 iteration

| | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|-------|-------------|------------|-------------|--------|
| C(1) | -2.819946 | 1.106590 | -2.548321 | 0.0108 |
| C(2) | -2.976623 | 1.156590 | -2.573620 | 0.0101 |
| C(3) | -1.715188 | 0.764579 | -2.243310 | 0.0249 |
| C(5) | -2.124445 | 0.861757 | -2.465247 | 0.0137 |
| C(8) | 1.372642 | 0.189623 | 7.238812 | 0.0000 |
| C(9) | -0.828741 | 0.205245 | -4.037821 | 0.0001 |
| C(10) | -0.051019 | 0.214819 | -0.237499 | 0.8123 |
| C(12) | -0.046769 | 0.168245 | -0.277983 | 0.7810 |
| C(13) | -0.136438 | 0.150477 | -0.906702 | 0.3646 |
| C(15) | -0.055407 | 0.261112 | -0.212196 | 0.8320 |
| C(16) | -0.099355 | 0.213571 | -0.465207 | 0.6418 |
| C(18) | -0.312835 | 0.311888 | -1.003037 | 0.3158 |
| C(19) | -0.190123 | 0.095729 | -1.986065 | 0.0470 |
| C(21) | -0.169293 | 0.182467 | -0.927801 | 0.3535 |

| | Final State | Root MSE | z-Statistic | Prob. |
|-----|-------------|----------|-------------|--------|
| SV1 | -0.760623 | 2.112498 | -0.360058 | 0.7188 |
| SV5 | 0.512635 | 1.818334 | 0.281926 | 0.7780 |
| SV2 | -0.030166 | 0.976902 | -0.030880 | 0.9754 |
| SV3 | 0.028767 | 0.972759 | 0.029572 | 0.9764 |
| SV4 | 0.079483 | 0.855820 | 0.092874 | 0.9260 |
| SV6 | 0.012095 | 0.919765 | 0.013150 | 0.9895 |

| | | | |
|----------------|-----------|-----------------------|----------|
| Log likelihood | -348.8930 | Akaike info criterion | 11.52041 |
| Parameters | 14 | Schwarz criterion | 11.99666 |
| Diffuse priors | 0 | Hannan-Quinn criter. | 11.70772 |

Gráfica 4. Componente SV1 del Vector de estado Medellín.



Kalman (1963) establece que bajo ciertas circunstancias, llamadas por él de controlabilidad y observabilidad, el filtro óptimo es estable, es decir robusto, en el sentido que los efectos de los errores iniciales, los errores de redondeo y aquellos computacionales, desaparecerán asintóticamente.

En términos del algoritmo de Kalman controlabilidad es equivalente a que el sistema sea capaz de asumir valores arbitrarios iniciales en el origen.

Se dice que un sistema invariante en el tiempo es estable si para cualquier valor inicial β_0 el vector de estado converge a una solución de equilibrio $\bar{\beta}$ cuando \mathbf{v}_t^* es constante. En consecuencia las raíces características de la matriz de transición, \mathbf{F} , tendrán módulo inferior a 1, lo que se puede escribir como $|\lambda_i(\mathbf{F})| < 1, i = 1, \dots, m$

Bajo las condiciones anteriores la controlabilidad del sistema dependerá de las matrices \mathbf{G} y \mathbf{F} , mientras que la observabilidad dependerá de las matrices \mathbf{T} y β

Un sistema como el descrito aquí será controlable sí: el rango de $[\mathbf{G}, \mathbf{F}\mathbf{G}, \dots, \mathbf{F}^{T-1}\mathbf{G}]$ (la matriz de controlabilidad) sea igual a m . Si el rango de \mathbf{G} es m , se satisface la condición de controlabilidad.

En relación con la observabilidad, el sistema será observable si el rango de (la matriz de observabilidad) $[\mathbf{H}', \mathbf{F}'\mathbf{H}' \dots (\mathbf{F}')^{m-1}\mathbf{H}'] = m$. La observabilidad es la medida de qué tan bien los estados internos de un sistema pueden ser inferidos conociendo las salidas externas.

Estas condiciones, de estabilidad, no aparecen en el filtraje tipo Wiener, y en el caso del de Kalman corresponden al problema de que la matriz $\mathbf{F}(\bullet)$ en la ecuación de transición sea constante y estable, es decir, que tenga valores propios con la parte real negativa. (Harvey, 1999. Página 116)

De otro manera, Mehra (1970) establece estas condiciones demostrando que una condición necesaria y suficiente para que el filtro de Kalman sea óptimo es que el proceso innovativo en la ecuación de medida sea ruido blanco, es decir sea una secuencia aleatoria estacionaria gaussiana.

El test propuesto por el autor, reconociendo que existen diferentes pruebas para ello, es estimar la matriz de varianzas covarianzas del ruido asociado a la ecuación de medida y observar que a medida que el número de rezagos aumenta las covarianzas deben tender asintóticamente a cero, es decir, debe ser asintóticamente insesgada y consistente. Expresado de otra manera, si los valores propios de $\Phi(I-KH)$ caen dentro del círculo unitario.

En el Anexo 3 se muestra cómo la especificación de los respectivos modelos para Colombia y Medellín poseen propiedades deseables.

Consideraciones finales

La estimación se ha hecho, siguiendo la metodología S y W (1998), removiendo la tendencia de las diferentes sucesiones, lo que les asegura que sean estacionarias. Este hecho es trascendente pues significa que el indicador construido, el primer componente del vector de estado, sigue el cambio en el estado general de la economía y no el nivel del mismo.

