



# Curvas Laffer de la Tributación en Colombia

Ignacio Lozano-Espitia y Fernando Arias-Rodríguez\*

Las opiniones contenidas en el presente documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

## Resumen

En este documento se estiman las curvas de Laffer para los impuestos al trabajo, al capital y al consumo en Colombia. Se utiliza un modelo neoclásico de crecimiento con capital humano del tipo insinuado por Trabandt y Uhlig (2011), el cual es calibrado con la información de las cuentas nacionales para el período 1994 a 2015. Los resultados permiten, por una parte, comparar las tarifas impositivas efectivas actuales sobre los factores de producción frente a aquellas que maximizaría los recaudos del gobierno y, por consiguiente, derivar el espacio fiscal que eventualmente tiene el gobierno por el lado de los impuestos. Por otra, permiten simular ejercicios de la política fiscal mediante el uso de sus principales instrumentos y, finalmente, contrastar las tarifas tributarias efectivas y las curvas de Laffer en Colombia frente a la de los países de la OECD.

Clasificación JEL: E13, E62, H20, H30, H60

Palabras Clave: curva de Laffer; Política Fiscal; Impuestos al Trabajo; Impuestos al Capital; Impuestos al Consumo

---

\* Investigador principal de la Unidad de Investigaciones (ilozanes@banrep.gov.co) y profesional experto del Departamento de Estudios de Política Económica (fariasro@banrep.gov.co), de la Subgerencias de Estudios Económicos del Banco de la República, respectivamente. Los autores expresan su agradecimiento a Juan Camilo Santaella y a Paula Madrigal por su contribución al documento.

# Laffer Curves in Colombia

Ignacio Lozano-Espitia and Fernando Arias-Rodríguez

## Abstract

This paper estimates the Laffer curves in Colombia for taxes on labor income, capital gains, and consumption. We used a neoclassical growth model with human capital, as that suggested by Trabandt and Uhlig (2011), inputting data from the national accounts system, for the period 1994 to 2015. The results permit to compare the current effective tax rates on the factors of production against that which would maximize the government's revenues, and therefore derive the government's possible tax-related fiscal space. Furthermore, they help us perform some fiscal-policy simulations employing the policy's main tools, and they let us contrast Colombia's effective tax rates and Laffer curves with those of the OECD countries

Classification JEL: E13, E62, H20, H30, H60

Key Words: Laffer curves; Fiscal Policy; Taxes on Consumption, Taxes on labor and capital incomes

## 1. Introducción

En 1974, el profesor de economía la Universidad del sur de California Arthur Laffer reveló que "siempre hay dos tasas impositivas que producen los mismos ingresos" (Wanniski,1978). Para explicar su afirmación trazó una curva tomando, por una parte, las tasas definidas porcentualmente entre 0 y 100 y, por otra, los ingresos fiscales que generan. Arguyó que, si la tasa impositiva era del 100%, toda la producción cesaba porque la gente no trabajaba ni invertía si todos los frutos de sus actividades eran confiscados por el gobierno. Puesto que la producción cesaba, no habría nada para confiscar y el gobierno no obtendría recaudos. Por el contrario, si la tasa impositiva era de 0%, las personas mantendrían todo el ingreso por sus actividades, pero el gobierno no tendría como financiar los servicios básicos que requería la sociedad. Tomando como referencia esos dos valores, trazó una curva en forma de U-invertida a lo largo de la cual los recaudos crecen con la tasa impositiva hasta un nivel máximo y luego caen.

El diseño sencillo de las "Curvas de Laffer" es trascendental por sus implicaciones, puesto que un incremento en las tasas impositivas puede tener dos efectos opuestos. Por una parte, puede aumentar directamente los recaudos fiscales, pero por otra, puede reducirlos en razón a que los mayores impuestos desincentivan la oferta laboral y el deseo de invertir. De acuerdo con su prescripción, si la carga impositiva de un país está por debajo de aquella que maximiza el recaudo, aumentar las tasas generaba más ingresos al gobierno. No obstante, si la excede, aumentos adicionales en las tasas impositivas terminaban reduciéndolos. Desde entonces, una pregunta crucial para los hacedores de política es conocer las tasas que maximizan los ingresos fiscales de sus economías y, por consiguiente, conocer que tan cerca/lejos se encuentra la carga efectiva actual de aquella que generan la mayor recaudación.<sup>1</sup>

En Colombia, la discusión sobre el nivel de las tasas impositivas efectivas, la recaudación obtenida y sus efectos sobre la actividad privada, es muy antigua y sigue inconclusa. En las últimas décadas ha habido un número elevado de reformas tributarias para elevar los recaudos y también varias misiones de expertos para diagnosticar el sistema tributario del país, a fin de encontrar uno más eficiente en la recaudación, más competitivo local e internacionalmente y más equitativo entre los contribuyentes. En la medida que el gasto del gobierno aumenta, por razones de diversa índole, y los recursos del Estado se rezagan, ha surgido la necesidad de nuevas reformas. Se renueva así el debate sobre la conveniencia de hacer ajustes adicionales en las tarifas, de expandir las bases gravables y de hacer una mejor gestión, de manera

---

<sup>1</sup> Las tarifas efectivas que maximizan la recaudación fiscal no necesariamente coinciden con las tarifas óptimas que se obtienen en el análisis de bienestar. Esto último no se aborda en este trabajo

que el hueco fiscal sea financiable y la deuda pública sostenible. En esa dinámica, también se ha vuelto costumbre anunciar la reforma tributaria de turno como “estructural”, dando la señal ilusoria de que es la última y que con su aprobación en el Congreso se subsanan los problemas acumulados.

La literatura sobre la tributación en Colombia es amplia. En los informes de las misiones de expertos, por ejemplo, se han identificado a profundidad las ventajas y falencias del sistema tributario colombiano, algunas subsanadas por las reformas.<sup>2</sup> Sin embargo, sorprende que se conozca muy poco, por decirlo nada, sobre las curvas de Laffer para los principales tributos y el nivel de las tasas efectivas que eventualmente maximicen los ingresos fiscales del país. Tampoco se tienen estimaciones sobre el espacio fiscal que tengan las futuras administraciones para cerrar el déficit fiscal mediante ajustes adicionales en la carga tributaria, entendido dicho espacio como el margen entre las tarifas efectivas que maximizan los recaudos y las tarifas efectivas actuales del sistema. Ese vacío en la literatura se pretende allanar con este trabajo, eso sí reconociendo que la estimación de las curvas de Laffer para un país no es una tarea sencilla y que, por consiguiente, al ser el primer intento que se realiza y se divulga, sus resultados deben tomarse con precaución.

Basados en un modelo neoclásico de crecimiento con acumulación endógena de capital humano, del tipo desarrollado inicialmente por Uzawa (1965) y Lucas (1988) y extendido posteriormente por Trabandt y Uhlig (2011) para las economías avanzadas, en este documento estimamos las curvas de Laffer para los impuestos sobre el trabajo, el capital y el consumo en Colombia. El modelo es calibrado con la información anual de las cuentas nacionales para el período 1994 a 2015. Las tarifas tributarias efectivas, uno de los insumos más importantes del modelo, serán calculadas siguiendo la técnica aplicada inicialmente por Mendoza et. al. (1994) para los países del G7, con algunas extensiones incorporadas posteriormente por Prescott (2004) y Trabandt y Uhlig (2012). Los resultados obtenidos nos permiten valorar el espacio fiscal que resulta de comparar la carga tributaria actual sobre los factores de producción frente aquella que maximizaría los ingresos fiscales (Leeper y Walker, 2011). También nos permiten hacer ejercicios de simulación con los diferentes instrumentos de la política fiscal y comparar la carga tributaria y las curvas de Laffer de Colombia frente a las economías de la OECD.

---

<sup>2</sup> Entre las Misiones más recientes se destacan la de 2015, Comisión de expertos para la equidad y la competitividad tributaria; la de 2005, Bases para una reforma tributaria estructural en Colombia; la de 2002, Misión del ingreso público, la de 1997, Comisión de Racionalización del Gasto y de las Finanzas Públicas y la de 1982, Misión de finanzas intergubernamentales en Colombia

En la sección 2 que sigue a esta introducción se presenta el modelo teórico de referencia. En la sección 3 se explica la calibración y parametrización del modelo, haciendo especial mención al cálculo de las tarifas tributarias efectivas y los otros parámetros del gobierno, al igual que los parámetros relacionados con la oferta laboral, entre otros. En la sección 4 se presentan los resultados y en la 5 se comparan con la evidencia internacional (Estados Unidos y las 14 principales economías de la Unión Europea). En la sección 6 se desarrollan algunos experimentos de la política fiscal y, finalmente, en la sección 7 se concluye. En documento contiene adicionalmente dos anexos, uno con la solución detallada del modelo teórico y el otro con el cálculo de las tarifas tributarias efectivas.

## 2. El Modelo

### 2.1 Los Agentes

El modelo es estándar en la literatura y considera tres agentes: un hogar y una firma representativos y un gobierno que se financia con impuestos distorsionantes y deuda para ofrecerle bienes y servicios a las familias y proveerle también transferencias. Al comienzo de cada período, el hogar dispone de activos representados por el acervo de capital físico  $k_{t-1}$ , de capital humano  $h_{t-1}$  y bonos del gobierno  $b_{t-1}$ . El capital es arrendado a la firma para que sea empleado en la producción de bienes de consumo final. Por ese alquiler, reciben una renta dada por  $(d_t - \delta_k)$ , donde  $\delta_k$  es la tasa a la cual se deprecia el capital físico, al tiempo que el gobierno le paga unos intereses por sus bonos, representados por la tasa  $r_t^b$ . A esas fuentes de ingreso de los hogares se le suma el salario,  $w_t$  que remunera las horas de trabajo, los beneficios de la firma,  $\pi_t$ , al ser el hogar su propietario, unas transferencias del gobierno,  $s_t$ , y otros recursos exógenos al sistema, denotados por  $m_t$ , que se asocian a transferencias desde el exterior. En este sentido, la economía modelada puede ser una economía abierta sin mayores complejidades.

Un aspecto a destacar en nuestro modelo es asumir que las horas de trabajo pueden ser afectadas por el deseo de los trabajadores de capacitarse (estudio y aprendizaje). En este sentido, tomamos como referencia un modelo de crecimiento con capital humano lo cual marca una diferencia con respecto al neoclásico estándar utilizado como *benchmark* en los trabajos previos sobre curvas de Laffer (Trabandt y Uhlig, 2011; Nutahara, 2015). La relevancia de dicho supuesto tiene que ver con el hecho de que el impuesto que fija el gobierno sobre las rentas laborales,  $\tau^n$ , podrían afectar sus decisiones de ocio-trabajo, así como de tiempo entre capacitación-horas efectivas para la firma. Los hogares también pagan un impuesto  $\tau^k$  por las rentas del capital físico.

