



Marzo de 2013

## REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

Relaciones crediticias y riesgo de contagio en el mercado interbancario no colateralizado colombiano

Laura Capera-Romero  
Juan Lemus-Esquivel  
Dairo Estrada

## Relaciones crediticias y riesgo de contagio en el mercado interbancario no colateralizado colombiano\*

Laura Capera-Romero\*

Juan Lemus-Esquivel\*\*

Dairo Estrada\*\*\*

### Resumen

El objetivo de este documento es describir las relaciones crediticias que tienen las entidades que participan en el mercado interbancario no colateralizado en Colombia (MINC), y analizar sus efectos sobre el riesgo de contagio. Estas relaciones se miden con los índices de preferencia del deudor (*IPD*) y del acreedor (*IPA*), los cuales identifican a las contrapartes más importantes de cada entidad. Los indicadores muestran que las entidades tienden a concentrar sus operaciones con un número reducido de agentes, y que sus relaciones con sus principales deudores y acreedores tienden a ser estables. Luego, se estiman dos modelos por *regresión beta* en los que los indicadores mencionados se explican en función de variables de tamaño, rentabilidad, liquidez y riesgo de crédito de las contrapartes. Las estimaciones muestran que las características del acreedor explican las preferencias de una entidad para fondearse, mientras que las variables del deudor determinan la decisión de otorgar liquidez. En particular, las entidades prefieren prestar a aquellas con mayores niveles de liquidez, al tiempo que se fondean en mayor medida con entidades menos rentables. Finalmente, se estudian los efectos de las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio, en un escenario en el que los participantes enfrentan un choque de liquidez simultáneo. Este choque se incorpora un modelo de optimización lineal para el período comprendido entre diciembre de 2009 y el mismo mes de 2012. A pesar de que la exposición del sistema a este riesgo es baja, se obtiene que su materialización es mayor cuando se tiene en cuenta la estructura del MINC, en comparación con un escenario en el cual las relaciones entre las entidades ocurren de manera aleatoria. Finalmente, los resultados por entidad muestran que el principal deudor del sistema se ve más afectado por el choque, mientras que los principales acreedores son menos vulnerables.

**Clasificación JEL:** *G21; D53*

**Palabras clave:** Mercado interbancario no colateralizado, relaciones crediticias, riesgo de contagio.

---

\*Las opiniones contenidas en este documento son exclusivas de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta directiva. Los autores son responsables de los errores y omisiones que persistan.

\*\*Profesional especializado del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. e-mail: lcaperro@banrep.gov.co

\*\*\*Profesional del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. e-mail: jlemuses@banrep.gov.co

\*\*\*Director del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. e-mail: destrada@banrep.gov.co

## 1. Introducción

El mercado interbancario es un mecanismo importante de distribución de excedentes de liquidez entre las entidades financieras ya que puede proveer cobertura frente a las dificultades que puedan presentar los participantes para cumplir con sus obligaciones de corto plazo (Bhattacharya & Gale 1987), así como facilitar el cumplimiento de los requisitos de reserva bancaria. Un resultado usual de los modelos que analizan el mercado interbancario es que su correcto funcionamiento es importante no solo para garantizar que los intermediarios financieros puedan acceder a fuentes de liquidez, sino para permitir el acceso de hogares y empresas a un flujo de financiación estable e intermediado por el sistema financiero (Freixas et al. 2010).

La asignación eficiente de recursos en el mercado interbancario es particularmente importante en momentos de crisis, ya que varias entidades pueden tener una mayor demanda por recursos líquidos. No obstante, como se observó durante la crisis financiera de 2008, los participantes del mercado interbancario pueden reducir su disponibilidad de atender la demanda de liquidez en estos escenarios, por lo que el mecanismo de asignación puede fallar en su objetivo de proveer liquidez, en particular a las entidades más afectadas (Acharya et al. 2012). Como señalan estos autores, la ineficiencia en el mercado interbancario puede depender del poder de negociación que tengan las entidades, es decir, del tipo de relaciones que construyen con sus deudores y acreedores.

En este documento se utilizan los registros de transacciones contenidos en el Sistema de Cuentas de Depósito, CUD, administrados por el Banco de la República, para examinar las relaciones crediticias entre los participantes del mercado interbancario no colateralizado en Colombia (MINC) y entender sus efectos sobre el riesgo de contagio en este mecanismo de negociación. Para medir estas relaciones se construyen indicadores similares a los propuestos por Cocco et al. (2009), los cuales recogen el orden de preferencia de una entidad frente a sus acreedores y deudores en el tiempo. Para analizar los determinantes de estas relaciones se estima un modelo utilizando *regresión beta* en el que los indicadores mencionados se explican mediante variables de tamaño, rentabilidad, liquidez y riesgo de crédito de las contrapartes.

Por último, con el propósito de examinar el papel que tienen estas relaciones crediticias en la provisión de liquidez de las entidades, se realiza un ejercicio de riesgo de contagio similar al propuesto por Estrada & Morales (2009), en el que las preferencias de los agentes respecto a sus principales deudores y acreedores se incorporan mediante el costo de reducir la oferta de liquidez a las contrapartes. A diferencia de lo propuesto por los autores, en este ejercicio se supone que estos costos no son aleatorios, sino que obedecen al grado de dependencia que tienen las entidades frente a sus principales acreedores, incorporando la estructura del mercado interbancario y las relaciones que forman sus participantes. Los resultados se comparan con el escenario de costos aleatorios de reducir la liquidez, con lo que es posible analizar el efecto de las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio.

La razón para utilizar únicamente información del MINC, es que a diferencia de los demás sistemas de negociación con que cuentan las entidades para vender activos y obtener liquidez en Colombia, en este las condiciones bajo las cuales se ofrece un préstamo son negociadas directamente con la contraparte de acuerdo a sus características. Como señalan Cocco et al. (2009), este mecanismo de negociación permite que las relaciones entre deudores y acreedores en el interbancario tengan un papel fundamental en la manera como se distribuyen los excedentes de liquidez.

El efecto de las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio en el mercado interbancario ha sido abordado por varios autores: Ladley (2004) utiliza un modelo teórico para mostrar los efectos que puede tener la estructura del interbancario sobre la vulnerabilidad de los bancos ante choques individuales o sistémicos. Una mayor cantidad de conexiones en el mercado permite compartir los efectos de los choques individuales, por lo que el número de entidades que entran en *default* disminuye. No obstante, ante choques de carácter sistémico, la conectividad óptima

puede variar dependiendo del tamaño del choque; de esta forma, un mayor número de conexiones ayuda a prevenir el contagio si el choque es pequeño, pero podría tener el efecto contrario si es mayor. Por su parte, utilizando un enfoque empírico, Cocco et al. (2009) concluyen que la existencia de estas relaciones permite explicar los diferenciales en la tasa de interés aplicada a las entidades que participan en el mercado interbancario.

Una ventaja importante del presente trabajo es el uso del indicador de riesgo de liquidez (IRL), introducido por la Superintendencia Financiera de Colombia en 2009<sup>1</sup>, el cual permite conocer la proporción de requerimientos netos de liquidez de corto plazo que se encuentran respaldados por activos de alta liquidez. En la construcción de este indicador se tienen en cuenta consideraciones de un escenario de poca liquidez en el mercado, tales como un retiro de depósitos en el cálculo de los requerimientos netos de liquidez de corto plazo, y deducciones al valor de venta de los activos líquidos.

Finalmente, los resultados de los ejercicios empíricos de este trabajo muestran que las entidades del MINC tienden a concentrar sus operaciones con un número reducido de acreedores y deudores, al tiempo que algunos participantes actúan recurrentemente como demandantes u oferentes netos. La decisión de una entidad de realizar transacciones con determinado acreedor o deudor, depende de diferentes factores, por ejemplo, del nivel de los activos y de la rentabilidad de la contraparte. Al introducir estas consideraciones en un ejercicio que mide el impacto del riesgo de contagio se encuentra que la materialización de este riesgo es mayor en comparación con un escenario en el que las entidades son indiferentes frente a sus fuentes de fondeo, tanto en términos del monto que se deja de ofrecer en el interbancario como en relación al número de entidades con oferta y demanda de liquidez insatisfechas. Lo anterior indica que la estructura presente en el MINC lo hace más vulnerable al riesgo de contagio pues las entidades dependen de un número limitado y específico de acreedores.

El documento se divide en cinco partes, además de esta introducción. En la segunda sección se describen las principales características del MINC en Colombia y se presenta un análisis preliminar de los datos utilizados, a partir de componentes principales. En la tercera sección se presentan algunas medidas que permiten identificar las relaciones crediticias presentes en el mercado y se analizan sus determinantes haciendo uso de la metodología de *regresión beta*. En la cuarta sección se presenta un modelo de riesgo de contagio, similar al propuesto por Estrada & Morales (2009), en el que se tienen en cuenta las interacciones de las entidades. La quinta sección contiene algunos comentarios finales a partir de los resultados.

## 2. Datos

En esta sección se describen las bases de datos utilizadas en el documento y se realiza un análisis preliminar de las variables y las observaciones mediante componentes principales. En la primera parte, se describen algunas características de la interacción que mantienen los participantes en el MINC utilizando los registros del CUD (Cuentas de Depósito) para 2012. Posteriormente se analizan otras variables que permiten medir la situación de liquidez y rentabilidad de los participantes del mercado, con el fin de investigar posteriormente el efecto que tienen estas sobre las preferencias crediticias de las entidades.

---

<sup>1</sup>Este indicador permite medir el descalce de liquidez que presenta la entidad en un horizonte de tiempo, de manera similar al *Liquidity Coverage Ratio* propuesto por el Comité de Basilea. Aspectos relacionados con el cálculo y reporte de este indicador pueden consultarse en el Anexo II del Capítulo VI de la Circular Básica Contable y Financiera y en la Circular Externa N° 044 de Diciembre de 2011, expedidas por la Superintendencia Financiera de Colombia.

## 2.1. Transacciones en el MINC

En Colombia, las entidades financieras utilizan varios mecanismos para captar o colocar recursos en el corto plazo, entre estos se destacan el Sistema Electrónico de Negociación SEN y el Mercado Electrónico Colombiano, MEC, en los que pueden hacer operaciones repo y simultáneas, y los fondos interbancarios no colateralizados. El volumen de transacciones en este último mercado es superior al del mercado de repos, lo que indica que es una fuente de recursos líquidos importante para las entidades (Cardozo et al. 2012).

En este documento se consideran únicamente las transacciones de fondos interbancarios (no colateralizados). Esto se debe en primer lugar, a que el tipo de negociación que se realiza en este escenario favorece la existencia de relaciones con más información entre acreedores y deudores, dado que la negociación de las transacciones es directa y existen cupos de crédito; en contraste, el mecanismo de asignación de recursos en el SEN es anónimo, es decir, las entidades no saben quién es la contraparte en cada transacción. En segundo lugar, las operaciones de simultáneas realizadas a través del SEN y el MEC pueden estar motivadas exclusivamente por razones de rentabilidad y manejo de portafolio, en lugar de obedecer a una necesidad de liquidez, como señalan Cardozo et al. (2012).