Desde la perspectiva de la interpretación del indicador construido se tiene que es el componente común a las sucesiones consideradas, habiendo eliminado los componentes idiosincráticos de cada una de las variables. Tal componente idiosincrático recoge los diferentes *shocks* específicos a cada una de las variables, v. g. aquellos aspectos propios de la producción industrial, el comercio o el empleo. De esta manera al mantener sólo el componente común lo que se consigue es mantener los *shocks* comunes a través de la economía en su conjunto. Desde otra perspectiva, esta metodología remueve, al proceder de esta forma, aspectos como los errores de medida en variables agregadas, como el PIB.

El indicador construido no sólo ha eliminado los *shocks* idiosincráticos de cada una de las variables sino que tampoco contiene cambios de muy corto plazo o de alta frecuencia; en consecuencia, es un indicador que expresa la tendencia de largo plazo de la actividad económica.

Una característica deseada en este primer componente es que resulta un buen indicador del ciclo económico de manera actualizada.

En relación con las variables utilizadas, se seleccionó el consumo de energía eléctrica como variable que aproxima la producción industrial, y no directamente una medida de producción, esto por la limitación en la fuente de información.

Las razones expuestas hasta aquí dan cuenta, de alguna manera, de la diferencia entre la estimación que se hizo para Colombia, reproduciendo el modelo utilizado para Medellín, y el índice construido a partir del PIB real. Otras razones de esta diferencia son las metodologías utilizadas en la construcción de cada uno de los dos indicadores, el PIB se elabora esencialmente desde una perspectiva de contabilidad nacional.

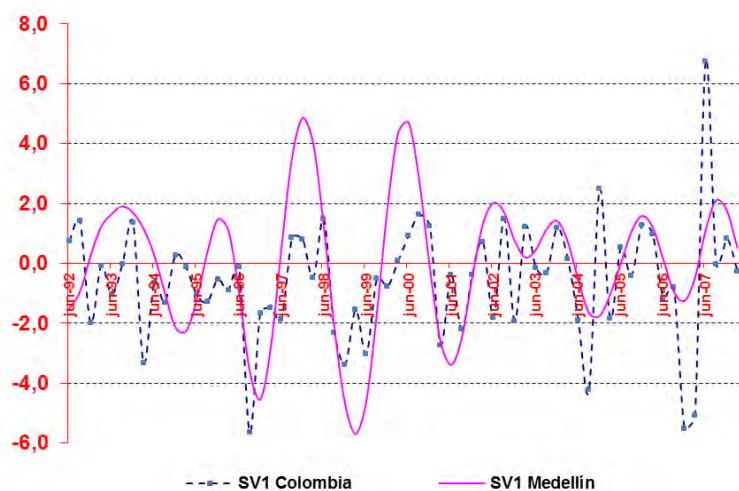
Atendiendo a las limitaciones del ejercicio realizado, se tiene que éste produce una tasa de crecimiento y no exactamente un índice en niveles. Construir el índice en niveles involucra otra serie de consideraciones asociadas esencialmente a que las sucesiones no son estacionarias (Harvey, Andrew C. 1999).

En la misma perspectiva, en el estudio de los ciclos económicos se reconoce que ellos son no lineales, esto significa que a lo largo del tiempo existen cambios de régimen. A este respecto la metodología de S y W enfrenta sólo el aspecto de los comovimientos entre las variables económicas a lo largo del ciclo mas no este aspecto que se menciona. El modelo desarrollado por S y W es un modelo de factores dinámico lineales. Para ser más realistas el modelo que debería construirse debería ser un modelo de factores dinámico con cambio de régimen (Diebold, Francis X., 1996).

4. Resumen de los principales hallazgos.

El gráfico 1 muestra, para efectos de comparación, el mismo indicador coincidente para Medellín y Colombia construido con la misma metodología y sucesiones análogas.

Gráfico 1. Estado subyacente de la economía: Medellín y Colombia. 1992-2007



El ejercicio fue amplio, tomando el conjunto de variables presentadas en la parte 2, y las posibles combinaciones entre ellas, que mejor resultado dieran. Finalmente los mejores resultados se dieron con los respectivos índices de comercio, como variable para aproximar el nivel de producción respectivo. El empleo finalmente resultó más significativo tomado en forma agregada, total empleados más total desempleados. En relación con los ingresos de los trabajadores se probó tanto la masa salarial, número de trabajadores por los respectivos ingresos, como los respectivos ingresos de manera aislada, resultando este último como la variable finalmente utilizada. En cuanto a las variables exógenas se probó educación de diferentes maneras, como años promedio de escolaridad así como la diferencia de escolaridad entre el país y la ciudad. De ninguna de estas formas resultó significativa ni para Colombia ni para la ciudad. En relación con el ingreso UG de los hogares no resultó significativo en el nivel local pero sí en el nacional.

Con los datos disponibles del PIB real trimestral observado para Colombia, la estimación del índice nacional es posible identificarla con el patrón de comportamiento nacional. De manera particular en la recesión de 1999. (Gráfica 2).

De igual manera, es posible identificar la estimación del índice local con el patrón de comportamiento nacional. Incluyendo la recesión de 1999. (Gráfica 3). Hecho que se corrobora al obtenerse un coeficiente de correlación entre estas dos de 0.32. (Cuadro 1)

Gráfico 2. Índice coincidente y tasa de crecimiento real del PIB: Colombia. 1992-2007