A partir del ingreso disponible (es decir, ingreso después de impuestos), el hogar escoge cuánto consumir, cuántas horas ofrecer en el mercado laboral y cuánto invertir para acrecentar sus activos. El consumo es grabado por el gobierno con una tasa  $\tau^c$ . Así las cosas, hogar representativo maximiza el valor descontado de su utilidad (ecuación 1), sujeto a su restricción presupuestaria (ecuación 2) y a las ecuaciones que representan la acumulación del capital físico (ecuación 3) y capital humano (ecuación 4):

$$\max_{c_t, b_t, x_t, k_t, n_t, h_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t, n_t) + v(g_t)] \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} (1 + \tau_t^c)c_t + x_t + b_t \\ = (1 - \tau_t^n)w_t h_{t-1} q_t n_t + (1 - \tau_t^k)(d_t - \delta)k_{t-1} + \delta k_{t-1} \\ + (1 + r_t^b)b_{t-1} + s_t + \pi_t + m_t \end{aligned} \quad (2)$$

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + x_t \quad (3)$$

$$h_t = [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^\omega h_{t-1}^{1-\omega} + (1 + \delta_h)h_{t-1} \quad (4)$$

donde  $c_t, n_t, x_t, b_t, g_t, k_t$  y  $h_t$  representan el consumo, las horas de trabajo, la inversión, los bonos del gobierno, el gasto del gobierno, el *stock* de capital y el *stock* de capital humano, respectivamente.

Sobre el mecanismo de acumulación de capital humano (ecuación 4) se asume que los individuos lo acrecientan a través de estudio y aprendizaje en el sitio de trabajo (*learning by doing*). Así, dedican una parte de su tiempo de trabajo,  $(1 - q_t)$ , para capacitarse y el resto ( $q_t$ ) de tiempo es ofrecido para trabajo efectivo. Al igual que el capital físico, el capital humano se deprecia a una tasa  $\delta_h$  cada periodo. Este mecanismo de acumulación de capital humano sigue las ideas desarrolladas por Levine, et al. (1992).

Las preferencias de los individuos se representan en la ecuación (5), donde  $\eta_t$  es el inverso de la elasticidad intertemporal de sustitución,  $\kappa$  es el parámetro de la desutilidad del trabajo y  $\varphi$  representa la elasticidad de Frisch, la cual mide la sensibilidad de la oferta de trabajo ante cambios en el ingreso laboral disponible, que puede ser afectado por las reformas a los tributos. Este tipo de modelaje de las preferencias ha sido habitual en los trabajos previos ya citados.

$$u(c_t, n_t) = \begin{cases} \frac{1}{1-\eta} \left\{ c_t^{1-\eta} \left[ 1 - \kappa(1-\eta)n_t^{1+\frac{1}{\varphi}} \right]^\eta - 1 \right\}, & \eta \neq 1 \\ \log(c_t) - \kappa n_t^{1+\frac{1}{\varphi}}, & \eta = 1 \end{cases} \quad (5)$$

Ahora bien. En relación con la firma representativa, se asume que esta actúa bajo competencia perfecta y demanda los servicios del capital y trabajo, los cuales son insumos para la producción de un bien de consumo homogéneo  $y_t$ . Las firmas maximizan sus beneficios, los cuales están denotados por:

$$\pi_t = y_t - w_t h_{t-1} q_t n_t - d_t k_{t-1} \quad (6)$$

sujeto a una función de producción del tipo Cobb-Douglas:

$$y_t = \xi^t k_{t-1}^\alpha (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\alpha} \quad (7)$$

donde  $\xi^t$  representa la productividad total de los factores. El trabajo efectivamente utilizado en la producción ( $q_t n_t$ ) es afectado por la capacitación de los trabajadores ( $h_{t-1} q_t n_t$ ).

Por su parte, el gobierno satisface la siguiente restricción presupuestaria:

$$g_t + s_t + (1 + r_t^b) b_{t-1} = b_t + T_t \quad (8)$$

En particular, la ecuación (8) nos dice que el gasto público más las transferencias a los hogares y el servicio de la vieja deuda deben ser iguales, en cada período, a los ingresos por nueva emisión de deuda, cuya maduración es de un período, y por los recaudos de los tres impuestos que existen en esta economía; es decir, el recaudo total del gobierno  $T_t$  estará dado por:  $T_t = \tau_t^c c_t + \tau_t^n w_t h_{t-1} q_t n_t + \tau_t^k (d_t - \delta) k_{t-1}$

Las condiciones de primer orden tanto para el hogar como para la firma representativos y la solución de crecimiento de estado estacionario se muestran en el Anexo 1.

## 2.2 Equilibrio y caracterización de las curvas de Laffer

La noción de equilibrio del modelo sigue las pautas trazadas por Trabandt y Uhlig (2011). En particular, todas las variables, excepto las horas trabajadas, las tasas de interés y las tasas impositivas crecen a una tasa constante  $\psi = \xi^{1/(1-\alpha)}$ . La razón capital-producto de equilibrio consistente con la senda de crecimiento balanceado es:

$$\bar{k}/\bar{y} = \left( \frac{r^b}{(1 + \tau^k)\alpha} + \frac{\delta}{\alpha} \right)^{-1} \quad (8)$$

Por su parte, el nivel de trabajo de equilibrio bajo esta especificación se expresa como:

$$\frac{1}{\eta\kappa\bar{n}^{1+1/\varphi}} - \frac{1}{\eta} + 1 = \frac{(1+\tau^c) \frac{(1+\frac{1}{\varphi})}{(1-\tau^n) (1-\theta)} \mathfrak{F}'' \frac{\bar{c}}{\bar{y}}}{\alpha} \quad (10)$$

donde

$$\mathfrak{F}'' = \frac{\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + \omega\delta_h}{\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + 2\omega\delta_h} \quad (11)$$

En este caso, la fracción de horas que el hogar decide ofertar depende de la razón consumo a producto multiplicado por un término que depende principalmente de las tasas impositivas al consumo y al trabajo, de la elasticidad de Frisch y de variables propias del proceso de acumulación del capital humano. En esencia, este resultado proviene de asumir que el crecimiento de largo plazo es dominado por las mismas fuerzas que gobiernan el crecimiento vía acumulación de capital físico. Sin embargo, sí se asume que la presencia de capital humano afecta en gran medida la oferta de trabajo vía su acumulación.

El stock de capital humano en la senda de crecimiento balanceado, se define como una fracción del tiempo de trabajo que los hogares ofertan en el mercado.

$$\bar{h} = \delta_h^{-\frac{1}{\omega}} (B + (A - B)\bar{q})\bar{n} \quad (12)$$

Para la caracterización de las curvas de Laffer, se asume que la deuda y el gasto del gobierno se encuentran en la senda de crecimiento balanceado, esto es:  $b_{t-1} = \psi^t \bar{b}$  y  $g_t = \psi^t \bar{g}$ , al tiempo que las transferencias hacia los hogares quedan determinadas como el residuo de la restricción del gobierno:  $s_t = \psi^t \bar{b} (\psi - (1 + r_t^b)) + T_t - \psi^t \bar{g}$ . Así, los mayores ingresos tributarios para el gobierno se traducen en unas mayores transferencias del gobierno hacia los hogares.

Frente a este marco referencial (*benchmark*), exploraremos dos caracterizaciones alternativas de la curva de Laffer en la sección 5, para hacer experimentos de política fiscal. Por una parte, asumiremos que, por diversas razones, el gasto del gobierno se incrementa exógenamente y se financia con dos fuentes alternativas: con mayores impuestos al trabajo o con deuda (en este último caso le adicionamos una reducción a los impuestos al capital). Por otra parte, asumimos que el gobierno requiere mayores ingresos tributarios y presentamos una amplia gama de combinaciones posibles de

ajustes en los impuestos a los dos factores de producción (trabajo y capital), para satisfacer esos requerimientos de más recaudos.

### 3. Calibración y parametrización

#### 3.1 Tarifas tributarias efectivas

De acuerdo con la descripción del modelo, el gobierno fija tres tipos de impuestos: aquellos que gravan los retornos al trabajo y al capital y aquel que se fija sobre el consumo. Desde el punto de vista empírico, la literatura recomienda utilizar tarifas tributarias efectivas en la medida que, frente a las tarifas estatutarias, capturan mejor la verdadera carga fiscal impuesta por el gobierno. Para el cálculo de las tarifas tributarias efectivas se sigue la técnica aplicada inicialmente por Mendoza et. al. (1994) para los países del G7. Algunas extensiones metodológicas incorporadas posteriormente, como la de Prescott (2004) y Trabandt y Uhlig (2012), serán tenidas en cuenta en nuestra medición.

Una tarifa efectiva,  $\tau$ , resulta del cociente entre el recaudo de un impuesto específico,  $R$ , neto de devoluciones y/o subvenciones, y el correspondiente valor de la base impositiva potencial,  $B^{POT}$ , es decir  $\tau = \frac{R}{B^{POT}}$ . A su vez, el recaudo resulta de aplicar las tasas estatutarias a las bases efectivamente gravadas,  $R = \tau^{ESTAT} * B^{EFFECT}$ , es decir, aquella que resulta de tener en cuenta todos los beneficios que concede la legislación. Las tarifas efectivas terminan siendo menores a las tarifas estatutarias ( $\tau < \tau^{ESTAT}$ ), primordialmente por los tratamientos tributarios preferenciales y por la evasión (lo cual hace que  $B^{EFFECT} < B^{POT}$ ). Entre los beneficios, es usual que no se grave la totalidad de las rentas factoriales ni todos los gastos en consumo, que se segmente las bases gravables para aplicar tarifas diferenciales y/o que se apliquen descuentos de distinta naturaleza, todo lo cual se traduce en menores contribuciones al fisco.

La definición de las tarifas tributarias efectivas sobre el consumo ( $\tau_t^c$ ), las rentas laborales ( $\tau_t^n$ ) y las rentas del capital ( $\tau_t^k$ ) para Colombia se describe detalladamente en el Anexo 2. La información para su cálculo proviene de las cuentas nacionales del DANE y corresponde al período 1994-2015. El registro de impuestos de las cuentas nacionales corresponde a los recaudos declarados por el gobierno general; es decir, tanto por el gobierno nacional como por las entidades territoriales. En el cómputo de los impuestos al trabajo se tiene en cuenta no sólo los gravámenes sobre las rentas laborales de los hogares (e ingresos mixtos) vía retenciones y/o declaraciones de renta, sino también las contribuciones a la seguridad social y los impuestos a la nómina de las empresas. En las rentas del capital, por su parte, se computan los impuestos pagados por las sociedades propiamente dichas y el ingreso de los hogares provenientes de sus

negocios. En el Anexo 2 también se muestran los resultados y las variables que se usan con su respectiva fuente de información.

La tarifa tributaria efectiva sobre el consumo se situó en 11,8% en promedio entre 1994 y 2015, mientras las tarifas efectivas las rentas laborales y las rentas del capital ascendieron a 22,5% y 18,5%, respectivamente<sup>3</sup>. Estos valores se incluyen en el Cuadro 1, junto con el resto de parámetros del modelo. Como se muestra en el Anexo 2, en los tres casos ha aumentado la carga impositiva a lo largo de las últimas dos décadas, debido fundamentalmente a las sucesivas reformas tributarias que incrementaron las alícuotas y expandieron las bases gravables especialmente en los impuestos del nivel nacional. También se han hecho esfuerzos en materia de gestión. Desde 1994 se reformó la tributación nacional en 14 oportunidades, lo cual llevó a que la tarifa efectiva sobre el consumo aumentara en 3 puntos porcentuales entre estos dos años en tanto el incremento de las tarifas efectivas sobre los ingresos laborales y de capital fueron en su orden de 7 y 10 puntos porcentuales.