Los registros de las transacciones del MINC están contenidos en el CUD, que es el sistema de pagos de alto valor del país, administrado y operado por el Banco de la República. Estos registros corresponden a los desembolsos que se generan al momento de otorgar un préstamo o hacer la respectiva retrocesión<sup>2</sup>. La base de datos utilizada en este documento contiene información de las transacciones registradas entre el 1 de diciembre de 2009 y el 31 de diciembre de 2012. En cada registro es posible identificar las contrapartes que intervienen en la operación, la fecha y el monto de la misma.

El Cuadro 1 presenta las entidades que participan en el MINC. La mayor parte de las entidades son bancos, seguidos por corporaciones financieras, compañías de financiamiento comercial, fondos de inversión y entidades financieras especiales.

CUADRO 1: Número de entidades en el MINC

Tipo de entidad	Número de entidades	Participación
Bancos	23	78,7 %
Entidades de segundo piso	4	9,6 %
Corporaciones financieras	4	8,3 %
Compañías de financiamiento	22	2,3 %
Comisionistas de Bolsa	15	0,9 %
Sociedades fiduciarias	15	0,1 %
Fondos de pensiones y cesantías	5	0,0 %
Otros	8	0,0 %
<b>Total</b>	<b>98</b>	<b>100 %</b>

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Se restringe el análisis únicamente a aquellas transacciones en las que ambas contrapartes corresponden a bancos y corporaciones financieras. Esto debido a que la disponibilidad de información acerca de la liquidez y rentabilidad de estas entidades es mayor que en otros casos<sup>3</sup>. Las transacciones resultantes representan aproximadamente el 85 % de los registros del CUD para el mercado interbancario durante el período de análisis.

<sup>2</sup>Siguiendo el Manual de Operación del Depósito Central de Valores, la retrocesión es la liquidación de una operación en la cual el deudor retorna al acreedor el monto prestado cumpliendo con las condiciones pactadas, es decir con intereses y en pesos colombianos.

<sup>3</sup>Una de las ventajas de este documento es el uso del indicador *IRL* de la Superintendencia Financiera de Colombia para medir el riesgo de liquidez de las entidades. No obstante, este indicador sólo está disponible desde 2009 para bancos y corporaciones financieras.

La base del CUD contiene información de las transacciones efectivas y de algunas retrocesiones, las cuales no están debidamente identificadas. Por lo anterior se llevó a cabo una depuración de la base en la que se extrajeron las transacciones que bajo varios parámetros podrían considerarse como una retrocesión de una transacción registrada con anterioridad. Los criterios utilizados fueron, la cercanía temporal de las transacciones, coincidencia de las contrapartes y monto de la transacción. Se identificaron también posibles pagos parciales o conjuntos de préstamos anteriores entre las contrapartes. Este proceso es necesario e importante para evitar problemas de doble contabilización de la información, teniendo en cuenta que la retrocesión podría tomarse como el desembolso de un crédito, más no como la liquidación de una operación. De esta forma se utilizarán cerca de 23.400 registros de la base original.

Los participantes del MINC pueden ser acreedores o deudores netos de recursos, según sus preferencias por otorgar o recibir liquidez. Al distinguir la base del CUD según estos dos tipos de agentes, se encuentra que son diferentes en términos de liquidez, tamaño, riesgo de crédito, rentabilidad. El Cuadro 2 presenta algunas estadísticas de estas variables por tipo de entidad. Cabe anotar que las entidades analizadas son quince, que corresponden a 13 bancos comerciales y 2 compañías de financiamiento.

CUADRO 2: Estadísticas descriptivas

	Promedio	Desv. Est.	Mediana	Percentil 25	Percentil 75
<b>Mercado interbancario</b>					
Monto transado promedio por semana (mm de pesos)	1.448	536	1.390	1.027	1.815
Número de transacciones promedio por semana	146	27	146	125	170
<b>Acreedores</b>					
Monto prestado promedio (mm de pesos)	1.091	427	1.051	775	1.354
Monto prestado promedio por operación (mm de pesos)	9,0	0,8	8,6	6,4	11,2
Monto adeudado (mm de pesos)	431	283	364	225	585
Monto adeudado promedio por operación (mm de pesos)	10,0	1,4	8,5	5,2	13,5
Número de operaciones como deudor	43,2	14,4	43	33	54,5
Número de operaciones como acreedor	121,1	22,9	122	103,5	136,5
IRL sobre activos (mm de pesos)	16,9	2,7	16,7	15,0	18,8
ROA (porcentaje)	1,5	1,4	1,0	0,6	2,1
Activos (mm de pesos)	16.131	2,3	16.432	14.443	18.121
IM (porcentaje)	3,4	0,9	3,8	3,3	4,4
<b>Deudores</b>					
Monto prestado promedio (mm de pesos)	1.018	408	921	703	1294
Monto prestado promedio por operación (mm de pesos)	41,1	2,9	40,0	28,4	52,3
Monto adeudado (mm de pesos)	357,0	304,7	256,3	125,0	539,8
Monto adeudado promedio por operación (mm de pesos)	3,5	0,8	2,5	1,2	5,3
Número de operaciones como deudor	102,6	18,9	102,0	88,0	114,0
Número de operaciones como acreedor	24,8	11,8	23,0	16,0	33,0
IRL sobre activos (mm de pesos)	23,9	4,4	23,8	21,1	26,4
ROA (porcentaje)	2,5	1,5	0,9	0,8	2,2
Activos (mm de pesos)	17.357	4,0	19219	18.593	25215
IM (porcentaje)	2,4	3,1	0,7	2,9	3,8

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Nota: 'mm' denota miles de millones

Como se puede observar el promedio semanal del monto transado por bancos y corporaciones financieras en este mercado fue de \$1,4 billones, mientras que el número de transacciones promedio por semana fue de 146. Cuando se comparan las características de las operaciones de los acreedores netos con las de los deudores netos, se observa que para los primeros el monto adeudado en cada operación es mayor; no obstante, el número de operaciones en las que solicitan fondos en el interbancario es significativamente menor que para los deudores netos. Una entidad de este grupo presta en promedio \$9 mil millones por operación. Por su parte, se observa que los deudores netos realizan pocas operaciones como acreedores, aunque estas tienen un monto promedio alto (\$41 mil millones). En contraste, el monto promedio de las transacciones en las que demandan liquidez, es bajo (\$3,5 mil millones).

Al analizar las diferencias en indicadores de tamaño, rentabilidad y liquidez se observa que las entidades que actúan como acreedoras son más pequeñas, menos rentables y menos líquidas que las que demandan recursos. De la misma forma, al comparar el indicador de mora (IM) de ambos grupos se observa que los deudores netos tienen un menor nivel de riesgo de crédito en su cartera. Estos resultados son similares a los obtenidos por Cocco et al. (2009), quienes afirman que los bancos más pequeños y menos rentables encuentran más atractivo prestar fondos en el mercado interbancario, dado que sus oportunidades de inversión son más limitadas.

Para medir la liquidez de las entidades se utilizó el indicador de riesgo de liquidez, IRL, el cual se construye como una brecha entre los activos líquidos que posee la entidad y el requerimiento neto de liquidez calculado para un horizonte de tiempo de siete días <sup>4</sup>. En vista de que los niveles de liquidez de la entidad dependen de su oferta neta en el mercado interbancario se utiliza un indicador de liquidez en el que se deduce dicho monto. Finalmente, dado que la brecha de liquidez puede depender del tamaño de la entidad analizada se hace uso del IRL escalado por activos totales:

$$IRL_{7 \text{ días}} = \frac{\text{Activos líquidos} - \text{Requerimiento neto de liquidez} - \text{Flujos provenientes del interbancario}}{\text{Activos totales}}$$

Como se observa en el Cuadro 2, las entidades que actúan como acreedores netos en el interbancario tienen niveles de liquidez inferiores a los observados en los deudores netos. En promedio, el IRL ajustado para el grupo de acreedores netos es de 16,9 %, mientras que para los deudores netos es de 23,9 %.

## 2.2. Análisis de componentes principales

En la sección anterior se presentaron las estadísticas descriptivas de las variables de desempeño más relevantes de las entidades del MINC que se estudian en el presente documento. Se mostró que los agentes del interbancario se pueden distinguir como acreedores y deudores netos y que estos se diferencian al analizar indicadores de rentabilidad, tamaño, liquidez y de riesgo de crédito. No obstante, es importante también encontrar si existen similitudes y diferencias entre los participantes del MINC y determinar qué las explican. Para tal fin se hace uso del Análisis de Componentes Principales (ACP), pues permite estudiar simultáneamente a los individuos y a las variables, y encontrar patrones y relaciones.

El (ACP)<sup>5</sup> proporciona un conjunto de variables no correlacionadas, las cuales recogen la misma varianza del conjunto original de datos. Los llamados componentes principales se construyen como una combinación lineal de las variables iniciales, donde la ponderación que cada variable recibe aporta información acerca de su importancia relativa y su comportamiento en relación a las demás variables. Adicionalmente, el valor que es asignado por el método a cada observación permite apreciar la similitud global entre individuos. En esta sección se aplica el ACP sobre las variables del Cuadro 2, con el propósito de encontrar patrones y relaciones en los datos. En el Anexo A se presentan los aspectos teóricos más relevantes de este método estadístico multivariado.

---

<sup>4</sup>Aunque el indicador se calcula también para los horizontes de 15 y 30 días, se empleará aquí el horizonte de siete días ya que durante todo el período analizado se ha mantenido la restricción, por parte de la Superintendencia Financiera, de que este indicador debe ser positivo. En el caso del indicador a treinta días, la regulación sólo exige a las entidades mantenerlo en niveles superiores a cero desde diciembre de 2011.

<sup>5</sup>El método fue concebido por K. Pearson en 1901 y desarrollado de manera independiente por H. Hotelling en 1933. Siguiendo a Peña (2002), esta herramienta se utiliza comúnmente para reducir la dimensionalidad de un conjunto de variables. De acuerdo con Judge et al. (1988), permite la detección y corrección del problema de multicolinealidad cuando se estima un modelo lineal a través de la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (MCO), así como encontrar relaciones entre las variables, apreciar la similitud de las observaciones que componen la base e identificar grupos homogéneos o tipos de individuos (Escofier & Pages 1992).

CUADRO 3: Ponderaciones de cada componente principal

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6
IRL	-0,93	0,02	0,35	-0,01	-0,01	0,03
Activo	0,20	0,01	0,48	0,06	0,50	0,69
ROA	0,18	0,82	0,44	-0,06	-0,25	-0,17
IM	0,06	-0,10	0,22	-0,53	0,59	-0,55
Oferta.neta	-0,00	-0,05	-0,08	-0,84	-0,36	0,39
Inversiones sobre activo	-0,22	0,55	-0,63	-0,08	0,45	0,18
Desviación estándar	12,01	5,42	3,47	2,15	1,62	1,06
Proporción de la varianza	0,74	0,15	0,06	0,02	0,01	0,005
Proporción acumulada	0,744	0,89	0,96	0,98	0,99	1,00

Fuente: Cálculos de los autores.

El Cuadro 3 muestra las ponderaciones de las variables en cada componente. El primero de estos recoge el 74,4 % de la varianza de los datos originales, mientras que el segundo explica un 15 % adicional. El análisis se concentrará en estos dos componentes dada la alta proporción de la variabilidad de los datos que estos recogen. En el primer componente la variable que tiene mayor ponderación es el IRL, seguido de la proporción de activos correspondiente a inversiones, mientras que la oferta neta en el interbancario no es significativa. Se encuentra además que las ponderaciones del IRL y de las inversiones como proporción del activo tienen el signo contrario al de las demás variables dentro del componente. Esto se explica porque la correlación entre el IRL y las inversiones es positiva, mientras que el IRL guarda una correlación negativa con las demás variables. De esta forma, este componente distingue a las entidades con liquidez alta de las que presentan bajos niveles, pues se encuentra altamente explicado por el IRL y por su estructura de correlación con el resto de las variables.