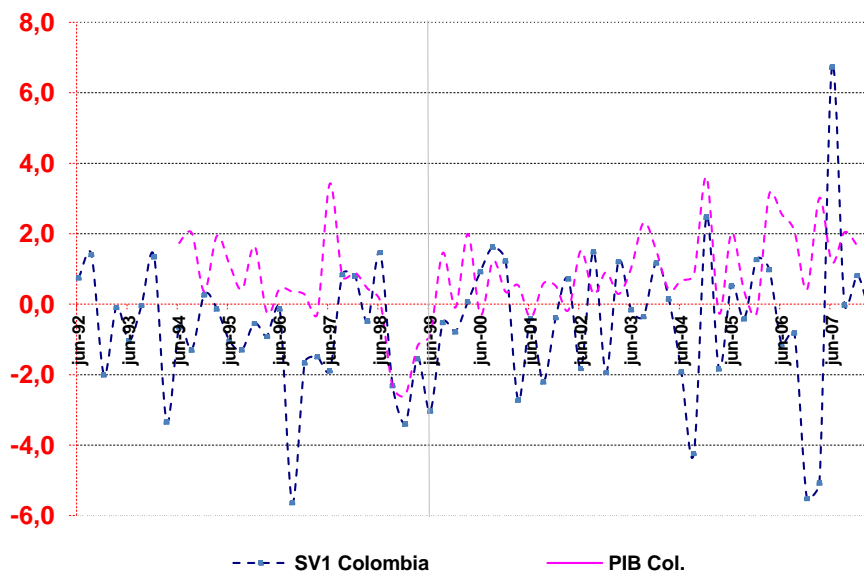
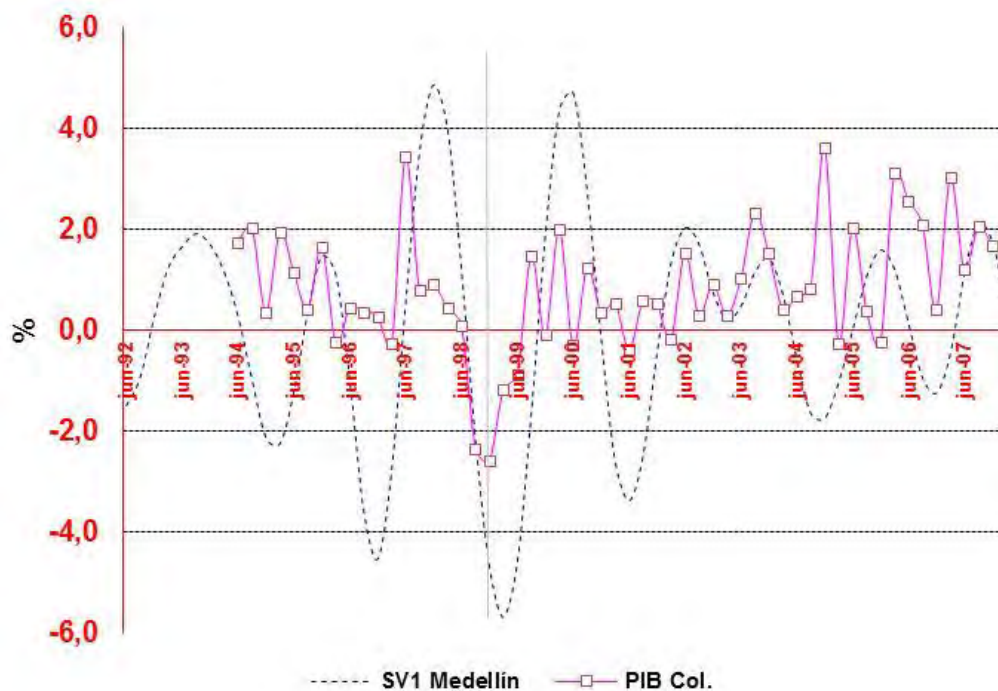


Gráfico 3. Índice coincidente Medellín y tasa de crecimiento real del PIB Colombia. 1992 - 2007



El índice para la ciudad sigue bastante bien el índice nacional, incluido el episodio de 1999. No obstante la actividad local se muestra más suave. Lo que tanto vale como decir que la nacional resulta en el tiempo más sensible que la local, a los diferentes shocks.

Se pueden identificar tres grandes lapsos al momento de comparar los dos índices. El primero, entre junio de 1992 y junio de 1996, en donde la actividad local no resulta tan sensible como la actividad nacional. El segundo, desde junio de 1996 hasta marzo de 2002, en donde la actividad local reacciona de manera más profunda, tanto en las fases de auge como de contracción. De manera puntual, la Ciudad se resiente más en la fase crítica de 1999. El tercero, a partir de marzo de 2002 hasta el final del lapso considerado, donde la actividad local se ajusta más al comportamiento nacional.

Lo que se aprecia es que el ritmo de la actividad en la ciudad es más lento que el de la evolución nacional, no obstante la mayor sincronización que se aprecia en el tercer período señalado.

Atendiendo a los períodos de auge, el índice local reacciona más que el nacional. Mientras que con respecto a los períodos de contracción, exceptuando el episodio en torno a 1999, resultan no tan pronunciados.

Resulta interesante comparar los respectivos índices con sus datos de referencia, como en el Cuadro 1 para Colombia, y el Cuadro 2 para Medellín.

Cuadro 1. Matriz de correlación (Pearson). Incluye los datos de referencia del índice para Colombia.

| Variables | Energía eléctrica | IMMC | Ing Medianos reales totales | # Total Asalariados | ING PER CÁPITA2/ | SV1 Colombia | SV1 Medellín | PIB Col. |
|-----------------------------|-------------------|--------|-----------------------------|---------------------|------------------|--------------|--------------|----------|
| Energía eléctrica | 1 | 0.377 | -0.165 | 0.625 | 0.117 | 0.048 | 0.170 | 0.399 |
| IMMC | 0.377 | 1 | -0.021 | 0.032 | -0.024 | 0.138 | 0.184 | 0.547 |
| Ing Medianos reales totales | -0.165 | -0.021 | 1 | -0.436 | 0.512 | 0.011 | -0.044 | 0.109 |
| # Total Asalariados | 0.625 | 0.032 | -0.436 | 1 | -0.085 | 0.049 | 0.196 | 0.140 |
| ING PER CÁPITA2/ | 0.117 | -0.024 | 0.512 | -0.085 | 1 | 0.162 | 0.068 | 0.133 |
| SV1 Colombia | 0.048 | 0.138 | 0.011 | 0.049 | 0.162 | 1 | 0.485 | 0.184 |
| SV1 Medellín | 0.170 | 0.184 | -0.044 | 0.196 | 0.068 | 0.485 | 1 | 0.319 |
| PIB Col. | 0.399 | 0.547 | 0.109 | 0.140 | 0.133 | 0.184 | 0.319 | 1 |

Los valores en rojo resaltado son significativamente diferentes de 0 con un nivel de significación alfa=0,05

Nota: En el anexo 2 se muestran los respectivos valores *p* y los coeficientes de determinación para estos cálculos.