Comparadas las tarifas efectivas en el contexto internacional, para lo cual se toman los cálculos de Trabandt y Uhlig (2011) y Natuhara (2015), con metodología similar, se concluye que la carga tributaria sobre los factores de producción en Colombia  $(\tau_t^n, \tau_t^k) = (0.225, 0.185)$  es significativamente inferior a la de los Estados Unidos  $(\tau_t^n, \tau_t^k) = (0.28, 0.36)$ , a la del promedio de las catorce principales economías de la Unión Europea, E-14  $(\tau_t^n, \tau_t^k) = (0.41, 0.33)$  y a la de Japón  $(\tau_t^n, \tau_t^k) = (0.29, 0.515)$ .

### 3.2 Otros Parámetros

En relación al resto de parámetros del modelo, unos son estimados a partir del sistema de las cuentas nacionales (SCN), otros se toman de la literatura en la medida que son más estándares y otros son calibrados por el propio modelo para encontrar la solución de estado estacionario. La participación del capital en el producto ( $\theta$ ), la tasa de crecimiento del producto ( $\psi$ ) y el balance externo ( $m$ ), medido como la diferencia entre las exportaciones e importaciones de bienes y servicios, corresponden a valores promedio estimados con las cuentas nacionales para el período descrito. La tasa de interés real ( $r^b$ ) corresponde a la de tasa captación promedio de los certificados de depósito a término a 360 días deflactada por el deflactor del PIB. La brecha entre la tasa de interés real y el crecimiento del producto de estado estacionario ascenderá a 2,13%

---

<sup>3</sup> Estas tasas difieren ligeramente de las encontradas por Rincón y Delgado (2018), especialmente porque en este último trabajo, i) El impuesto sobre la renta de los “no asalariados”, se asimila completamente como impuesto al capital, ii) se excluye el IVA sobre los bienes de inversión, de los impuestos al consumo, y iii) la tasa efectiva sobre las rentas del capital es una suma de las tasas de los hogares y las sociedades, ponderadas por su participación en el total del excedente bruto de explotación

( $r^b - \psi = 0.055 - 0.0337 = 0.0213$ ), la cual es coherente con el nivel esperado para una economía emergente.

Cuadro 1. Parámetros para Colombia

Parámetros	Símbolos	Promedio (1994-2015)	Fuente
Tasa de descuento	$\beta$	0.95	Hamann et.al.,2012
Tasa de depreciación del capital	$\delta$	0.07	Hamann et.al.,2012
Participación del capital en el producto	$\theta$	0.35	SCN
Tasa de crecimiento del producto	$\psi$	0.0337	SCN
Relación capital a producto		2.7	Hamann et.al.,2012
Tasa de interés real	$r^b$	0.055	SF
Balance externo (%PIB)	$m$	-0.038	SCN
Oferta laboral (normalizada)	$h$	0.58	SCN
Elasticidad de Frisch	$\varphi$	1	Trabandt y Uhlig (2011)
Inversa de IES	$\eta$	2	Trabandt y Uhlig (2011)
Gasto del gobierno general (%PIB)	$g$	0.258	SCN
Deuda bruta gobierno general (%PIB)	$b$	0.358	BR
Tasa efectiva sobre ingresos laborales	$\tau_n$	0.225	Cálculos Propios con SCN
Tasa efectiva sobre rentas del capital	$\tau_k$	0.185	Cálculos Propios con SCN
Tasa efectiva sobre el consumo	$\tau_c$	0.118	Cálculos Propios con SCN

Tarifas tributarias efectivas para U.S. EU-14 y Japón <sup>*/</sup>	U.S. Prom. 95-07	EU-14 Prom.95-07	Japón Prom. 80-07
Tasa efectiva Ingreso laboral $\tau_n$	0.28	0.41	0.291
Tasa efectiva rentas capital $\tau_k$	0.36	0.33	0.515
Tasa efectiva consumo $\tau_c$	0.05	0.17	0.1

<sup>\*/</sup>Trabandt & Uhlig (2011) y Natuhara (2015)

SCN: Sistema de Cuentas Nacionales, DANE. BR: Banco de la República; SF: Superintendencia financiera

Del SCN también se toma el gasto total del gobierno general ( $g$ ), el cual tiene como componentes el gasto en consumo ( $g_c$ ), inversión ( $g_i$ ) y servicio de la deuda ( $g_D$ ). El gasto en inversión corresponde al ítem llamado obras civiles, mientras el gasto en intereses de la deuda se calcula a partir de la información del Ministerio de Hacienda y Crédito Público. El modelo contempla adicionalmente unas transferencias del gobierno a los hogares ( $s_t$ ) estimadas endógenamente mediante la siguiente condición de crecimiento balanceado:  $s_t = \psi^t \bar{b} (\psi - r_t^b) + T_t - \psi^t \bar{g}$ . Por su parte, la deuda bruta del gobierno general ( $b$ ) se estima a partir de información del Banco de la República.

Un parámetro que requiere atención es el nivel de empleo efectivo de estado estacionario, el cual se estima siguiendo las sugerencias de Trabandt y Uhlig (2011). De acuerdo a la información del DANE, entre 2012 y 2015 las horas promedio trabajadas a la semana del total de la población en edad de trabajar fueron 8,5 horas diarias para los hombres, lo cual equivale a 59 horas promedio semanales. Las mujeres registran un número ligeramente superior, especialmente por las labores del hogar. Estas horas efectivas de trabajo se normalizan tomando el número de horas diarias a ser distribuida entre trabajo y ocio, que de acuerdo con la literatura es de alrededor de 14 horas diarias (14,28 para Prescott (2004) y 14,55 para Ragan (2005)). Tomando esta última referencia y anualizando las horas con días calendarios (365), se obtiene que el empleo efectivo normalizado de estado estacionario ( $n$ ) para Colombia es de 0.58.

La elasticidad la oferta laboral de Frish ( $\phi$ ) también requiere una mención especial. En nuestro modelo de referencia se usa una elasticidad unitaria, al igual que lo hacen la mayor parte de los trabajos. La correspondiente elasticidad inversa de sustitución ( $\eta$ ) es de 2,  $\phi=1/(\eta-1)$ . No obstante, la evidencia sugiere que dicha elasticidad podría ser menor para las economías emergentes (de 0,5, según Airaud et al., 2016). Para Colombia, el trabajo de Prada y Rojas (2010) encuentra que dicha elasticidad podría oscilar entre 0.1 y 0.65 (0.375 en el punto medio). Dada la importancia de este parámetro en el modelo, los resultados incluyen un análisis de sensibilidad con las tres elasticidades descritas  $\phi = \{1, 0.5, 0.375\}$ . El resto de parámetros son tomados de Hamann, Lozano y Mejía (2012) y la literatura internacional.

## 4. Resultados

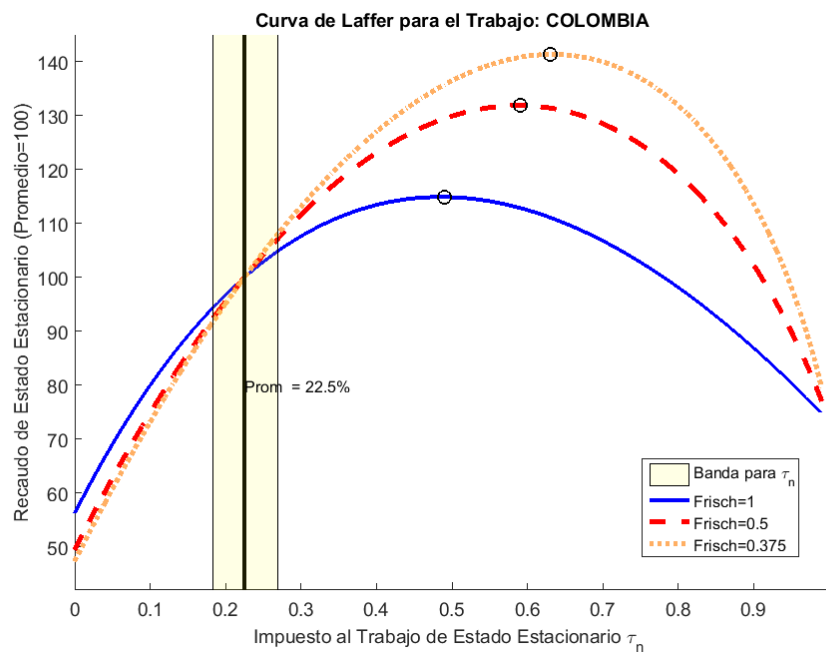
### 4.1 Curvas Laffer sobre los Impuestos al Trabajo

En la Gráfica 1 se presenta la estimación de la curva de Laffer para los impuestos sobre las rentas laborales en Colombia. A lo largo de ella se simula cómo varía el recaudo de estado estacionario ante cambios en la tarifa tributaria efectiva sobre el trabajo manteniendo constantes las otras tarifas y los otros parámetros fiscales y macroeconómicos del modelo. El recaudo fiscal que se representa en el eje vertical se normaliza, de manera que el valor de 100 corresponde al promedio de la tarifa (22,5%). Alrededor de esa tarifa promedio se muestra una banda, en amarillo, que representa la historia de este tributo a lo largo de los últimos 22 años (valor mínimo de 18.3% en 1994 y máximo de 26.9% en 2012, Anexo 2).

Tres tipos de preferencias son considerados en el modelo. El primero considera una elasticidad de la oferta laboral de Frisch unitaria ( $\phi=1$ ). Al ser la más utilizada en la literatura, define nuestro modelo de referencia. El segundo, toma una elasticidad de

Frisch más inelástica ( $\phi=0.5$ ), la cual podría reflejar mejor el comportamiento del mercado laboral en las economías emergentes (Airaud et. Al, 2016). Por último, se toma una elasticidad de 0.375 ( $\phi=0.375$ ), como valor medio del rango encontrado por Prada y Rojas (2010) para Colombia (rango entre 0.1 y 0.65). Para el caso de las economías avanzadas, se han usado elasticidades alternativas mayores que oscilan entre 1,66 y 3 (MaCurdy, 1981; Trabandt y Uhlig 2011; Nutahara, 2015, Miyamoto y Lan Nguyen, 2016).

Gráfica 1. Curvas Laffer para los Impuestos al Trabajo



Como lo sugiere la teoría, nuestros resultados muestran que las curvas de Laffer tienen la forma de U-invertida con un único punto máximo y, además, que las tarifas que maximizan el recaudo aumentan cuando se utilizan elasticidades de Frisch más inelásticas. Esto era previsible, puesto que al ser menos sensible la oferta laboral ante cambios de los salarios después de impuestos, el gobierno tiene un mayor margen para incrementarlos sin que se reflejen en mayores desincentivos al trabajo y caídas en el ingreso fiscal.