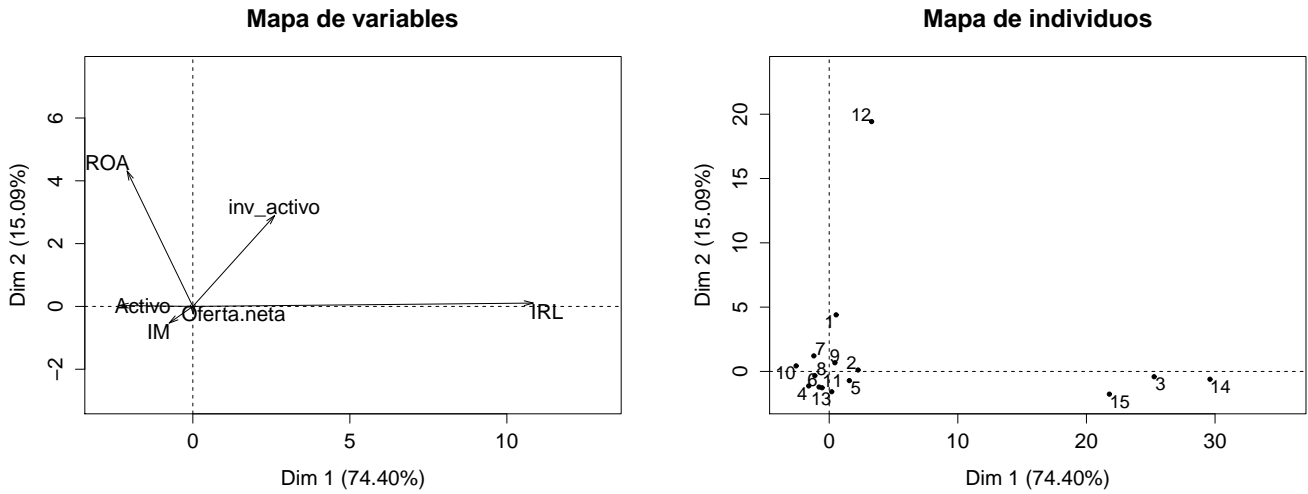
En el segundo componente la variable más importante es el ROA, seguida por la proporción de inversiones, mientras que la oferta neta y el IM tienen las ponderaciones más bajas. En la medida que la rentabilidad es la variable con el mayor peso en el componente, se esperaría que las entidades con mayor participación en este sean las más rentables.

Como se puede observar en el Gráfico 1, las entidades que se encuentran más a la derecha en el plano compuesto por los dos primeros componentes son las que tienen mayor liquidez, mientras que las que se ubican más arriba en el plano tienen mayores niveles de rentabilidad. El análisis de los individuos muestra que la mayoría de las entidades son relativamente similares en términos de las variables analizadas, pues un conjunto importante de estas se concentran en el origen. Por su parte, cuatro de ellas tienen características distintas a las demás: tres de ellas en términos de liquidez e inversiones como proporción del activo (3, 14 y 15) y una en cuanto a su rentabilidad (12). Por último, se destaca que la rentabilidad y la liquidez son dos factores que permiten discriminar a las entidades del MINC analizadas y que podrían ayudar a explicar la naturaleza de las relaciones que construyen, entre otros aspectos.

### 2.3. Preferencias de acreedores y deudores en el mercado interbancario

Uno de los objetivos de esta investigación es calcular indicadores que midan la intensidad de las relaciones de los agentes que participan en el mercado interbancario, pues así es posible caracterizar las interacciones de cada participante con el resto de los agentes, según el nivel de liquidez que otorga o recibe. Siguiendo a Cocco et al. (2009), en este trabajo se construyen dos indicadores para el caso colombiano: el índice de preferencia del deudor

GRÁFICO 1: Análisis de individuos y variables



Fuente: Cálculos de los autores.

Nota: 'Dim' denota componente principal.

(IPD) y el índice de preferencia del acreedor (IPA). Estos indicadores permiten identificar las preferencias que tienen las entidades a la hora de prestar o pedir prestado en el mercado interbancario.

Estos índices se calculan para dos entidades  $i$  y  $j$  que pueden encontrarse relacionadas o no. El primero de estos índices mide la preferencia de la entidad  $i$  para solicitar fondos (IPD), el cual se construye como la proporción de recursos demandados por esta y que fueron otorgados por la entidad  $j$  en el año.

$$IPD_{ij} = \frac{\sum_{m \in t} F_m^{i \leftarrow j}}{\sum_{m \in t} F_m^{i \leftarrow K}}, K = 1, \dots, i, \dots, n$$

Donde  $K$  es el conjunto de las entidades que participan en el MINC,  $F_m^{i \leftarrow j}$  es el monto que la entidad  $j$  presta a  $i$  en este mercado y  $F_m^{i \leftarrow K}$  es el monto total demandado por  $i$ .

Por su parte, el índice de preferencias del acreedor  $IPA$  se construye como la proporción de fondos prestados por  $i$  en el mercado interbancario, que son destinados a la entidad  $j$ . Se define como:

$$IPA_{ij} = \frac{\sum_{m \in t} F_m^{i \rightarrow j}}{\sum_{m \in t} F_m^{i \rightarrow K}}, K = 1, \dots, i, \dots, n$$

Aunque la variación en los indicadores puede deberse no sólo a un cambio de preferencias de la entidad, sino a un cambio en las necesidades de liquidez de sus deudores y acreedores, puede observarse cierta persistencia en las proporciones analizadas, a partir de la evolución de las series del  $IPD$  y el  $IPA$  durante 2012. Lo anterior indica que las entidades concentran sus operaciones de financiación con un número reducido de contrapartes.

El Cuadro 4 presenta información de cada entidad en relación a su principal deudor y acreedor. Como se aprecia, dos entidades aparecen recurrentemente como principales acreedoras de las demás (6 y 9), mientras que los agentes 10 y 12 actúan como principales deudores en la mayoría de los casos.

CUADRO 4: Relaciones crediticias de los participantes del mercado interbancario

Entidad	Principal acreedor (monto)	N° de semanas en las que fue el principal acreedor	IPD promedio (principal acreedor)	Concentración en los tres principales acreedores.	N° de contrapartes con menos del 1% en el monto adeudado	Principal deudor	Semanas en las que fue el principal deudor	IPA promedio (principal deudor)	Concentración en los tres principales deudores	N° de contrapartes con menos del 1% en el monto prestado
1	6	28	22.5	69.0	4	10	52	48.7	73.2	6
2	1	46	49.3	76.5	6	10	52	28.5	67.0	4
3	2	31	34.1	67.8	4	10	35	22.2	51.8	6
4	6	22	28.9	70.7	8	15	23	15.9	33.3	4
5	9	40	24.0	73.4	6	4	36	30.7	47.5	5
6	11	25	20.4	63.8	4	10	35	27.3	55.8	2
7	9	52	51.6	78.6	7	10	52	58.3	76.7	5
8	9	42	37.6	69.8	5	7	29	21.9	52.3	4
9	1	22	20.5	39.7	9	7	51	41.1	76.6	5
10	11	41	31.6	57.1	5	12	27	17.5	38.2	6
11	1	27	20.4	42.2	6	8	46	11.5	20.9	6
12	2	50	43.5	78.4	8	15	52	31.6	47.0	12
13	6	32	33.1	94.2	7	12	52	9.6	27.7	5
14	3	24	17.3	38.8	7	3	37	4.0	6.5	12
15	2	18	19.7	55.1	7	12	52	16.1	72.8	8
Promedio		<b>33.3</b>	30.3	65.0	6		<b>41.3</b>	25.7	49.8	6

Fuente: cálculos de los autores.

Para examinar la persistencia de las relaciones de las entidades con su principal contraparte se calculó el número de semanas en 2012 en las que fue identificada como principal acreedora o deudora. Los resultados indican que las relaciones entre las entidades son muy persistentes; el principal deudor de una entidad se mantiene en esta posición por 41 semanas en promedio, mientras que el principal acreedor se mantiene por 33 semanas en promedio<sup>6</sup>. Se observa además que los tres principales acreedores de una entidad le otorgan en promedio el 65% de los recursos demandados, mientras que una entidad ofrece en promedio el 49,8% de su liquidez a sus tres principales deudores.

A su vez, existe un número de contrapartes con las que las entidades registran un número muy reducido de transacciones. En promedio, cada entidad tiene 6 contrapartes con participación inferior al 1% en el monto total adeudado<sup>7</sup>.

### 3. Relaciones crediticias y sus determinantes

En esta sección se identifican las características de las entidades que podrían explicar su decisión de prestar o pedir prestado a determinada contraparte en el interbancario no colateralizado. Para medir la intensidad de las relaciones crediticias se utiliza el índice de preferencia del deudor,  $IPD_{ij}$  y el índice de preferencia del acreedor,  $IPA_{ij}$ , presentados en la sección anterior. Estos indicadores se explican en función de características de las entidades haciendo uso de la *regresión beta*.

<sup>6</sup>La entidad 10 es la que aparece en la mayoría de los casos como principal deudor de las demás. Este agente se mantuvo en esta posición por 45 semanas en promedio.

<sup>7</sup>Un análisis preliminar de la base de datos muestra que en algunos casos las transacciones entre las entidades son de carácter esporádico, lo que da origen a una participación en el monto transado muy cercana a cero para algunas contrapartes. Por esta razón se contabilizaron aquellas cuya participación es inferior a 1%.

### 3.1. Metodología

Las especificaciones que se estiman plantean una relación lineal entre el *IPD* y el *IPA* en función de un conjunto de indicadores informativos (IFI) de las entidades financieras analizadas con operaciones en el interbancario. Siendo el indicador de interés la variable dependiente,  $Y$ , el modelo teórico se define como:

$$Y_i = f(IFI) + \eta_i, \forall i = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$Y_i = X_i' \beta + \eta_i, \eta_i \sim (0, \sigma^2) \quad (2)$$

donde  $X_i$  es una matriz de indicadores cuya dimensión es  $(n \times K)$ ,  $\beta$  es un vector de parámetros desconocidos con dimensión  $(K \times 1)$  y  $\eta$  es un vector de perturbaciones aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. De manera específica, las ecuaciones a estimar son las siguientes:

$$IPD_{ij} = \beta_0 + \sum_{s=i,j} \beta_1^s \overline{ACT}_s + \beta_2^s \overline{ROA}_s + \beta_3^s \overline{IRL}_s + \beta_4^s \overline{IM}_s + \beta_5^s \overline{INV}_s + \beta_6 \theta_{ij} + \eta_{ij} \quad (3)$$

$$IPA_{ij} = \beta_0 + \sum_{s=i,j} \beta_1^s \overline{ACT}_s + \beta_2^s \overline{ROA}_s + \beta_3^s \overline{IRL}_s + \beta_4^s \overline{IM}_s + \beta_5^s \overline{INV}_s + \beta_6 \theta_{ij} + \eta_{ij} \quad (4)$$

Cabe señalar que a diferencia de lo realizado por Cocco et al. (2009), cuya especificación involucra el uso de series de tiempo, en este documento las estimaciones corresponden a un corte transversal en el que se utiliza el promedio de las variables de interés durante 2012. Como se señaló en la sección anterior, las relaciones entre las entidades que participan en el interbancario, al igual que las variables financieras utilizadas en el modelo son relativamente estables en el corto plazo.