Cuadro 2. Matriz de correlación (Pearson). Incluye los datos de referencia del índice para Medellín.

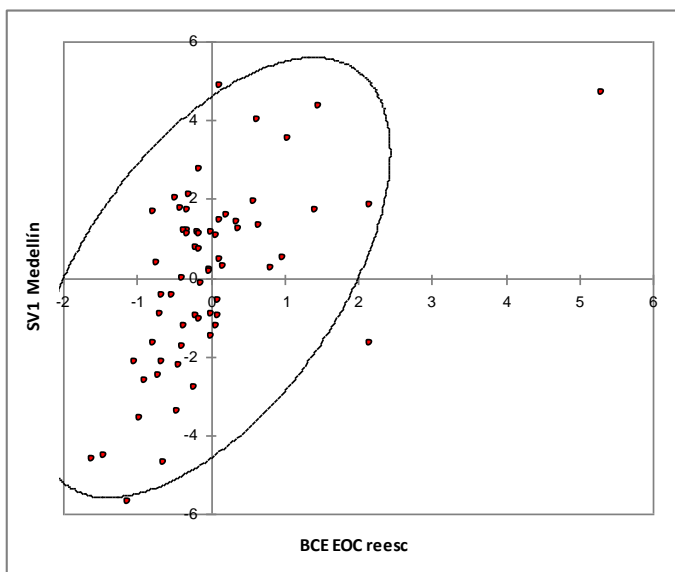
| Variables | Energía eléctrica | BCE EOC reesc | ING UG PER CÁPITA | Ing. Med. Reales totales | # total trabajadores | SV1 Medellín |
|--------------------------|-------------------|---------------|-------------------|--------------------------|----------------------|--------------|
| Energía eléctrica | 1 | 0.083 | -0.047 | -0.018 | 0.319 | 0.209 |
| BCE EOC | 0.083 | 1 | -0.004 | 0.010 | 0.099 | 0.571 |
| ING UG PER CÁPITA | -0.047 | -0.004 | 1 | 0.399 | 0.235 | 0.115 |
| Ing. Med. Reales totales | -0.018 | 0.010 | 0.399 | 1 | -0.163 | 0.094 |
| # total trabajadores | 0.319 | 0.099 | 0.235 | -0.163 | 1 | 0.265 |
| SV1 Medellín | 0.209 | 0.571 | 0.115 | 0.094 | 0.265 | 1 |

Los valores en rojo resaltado son significativamente diferentes de 0 con un nivel de significación alfa=0,05

Nota: En el anexo 2 se muestran los respectivos valores *p* y los coeficientes de determinación para estos cálculos.

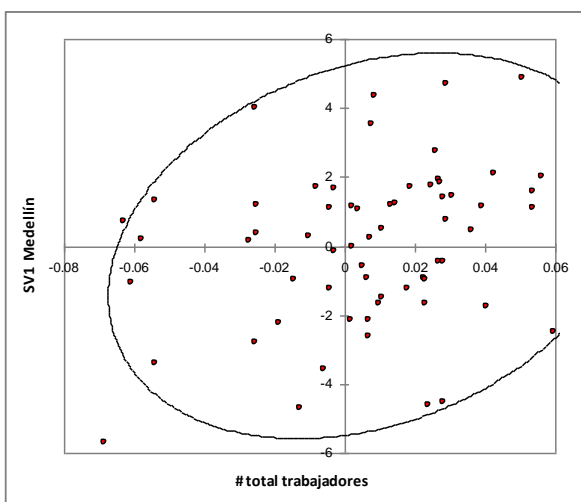
Para Medellín resultan asociaciones significativas entre el índice y el comercio; y el índice y el número total de trabajadores, con coeficientes de correlación de 0.6 y 0.3 respectivamente. (Gráficas 4 y 5)

Gráfico 4. Correlación Índice coincidente Medellín y comercio. 1992-2007



Incluye la respectiva elipse de confianza.

Gráfico 5. Correlación Índice coincidente Medellín y número total de trabajadores. 1992-2007



Incluye la respectiva elipse de confianza.

Anexo 1

Pruebas de raíz unitaria

1. Colombia

Energía

Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo Test

Sample range: [1986 Q1, 2007 Q4], T = 88

Lagged differences: 4

Intercept, time trend, seasonal dummies.

| Statistic | 1% | 5% | 10% |
|-----------|------|------|------|
| T(pi1) | 3.96 | 3.39 | 3.10 |
| T(pi2) | 3.41 | 2.82 | 2.53 |
| F34 | 8.79 | 6.55 | 5.48 |
| F234 | 7.62 | 5.93 | 5.09 |
| F1234 | 7.93 | 6.31 | 5.55 |

| Values of test statistics: | |
|----------------------------|---------|
| t(pi1): | 1.9163 |
| t(pi2): | 3.7793 |
| F34: | 9.1090 |
| F234: | 13.3304 |
| F1234: | 11.0713 |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1987 Q3, 2007 Q4], T = 82

Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 4. differences):

Akaike Info Criterion: 0

Final Prediction Error: 0

Hannan-Quinn Criterion: 0

Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|------------------------------|--------|
| Portmanteau: | 4.7233 |
| P Value (Chi ²) | 0.9666 |
| Ljung & Box: | 5.4865 |
| P Value (Chi ²): | 0.9397 |