Desde el punto de vista práctico, las curvas estimadas permiten, por una parte, valorar el eventual espacio fiscal que resulta de comparar la carga tributaria actual sobre los factores de producción frente a aquella que maximizaría los ingresos fiscales y, por otra, analizar la trayectoria que seguirían los recaudos ante eventuales incrementos en las

tarifas efectivas. A respecto nótese que, con el modelo de referencia, el país se encontraría actualmente en la parte alta de la curva, lo que implica que, si bien el gobierno cuenta con espacio fiscal en este frente, aumentos marginales de la tarifa efectiva conducirían a incrementos menos que proporcionales el recaudo. Utilizando los números que arroja el modelo entre la situación actual (identificada por el cruce entre la línea azul y la línea vertical del costado derecho del rango amarillo) y la situación de máximo recaudo, por cada punto porcentual de aumento en la tarifa efectiva, el recaudo por impuestos sobre las rentas laborales se incrementaría en 0,6, en promedio. Por supuesto, esa ganancia de ingresos fiscales sería superior si se toman los modelos alternativos con menores elasticidades de la oferta laboral; en cifras, el recaudo aumentaría en 0,85 y 1, por cada punto porcentual de incremento de la tarifa efectiva, si se utilizan elasticidades de Frish de 0,5 y 0,375, respectivamente.

Ahora bien. Es preciso indicar que los resultados descritos deben ser tomados con precaución, especialmente por la informalidad que caracteriza el mercado laboral colombiano. Reconocemos que el modelo de equilibrio general que usamos en este documento no incorpora el sector informal, para evitar mayores complejidades técnicas, por lo que se asume que toda la fuerza laboral activa paga impuestos. Por supuesto, en la práctica eso no sucede y es probable que la tarifa efectiva estimada que maximiza el recaudo tenga algún sesgo.

De otro lado también recordamos que nuestro análisis se basa en el concepto de tarifas efectivas, por lo que sus ajustes pueden ser alcanzados mediante un amplio menú: por ejemplo, ampliando las bases gravables a nuevos contribuyentes, reduciendo o eliminando los beneficios tributarios sobre las rentas laborales, ajustando las tarifas nominales o estatutarias y, por supuesto, mediante una mejor gestión de la recaudación que conduzca a bajar la evasión. Frente a estas opciones, las misiones de expertos han coincidido que el país debe hacer un mayor esfuerzo en expandir las bases gravadas en razón a que, por una parte, hay un amplio potencial para gravar el llamado ingreso mixto de las familias, que contribuyen relativamente poco en el recaudo y, por otro, a que las bases actuales contemplan un amplio espectro de beneficios que concede la legislación tributaria.

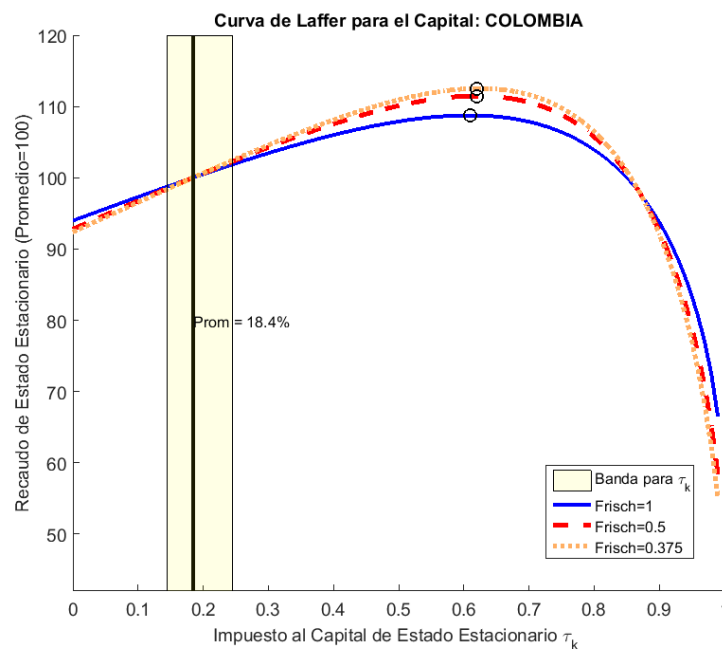
#### 4.2 Curvas de Laffer sobre los impuestos al capital

La curva de Laffer para los impuestos a las rentas del capital en Colombia se presentan en la Gráfica 2. La tarifa efectiva sobre el capital ( $\tau_t^k$ ) se representa en el eje horizontal y el recaudo del gobierno (normalizado) en el eje vertical. La banda en amarillo alrededor de la tarifa promedio que fue de 18,4% muestra que el valor mínimo de dicha tarifa fue de 14,5% (registrado en el año 2000) y el valor máximo de 24,5%,

correspondiente a 2015, Anexo 2). En este caso se destacan dos elementos novedosos, con respecto a la curva de Laffer para los impuestos al trabajo, con importantes implicaciones. En primer lugar, la concavidad de la curva es mucho menos pronunciada (muy tenue), especialmente antes del punto máximo y, en segundo, prácticamente no hay diferencias en las tarifas que maximizan el recaudo con las tres alternativas de la elasticidad de Frisch;<sup>4</sup> por consiguiente, los recaudos que resultan en los tres modelos presentan diferencias marginales.

De la comparación entre la tarifa efectiva que maximizaría el recaudo versus la tarifa observada más reciente (cruce de la curva con la línea vertical del costado derecho del rango amarillo) se concluye que existe un amplio espacio para promover ajustes en los impuestos al capital, a fin de aumentar los recursos del Estado. No obstante, nuestras estimaciones también indican que las ganancias en recaudo serían relativamente marginales. De hecho, con el modelo de referencia (curva azul), por cada punto porcentual de aumento en la tarifa efectiva, el gobierno incrementaría el recaudo por impuestos sobre las rentas del capital en 0,3, en promedio. El bajo resultado en recaudo que resultaría de aumentos marginales en la tributación al capital, constituye una implicación importante de nuestros resultados.

Gráfica 2. Curvas Laffer para los Impuestos al Capital



<sup>4</sup>Resultado previsible porque, por la definición, la elasticidad de Frisch mide la sensibilidad de la oferta de trabajo.

La segunda implicación, no menos importante, asociada con el anterior resultado, tiene que ver con la actual discusión que se está dando en el país en cuanto a la necesidad de rebajarle los impuestos a las empresas para promover la inversión y la competencia de la producción local. Esa discusión se da en un contexto de economía abierta en donde varios países tanto avanzados como emergentes están aliviándole la carga a las empresas para atraer la inversión (o no dejarle salir) y con ello, evitar que se erosione la base de tributación. Es preciso reconocer que el modelo que utilizamos en este documento es, en rigor, de economías cerrada, por lo que no captura dicho contexto externo y, por consiguiente, los resultados obtenidos también deben ser tomados con precaución. A pesar de ello, si usamos nuestras estimaciones con la tarifa efectiva observada más recientemente (de 24.5%), un hipotético alivio sobre la carga a las empresas probablemente no conllevará grandes sacrificios en los recaudos del gobierno; esto se debe a la baja concavidad que exhibe la curva de Laffer antes de su punto máximo, y en particular en el punto donde se ubicaría hoy en día la economía.

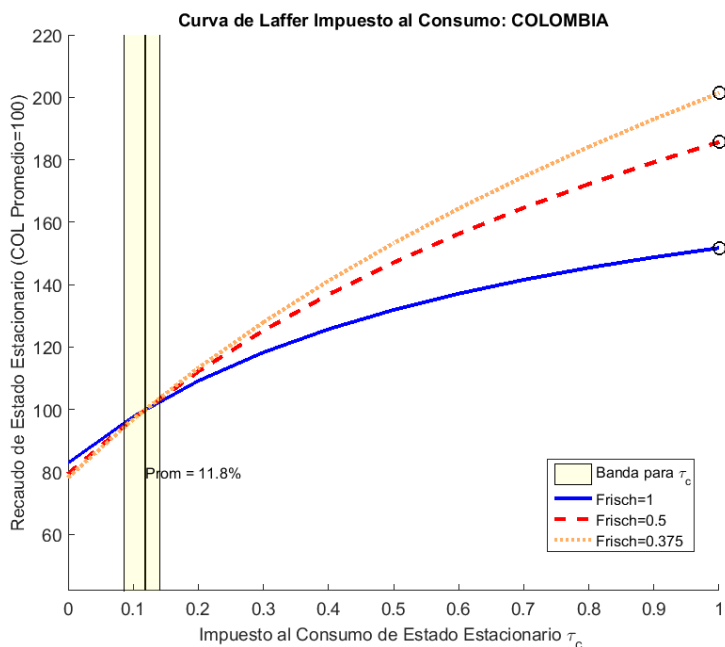
### 4.3 Curvas de Laffer sobre los impuestos al consumo

A diferencia de los dos casos anteriores, la curva de Laffer para los impuestos al consumo no tiene un punto máximo, dentro del rango de tarifas económicamente razonables (entre 0 y 1). Como se puede apreciar en la Grafica 3, esto significa que los recaudos crecen monótonamente con la tarifa y que el ritmo de crecimiento es mayor en la medida que es menor la elasticidad de Frisch de la oferta laboral. No obstante, si consideráramos niveles de la tarifa superiores a 1 en eje horizontal, ( $\tau^c > 1$ ), nos encontraríamos con el hallazgo subrayado por Trabandt y Uhlig (2011) de que la pendiente de la curva de Laffer se aproxima a cero (es decir, encuentra su punto máximo), en la medida que la tarifa al consumo tiende a infinito ( $\tau^c \rightarrow \infty$ ).

La forma atípica de la curva de Laffer para los impuestos al consumo está asociada con las distorsiones que causan los impuestos al trabajo versus los impuestos al consumo. Para ilustrar este punto, deducimos la condición intra-temporal del consumo del problema que enfrentan los hogares (ecuaciones (1) y (4)), que estará dada por  $-\frac{u_2(c,n)}{u_1(c,n)} = \frac{(1-\tau_w)}{(1+\tau_c)} w = \zeta w$ , donde el término  $\zeta$  captura la distorsión marginal de cada impuesto. Nótese que mientras la distorsión sobre  $\zeta$  del aumento de la tarifa al trabajo es -1, la del aumento del impuesto al consumo es  $-\frac{1}{(1+\tau_c)}$ , siendo esta última distorsión menor a la primera y decreciente en  $\tau^c$ . Así, la curva de Laffer para los impuestos al trabajo tiene un pico único porque, por encima de cierto umbral de tasas, la disminución en la oferta laboral causada por aumentos en la tarifa, es mayor a los efectos positivos sobre el recaudo del gobierno. Por el contrario, para el caso de los impuestos al consumo, el efecto positivo de aumentar la tasa sobre los ingresos fiscales es mayor que

la distorsión marginal negativa sobre el consumo de los hogares. De allí que la función sea monótona y creciente en la tarifa.