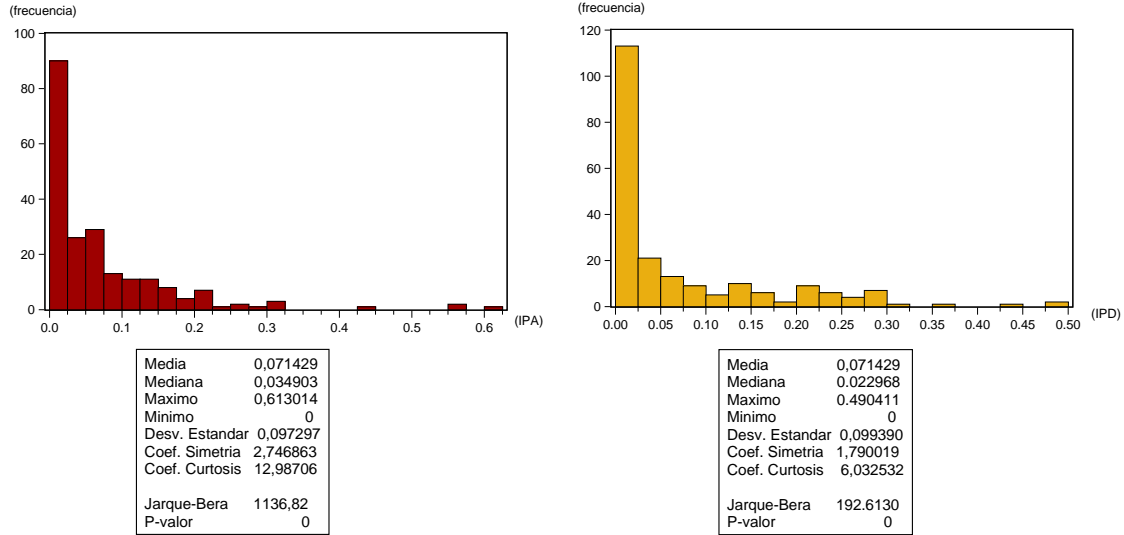
Los indicadores *IPD* e *IPA* están definidos para cada una de las posibles parejas de entidades en el mercado interbancario. Estas medidas se presentan en función de las características de  $i$ , que denota al acreedor, y de  $j$  que corresponde al deudor en cada transacción. En el modelo  $\overline{ACT}$  es el activo total de la entidad,  $\overline{ROA}$  es la rentabilidad sobre el activo,  $\overline{IRL}$  es el indicador de riesgo de liquidez,  $\overline{IM}$  es el indicador de mora de la cartera de créditos de la entidad e  $\overline{INV}$  son las inversiones como proporción del activo.

El parámetro  $\theta_{ij}$  es la correlación entre el IRL de la entidad acreedora y el de la entidad deudora. Cocco et al. (2009) señalan que cuando la correlación es negativa, los bancos que necesitan recursos líquidos van a fondearse con entidades que posiblemente tengan excedentes de liquidez. Al respecto, Allen & Gale (1998) muestran que cuando los bancos son financiados por entidades con los que la correlación de sus choques de liquidez es baja, la estructura es menos susceptible al riesgo de contagio.

Es importante notar que en el modelo planteado la variable dependiente se encuentra acotada en el intervalo  $[0,1]$ , lo cual no permite una estimación como una forma funcional lineal. Adicionalmente, como se muestra en el Gráfico 2, tanto el *IPD* como el *IPA* son variables sesgadas y con colas pesadas. De esta forma, esta condición induciría directamente a heteroscedasticidad en el modelo, y en caso de que se estimara por MCO, se violaría el supuesto de que la variable dependiente no se encuentre acotada en un intervalo de la forma  $[a,b]$ .

De esta forma, se hace uso de la *regresión beta* para llevar a cabo las estimaciones de 3 y 4. Siguiendo a Papke & Woolridge (1996), la regresión beta es una alternativa razonable de estimación de modelos lineales en caso de que la variable dependiente sea acotada y su distribución sea asimétrica. En este enfoque, se supone que la variable a explicar puede ajustarse a una distribución beta y que se encuentra acotada en (0,1). Los aspectos teóricos más relevantes de la *regresión beta* pueden consultarse en el Anexo B. En este aparte, se presentarán los aspectos más relevantes de la distribución beta siguiendo a Ferrari & Cribari-Neto (2004) y Wackerly et al. (2002).

GRÁFICO 2: IPA e IPD con estadísticas descriptivas



Fuente: Cálculos de los autores.

Una variable aleatoria  $Y$  se ajusta a una distribución de probabilidad beta con parámetros  $(\alpha, \beta)$ , ambos estrictamente mayores que cero, si y solo si su función de densidad corresponde a:

$$f(y; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} y^{(\alpha-1)}(1 - y)^{(\beta-1)}, \quad 0 < y < 1 \quad (5)$$

donde  $\Gamma(\cdot)$  es la función de densidad de la distribución *Gamma*.

Siguiendo a Ferrari & Cribari-Neto (2004), con el fin de formular un modelo de regresión a la media de la variable de respuesta (que es una proporción) en función de variables junto a un parámetro de precisión, es indispensable reescribir la expresión en 5. Se define  $\mu$  como la razón  $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ , y denota el parámetro de la media de la distribución beta. Por su parte el parámetro de la volatilidad o precisión  $\phi$ , como se conoce en la literatura, corresponde a la suma de los parámetros originales, *i.e.*  $\phi = \alpha + \beta$ . En términos de estos parámetros, se puede verificar que:

$$E(y) = \mu \quad (6)$$

$$Var(y) = \frac{V(\mu)}{1 + \phi} \quad (7)$$

Donde  $V(\mu) = \mu(1 - \mu)$ . De esta forma, se reescribe la función de densidad de una variable aleatoria beta, incorporando los nuevos parámetros  $(\mu, \phi)$  como se presenta a continuación:

$$f(y; \mu, \phi) = \frac{\Gamma(\phi)}{\Gamma(\mu\phi)\Gamma(\phi(1-\mu))} y^{(\mu\phi-1)}(1-y)^{\phi(1-\mu)-1}, \quad 0 < y < 1 \quad (8)$$

En línea con lo planteado por Ferrari & Cribari-Neto (2004) y Wackerly et al. (2002), la variable de respuesta, que se supone es aleatoria y beta, se encuentra acotada en (0,1). En este trabajo el *IPD* y el *IPA* no cumplen este supuesto, pues pueden tomar el valor de cero o uno. Por ejemplo, en caso que la entidad  $i$  reciba la totalidad de fondos que  $j$  otorga en el MINC, el  $IPD_{ij}$  tomará el valor de 1. De manera análoga, si el acreedor  $i$  no destina fondos al deudor  $j$ , pero sí al resto de entidades del mercado, entonces el *IPA* entre estos agentes es cero. Teniendo en cuenta lo anterior, y para poder aplicar la metodología de *regresión beta*, es necesario transformar la variable  $y$  en  $\tilde{y} = \left(\frac{y(n-1)-0.5}{(n)}\right)$ , donde  $n$  es el número de observaciones<sup>8</sup>.

### 3.2. Resultados

A continuación se presentan los resultados de las estimaciones de (3) y (4), al igual que los resultados de las pruebas de ajuste. El Cuadro 5 presenta los resultados de la regresión para el conjunto de entidades que participan en el interbancario, distinguiendo para el *IPD* y el *IPA*.

En general, se encuentra que las características del acreedor explican las preferencias de una entidad para fondearse, mientras que las variables del deudor determinan la decisión de otorgar liquidez. Se observa que las entidades presentan una mayor preferencia para realizar transacciones (de fondeo u ofrecimiento de liquidez) con entidades más grandes. De esta forma, existe una relación positiva entre los índices de preferencia de la entidad  $i$  y el activo de sus contrapartes  $j$ .

Por su parte, al analizar la relación del *IPD* y el *IPA* con el *IM* de la contraparte, se encuentra en el primer caso que las entidades prefieren fondearse con aquellas que presentan mayores niveles de riesgo de crédito, mientras que en el segundo, los agentes estarían más dispuestos a otorgar sus recursos líquidos a los participantes menos riesgosos. En efecto, como se mencionó en la sección 2, los acreedores netos del interbancario tienen en promedio mayores niveles de *IM* que los deudores netos. En línea con lo expuesto por Cocco et al. (2009), este resultado se explica por un mayor interés de las entidades más riesgosas en colocar el excedente de sus recursos líquidos en el mercado interbancario, mientras que aquellas con menor *IM* estarían interesadas en demandar más liquidez.

De manera similar a lo que sucede con el activo, la liquidez de las entidades (medida a través del *IRL*), tiene una relación positiva con los índices de preferencia. Cabe recordar que el *IRL* utilizado en este trabajo no incluye los flujos provenientes o destinados al mercado interbancario, con lo cual, niveles altos de esta medida no reflejan las transacciones que ocurren en este. Al respecto, los resultados muestran que los principales acreedores de una entidad tienen mayores niveles de *IRL*, en relación al resto de sus contrapartes. A su vez, los deudores que canalizan la mayor parte de la oferta de una entidad, son los más líquidos. Finalmente, las entidades que tienen una participación alta de sus inversiones en el total de activo, participan en menor medida en los montos adeudados y prestados de las demás, pues tanto el *IPA* como el *IPD* tienen una relación negativa con esta variable  $\left(\frac{\text{Inversiones}}{\text{Total del activo}}\right)$ .

<sup>8</sup>Esta transformación es recomendada por Smithson & Verkuilen (2006)

CUADRO 5: Resultados de regresión beta para *IPA* e *IPD*

	<i>IPD</i>	<i>IPA</i>
Modelo para la media ( $\mu$ )		
(Intercepto)	-39.63*** (5.60)	-32.37*** (5.38)
Oferta neta (acreedor)	0.04*** (0.01)	0.01 (0.01)
Oferta neta (deudor)	0.01 (0.01)	-0.02* (0.01)
Activo (acreedor)	0.86*** (0.13)	0.16 (0.11)
Activo (deudor)	0.33** (0.11)	0.85*** (0.12)
ROA (acreedor)	-33.74*** (4.27)	-11.20** (4.29)
ROA (deudor)	-11.61* (4.68)	-13.73** (4.84)
IM (acreedor)	8.95* (3.76)	5.73 (3.58)
IM (deudor)	0.66 (3.75)	-15.89*** (4.53)
Correlación del IRL	0.09 (0.21)	-0.14 (0.22)
IRL sobre activos (acreedor)	0.92** (0.32)	0.44 (0.36)
IRL sobre activos (deudor)	0.33 (0.51)	2.24*** (0.47)
Inversiones sobre activo (acreedor)	-0.15 (0.50)	-0.97* (0.46)
Inversiones sobre activo (deudor)	0.48 (0.47)	0.73 (0.49)
Modelo para el término de precisión ( $\phi$ )		
(Intercepto)	27.89*** (4.83)	3.87 (4.32)
Oferta neta (acreedor)	-0.04** (0.02)	- -
Activos (acreedor)	-0.84*** (0.15)	-0.23* (0.10)
ROA (acreedor)	51.24*** (7.68)	- -
Activo (deudor)	- -	-0.31** (0.10)
Inversiones sobre activo (acreedor)	1.42*** (0.76)	23.08*** (0.63)
Pseudo R <sup>2</sup>	0.32	0.35
Log Verosimilitud	410.34	416.79
Núm. obs.	207	207

\*\*\*  $p < 0.001$ , \*\*  $p < 0.01$ , \*  $p < 0.05$ 

Fuente: cálculos de los autores.