Empleo

Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo Test

Sample range: [1986 Q1, 2007 Q4], T = 88

Lagged differences: 4

Intercept, seasonal dummies, no time trend

| Statistic | 1% | 5% | 10% |
|-----------|-------|-------|-------|
| t(pi1) | -3.41 | -2.84 | -2.54 |
| t(pi2) | -3.41 | -2.83 | -2.53 |
| F34 | 8.79 | 6.57 | 5.52 |
| F234 | 7.63 | 5.95 | 5.09 |
| F1234 | 7.07 | 5.56 | 4.86 |

| Values of test statistics: | |
|----------------------------|---------|
| t(pi1): | 0.0808 |
| t(pi2): | -2.7860 |
| F34: | 4.5792 |
| F234: | 6.2358 |
| F1234: | 4.7052 |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1988 Q1, 2007 Q4], T = 80

Optimal number of lags (searched up to 12 lags of 4. differences):

Akaike Info Criterion: 7

Final Prediction Error: 7

Hannan-Quinn Criterion: 0

Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|------------------------------|--------|
| Portmanteau: | 8.4894 |
| p-Value (Chi ²): | 0.7458 |
| Ljung & Box: | 9.5300 |
| p-Value (Chi ²): | 0.6571 |

Comercio

ADF Test

Sample range: [1985 Q2, 2007 Q4], T = 91

Lagged differences: 4

Intercept, time trend

| | 1% | 5% | 10% |
|--------------------------|--------|------|------|
| | 3.96 | 3.41 | 3.13 |
| Value of test statistic: | 0.5824 | | |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1986 Q4, 2007 Q4], T = 85
Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 1. differences):
Akaike Info Criterion: 4
Final Prediction Error: 4
Hannan-Quinn Criterion: 0
Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|------------------------------|--------|
| Portmanteau: | 4.5484 |
| p-Value (Chi ²): | 0.9714 |
| Ljung & Box: | 5.0300 |
| p-Value (Chi ²): | 0.9570 |

Ingreso

Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo Test

Sample range: [1986 Q1, 2007 Q4], T = 88
Lagged differences: 4
Intercept, time trend, seasonal dummies

| Statistic | 1% | 5% | 10% |
|-----------|-------|-------|-------|
| t(pi1) | -3.96 | -3.39 | -3.10 |
| t(pi2) | -3.41 | -2.82 | -2.53 |
| F34 | 8.79 | 6.55 | 5.48 |
| F234 | 7.62 | 5.93 | 5.09 |
| F1234 | 7.93 | 6.31 | 5.55 |

| Values of test statistics: | |
|----------------------------|---------|
| t(pi1): | -1.6452 |
| t(pi2): | -3.3780 |
| F34: | 9.4488 |
| F234: | 11.0815 |
| F1234: | 8.8573 |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1988 Q1, 2007 Q4], T = 80
Optimal number of lags (searched up to 12 lags of 4. differences):
Akaike Info Criterion: 0
Final Prediction Error: 0
Hannan-Quinn Criterion: 0
Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|------------------------------|--------|
| Portmanteau: | 1.8123 |
| p-Value (Chi ²): | 0.9996 |
| Ljung & Box: | 2.0875 |
| p-Value (Chi ²): | 0.9993 |

Ingreso UG de los hogares

ADF Test

Sample range: [1985 Q2, 2007 Q4], T = 91

Lagged differences: 4

Intercept, no time trend

Asymptotic critical values

Reference: Davidson, R. and MacKinnon, J. (1993), "Estimation and Inference in Econometrics" p 708, table 20.1, Oxford University Press, London

| | | | |
|--------------------------|---------|------|------|
| | 1% | 5% | 10% |
| | -3.43 | 2.86 | 2.57 |
| Value of test statistic: | -1.3936 | | |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1986 Q4, 2007 Q4], T = 85

Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 1. differences):

Akaike Info Criterion: 2

Final Prediction Error: 2

Hannan-Quinn Criterion: 2

Schwarz Criterion: 2

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|-----------------------------|--------|
| Portmanteau | 3.2637 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9934 |
| Ljung & Box | 3.6725 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9886 |

2. Medellín

Energía

UR Test with structural break

Sample range: [1985 Q2, 2007 Q4], T = 91

Number of lags (1st diff): 4

Value of test statistic: 0.0408

Used break date: 1991 Q4
 Estimated theta: 0.0000
 Shift function: rational shift
 Time trend included

| T | 1% | 5% | 10% |
|------|-------|-------|-------|
| 1000 | -3.55 | -3.03 | -2.76 |

Regression results:

| Variable | Coefficient | t-statistic |
|--------------|----------------|-------------|
| D(trend) | 5328551.1606 | 0.0885 |
| D(const) | 784935179.5192 | 127.7325 |
| D(shiftfkt1) | 8249399.9978 | 0.8231 |
| D(shiftfkt2) | -28298073.0170 | -2.8234 |
| Dx(-1) | 0.0230 | 0.2293 |
| Dx(-2) | -0.1342 | -1.3605 |
| Dx(-3) | -0.1928 | -1.9551 |
| Dx(-4) | 0.1733 | 1.7237 |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1986 Q4, 2007 Q4], T = 85
 Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 1. differences):
 Akaike Info Criterion: 7
 Final Prediction Error 7
 Hannan-Quinn Criterion: 5
 Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|-----------------------------|--------|
| Portmanteau | 8.3412 |
| p-Value (Chi ²) | 0.7579 |
| Ljung & Box | 9.2902 |
| p-Value (Chi ²) | 0.6780 |

Ingreso

Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo Test
 Sample range: [1986 Q1, 2007 Q4], T = 88
 Lagged differences: 4
 Intercept, seasonal dummies, no time trend

| Statistic | 1% | 5% | 10% |
|-----------|-------|-------|-------|
| t(pi1) | -3.41 | -2.84 | -2.54 |
| t(pi2) | -3.41 | -2.83 | -2.53 |
| F34 | 8.79 | 6.57 | 5.52 |
| F234 | 7.63 | 5.95 | 5.09 |
| F1234 | 7.07 | 5.56 | 4.86 |