Gráfica 3. Curvas Laffer para los Impuestos al Consumo



En cuanto al espacio fiscal que eventualmente tendría el gobierno a través de los impuestos al consumo, los resultados muestran que el aumento en la tarifa efectiva a partir del último nivel observable (de 14.1% para 2011), puede aumentar de manera importante el recaudo, especialmente si es poco sensible la oferta laboral a los cambios en el salario después de impuestos (elasticidad de Frisch de 0.375). Recordamos que el numerador de la tarifa efectiva captura el producto entre las tasas estatutarias y las bases ciertamente gravadas (es decir, descontados los beneficios tributarios), con lo cual habría un abanico amplio de posibilidades para aumentar esa tarifa efectiva y acercarla a los estándares internacionales.

## 5. Evidencia internacional

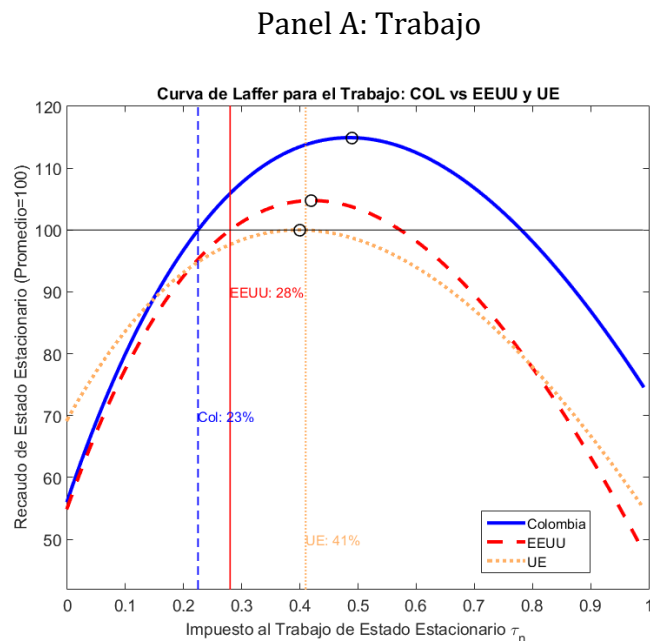
Nuestras estimaciones de las curvas de Laffer para los impuestos sobre los factores de producción en Colombia son comparadas frente a las encontradas por Trabandt y Uhlig (2011) para Estados Unidos y las principales economías de la Unión Europea (catorce en total, UE-14<sup>5</sup>). La comparación es posible gracias a que en todos los casos se emplea el mismo modelo de referencia (con elasticidad de Frisch unitaria), la fuente de los

<sup>5</sup>Los países incluidos en el análisis son: Bélgica, Dinamarca, Alemania, Irlanda, Grecia, España, Francia, Italia, Holanda, Austria, Portugal, Finlandia, Suecia y Reino Unido.

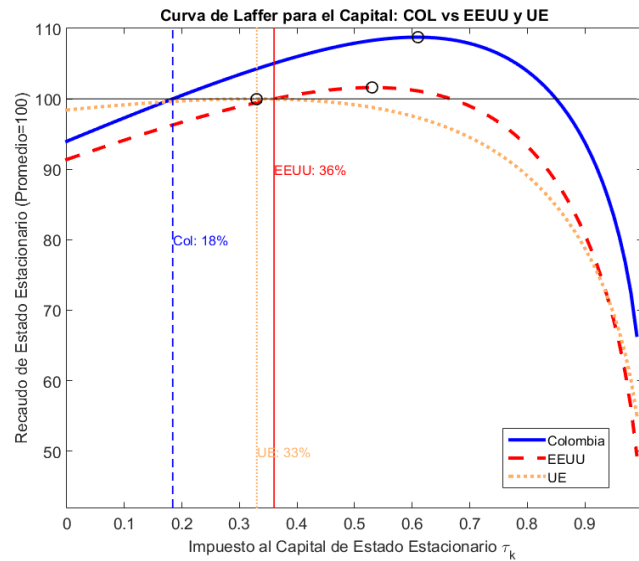
datos son las cuentas nacionales y se utiliza la misma técnica para estimar las tarifas tributarias efectivas. La única diferencia que debemos reconocer es que la muestra para las estimaciones de las economías avanzadas cubrió el período 1995-2009, mientras que para Colombia fue de 1994 a 2015; sin embargo, este detalle es realmente menor debido a que los parámetros son bastante estables, en la medida que corresponden a valores promedio. Infortunadamente se carece de este tipo de estimaciones para otros países de América Latina con ingreso per-cápita equiparable al colombiano, lo cual resultaría muy útil.

En la Gráfica 4 se muestran los resultados conjuntos. En la parte superior (panel A) se comparan las curvas Laffer para los impuestos sobre las rentas laborales. Para el caso de UE14, las estimaciones corresponden al promedio ponderado (por el tamaño) de este grupo de países. El recaudo está normalizado, de manera que el valor de 100 corresponde al valor promedio de la tarifa tributaria sobre las rentas laborales, que para Colombia fue de 22,5%, para U.S.A de 28% y para UE-14 de 41%. Dentro de este grupo hay economías con tarifas efectivas del orden de 55% (Suecia), 49% (Finlandia) y 47% (Dinamarca), quizás de la mayor presión tributaria sobre los ingresos laborales a nivel mundial, hasta economías con tarifas más cercanas a la de Colombia, del orden de 26% (Irlanda) o 27% (Gran Bretaña).

Gráfica 4. Curvas Laffer para los Impuestos sobre los Factores de Producción: Colombia vs Estados Unidos y la Unión Europea (Frish = 1)



## Panel B: Capital



A la luz de los resultados, el nivel promedio de la tarifa efectiva para el grupo UE-14 prácticamente es la que maximiza el recaudo, con lo cual, incrementos adicionales podrían generar tales desincentivos a la oferta laboral que terminaría en una caída en los ingresos fiscales (curva naranja). En este sentido, en las principales economías de esa región pareciera no haber espacio fiscal para mayor carga impositiva sobre las rentas al trabajo. No ocurre lo mismo para U.S.A y, por supuesto, Colombia, que sería el que tiene mayor espacio fiscal. En el caso de Estados Unidos, por cada punto porcentual de aumento en la tarifa efectiva, aumentarían los recaudos en 0.36, en promedio, mientras que en Colombia ese impacto sería de 0.6

En la parte inferior de la Gráfica 4 (Panel B) se comparan las curvas de Laffer para los impuestos sobre las rentas del capital. Allí se muestra que si bien Estados Unidos registra la mayor carga sobre este factor de producción (tasa efectiva de 36%), frente a Europa (33%), en ese país habría un pequeño espacio para incrementar la tarifa efectiva, aunque con ganancias en recaudo realmente marginales (nótese que si se incrementara la tarifa efectiva hasta el nivel que maximiza del recaudo, éste último aumentaría solo entre 2% a 3%). No ocurre lo mismo en Europa, donde prácticamente no hay espacio para incrementar el recaudo con ajustes adicionales en las tarifas efectivas, debido a que se encuentran en el pico máximo de la curva. Dentro de este grupo hay países como Dinamarca (50%), Gran Bretaña (46%) y Bélgica (42%) y Francia (36%), con presiones tributarias sobre el capital que dejan poco espacio para considerar presiones fiscales adicionales sobre este factor. Finalmente, en términos relativos Colombia registra un mayor espacio, aunque como ya se mencionó en la

sección 4.2, incrementos adicionales en la tarifa efectiva no darían ganancias importantes en recaudo.

## 6. Ejercicios de política fiscal

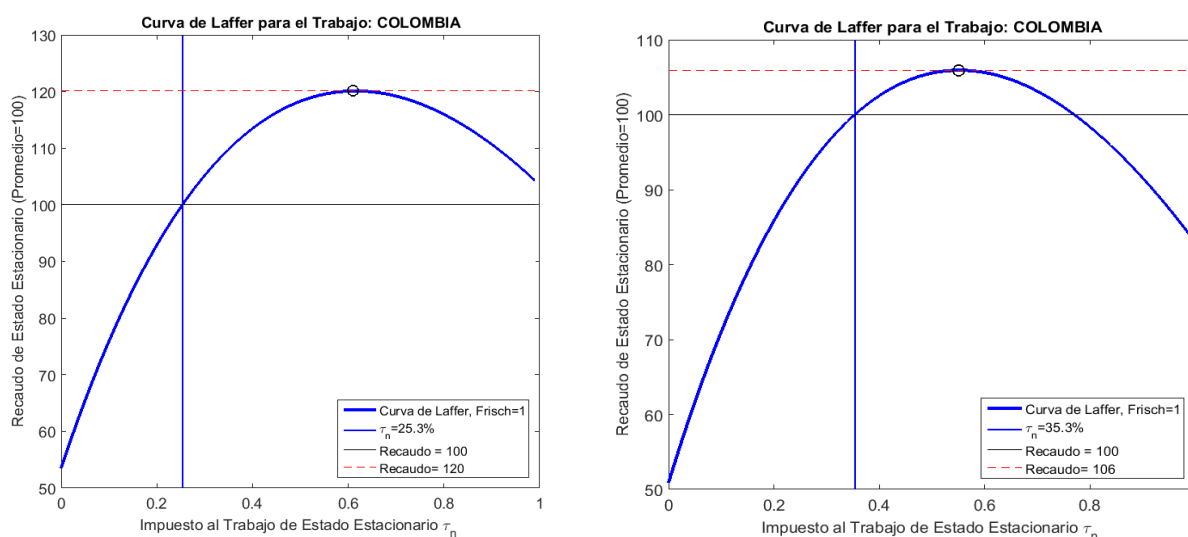
### 6.1 Cambios en las tarifas sobre las rentas factoriales ante aumentos del gasto y del endeudamiento del gobierno

En esta sección presentamos unos ejercicios sencillos de política fiscal para Colombia que muestran la utilidad del modelo, En ellos se comparan soluciones de estado estacionario bajo distintas combinaciones de parámetros. La dinámica de transición entre uno y otro estado es un aspecto que no se aborda explícitamente en este documento. Partimos asumiendo que por razones que podrían estar asociadas al envejecimiento de la población y/o a deficiencias en la infraestructura o en los servicios básicos del Estado, el gobierno requiere aumentar el gasto en 10 puntos porcentuales del producto. Inicialmente asumimos que dicho gasto adicional se financia con mayores impuestos sobre las rentas laborales. En particular, el modelo se calibra inicialmente con las tarifas más altas observada históricamente (25,3% en 2015) y luego se eleva 10 puntos porcentuales. Los resultados se muestran en los paneles A y B de la Gráfica 5.