Una de las ventajas de la *regresión beta* es que permite modelar la dispersión de la variable dependiente como una función lineal de la media condicional de las variables del modelo. Los resultados del Cuadro 6 muestran que para los deudores con mayores niveles de activos e *IM*, sus niveles de *IPD* son más volátiles. Lo anterior sugiere que las entidades más grandes tienden a diversificar en mayor medida sus fuentes de fondeo, con lo que las participaciones de cada contraparte en el monto adeudado tienden a ser menos heterogéneas. Por su parte, el nivel de activos del deudor tiene un efecto negativo sobre la variabilidad del *IPA*, pues un menor tamaño de la contraparte genera incertidumbre en el acreedor para otorgar liquidez. Finalmente, en cuanto a la proporción de las inversiones en el activo total, su efecto sobre la dispersión de los índices de preferencia es positivo y estadísticamente significativo. Las entidades con una mayor proporción de sus inversiones en el total del activo tienden a concentrar sus transacciones con un número reducido de contrapartes.

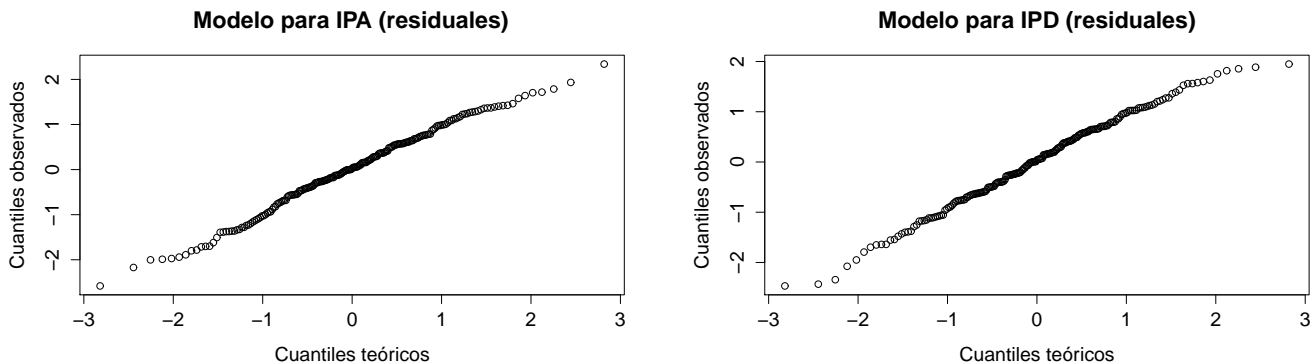
Cabe mencionar que la variable dependiente se ajusta teóricamente a una distribución beta, y por tanto los residuos del modelo no cumplen con los supuestos de normalidad y homoscedasticidad. Teniendo en cuenta lo anterior, las pruebas de *Jarque – Bera*, *Breusch – Pagan* y el *Quantile – Quantile plot* se realizaron sobre las perturbaciones ponderadas (y que se definen formalmente en el Anexo B), siguiendo la metodología propuesta por Espinheira et al. (2008). Los resultados se presentan a continuación. Como se puede observar en el Cuadro 6, las perturbaciones cumplen con los supuestos de normalidad y varianza constante, pues la probabilidad de rechazar incorrectamente la hipótesis nula (*p – valor*) de las pruebas de *Jarque – Bera* y *Breusch – Pagan* es significativamente mayor al nivel de confianza considerado (5%). Adicionalmente, al comparar la distribución empírica de las perturbaciones con la teórica para una distribución normal estándar, se encuentra una relación aproximadamente lineal en el *Quantile – Quantile plot*, lo cual permite concluir que los residuos de las estimaciones son normales (3).

CUADRO 6: Pruebas de ajuste sobre las perturbaciones estimadas de los modelos (3) y (4).

Nombre prueba	Modelo para <i>LPI</i>		Modelo para <i>BPI</i>	
	Estadístico	P-valor	Estadístico	P-valor
Jarque-Bera (Normalidad)	3.065	0.216	11.750	0.548
Breusch-Pagan (Homoscedasticidad)	2.626	0.269	13.722	0.394

Fuente: Cálculos de los autores.

GRÁFICO 3: *Q – Q plot* de los residuos estimados para los modelos en (3) y (4) y para la distribución normal.



Fuente: Cálculos de los autores.

## 4. Riesgo de contagio en el mercado interbancario

En esta sección se analizan los efectos que tienen las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio en el mercado interbancario, siguiendo el modelo propuesto por Estrada & Morales (2009). Para estos autores, este riesgo se define como la posibilidad de que la demanda de liquidez de una entidad no sea satisfecha en el MINC, debido a que los oferentes de estos recursos han sido afectados por choques inesperados. En consecuencia, las entidades con mayor exposición al riesgo de contagio son las que dependen en mayor medida de los recursos provistos por el mercado interbancario para enfrentar sus requerimientos de corto plazo, es decir, aquellas que cuentan con menores activos líquidos para respaldar dichas obligaciones.

El modelo supone que las entidades enfrentan un choque de liquidez simultáneamente, el cual podría generar disminuciones en su oferta de recursos líquidos. Esta situación haría a su vez que algunos participantes del mercado no logran satisfacer su demanda inicial de recursos. Para encontrar la oferta de liquidez insatisfecha se resuelve un problema de optimización lineal en el cual se encuentra la pérdida asociada a la reducción de la oferta original de liquidez de cada entidad, ante la ocurrencia de un choque para cada semana del período de análisis:

$$\text{mín} \sum_i^N \sum_j^N \text{costo}_{ij} \text{ons}_{ij} \quad (9)$$

$$\text{s.a. } \text{ons}_{ij} \leq O_{ij} \forall i \in N, j \in N \quad (10)$$

$$O_j = \sum_j^N \text{ons}_{ij} \quad (11)$$

Donde  $\text{costo}_i$  es el costo de reducir la oferta de liquidez de la entidad  $i$  a la entidad  $j$ ,  $\text{ons}_{ij}$  es la oferta de liquidez que la entidad  $i$  deja de proveer a la entidad  $j$  y  $O_i$ , es la oferta total de liquidez de la entidad  $i$ . Como resultado se obtiene la respuesta óptima de las entidades en relación al monto que dejan de ofrecer a cada una de sus contrapartes.

La variable  $\text{costos}_{ij}$  es aleatoria en el modelo de Estrada & Morales (2009), por lo que la oferta y demanda no satisfechas son obtenidas a partir del promedio de mil simulaciones para cada semana. Esto indicaría que las entidades son indiferentes a la hora de reducir su oferta de liquidez a sus contrapartes. Este supuesto es coherente en la medida en que el modelo propuesto por los autores utiliza información del mercado SEN, en el que las transacciones se realizan de manera anónima.

No obstante, el análisis desarrollado en secciones anteriores muestra que en el MINC existen relaciones estables entre las entidades y sus principales deudores y acreedores. Por tanto, con el propósito de incluir estas consideraciones se incorpora el índice de preferencia del deudor ( $IPD$ ), esta vez, calculado a partir el número de transacciones<sup>9</sup>. Esta variable contiene información adicional a la variable de decisión en el problema de optimización, y permite medir la dependencia que tienen las entidades respecto a sus principales acreedores.

Esta modificación a la función objetivo de la formulación original, parte del supuesto de que reducir la liquidez hacia los principales acreedores en determinado momento podría comprometer los flujos futuros provenientes de esas contrapartes, lo que se traduciría en un costo mayor de no entregar fondos en el MINC. Por el contrario, un

<sup>9</sup>En secciones anteriores se ha empleado el indicador  $IPD$  calculado a partir del monto de las transacciones. En este ejercicio no es posible incluirlo ya que contiene la misma información que la variable de decisión en el problema de optimización. Como alternativa se utilizará el  $IPD$  calculado a partir del número de transacciones, el cual aporta información similar al calculado a partir del monto, pues el coeficiente de correlación lineal entre estas dos variables es de 67,3%.

IPD bajo indica que la contraparte no es una fuente de fondeo usual, por lo que la entidad estaría más dispuesta a disminuir su oferta de liquidez.

Una de las ventajas de este documento frente al ejercicio estimado por Estrada & Morales (2009) es la posibilidad de medir el riesgo de liquidez utilizando el IRL, ya que este indicador permite medir con mayor precisión los requerimientos netos de liquidez en el corto plazo. Lo anterior permite incluir algunos aspectos propios de una situación de poca liquidez en los mercados en el choque que se aplicará a cada entidad. Siguiendo la metodología propuesta por el comité de Basilea (*Basel III: International framework for liquidity risk measurement, standards and monitoring* 2010), el choque sobre la liquidez de las entidades incorpora los siguientes elementos propios de una situación de poca liquidez<sup>10</sup>:

- Retiro de una proporción importante de depósitos.
- Pérdida parcial de la capacidad de fondearse a través operaciones de mercado y aumento en la volatilidad que afecta la calidad del colateral. Lo anterior se refleja en mayores *haircuts* a los títulos utilizados para respaldar las operaciones
- Aumento en el flujo de egresos contractuales que puede surgir de una baja en la confianza del público hacia la entidad, mediante una disminución en las renovaciones de CDT.
- Incremento en la materialización del riesgo de crédito. Este evento se incluye en el IRL mediante un aumento en el IM, el cual reduce los ingresos provenientes por pago de la cartera.

El IRL estresado se construye utilizando las máximas deducciones reportadas entre diciembre de 2009 y el mismo mes de 2012 para cada componente, las cuales se presentan en el Cuadro 7:

CUADRO 7: Deducciones aplicadas al IRL para representar un choque de liquidez

	Deducción aplicada (porcentaje)
Porcentaje de CDT no renovados	57,1
Deducción aplicada a activos líquidos en moneda legal ( <i>haircut</i> )	10,6
IM reportado en cada semana	2,0
Retiro de depósitos	15,1

Fuente: Cálculos de los autores.

Finalmente, Estrada & Morales (2009) proponen como indicadores de riesgo de contagio, por una parte, el número de entidades que reducen su oferta de liquidez a raíz del choque, es decir aquellas con oferta no satisfecha (ONS), y por otra, el total de entidades que no pueden cubrir su demanda original de recursos a través del MINC y por ende se enfrentan a una demanda no satisfecha (DNS).