Values of test statistics:

t(pi1): -1.6963
t(pi2): -3.3192
F34: 11.7490
F234: 12.6532
F1234: 10.0580

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1987 Q3, 2007 Q4], T = 82
Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 4. differences):
Akaike Info Criterion: 0
Final Prediction Error: 0
Hannan-Quinn Criterion: 0
Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|-----------------------------|--------|
| Portmanteau | 2.6451 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9976 |
| Ljung & Box | 3.0265 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9954 |

Comercio

ADF Test

Sample range: [1985 Q2, 2007 Q4], T = 91
Lagged differences: 4
No intercept, no time trend

| | 1% | 5% | 10% |
|--------------------------|---------|------|------|
| | -2.56 | 1.94 | 1.62 |
| Value of test statistic: | -2.1033 | | |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1986 Q4, 2007 Q4], T = 85

Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 1. differences):
 Akaike Info Criterion: 5
 Final Prediction Error: 5
 Hannan-Quinn Criterion: 0
 Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|-----------------------------|---------|
| Portmanteau | 11.8633 |
| p-Value (Chi ²) | 0.4567 |
| Ljung & Box | 13.0913 |
| p-Value (Chi ²) | 0.3624 |

Empleo

Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo Test

Sample range: [1986 Q1, 2007 Q4], T = 88
 Lagged differences: 4
 Intercept, time trend, seasonal dummies

| Statistic | 1% | 5% | 10% |
|-----------|-------|-------|-------|
| t(pi1) | -3.96 | -3.39 | -3.10 |
| t(pi2) | -3.41 | -2.82 | -2.53 |
| F34 | 8.79 | 6.55 | 5.48 |
| F234 | 7.62 | 5.93 | 5.09 |
| F1234 | 7.93 | 6.31 | 5.55 |

| Values of test statistics: | |
|----------------------------|---------|
| t(pi1): | -1.9282 |
| t(pi2): | -3.2687 |
| F34: | 8.0897 |
| F234: | 10.6827 |
| F1234: | 8.8850 |

Optimal endogenous lags from information criteria

Sample range: [1987 Q3, 2007 Q4], T = 82
 Optimal number of lags (searched up to 10 lags of 4. differences):
 Akaike Info Criterion: 0
 Final Prediction Error: 0
 Hannan-Quinn Criterion: 0
 Schwarz Criterion: 0

Portmanteau test with 12 lags

| | |
|-----------------------------|--------|
| Portmanteau | 1.4402 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9999 |
| Ljung & Box | 1.6833 |
| p-Value (Chi ²) | 0.9998 |

Nota:

- Para la prueba Hylleberg, Engle, Granger, and Yoo los valores críticos en P.H. Franses and B. Hobijn (1997). Los datos para todas las tablas se encuentran en "Critical values for unit root tests in seasonal time series", Journal of Applied Statistics 24: 25-46 Taylor & Francis Ltd.
- Para la prueba ADF los valores críticos asintóticos en Davidson, R. and MacKinnon, J. (1993), "Estimation and Inference in Econometrics" p 708, table 20.1, Oxford University Press, London
- Para la prueba de raíz unitaria con cambio estructural los valores críticos en Lanne, M., Lütkepohl, H., Saikkonen, P. 2002, "Comparison of unit root tests for time series with level shifts", Journal of Time Series Analysis. Volume 23, Issue 6, pages 667–685, November 2002.

Anexo 2

Pruebas de cointegración

Colombia

Las variables involucradas son las que se utilizaron para la estimación del modelo. Consumo trimestral de energía eléctrica, Ingreso mediano de los trabajadores, Índice de comercio al por menor, número de trabajadores e ingreso UG de los hogares.

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

| Número de observaciones incluidas | Período (ajustado) | Tendencia | Sucesiones | Intervalos de resagos | Hypothesized No. of CE(s) | Eigenvalue | Trace statistic | 0.05 Critical value | Prob.** |
|-----------------------------------|--------------------|--|-------------|-----------------------|---------------------------|------------|-----------------|---------------------|---------|
| 94 | 1984Q3 2007Q4 | Linear deterministic trend (restricted) | Y1 Y2 Y3 Y4 | 1 to 1 | None | 0,22 | 55,52 | 63,88 | 0,21 |
| 93 | 1984Q4 2007Q4 | | | 1 to 2 | None | 0,19 | 49,13 | 63,88 | 0,45 |
| 92 | 1985Q1 2007Q4 | | | 1 to 3 | None | 0,20 | 50,35 | 63,88 | 0,40 |
| 91 | 1985Q2 2007Q4 | | | 1 to 4 | None | 0,26 | 61,75 | 63,88 | 0,07 |
| 90 | 1985Q3 2007Q4 | | | 1 to 5 | None | 0,21 | 49,14 | 63,88 | 0,45 |

Trace test indicates no cointegration at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

| | | | | | | | | | |
|----|---------------|--|-------------|--------|------|------|-------|-------|------|
| 94 | 1984Q3 2007Q4 | Linear deterministic trend (restricted) | Y1 Y2 Y3 Y4 | 1 to 1 | None | 0,22 | 23,87 | 32,12 | 0,36 |
| 93 | 1984Q4 2007Q4 | | | 1 to 2 | None | 0,19 | 19,61 | 32,12 | 0,68 |
| 92 | 1985Q1 2007Q4 | | | 1 to 3 | None | 0,20 | 20,14 | 32,12 | 0,64 |
| 91 | 1985Q2 2007Q4 | | | 1 to 4 | None | 0,26 | 27,14 | 32,12 | 0,18 |
| 90 | 1985Q3 2007Q4 | | | 1 to 5 | None | 0,21 | 21,50 | 32,12 | 0,53 |

Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Medellín

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

| Número de observaciones incluidas | Período (ajustado) | Tendencia | Sucesiones | Intervalos de resagos | Hypothesized No. of CE(s) | Eigenvalue | Trace statistic | 0.05 Critical value | Prob.** |
|-----------------------------------|--------------------|---|---|-----------------------|---------------------------|------------|-----------------|---------------------|---------|
| 62 | 1992Q3 2007Q4 | Linear deterministic trend (restricted) | Energía, Ingreso, Comercio, empleo. | 1 to 1 | None | 0,39 | 58,81 | 63,88 | 0,12 |

Trace test indicates no cointegration at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

| | | | | | | | | | |
|----|---------------|---|---|--------|------|------|-------|-------|------|
| 62 | 1992Q3 2007Q4 | Linear deterministic trend (restricted) | Energía, Ingreso, Comercio, empleo. | 1 to 1 | None | 0,39 | 30,34 | 32,12 | 0,08 |
|----|---------------|---|---|--------|------|------|-------|-------|------|

Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 0.05 level

* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level

**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Anexo 3

Propiedades del modelo

Colombia

Valores Propios matriz de transición.

0.602575965665270
-0.368102965665270
0.258289814273912
-0.213395484273911
0.262187265838636
-0.216648965838636
-0.006960500000000 + 0.029657232503219i
-0.006960500000000 - 0.029657232503219i
-0.264977075869755
0.201757075869755

Controlabilidad

Matriz G

| | | | | | | | | | |
|---|---|------------------|---|------------------|---|-------------|---|-----------|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.00002338642106 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0.00005310284785 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.070006261 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.0608654 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Matriz Z

| | | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,417490704 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,589013014 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,023136727 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0,058264983 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Observabilidad

Matriz T

| | | | | | | | | | |
|----------|---------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|---|----------|----------|
| 0.234473 | 0.22181 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.04489433 | 0.05511788 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0.0455383 | 0.0568027 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.013921 | -0.000928 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.06322 | 0.053461 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Es demostrable entonces que el sistema es *controlable y observable* pues el rango de las matrices de controlabilidad y observabilidad, R y X, es 10, es decir $m=10$.

Medellín

Valores propios de la matriz de transición

0.6850000000000000 + 0.600645486123054i
 0.6850000000000000 - 0.600645486123054i
 -0.0500000000000000
 -0.1400000000000000
 -0.1000000000000000
 -0.1900000000000000

Controlabilidad

Matriz G

| | | | | | |
|---|---|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0.97689 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0.97268 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0.85520 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.91884 |

Matriz T

| | | | | | |
|-----|-------|-------|-------|------|------|
| 1.4 | -0.83 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | -0.05 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | -0.14 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | -0.1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -0.2 |

Observabilidad

Matriz Z

| | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|
| 0.05960916 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0.05096465 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0.17992989 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0.11949927 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Es demostrable entonces que el sistema es *controlable y observable* pues el rango de las matrices de controlabilidad y observabilidad es 6, es decir $m = 6$.

Anexo 4

Valores p y coeficientes de correlación, R^2 , asociados a la matriz de correlación del índice para Colombia con sus respectivas variables de referencia.

Valores p

| Variables | Energía eléctrica | IMMC | Ing Medianos reales totales | # Total Asalariados | ING PER CÁPITA2/ | SV1 Colombia | SV1 Medellín | PIB Col. |
|-----------------------------|-------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------|------------------|--------------|--------------|-----------------|
| Energía eléctrica | 0 | 0.005 | 0.229 | < 0,0001 | 0.397 | 0.726 | 0.215 | 0.003 |
| IMMC | 0.005 | 0 | 0.877 | 0.818 | 0.860 | 0.315 | 0.178 | < 0,0001 |
| Ing Medianos reales totales | 0.229 | 0.877 | 0 | 0.001 | < 0,0001 | 0.936 | 0.750 | 0.429 |
| # Total Asalariados | < 0,0001 | 0.818 | 0.001 | 0 | 0.536 | 0.725 | 0.151 | 0.308 |
| ING PER CÁPITA2/ | 0.397 | 0.860 | < 0,0001 | 0.536 | 0 | 0.237 | 0.623 | 0.333 |
| SV1 Colombia | 0.726 | 0.315 | 0.936 | 0.725 | 0.237 | 0 | 0.000 | 0.180 |
| SV1 Medellín | 0.215 | 0.178 | 0.750 | 0.151 | 0.623 | 0.000 | 0 | 0.017 |
| PIB Col. | 0.003 | < 0,0001 | 0.429 | 0.308 | 0.333 | 0.180 | 0.017 | 0 |

Los valores en negrita son significativamente diferentes de 0 con un nivel de significación $\alpha=0,05$

Coeficientes de determinación (R^2)

| Variables | Energía eléctrica | IMMC | Ing Medianos reales totales | # Total Asalariados | ING PER CÁPITA2/ | SV1 Colombia | SV1 Medellín | PIB Col. |
|-----------------------------|-------------------|--------------|-----------------------------|---------------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| Energía eléctrica | 1 | 0.142 | 0.027 | 0.391 | 0.014 | 0.002 | 0.029 | 0.159 |
| IMMC | 0.142 | 1 | 0.000 | 0.001 | 0.001 | 0.019 | 0.034 | 0.299 |
| Ing Medianos reales totales | 0.027 | 0.000 | 1 | 0.190 | 0.262 | 0.000 | 0.002 | 0.012 |
| # Total Asalariados | 0.391 | 0.001 | 0.190 | 1 | 0.007 | 0.002 | 0.039 | 0.020 |
| ING PER CÁPITA | 0.014 | 0.001 | 0.262 | 0.007 | 1 | 0.026 | 0.005 | 0.018 |
| SV1 Colombia | 0.002 | 0.019 | 0.000 | 0.002 | 0.026 | 1 | 0.236 | 0.034 |
| SV1 Medellín | 0.029 | 0.034 | 0.002 | 0.039 | 0.005 | 0.236 | 1 | 0.102 |
| PIB Col. | 0.159 | 0.299 | 0.012 | 0.020 | 0.018 | 0.034 | 0.102 | 1 |

Anexo 5

Valores p y coeficientes de correlación, R², asociados a la matriz de correlación del índice para Medellín con sus respectivas variables de referencia.