Gráfica 5. Curvas de Laffer por aumentos en carga sobre las rentas laborales

Panel A:  $\tau^n = 25,3\%$

Panel B:  $\tau^n = 35,3\%$

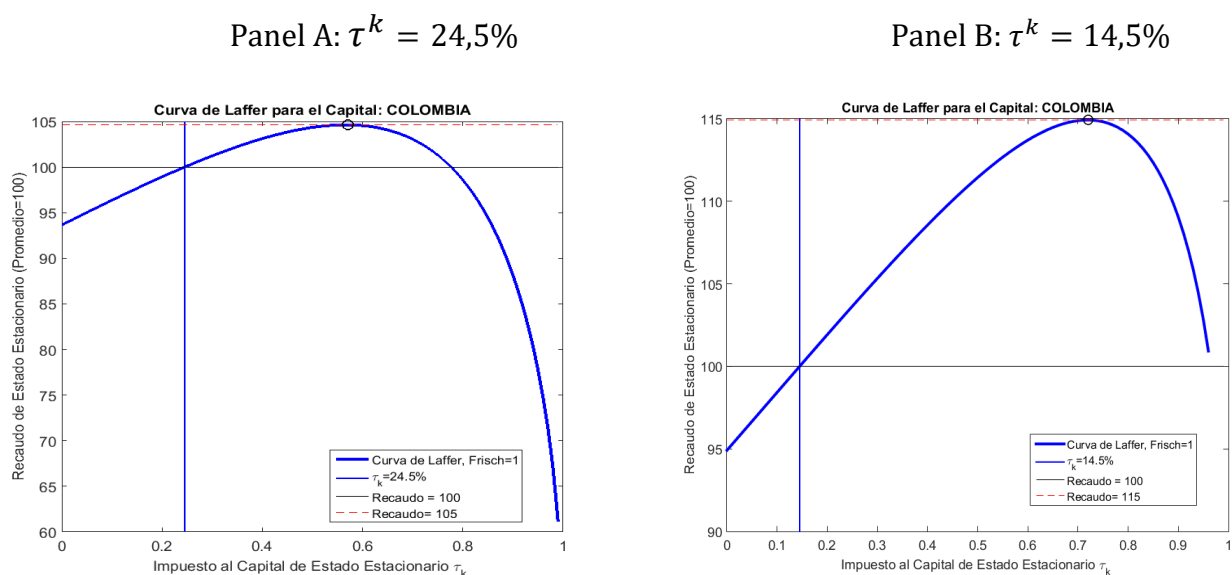


La solución de estado estacionario del modelo con mayor gasto y con una tarifa sobre las rentas laborales de 25,3%, da mayor espacio para impulsar ajustes a los impuestos al trabajo (Panel A). Al registrarse mayor gasto sin incrementar los impuestos ni emitir

nueva deuda, necesariamente las transferencias a los hogares se tienen que ver recortadas, por lo que los hogares tendrán la necesidad de incrementar su oferta de trabajo y, con ello, el ingreso tributario potencial sobre el mercado de trabajo se incrementará. Sin embargo, una vez se incrementa la tarifa efectiva en 10 puntos porcentuales (Panel B), el espacio fiscal que surge del nuevo modelo se reduce más que proporcionalmente, llevando a ganancias adicionales de recaudo cada vez más pequeñas.

En el segundo ejercicio se considera la expansión del gasto en los mismos 10 puntos porcentuales del producto, pero esta vez financiado con nueva deuda. Adicionalmente, a fin de incentivar la inversión y la competitividad de la producción nacional, se rebajarían los impuestos al capital en 10 puntos desde el nivel máximo de la tarifa efectiva observada en 2015, que fue de 24,5%. El resto de los parámetros del modelo se mantienen invariables. Los resultados se muestran en la Gráfica 6.

Gráfica 6. Curvas de Laffer por reducciones en la carga sobre las rentas del capital

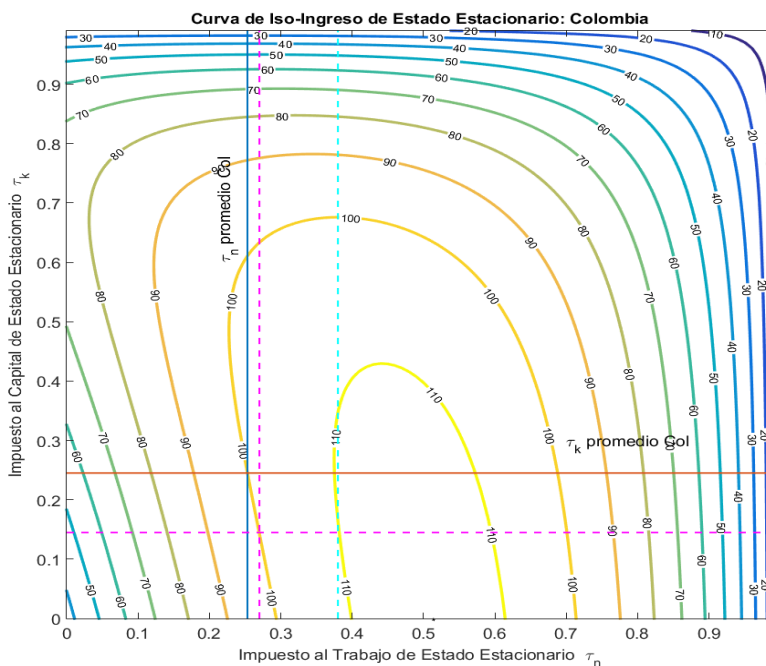


Nótese que, con los nuevos parámetros del modelo, que implica tener en cuenta la carga fiscal sobre las rentas de la capital observada en 2015 y mayores niveles de gasto y deuda, la tarifa efectiva que maximizaría los recaudos sube (Panel A) y el espacio potencial de mayor recaudo se reduce a sólo del 5% (línea discontinua roja). Partiendo de esa situación, el paso siguiente es considerar la reducción de 10 puntos porcentuales en la tarifa efectiva del capital, es decir llevarla a 14,5% (Panel B). Bajo este nuevo escenario, la tarifa que maximizaría el recaudo aumenta y el espacio potencial de mayor recaudo se amplía.

## 6.2 Combinación de tarifas que generan el mismo recaudo tributario

En los ejercicios previos se mostró cómo se alteran las curvas de Laffer y los espacios de mayor recaudo potencial, frente a cambios en las tarifas efectivas sobre las rentas al trabajo y al capital, cada una por separado. En esos ejercicios se permite que varíe una tarifa al tiempo que las otras permanecen constantes. En esta sección se hacen ejercicios alternativos que quizá le dan mayor margen de maniobra al gobierno, en el sentido que se permite que, frente a mayores necesidades de recursos, por ejemplo, se cambien simultáneamente las dos tarifas sobre los factores de producción (trabajo y capital). Se deja invariante la tarifa sobre el consumo, por la forma atípica de su curva de Laffer (Gráfica 3). Las estimaciones resultantes de este nuevo ejercicio conducen a lo que se conoce en la literatura como las curvas de iso-recaudo (*iso-revenue* o *Laffer hills*), que nos muestran las posibles combinaciones entre estas dos tarifas, de manera que generen el mismo recaudo fiscal. La Gráfica 7 muestra los resultados.

Gráfica 7. Curvas de *Iso-Recaudo* para los Impuestos sobre los Factores de Producción



Para interpretarlos es necesario indicar que en un eje se traza la tarifa efectiva sobre las rentas del trabajo ( $\tau^n$ ) y en el otro la tarifa sobre las rentas del capital ( $\tau^k$ ), y que las líneas continuas vertical y horizontal representan las tarifas promedio del trabajo y capital respectivamente, las cuales generan el nivel de recaudo normalizado en 100. Nótese que si el punto de partida es el cruce de las dos líneas continuas ( $\tau^n = 0.26$ ) y

( $\tau^k = 0.24$ ) y el gobierno no quiere sacrificar ingresos fiscales; es decir, desea mantenerlos en 100, una disminución en los impuestos al capital, por ejemplo, en 10 puntos porcentuales tiene que estar compensada necesariamente con un incremento en los impuestos al trabajo (líneas punteadas violeta).

En la Gráfica 7 también se muestra las combinaciones posibles de las tarifas efectivas sobre los factores de producción, ante en el evento que la política del gobierno sea aumentar el recaudo. Si, por ejemplo, por compromisos de mayor gasto el gobierno requiere aumentar el recaudo en 10% (la curva de iso-recaudo ascenderá de 100 a 110) y, a su vez, por razones de competitividad desea reducir la carga fiscal sobre las rentas del capital en 10 puntos porcentuales, tendrá que necesariamente elevar la tasa efectiva sobre las rentas laborales en 15 puntos porcentuales, aproximadamente (cambio ilustrado por la diferencia entre las líneas discontinuas verticales verde y violeta). Por supuesto, el gobierno también puede elevar la carga impositiva sobre el consumo, para que el trabajo no soporte toda la compensación de la rebaja de impuestos al capital.

## 7. Conclusiones

Empleando un modelo neoclásico de crecimiento con acumulación endógena de capital humano, el cual es calibrado con la información de las cuentas nacionales para el período 1994 a 2015, en este documento se estimaron las curvas de Laffer para los impuestos al trabajo, al capital y al consumo en Colombia. Estas curvas que toman la forma U-invertida, evocan uno de los aportes más importante del profesor de economía Arthur Laffer de la Universidad del sur de California, quien reveló en 1974 que siempre hay dos tasas impositivas que producen los mismos ingresos fiscales. De acuerdo con su proposición, a lo largo de la curva los recaudos crecen con aumentos de las tasas impositivas hasta un nivel máximo y luego caen, por los desincentivos que generan sobre el trabajo y la inversión. Este hallazgo tiene implicaciones muy importantes y ha servido de referencia para muchas reformas a la tributación a nivel mundial, como la implementada por el presidente Ronald Reagan en 1981.

La estimación de las curvas Laffer arroja una evidencia hasta ahora no conocida en Colombia, que es de gran utilidad. Por una parte, permite comparar las tarifas tributarias efectivas actuales sobre los factores de producción (trabajo y capital) frente aquellas que maximizarían los recaudos del gobierno y, por consiguiente, tener una idea sobre el espacio fiscal que eventualmente tendría la economía por el lado de los impuestos. Para el caso de las rentas laborales, se concluye que el gobierno cuenta con un margen importante de espacio para ajustar dichos gravámenes. Así, por cada punto porcentual de aumento en la tarifa efectiva, el recaudo por impuestos sobre las rentas laborales se incrementaría en 0,6, en promedio. Esa ganancia de ingresos fiscales sería

superior si se calibra el modelo con elasticidades de la oferta laboral más inelásticas: el recaudo aumentaría en 0,85 y 1, por cada punto porcentual de incremento de la tarifa efectiva, si se utilizan elasticidades de Frisch de 0,5 y 0,375, respectivamente. Los resultados descritos deben tomarse con cautela, especialmente porque el mercado laboral colombiano se caracteriza por un grado importante de informalidad, que no es capturada en el modelo de equilibrio general que utilizamos para los cálculos.

En relación a las rentas del capital, de los resultados se resaltan varios aspectos. Por una parte, que la tarifa que maximiza el recaudo no depende del valor de la elasticidad de Frisch, como en el caso anterior, y que las diferencias de recaudo adicional entre estos casos, son marginales. Por otra, se encuentra que la concavidad de la curva es muy tenue, especialmente antes del punto máximo de la función, con implicaciones importantes. Al comparar las tarifas que maximiza los recaudos frente a la tarifa observada más reciente, se deduce que el gobierno tendría un amplio espacio para ajustar la carga fiscal sobre las rentas del capital. No obstante, la baja concavidad implica que, ante aumentos de la tarifa efectiva, las ganancias en recaudo serían realmente marginales. Así, por cada punto porcentual de aumento en la tarifa efectiva, el gobierno incrementaría el recaudo por impuestos sobre las rentas del capital en 0,3, en promedio.