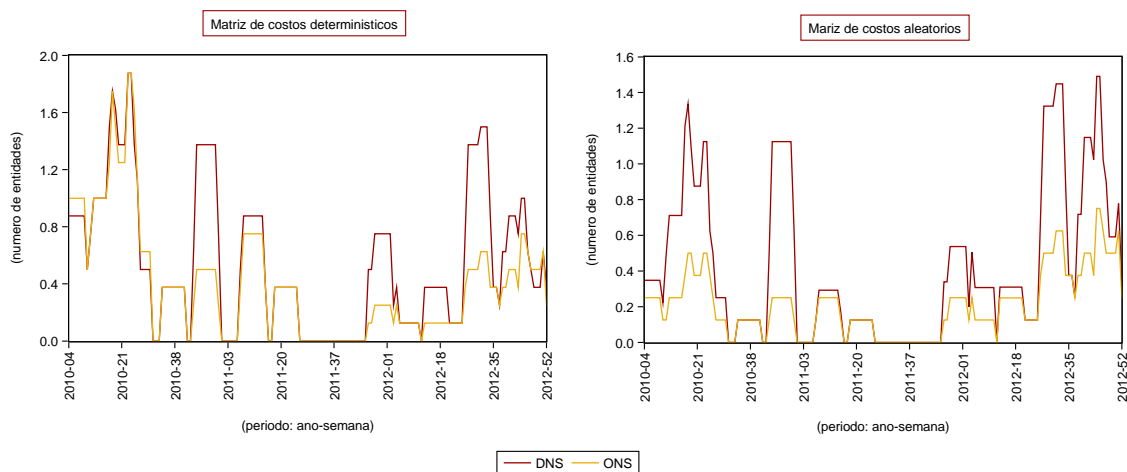
#### 4.1. Indicadores de riesgo de contagio

En el Gráfico 4 se presenta el número de entidades que redujeron su oferta de liquidez a raíz del choque y el número de entidades cuya demanda de liquidez fue insatisfecha. En vista de la volatilidad de estos indicadores se presentan los promedios móviles de ocho semanas. Como se observa, el número de entidades afectadas por el choque en el IRL

<sup>10</sup>El choque de liquidez utilizado en este ejercicio es similar al expuesto en el *Reporte de Estabilidad Financiera* de septiembre de 2012.

es reducido, principalmente en el escenario de costos aleatorios, en el cual el número máximo de entidades con ONS es de 0,75, mientras que para aquellas con DNS esta cifra se ubica en 1,5. Cabe resaltar que durante el segundo semestre de 2011, el choque de liquidez no tiene un efecto negativo en el conjunto de entidades analizadas, en la medida que ninguna de estas presenta reducciones en su oferta de liquidez. Sin embargo, durante 2012 se observa que en los dos ejercicios, cuando se utilizan costos aleatorios y determinísticos, el número de entidades con DNS se incrementa significativamente, alcanzando un pico durante el tercer trimestre de 2012.

GRÁFICO 4: Número de entidades con oferta y demanda no satisfechas de liquidez - promedio móvil de ocho semanas



Fuente: Cálculos de los autores.

En ninguno de los dos casos el número de entidades promedio que se ven afectadas por el choque de liquidez es mayor a dos en una semana, al tiempo que el monto observado después del choque (monto estresado) es similar durante varias semanas, al original (ver Anexo C). Lo anterior obedece a que las tenencias de activos líquidos de las entidades analizadas son suficientes para absorber el choque, sin afectar los flujos que se transan en el interbancario. A la luz de los resultados, es importante resaltar que la introducción del IRL como parte de las herramientas de manejo del riesgo de liquidez, obliga a las entidades a contar con un acervo mayor de recursos líquidos que sea suficiente para mitigar los efectos adversos de una situación de estrés.

Al comparar los resultados del ejercicio que supone que las relaciones en el interbancario ocurren de manera aleatoria, con el que tiene en cuenta la estructura observada en el MINC (medida a través del *IPD*), se encuentra que el riesgo de contagio en el segundo caso es mayor. En efecto, el número de entidades con ONS y DNS es más alto y la brecha entre ambos indicadores no es tan amplia. El supuesto que subyace a la estructura del mercado cuando la matriz de costos del problema de optimización es aleatoria, es que las entidades diversifican sus fuentes de fondeo, mientras que al modelar los costos de reducir la oferta dentro de la función objetivo, utilizando el *IPD*, se introduce un alto nivel de dependencia hacia algunos acreedores. De acuerdo con lo expuesto por Allen & Gale (1998), esta estructura es más propensa al riesgo de contagio en condiciones estresadas.

A continuación se compara la magnitud del choque, en términos de monto, para el sistema y para cada entidad. Los Cuadros 8, 9, 10 y 11 muestran el monto de la oferta que dejó de ofrecerse en el MINC a raíz del choque, y de la demanda no satisfecha de liquidez por entidad y a nivel agregado, para ambos ejercicios.

De nuevo, los resultados son consistentes con un mayor riesgo de contagio en el escenario en el que los costos de reducir la oferta se modelan utilizando la estructura observada en el MINC. Los montos totales de ONS y DNS en

esta situación son mayores, alcanzando un valor de \$4,5 billones durante todo el período analizado. En contraste, al incluir los costos según lo propuesto por Estrada & Morales (2009), la reducción de la oferta es menor y asciende a \$3,6 billones. Este resultado confirma que la mayor concentración en determinadas fuentes de fondeo genera una mayor materialización del riesgo de contagio en el primer caso, en comparación con el esquema donde las entidades no restringen la obtención de sus recursos a un conjunto específico de acreedores.

A su vez, cuando se analizan los resultados por entidad, se encuentra que un mayor número de entidades reduce su oferta de liquidez en el escenario de no aleatoriedad en los costos de reducir la oferta en el MINC. En particular, las entidades con menor rentabilidad y niveles más altos de liquidez son las más vulnerables al choque.

Los principales acreedores del MINC y que se identificaron como tal en el análisis descriptivo de los datos no reducen de manera importante su oferta de liquidez. No obstante, el principal deudor del sistema (Entidad 10) es la entidad que, en términos de monto, tendría la mayor demanda insatisfecha.

En síntesis, cuando se incorpora la estructura de mercado en el análisis del riesgo de contagio se encuentra que el sistema es más vulnerable ante un choque simultáneo en la liquidez de los participantes. En consecuencia, los hallazgos de este documento resaltan la importancia de incluir las relaciones crediticias que surgen entre los participantes del interbancario en el análisis de riesgo de contagio, pues permite medir con mayor precisión los efectos de un choque de liquidez inesperado.

## 5. Conclusiones

En este documento se analizan las relaciones crediticias presentes en el mercado interbancario no colateralizado, sus determinantes y sus posibles efectos sobre el riesgo de contagio en este escenario, utilizando información del CUD para el período entre diciembre de 2009 y el mismo mes de 2012.

Se midieron las preferencias de los participantes en relación a sus principales deudores y acreedores, mediante los indicadores *IPD* e *IPA*, sugeridos por Cocco et al. (2009). Posteriormente se analizaron las características de los deudores y acreedores que explican estas relaciones, mediante un modelo de regresión beta. Finalmente, para analizar los efectos que tienen las relaciones crediticias entre las entidades sobre el riesgo de contagio, se realizó un ejercicio similar al propuesto por Estrada & Morales (2009) en el que se tuvieron en cuenta las interacciones de los participantes en el MINC.

En el análisis descriptivo se incluyeron medidas de rentabilidad, liquidez y tamaño de los participantes, así como indicadores que miden su nivel de preferencia hacia un acreedor o deudor particular. Los resultados muestran que los acreedores netos son entidades de menor tamaño, menos rentables y menos líquidas que los deudores netos. Este resultado es similar al obtenido por Cocco et al. (2009), quienes sugieren que las entidades menos rentables y de menor tamaño tienen posibilidades de inversión más limitadas, por lo que resulta más atractivo para estas prestar sus fondos en el mercado interbancario. En cuanto a los indicadores que miden la preferencia de las entidades para realizar transacciones en el MINC, se observa los agentes tienen relaciones relativamente estables con sus principales contrapartes y que tienden a concentrar sus operaciones con un número reducido de estas. Lo anterior es consistente con los resultados de los modelos de regresiones beta estimados: menores niveles de rentabilidad del acreedor están asociados a una mayor importancia de este como fuente de fondeo, mientras que las entidades prefieren prestar a aquellas que tienen niveles de liquidez más altos.

Al analizar la concentración de los montos prestados o adeudados en el interbancario por parte de cada entidad, se encontró que las entidades de mayor tamaño tienden a fondearse utilizando un mayor número de acreedores,

mientras que las más pequeñas concentran sus requerimientos en un número reducido de contrapartes. De acuerdo con lo señalado por Allen & Gale (1998), esta estructura podría generar una mayor fragilidad para las entidades más pequeñas en caso de un choque inesperado que reduzca la oferta disponible en el interbancario. También se observó que las entidades con mayor participación de las inversiones en el activo tienden a concentrar sus transacciones con un número reducido de contrapartes.

Finalmente, cuando se analizan los efectos que tienen estas relaciones en la materialización del riesgo de contagio en el MINC, se encuentra que el sistema es más vulnerable ante un choque simultáneo en la liquidez de los participantes, frente a un escenario en que las relaciones entre las entidades se asumen como aleatorias. Los resultados encontrados resaltan la importancia de incluir las relaciones crediticias que surgen entre los participantes del interbancario en el análisis de riesgo de contagio, pues esto permite medir con mayor precisión los efectos de un choque de liquidez inesperado.

Por último, futuros trabajos acerca del riesgo de contagio en el mercado interbancario podrían apuntar a identificar cuáles son las entidades que representan un mayor riesgo para el sistema, dada su importancia relativa como fuentes de fondeo o como deudores. Adicionalmente, los ejercicios que midan la exposición al riesgo de contagio de los participantes del interbancario, y que se desarrollan en este trabajo, deben incorporar una medida de costos de reducir la oferta de liquidez que reconozca la dinámica de las relaciones a través del tiempo.

## Referencias

- Acharya, V. V., Gromb, D. & Yorulmazer, T. (2012), 'Imperfect competition in the interbank market for liquidity as a rationale for central banking', *American Economic Journal: Macroeconomics* 4(2), 184–217.  
\*<http://ideas.repec.org/a/aea/aejmac/v4y2012i2p184-217.html>
- Allen, F. & Gale, D. (1998), *Financial contagion*, Technical report.
- Basel III: International framework for liquidity risk measurement, standards and monitoring* (2010), Technical report, Bank for International Settlements - Basel Committee of Banking Supervision.
- Bhattacharya, S. & Gale, D. (1987), 'Preference shocks, liquidity and central bank policy', *New Approaches to Monetary Economics*, Cambridge University Press pp. 69–88.
- Cardozo, P., Huertas, C. A., Parra, J. A. & Patiño, L. V. (2012), *Mercado interbancario colombiano y manejo de liquidez del banco de la república*, Borradores de Economía 673, Banco de la Republica de Colombia.  
\*<http://ideas.repec.org/p/bdr/borrec/673.html>
- Cocco, J. F., Gomes, F. J. & Martins, N. C. (2009), 'Lending relationships in the interbank market', *Journal of Financial Intermediation* 18(1), 24 – 48.  
\*<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1042957308000338>
- Dunteman, G. (1969), *Principal Component Analysis*, SAGE Publications, Inc.
- Escofier, B. & Pages, J. (1992), *Análisis factoriales simples y múltiples. Objetivos, métodos e interpretación*.
- Espinheira, P., Ferrari, S. & Cribari-Neto, F. (2008), 'On beta regression residuals', *Journal of Applied Statistics* 35(4), 619–632.  
\*<http://www.informaworld.com>