Valores p

| Variables | Energia electrica | BCE EOC reesc | ING PER CÁPITA2/ | Ing. Med. Reales totales | # total trabajadores | SV1 Medellín |
|--------------------------|-------------------|--------------------|------------------|--------------------------|----------------------|--------------------|
| Energia electrica | 0 | 0.518 | 0.715 | 0.886 | 0.011 | 0.101 |
| BCE EOC | 0.518 | 0 | 0.974 | 0.936 | 0.440 | < 0,0001 |
| ING UG PER CÁPITA | 0.715 | 0.974 | 0 | 0.001 | 0.063 | 0.371 |
| Ing. Med. Reales totales | 0.886 | 0.936 | 0.001 | 0 | 0.201 | 0.462 |
| # total trabajadores | 0.011 | 0.440 | 0.063 | 0.201 | 0 | 0.036 |
| SV1 Medellín | 0.101 | < 0,0001 | 0.371 | 0.462 | 0.036 | 0 |

Los valores en negrita son significativamente diferentes de 0 con un nivel de significación alfa=0,05

Coefficientes de determinación (R²)

| Variables | Energia electrica | BCE EOC reesc | ING PER CÁPITA2/ | Ing. Med. Reales totales | # total trabajadores | SV1 Medellín |
|--------------------------|-------------------|---------------|------------------|--------------------------|----------------------|--------------|
| Energia electrica | 1 | 0.007 | 0.002 | 0.000 | 0.102 | 0.044 |
| BCE EOC | 0.007 | 1 | 0.000 | 0.000 | 0.010 | 0.326 |
| ING UG PER CÁPITA | 0.002 | 0.000 | 1 | 0.159 | 0.055 | 0.013 |
| Ing. Med. Reales totales | 0.000 | 0.000 | 0.159 | 1 | 0.027 | 0.009 |
| # total trabajadores | 0.102 | 0.010 | 0.055 | 0.027 | 1 | 0.070 |
| SV1 Medellín | 0.044 | 0.326 | 0.013 | 0.009 | 0.070 | 1 |

Referencias

1. Abrego, L., & Ósterholm, P. (2008). External linkages and economic growth in Colombia: insights from a bayesian Var model. *IMF Working paper, WP/08/46*. Obtenido de <http://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2008/wp0846.pdf>
2. Crone, T. (2000). A New Look at Economic Indexes for the States in the Third District. *Business review*. Obtenido de <http://www.philadelphiafed.org/research-and-data/publications/business-review/2000/november-december/brnd00tc.pdf>
3. Diebold, F., & Rudebusch, G. (1996). Measuring business cycles: a modern perspective. *The Review of Economics and Statistics*, 78(1), 67-77.
4. Gillitzer, C., Kearns, J., & Richards, A. (2005). The Australian Business Cycle: A Coincident Indicator Approach. *Reserve Bank of Australia, RDP2005-7*. Obtenido de <http://www.rba.gov.au/publications/rdp/2005/2005-07.html>
5. Hamilton, J. (1994). The Kalman Filter. En J. Hamilton, *Times series analysis*. Princeton University Press.
6. Harding, D., & Pagan, A. (2008). Business cycle measurement. En S. Durlauf , & L. Blume, *The New Palgrave Dictionary of Economics*. Palgrave Macmillan.
7. Harvey, A. (1999). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge: Cambridge University press.
8. Kalman, R. (1963). New methods of Wiener filtering theory. En J. L. Bogdanoff, & F. Kozin, *Proceedings of first symposium on Engineering applications of random function. Theory and Probability*. New York: J. Wiley and Sons, cop.
9. Lasso Valderrama, F. J. (2002). Nueva metodología de encuesta de hogares: ¿Más o menos desempleados? *Archivos de Economía*, 213.
10. Mehra, R. (1970). On the identification of variance and adaptative Kalman filtering. *IEEE Transactions on automatic control*, 15(2).
11. Ocampo, J. A., Sánchez, F., & Tovar, C. E. (2000). Mercado laboral y distribución del ingreso en Colombia en los años noventa. *Revista de la CEPAL*, 72, 53-78.
12. Phillips, K., Vargas, L., & Zarnowitz, V. (1996). New Tools for analysing the Mexican economy: indexes of coincident and leading economic indicators. *Federal reserve Bank of Dallas. Economic and Financial Policy Review*.

13. Proyecto Medellín Cómo Vamos. Mesa de trabajo sobre empleo. (24 de julio de 2008).
14. Sánchez, F., Salas, L. M., & Nupia, O. (2003). Ciclos económicos y mercado laboral en Colombia 1984 2000: ¿Quién gana más, quién pierde más? *Documentos CEDE, 13*.
15. Stock, J. H., & Watson, M. W. (1988). A probability model of the coincident economic indicators. *NBER working papers series, 2772*.
16. The Conference Board, Inc. (2001). *Business cycle indicators handbook*. New York. Obtenido de http://www.conference-board.org/pdf_free/economics/bci/BCI-Handbook.pdf
17. The Conference Board, Inc. (2006). *Business cycle indicators handbook*. USA. Recuperado de http://www.conference-board.org/pdf_free/economics/bci/BCI-Handbook.pdf
18. Zarnowitz, V. (1999). Theory and history behind business cycles: are the 1990's the onset of a golden age? *NBER Working Paper, 7010*.