El debate actual sobre la necesidad de rebajarle los impuestos a las empresas para promover la inversión y la competencia de la producción local, se da en un contexto de economía abierta. Responde también a que, en varias economías, tanto avanzadas como emergentes, se están otorgando alivios a la carga a las empresas para atraer la inversión (o no dejarle salir) y con ello, evitar que se erosione la base de tributación. Es preciso reconocer que los resultados que obtenemos en este frente deben ser tomados con precaución, en la medida que el modelo que utilizamos para sus cálculos es de economía cerrada; es decir, no captura el contexto externo descrito, lo cual restringe al gobierno en sus acciones de política tributaria.

Sobre los eventuales aumentos en las tarifas efectivas para incrementar los recaudos, se precisa que no se recomiendan acciones puntuales. Puesto que el estudio se basa en el concepto de tarifas efectivas, éstas podrían aumentar bien sea ajustando las tarifas marginales y/o bien mediante un mayor esfuerzo en expandir las bases a nuevos contribuyentes. También se lograría mediante una mejor gestión de la administración de impuestos, que conduzca a una reducción de la evasión. Sobre las rentas laborales hay un amplio potencial para gravar el llamado ingreso mixto de las familias, cuya contribución es relativamente baja. Por otra parte, las bases efectivamente gravadas tanto al trabajo como al capital gozan de una amplia gama de beneficios. La recomendación de ampliar las bases gravables de los ingresos al trabajo y reducir y/o

eliminar los beneficios al capital no es novedosa, y ha sido reiterada por las distintas misiones que han estudiado el sistema impositivo del país.

Al comparar nuestros hallazgos de carga tributaria y Curvas de Laffer frente a los países de la OECD (Estados Unidos y las catorce economías más grandes de la Unión Europea) se encuentra que, para el caso del impuesto al capital, las tarifas efectivas de las economías avanzadas son mucho más altas y prácticamente las autoridades no tendrían espacio para incrementarlas. En relación a los impuestos sobre las rentas laborales, se encuentra que en los países de la Unión Europea dichas tarifas están casi en el pico de la curva de Laffer, mientras que en Estados Unidos y en Colombia se tiene espacio para aumentarlas, aunque la ganancia en recaudo de Colombia sería mayor.

En el trabajo se presentan algunos ejercicios sencillos de política fiscal que pueden resultar útiles. Por sólo mencionar uno, si por razones asociadas al envejecimiento de la población y/o a deficiencias en la infraestructura y en programas sociales, el gobierno requiere aumentar el recaudo sobre los factores de producción en 10% y, a su vez, por razones de competitividad desea reducir la carga sobre las rentas del capital en 10 puntos porcentuales, tendrá que necesariamente elevar la tasa efectiva sobre las rentas laborales en 15 puntos. Ese esfuerzo podría ser menor si simultáneamente se incrementa en alguna fracción los impuestos al consumo. Por supuesto, los cambios pueden ser de diferente cuantía, dependiendo de los objetivos que se tracen. Otros ejercicios del trabajo tienen la intención de mostrar las posibles alternativas de política, todos basados en las ideas de Arthur Laffer quien subrayo que las tarifas y las bases gravables pueden ser utilizadas para elevar la recaudación, pero que más allá de ciertos niveles causan desincentivos a la actividad privada que redundará en menores contribuciones al fisco.

## Referencias

1. Airaud M., Buffie, E. F., Zanna L. F., (2016), Inflation Targeting and Exchange Rate Management In Less Developed Countries, International Monetary Fund, Working Paper No. 16/55
2. Bases para una reforma tributaria estructural en Colombia. (2005). Bogotá: Banco de la República, Fedesarrollo.
3. Comisión de expertos para la equidad y la competitividad tributaria, informe final presentado al ministro de hacienda y crédito público. (2015). Bogotá: Fedesarrollo. Recuperado de: <https://www.incp.org.co/Site/2016/info/archivos/informe-final-min-hacienda.pdf>
4. Comisión de Racionalización del Gasto y de las Finanzas Públicas. El saneamiento fiscal, un compromiso de la sociedad. (1997). Santa Fe de Bogotá, D.C. - Colombia.
5. Coskun, 2016, Economic Recovery Tax Act of 1981. (1981). [Washington, D.C.]: [U.S. G.P.O.].
6. Hamann, F.; Lozano, I.; Mejía, L. F. (2012) "Sobre el impacto macroeconómico de los beneficios tributarios al capital", Borradores de Economía, núm. 668, Banco de la República de Colombia.
7. Laffer, A., 2004. The Laffer Curve: Past, Present, and Future. Heritage Foundation Backgrounder no. 1765.
8. Leeper E y Walker T. (2011). Fiscal Limits in Advanced Economies. Mimeo, 39th Australian Conference of Economists
9. Levine, R. y Renelt, D., (1992). "A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regressions," American Economic Review, American Economic Association, vol. 82(4), pages 942-963.
10. MaCurdy, T. E. (1981). An empirical model of labor supply in a life-cycle setting. Journal of Political Economy, 89(6):1059-85. 16
11. Mendoza, E. G., Razin, A., y Tesar, L. L. (1994). "Effective tax rates in macroeconomics: Cross-country estimates of tax rates on factor incomes and consumption". Journal of Monetary Economics, 34(3):297-323. 10, 11, 13, 15
12. Misión del Ingreso Público. (2003). Bogotá, Colombia: Fedesarrollo. Recuperado de: [http://www.repository.fedesarrollo.org.co/bitstream/handle/11445/1642/Report\\_Agosto\\_2002\\_Mision\\_INF\\_F\\_Consejo\\_Directivo.pdf?sequence=2](http://www.repository.fedesarrollo.org.co/bitstream/handle/11445/1642/Report_Agosto_2002_Mision_INF_F_Consejo_Directivo.pdf?sequence=2)

13. Misión de Finanzas Intergubernamentales. (1982). Las finanzas intergubernamentales en Colombia: Informe final de la Misión. Bogotá: Departamento Nacional de Planeación.
14. Miyamoto, Wataru & Nguyen, Thuy Lan & Sergeyev, Dmitriy, 2016. "Government Spending Multipliers under the Zero Lower Bound: Evidence from Japan," CEPR Discussion Papers 11633, C.E.P.R. Discussion Papers.
15. Nutahara K, (2015) Laffer curves in Japan, Journal of The Japanese and International Economies 36, P 56-72
16. Prada, J. D. y Rojas, L. E. (2010). La elasticidad de frisch y la transmisión de la política monetaria en Colombia. En Jalil, M. y Mahadeva, L., editores, Mecanismos de Transmisión de la Política Monetaria en Colombia, pages 643-699. Universidad Externado de Colombia. 16 34
17. Prescott, E. C. (2004). Why do americans work so much more than europeans? Quarterly Review, 28(Jul):2-13. 10, 13
18. Ragan, Kelly S. (2006). "Taxes, Transfers, and Time Use: Fiscal Policy in a Household Production Model." PhD diss. University of Chicago
19. Rincon, H. and Delgado, M. (2018). ¿Cuánto tributan efectivamente el consumo, el trabajo y el capital en Colombia? Borradores de economía, 1041.
20. Trabandt y Uhlig (2011), Trabandt, M., Uhlig, H., "The Laffer curve revisited", Journal of Monetary Economics, Volume 58, Issue 4, 2011, Pages 305-327.
21. Trabandt y Uhlig (2012), Trabandt, M., Uhlig, H., How Do Laffer Curves Differ Across Countries? National Bureau of Economic Research, Working Paper 17862.
22. Wanniski, J., (1978). "Taxes, revenues, and the Laffer curve". Public Interest 50, 3-16

## Anexo 1. Condiciones de Primer Orden y Solución del Modelo en Estado Estacionario

Problema de los Hogares:

$$\max_{c_t, n_t, k_t, x_t, b_t, h_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t, n_t) + v(g_t)]$$

Sujeto a:

$$(1 + \tau_t^c)c_t + x_t + b_t = (1 - \tau_t^n)w_t h_{t-1} q_t n_t + (1 - \tau_t^k)(d_t - \delta)k_{t-1} + \delta k_{t-1} + R_t^b b_{t-1} + s_t + \pi_t + m_t$$

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + x_t \rightarrow x_t = k_t - (1 - \delta)k_{t-1}$$

$$h_t = [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^\omega h_{t-1}^{1-\Omega} + (1 - \delta_h)h_{t-1}$$

Lagrangiano con dos restricciones = Presupuestal ( $\lambda$ ), Acumulación de capital humano ( $\mu$ )

$$\begin{aligned} \mathcal{L}: E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ & [u(c_t, n_t) + v(g_t)] \\ & + \lambda_t [(1 - \tau_t^n)w_t h_{t-1} q_t n_t + (1 - \tau_t^k)(d_t - \delta)k_{t-1} + \delta k_{t-1} + R_t^b b_{t-1} + s_t + \pi_t \\ & + m_t - (1 + \tau_t^c)c_t - x_t - b_t] \\ & + \mu_t [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^\omega h_{t-1}^{1-\Omega} + (1 - \delta_h)h_{t-1} - h_t \} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t}: u'_c(c_t, n_t) - \lambda_t(1 + \tau_t^c) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t}: u'_n(c_t, n_t) + \lambda_t(1 - \tau_t^n)w_t h_{t-1} q_t + \mu_t \omega [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^{\omega-1} (Aq_t + B(1 - q_t)) h_{t-1}^{1-\Omega} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_t}: E_0 \beta \lambda_{t+1} [(1 - \tau_{t+1}^k)(d_{t+1} - \delta) + \delta + (1 - \delta)] - \lambda_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_t}: E_0 \beta R_{t+1}^b \lambda_{t+1} - \lambda_t = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_t}: (1 - \tau_{t+1}^n) E_0 \beta w_{t+1} q_{t+1} n_{t+1} \lambda_{t+1} \\ + \mu_{t+1} \{ [Aq_{t+1} n_{t+1} + B(1 - q_{t+1})n_{t+1}]^\omega (1 - \Omega) h_t^{-\Omega} + (1 - \delta_h) \} - \mu_t = 0 \end{aligned}$$

Agrupando términos comunes, se tiene que:

$$u'_c(c_t, n_t) = \lambda_t(1 + \tau_t^c) \tag{9}$$

$$\begin{aligned} u'_n(c_t, n_t) + \lambda_t(1 - \tau_t^n)w_t h_{t-1} q_t \\ = -\mu_t \omega [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^{\omega-1} (Aq_t + B(1 - q_t)) h_{t-1}^{1-\Omega} \end{aligned} \tag{10}$$

$$\lambda_t = E_0 \beta \lambda_{t+1} [(1 - \tau_{t+1}^k)(d_{t+1} - \delta) + \delta + (1 - \delta)] \quad (11)$$

$$\lambda_t = E_0 \beta R_{t+1}^b \lambda_{t+1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mu_t = E_0 \beta \{ & (1 - \tau_{t+1}^n) w_{t+1} q_{t+1} n_{t+1} \lambda_{t+1} \\ & + \mu_{t+1} \{ [A q_{t+1} n_{t+1} + B(1 - q_{t+1}) n_{t+1}]^\omega (1 - \Omega) h_t^{-\Omega} + (1 - \delta_h) \} \} \end{aligned} \quad (13)$$