- Estrada, D. & Morales, P. (2009), 'La estructura del mercado interbancario y del riesgo de contagio en Colombia', *Estabilidad Financiera. Banco de España* **18**.
- Ferrari, S. & Cribari-Neto, F. (2004), 'Beta regression for modelling rates and proportions', *Journal of Applied Statistics* **31**(7), 799–815.
- Freixas, X., Martin, A. & Skeie, D. (2010), Bank liquidity, interbank markets and monetary policy, Working Papers 429, Barcelona Graduate School of Economics.  
\*<http://ideas.repec.org/p/bge/wpaper/429.html>
- Hosmer, D. & Lemeshow, S. (2000), *Applied Logistic Regression*, 2nd edn, John Wiley & Sons, Inc.
- Johnson, R. A. & Wichern, D. (1998), *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice Hall.
- Judge, G. G., Carter Hill, R., Griffiths, W., Lütkepohl, W. E. & Lee, T.-C. (1988), *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, 2nd edn, John Wiley & Sons, Inc.
- Kohler, U. & Luniak, M. (2005), 'Data inspection using biplots', *The Stata Journal* **5**(2), 208–223.
- Ladley, D. (2004), 'An economic model of contagion in interbank lending markets', *Leicester University, Working Paper No. 11-06* (11), 1–42.
- Papke, L. & Woolridge, J. (1996), 'Econometric methods for fractional response variables with an application to 401(k) plan participation rates', *Journal of Applied Econometrics* **11**, 619–632.
- Peña, D. (2002), *Análisis de datos multivariantes*, McGraw-HILL/INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U.
- Rawlings, J., Pantula, S. & Dickey, D. (1998), *Applied Regression Analysis: A Research Tool*, 2nd edn, Springer.
- Smithson, M. & Verkuilen, J. (2006), 'A better lemon squeezer? maximum-likelihood regression with beta-distributed dependent variables', (1), 54–71.
- Wackerly, D., Mendenhall III, W. & Scheaffer, R. (2002), *Estadística matemática con aplicaciones*, 6ta edn, Thomson.

## Apéndice A. Análisis de Componentes Principales

Sea una matriz  $\mathbf{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$  de dimensión  $n \times p$ , de tal manera que representa a  $p$  variables sobre  $n$  observaciones. Esta matriz tiene una matriz asociada de varianzas-covarianzas,  $\Sigma$ , cuya descomposición espectral arroja  $p$  valores propios positivos  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ . Siguiendo a Judge et al. (1988), las combinaciones lineales del sistema  $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$  se presentan a continuación:

$$Y_1 = \mathbf{a}'_1 \mathbf{X} = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p \quad (12)$$

$$Y_2 = \mathbf{a}'_2 \mathbf{X} = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2p}X_p \quad (13)$$

$$\dots \quad (14)$$

$$Y_p = \mathbf{a}'_p \mathbf{X} = a_{p1}X_1 + a_{p2}X_2 + \dots + a_{pp}X_p \quad (15)$$

$$(16)$$

Por otra parte, es posible demostrar algebraicamente que se satisfacen las siguientes expresiones:

$$Var(Y_i) = \mathbf{a}'_i \Sigma \mathbf{a}_i, \quad \forall i \in 1, 2, \dots, p \quad (17)$$

$$Cov(a_i, a_j) = \mathbf{a}'_i \Sigma \mathbf{a}_j, i \neq j, \quad \forall i, j \in 1, 2, \dots, p \quad (18)$$

Se puede notar que los componentes principales corresponden a las  $p$  combinaciones lineales  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$ , cuyas varianzas calculadas anteriormente deben ser máximas. Teniendo en cuenta lo anterior, se replantean los componentes principales como sigue:

- El primer componente es la combinación lineal definida por  $\mathbf{a}'_1 \mathbf{X}$  tal que se maximice  $Var(\mathbf{a}'_1 \mathbf{X})$  sujeto a que

$$\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = 1 \quad (19)$$

- El segundo componente corresponde a  $\mathbf{a}'_2 \mathbf{X}$ , cumpliéndose que  $Var(\mathbf{a}'_2 \mathbf{X})$  es máxima y que se satisfacen las siguientes dos restricciones:

$$\mathbf{a}'_1 \mathbf{a}_1 = 1 \quad (20)$$

$$Cov(\mathbf{a}'_i \mathbf{X}, \mathbf{a}'_j \mathbf{X}) = 0, k < i \quad (21)$$

El lector interesado en consultar cómo se deducen las expresiones 20 y 21 puede consultar Judge et al. (1988). Es de anotar que los componentes principales son variables icorreladas. Por otra parte, defínase  $\mathbf{P}' = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_p]$  como el vector transpuesto de los  $p$  componentes principales. A partir de esta definición,  $\Sigma$  puede redefinirse como sigue:

$$\Sigma = \mathbf{P}\Lambda\mathbf{P}' \quad (22)$$

donde,

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (23)$$

Es de precisar que  $\mathbf{e}_i$  denota el vector propio obtenido al descomponer  $\mathbf{\Sigma}$  y asociado al valor propio  $\lambda_i$ . Al calcular la traza de  $\mathbf{\Sigma}$ , usando su equivalencia anterior, se encuentra que:

$$tr(\mathbf{\Sigma}) = tr(P\mathbf{\Lambda}P') = tr(\mathbf{\Lambda})PP' = tr(\mathbf{\Lambda}) = \sum_{i=1}^p \lambda_i \quad (24)$$

De la misma manera,

$$\sum_{i=1}^p Var(\mathbf{X}_i) = tr(\mathbf{\Sigma}) = tr(\mathbf{\Lambda}) = \sum_{i=1}^p Var(Y_i) \quad (25)$$

Por tanto, se deduce que la proporción de la varianza (o variabilidad) de los datos original en  $\mathbf{X}$  y que explica que  $k$ -ésimo componente es equivalente a la siguiente razón:

$$\frac{\lambda_k}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}, \forall k \in 1, 2, \dots, p \quad (26)$$

En síntesis, a continuación se presentan algunos comentarios finales, que tienen como objetivo profundizar en algunos aspectos teóricos relevantes. En primer lugar, se puede notar que la obtención de los componentes principales es el resultado de la solución de un problema de optimización. Para cada ecuación del sistema,  $\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X}$ , la función objetivo se define en maximizar la varianza de la combinación lineal de las variables originales (contenidas en  $\mathbf{X}$ ) y que se encuentra sujeta (restringida) a que los coeficientes de  $\mathbf{A}$  tengan norma 1. Esto podría conllevar a un problema en la interpretación de los coeficientes del componente principal si en la práctica se trabaja con variables que tienen unidades de medida distintas.

Al respecto, Dunteman (1969) sustenta que aquellas variables con niveles altos de varianza tendrán asociados en los componentes los coeficientes (pesos) de mayor valor. Por lo tanto resulta conveniente estandarizar las variables y trabajar con la matriz de correlaciones  $\mathbf{R}$ , más no con la matriz de varianzas – covarianzas,  $\mathbf{\Sigma}$ . Por último, Johnson & Wichern (1998) demuestran que los valores y vectores propios (componentes principales) obtenidos de  $\mathbf{R}$  son diferentes a los derivados a partir de  $\mathbf{\Sigma}$ , pues la traza de la matriz de correlaciones teóricamente equivale a 1. Cabe resaltar que en el presente estudio, el ACP se aplicó sobre variables estandarizadas utilizando para cada variable de la muestra la siguiente forma de estandarización, siguiendo a Peña (2002):

$$z = \frac{x_j - medX_i}{MEDAX_i}, \forall i \in 1, 2 \dots p, \forall j \in 1, 2 \dots n \quad (27)$$

Donde  $med$  es el operador mediana, y  $MEDA$  es la mediana de las desviaciones absolutas  $|x_j - medX_i|$ . Según Peña (2002) este método se puede tomar como una estandarización robusta de las observaciones, pues la mediana es un estimador robusto del primer momento de los datos, mientras que la  $MEDA$  es una medida robusta de la dispersión.

En segundo lugar, Diaz (1992) menciona que los componentes principales deben cumplir con algunas propiedades deseables tales como independencia, normalidad y no correlación. En caso que la correlación entre las variables originales sea ausente o prácticamente despreciable, la aplicación de la técnica resulta infructífera, pues los componentes se corresponderían con cada variable por orden de magnitud en la varianza; es decir, la primera componente coincide con la variable de mayor varianza, la segunda componente con la variable de mayor varianza, y así sucesivamente. No se cumpliría con el objetivo de transformar variables originales que estén altamente correlacionadas en variables ortogonales.

Finalmente, el análisis gráfico es sumamente útil para la interpretación del ACP. El *biplot* es un gráfico de  $k$  ejes (cada uno representa un componente principal) y que permiten detectar estructuras de *clustering*, multicolinealidad y datos atípicos a nivel multivariado en un conjunto de observaciones (Kohler & Luniak 2005). Por lo general, el biplot es una representación cartesiana de dos o tres dimensiones, es decir, se espera que dos o tres componentes expliquen en conjunto la mayor proporción de la variabilidad de los datos. De esta forma, los ejes denotan a los componentes y las coordenadas tanto a las observaciones como a las variables. Es posible verificar que un gráfico *biplot* se cumplen las siguientes condiciones:

- La norma del vector formado entre las coordenadas de una variable y el origen del plano es una medida de la varianza o dispersión de la variable. Un valor alto de esta medida implica necesariamente una mayor variabilidad.
- El coseno del ángulo formado entre dos vectores (variables), es una aproximación de la correlación entre las variables. En el caso de representar a dos componentes en un *biplot*.
- Las distancias entre dos puntos del plano representan una medida de la distancia entre las observaciones originales. A mayor valor, entonces se tendrá mayor distancia, la cual podrá ser de tipo euclídeana o de *Mahalanobis*.

## Apéndice B. Regresión Beta

Sea una variable  $Y$  que se encuentra acotada en el intervalo  $(0, 1)$ . Dicha variable desea explicar, a través de una forma funcional lineal, dos conjuntos de regresores,  $X$  y  $Z$ . El primero denota los factores del modelo para la media y el segundo las variables del modelo para el término de precisión. La *regresión beta* es una metodología que podría ser utilizada para llevar a cabo la estimación de dicha variable, pues permite modelar formas funcionales donde la variable explicativa es una proporción.

Como se mencionó en la sección de 3, una forma de plantear la función de densidad de la distribución beta, siguiendo a Ferrari & Cribari-Neto (2004), corresponde a la expresión en 8. Los parámetros de la distribución,  $\mu$  y  $\phi$ , deben cumplir las siguientes restricciones:  $\mu \in (0, 1)$  y  $\phi > 0$ . De esta forma, para un conjunto de observaciones de tamaño  $n$ , indexado en  $i$ ,  $y_i$  se distribuye beta con parámetros  $\mu$  y  $\phi$ . Lo anterior es equivalente a que  $y_i \sim \text{Beta}(\mu_i, \phi)$ . Por lo tanto, el modelo de regresión beta resuelve las siguientes dos formas funcionales:

$$g_1(\mu_i) = x_i^T \beta \quad (28)$$

$$g_2(\phi_i) = z_i^T \gamma \quad (29)$$

donde:  $\beta^T = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k]$ ,  $\gamma^T = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_k]$  y  $k + h < n$

La estimación de los parámetros del modelo se lleva a cabo vía máxima verosimilitud (ML). De manera análoga a los modelos logit y probit, la variable dependiente debe transformarse haciendo uso de una función de enlace. Para el presente trabajo, se hace uso de la especificación *logit*, de manera que la variable explicativa,  $\tilde{y}$  se obtiene como sigue:

$$\tilde{y}_i = \ln \left[ \frac{y_i}{1 - y_i} \right], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (30)$$

Este paso permite que la variable dependiente sea continua, más no restringida, y que la estimación de la especificación planteada en 33 sea lineal. Para conocer otras alternativas de funciones de enlace, se sugiere consultar Ferrari & Cribari-Neto (2004) Una vez culmina la obtención de los parámetros del modelo, existen diferentes alternativas de indicadores y estadísticas para verificar su ajuste. A continuación se presenta un resumen de las mismas y en caso de profundizar en los aspectos teóricos que se mencionan, se sugiere consultar las referencias que se incluyen.

En primer lugar, siguiendo a Hosmer & Lemeshow (2000), la idea del estadístico de la *suma de cuadrados de la regresión (SSR)* del modelo lineal puede ser llevada y aplicada a los modelos no lineales, tales como los estimados por ML. En efecto, la desviación,  $D$ , es un estadístico ampliamente utilizado para evaluar el buen ajuste y la pertinencia de las variables exógenas en el modelo, y tiene como fin comparar el modelo teórico (o aquel que alcanzaría la máxima verosimilitud) y el modelo bajo investigación. Su interpretación es la misma a la que se obtiene de la SSR. De manera conceptual,  $D$  se define como:

$$D = -2 \ln \left[ \frac{(\text{verosimilitud del modelo ajustado o bajo investigacin})}{\text{verosimilitud del modelo terico}} \right] \quad (31)$$

Seguendo a Ferrari & Cribari-Neto (2004), es posible verificar que en el caso de la regresión Beta, el término para la desviación se plantea como sigue,

$$D(y; \mu, \phi) = \sum_{i=1}^n 2[l_i(\tilde{\mu}_i, \phi) - l_i(\hat{\mu}_i, \hat{\phi})] \quad (32)$$

donde:

La función de log-verosimilitud obtenida a partir de una muestra de  $n$  observaciones independientes es:

$$l(\beta, \phi) = \sum_{i=1}^n l_i(\mu_i, \phi) \quad (33)$$

$$\text{donde : } l_i(\mu_i, \phi) = \ln\Gamma(\phi) - \ln\Gamma(\mu_i\phi) - \ln\Gamma[(1 - \mu_i)\phi] + \ln y_i(\mu_i\phi - 1) + \ln(1 - y_i)[\phi(1 - \mu_i) - 1]^{11}. \quad (34)$$

En caso de que los parámetros del modelo sean estimados por máxima verosimilitud, se puede demostrar que la desviación del modelo estimado corresponde a:

$$D(y; \hat{\mu}, \hat{\phi}) = \sum_{i=1}^n (r_i^d)^2 \quad (35)$$

$$\text{Donde : } r_i^d = \text{sgn}(y_i - \hat{\mu}_i) \left\{ 2 \left[ l_i(\tilde{\mu}_i, \hat{\phi}) - l_i(\hat{\mu}_i, \hat{\phi}) \right] \right\} \quad (36)$$

Como mencionan Ferrari & Cribari-Neto (2004),  $r_i^d$  puede entenderse como un residuo del modelo, y por tanto la  $i$ -ésima observación contribuye en una cantidad equivalente a  $(r_i^d)^2$  a la desviación del modelo, de manera que una observación con un nivel alto de  $r_i^d$  puede entenderse como atípica.

Por otra parte, de manera análoga al coeficiente de correlación múltiple en el modelo de MCO, en la *regresión beta* existe el *pseudo*  $R_p^2$ , que tiene como fin cuantificar la proporción de la variabilidad de los datos que explican las variables exógenas de un modelo estimado. Seguendo a Hosmer & Lemeshow (2000), si  $l_0$  y  $l_p$  denotan las funciones de log-verosimilitud de los modelos con intercepto e intercepto más  $p$  variables exógenas, respectivamente, entonces el *pseudo*  $R_p^2$  se define como:

$$R^2 = \frac{l_0 - l_p}{l_0} = 1 - \frac{l_p}{l_0} \quad (37)$$

Por último, el análisis de residuos es *ex post* a la estimación del modelo y es un proceso que permite detectar problemas de especificación o de estructura en las variables (Rawlings et al. 1998). Su gran utilidad también radica en que permite detectar observaciones influenciadas (pues afectan las estimaciones de los parámetros) o atípicas (ya que residuos con varianza significativamente alta corresponden a observaciones inusuales que no siguen el patrón general de las restantes). Un residuo que puede servir para tal fin es el planteado en 32, no obstante Espinheira et al. (2008) advierten que a medida que  $\phi \rightarrow \infty$ , esta aproximación para calcular un residuo podría ser imprecisa, en particular cuando  $\mu_i$  es cercano a cero o a uno. Teniendo en cuenta lo anterior, para este trabajo se calcularon

los *residuales ponderados estandarizados 2 (RPE)*,  $r_i^{ww}$ , propuestos por Espinheira et al. (2008) y que se definen como:

$$r_i^{ww} = \frac{\tilde{y}_i - \hat{\mu}_i^*}{\sqrt{v_i(1 - h_{ii})}} \quad (38)$$

donde:

1.  $\hat{\mu}_i^*$  es la estimación por máxima verosimilitud de la variable de respuesta, teniendo en cuenta que  $\mu_i^* = \psi(\mu_i\phi) - \psi((1 - \mu_i)\phi)$  y que  $\psi\{\cdot\}$  corresponde a la distribución *digamma*.
2. Teóricamente, Espinheira et al. (2008) muestran que  $var(y_i) = v_i$ .
3.  $h_{ii}$  corresponde al elemento diagonal  $i$  de la matriz de proyección  $P$ .

El supuesto que subyace a la distribución de los residuos, es que estos se ajustan a una distribución normal estándar, es decir  $r^{ww} \sim N(0, I\sigma^2)$ , siendo  $I$  la matriz identidad de dimensiones  $n \times n$ .

## Apéndice C. Resultados: Ejercicio de riesgo de contagio

GRÁFICO 5: Monto transado en el MINC vs. Monto después del choque de liquidez - Estructura de mercado aleatoria

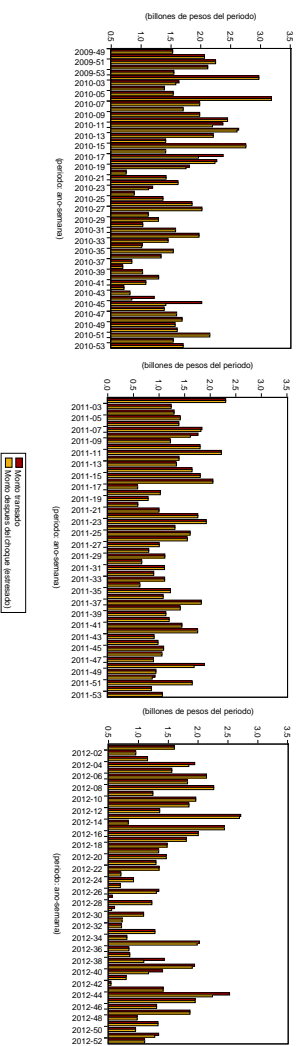
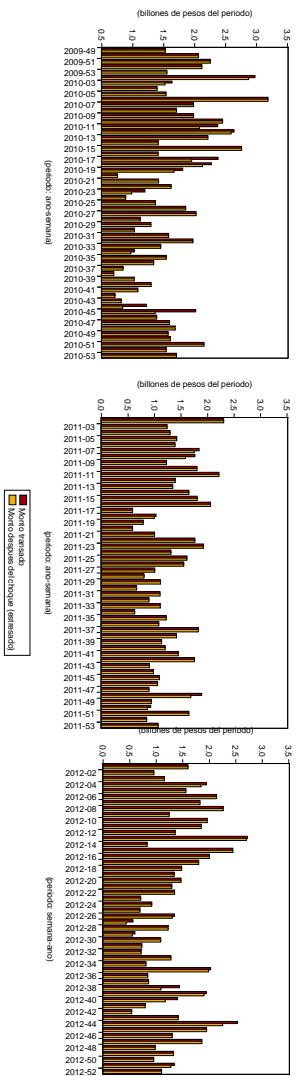


GRÁFICO 6: Monto transado en el MINC vs. Monto después del choque de liquidez - Estructura de mercado observada



CUADRO 8: Resultado del choque por entidad (impacto en la oferta de liquidez-matriz de costos determinísticos)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	Oferta estresada Oferta original	(mm de pesos)	(porcentaje)
13			\$ 1.751,6	18,5
14			\$ 229,3	5,7
15			\$ 282,8	4,1
10			\$ 683,9	2,1
8			\$ 634,7	1,9
4			\$ 72,2	1,7
3			\$ 210,0	1,5
7			\$ 215,0	1,4
1			\$ 172,6	1,2
5			\$ 14,3	0,9
11			\$ 190,0	0,8
12			\$ 10,9	0,4
6			\$ 0,5	0,0
10			\$ 0,0	0,0
<b>Total</b>			<b>\$ 4.467,9</b>	

Fuente: Cálculos de los autores.

CUADRO 9: Resultado del choque por entidad (impacto en la demanda de liquidez-determinísticos)

Código entidad	Monto DNS	$\frac{\text{Demanda estresada}}{\text{Demanda otorgada}}$
	(mm de pesos)	(porcentaje)
5	\$ 668,2	44,1
10	\$ 932,4	12,9
12	\$ 180,2	6,8
4	\$ 244,1	5,8
11	\$ 833,5	3,3
7	\$ 475,4	3,2
13	\$ 236,7	2,5
3	\$ 250,8	1,8
14	\$ 48,7	1,2
6	\$ 277,8	0,8
1	\$ 112,7	0,8
2	\$ 153,4	0,5
8	\$ 53,4	0,2
9	\$ 0,7	0,0
<b>Total</b>	<b>\$ 4.467,9</b>	

Fuente: Cálculos de los autores.

CUADRO 10: Resultado del choque por entidad (impacto en la oferta de liquidez-costos aleatorios)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	$\frac{\text{Oferta estresada}}{\text{Oferta otorgada}}$
	(mm de pesos)	(porcentaje)
13	\$ 1,739.1	18,4
14	\$ 169.3	4,2
15	\$ 258.1	3,7
2	\$ 623.9	1,9
8	\$ 634.7	1,9
11	\$ 165.0	0,7
5	\$ 7.3	0,5
<b>Total</b>	<b>\$ 3.597,4</b>	

Fuente: Cálculos de los autores.

CUADRO 11: Resultado del choque por entidad (impacto en la demanda de liquidez-costos aleatorios)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	$\frac{\text{Demanda estresada}}{\text{Demanda otorgada}}$
	(mm de pesos)	(porcentaje)
12	\$ 311,6	11,8
5	\$ 136,3	9,0
10	\$ 638,3	8,9
4	\$ 168,6	4,0
11	\$ 870,7	3,5
3	\$ 450,9	3,3
7	\$ 349,9	2,4
6	\$ 333,6	1,0
14	\$ 38,0	0,9
15	\$ 46,4	0,7
2	\$ 103,2	0,3
8	\$ 89,3	0,3
1	\$ 38,8	0,3
13	\$ 21,9	0,2
<b>Total</b>	<b>\$ 3.597,4</b>	

Fuente: Cálculos de los autores.