El problema de las firmas es:

$$\max_{k_{t-1}, n_t} y_t - d_t k_{t-1} - w_t h_{t-1} q_t n_t$$

Sujeto a

$$y_t = \xi^t k_{t-1}^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta}$$

Reemplazando

$$\max_{k_{t-1}, n_t} \xi^t k_{t-1}^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta} - d_t k_{t-1} - w_t h_{t-1} q_t n_t$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial k_{t-1}}: \theta \xi^t k_{t-1}^{\theta-1} (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta} - d_t = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial n_t}: (1 - \theta) \xi^t k_{t-1}^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{-\theta} (h_{t-1} q_t) - w_t h_{t-1} q_t = 0$$

Solucionando:

$$d_t = \theta \xi^t k_{t-1}^{\theta-1} (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta}$$

$$w_t = (1 - \theta) \xi^t k_{t-1}^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{-\theta}$$

$$d_t = \left( \frac{\theta \xi^t (h_{t-1} q_t n_t)}{k_{t-1}} \right)^{1-\theta} \quad (14)$$

$$w_t = (1 - \theta) \xi^t \left( \frac{k_{t-1}}{h_{t-1} q_t n_t} \right)^\theta \quad (15)$$

El problema del gobierno: Enfrenta la restricción presupuestaria:

$$g_t + s_t + R_t^b b_{t-1} = b_t + T_t \quad (16)$$

Donde los ingresos por impuestos están dados por:

$$T_t = \tau_t^c c_t + \tau_t^n w_t h_{t-1} q_t n_t + \tau_t^k (d_t - \delta) k_{t-1} \quad (17)$$

Condiciones extra

$$k_t = (1 - \delta)k_{t-1} + x_t \quad (18)$$

$$y_t = \xi^t k_{t-1}^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta} \quad (19)$$

$$h_t = [A q_t n_t + B(1 - q_t) n_t]^\omega h_{t-1}^{1-\Omega} + (1 - \delta_h) h_{t-1} \quad (20)$$

$$y_t = c_t + x_t + g_t - m_t \quad (21)$$

Una vez se tienen las condiciones de primer orden, se asume que, en el estado estacionario, las variables macroeconómicas fundamentales crecen a la misma tasa. Para encontrar dicha solución, es necesario sustraer la tendencia del modelo (*detrending*), la cual viene dada por  $\psi = \xi^{\frac{1}{1-\theta}}$ . Esto implica que para cualquier variable  $a_t$  (excepto para  $\tilde{k}_{t-1} \equiv k_{t-1}/\xi^t$ ,  $\mu$  y  $\lambda$ ),  $\tilde{a}_t \equiv a_t/\xi^t$

Las utilidades marginales son en este caso:

$$u'_c(c_t, n_t) = (c_t)^{-\eta} \left[ 1 - \kappa(1 - \eta)n_t^{1+1/\varphi} \right]^\eta \quad (22)$$

$$u'_n(c_t, n_t) = -\eta \left( 1 + \frac{1}{\varphi} \right) \left\{ (c_t)^{1-\eta} \left[ 1 - \kappa(1 - \eta)n_t^{1+1/\varphi} \right]^{\eta-1} \kappa n_t^{1/\varphi} \right\} \quad (23)$$

A continuación, sustraemos la tendencia para cada una de las variables (ecuaciones) citadas, para encontrar al final la tasa a la cual crece el sistema:

Para (1):

De (14) se tiene que:

$$u'_c \left( \frac{c_t}{\psi^t}, n_t \right) = \left( \frac{c_t}{\psi^t} \right)^{-\eta} \left[ 1 - \kappa(1 - \eta)n_t^{1+1/\varphi} \right]^\eta$$

Por lo tanto,

$$\tilde{\lambda}_t = \frac{\lambda_t}{\psi^{-\eta t}}$$

Entonces (1) será

$$u'_c \left( \frac{c_t}{\psi^t}, n_t \right) = \frac{\lambda_t}{\psi^{-\eta t}} (1 + \tau_t^c)$$

$$u'_c(\tilde{c}_t, n_t) = \tilde{\lambda}_t (1 + \tau_t^c) \quad (1^*)$$

Para (2):

De (15) se tiene que

$$u'_n(\tilde{c}_t, n_t) = -\eta \left(1 + \frac{1}{\varphi}\right) \left\{ \frac{c_t^{1-\eta}}{\psi^{(1-\eta)t}} \left[1 - \kappa(1-\eta)n_t^{1+\frac{1}{\varphi}}\right]^{\eta-1} \kappa n_t^{\frac{1}{\varphi}} \right\}$$

Por lo tanto,

$$\tilde{\mu}_t = \frac{\mu_t}{\psi^{(1-\eta)t}}$$

Así, en orden de mantener la ecuación (2) inalterada, es necesario multiplicar a ambos lados por  $(\psi^{(1-\eta)t})^{-1}$

$$u'_n(\tilde{c}_t, n_t) + \tilde{\lambda}_t(1 - \tau_t^n)\tilde{w}_t h_{t-1} q_t = -\tilde{\mu}_t \omega [Aq_t n_t + B(1 - q_t)n_t]^{\omega-1} (Aq_t + B(1 - q_t)) h_{t-1}^{1-\omega} \quad (2^*)$$

Donde, para segunda generación  $\Omega = \omega$

Para (3):

Para ser consistente:

$$\tilde{\lambda}_t = \frac{\lambda_t}{\psi^{-\eta t}}$$

Por esa razón:

$$\tilde{\lambda}_t = E_0 \beta \tilde{\lambda}_{t+1} \psi^{-\eta} [(1 - \tau_{t+1}^k)(d_{t+1} - \delta) + \delta + (1 - \delta)] \quad (3^*)$$

Para (4):

$$\tilde{\lambda}_t = E_0 \beta R_{t+1}^b \tilde{\lambda}_{t+1} * \psi^{-\eta} \quad (4^*)$$

Para (5):

$$\tilde{\mu}_t = E_0 \beta \left\{ [(1 - \tau_{t+1}^n)\tilde{w}_{t+1} q_{t+1} n_{t+1} \tilde{\lambda}_{t+1} \psi^{1-\eta}] + \tilde{\mu}_{t+1} \psi^{1-\eta} \{ [Aq_{t+1} n_{t+1} + B(1 - q_{t+1})n_{t+1}]^{\omega} (1 - \omega) h_t^{-\omega} + (1 - \delta_h) \} \right\} \quad (5^*24)$$

Para (10):

$$\tilde{k}_t \psi = (1 - \delta)\tilde{k}_{t-1} + \tilde{x}_t \quad (6^*)$$

Para (11):

$$\tilde{y}_t = (\tilde{k}_{t-1})^\theta (h_{t-1} q_t n_t)^{1-\theta} \quad (7^*)$$

Para (6):

$$d_t = \theta \frac{y_t}{k_{t-1}} \rightarrow d_t = \theta \frac{y_t/\psi^t}{k_{t-1}/\psi^t}$$

$$d_t = \theta \frac{\tilde{y}_t}{\tilde{k}_{t-1}} \quad (8^*)$$

Para (7):

$$w_t = (1 - \theta) \frac{y_t}{h_{t-1} q_t n_t}$$

$$\frac{w_t}{\psi^t} = (1 - \theta) \frac{y_t/\psi^t}{h_{t-1} q_t n_t} \rightarrow \tilde{w}_t = (1 - \theta) \frac{\tilde{y}_t}{h_{t-1} q_t n_t} \quad (9^*25)$$

Para (13):

$$\frac{y_t}{\psi^t} = \frac{c_t}{\psi^t} + \frac{x_t}{\psi^t} + \frac{g_t}{\psi^t} - \frac{m_t}{\psi^t} \rightarrow \tilde{y}_t = \tilde{c}_t + \tilde{x}_t + \tilde{g}_t - \tilde{m}_t \quad (10^*)$$

Para (9):

$$\tilde{T}_t = \tau_t^c \tilde{c}_t + \tau_t^n \tilde{w}_t h_{t-1} q_t n_t + \tau_t^k (d_t - \delta) \tilde{k}_{t-1} \quad (11^*)$$

A lo largo de la senda de crecimiento balanceado

$$u'_c(c, n) = \lambda(1 + \tau^c) \quad (1^*)$$

$$u'_n(\bar{c}, n) + \bar{\lambda}(1 - \tau^n) \bar{w} h q = -\bar{\mu} \omega [Aq n + B(1 - q)n]^{\omega-1} (Aq + B(1 - q)) h^{1-\omega} \quad (2^*)$$

$$\bar{\mu} = \beta \{ [(1 - \tau^n) \bar{w} q n \bar{\lambda} \psi^{1-\eta}] + \bar{\mu} \psi^{1-\eta} [Aq n + B(1 - q)n]^\omega (1 - \omega) h^{-\omega} + (1 - \delta_h) \} \quad (5^*)$$

De (12) se tiene que:

$$h = [Aq n + B(1 - q)n]^\omega h^{1-\omega} + (1 - \delta_h) h$$

$$1 = [Aq n + B(1 - q)n]^\omega h^{-\omega} + (1 - \delta_h)$$

$$\delta_h = [Aq n + B(1 - q)n]^\omega h^{-\omega}$$

$$\begin{aligned}
\delta_h [Aqn + B(1 - q)n]^{-\omega} &= h^{-\omega} \\
\delta_h^{-1/\omega} [Aqn + B(1 - q)n] &= h \\
\delta_h^{-1/\omega} [B + (A - B)q]n &= h \tag{12'}
\end{aligned}$$

De (2\*)

$$\begin{aligned}
u'_n(\bar{c}, n) + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\delta_h^{-1/\omega} [Aqn + B(1 - q)n]q \\
&= -\bar{\mu}\omega [Aqn + B(1 - q)n]^{\omega-1} (Aq + B(1 - q)) \left[ \delta_h^{-1/\omega} [Aqn + B(1 - q)n] \right]^{1-\omega} \\
u'_n(\bar{c}, n) + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\delta_h^{-1/\omega} [Aqn + B(1 - q)n]q &= -\bar{\mu}\omega (Aq + B(1 - q)) \delta_h^{\omega-1/\omega} \\
u'_n(\bar{c}, n) + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\delta_h^{-1/\omega} [B + (A - B)q]nq &= -\bar{\mu}\omega [B + (A - B)q] \delta_h^{\omega-1/\omega} \\
u'_n(\bar{c}, n) + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}nq &= -\bar{\mu}\omega\delta_h \\
\bar{u}'_n(\bar{c}, n) &= (1 - \tau^n)\bar{w}q\bar{\lambda} + \frac{\bar{\mu}\omega\delta_h}{n}
\end{aligned}$$

Usando (12')

$$\begin{aligned}
\bar{\mu} &= \beta \left\{ [(1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda}\psi^{1-\eta}] \right. \\
&\quad \left. + \bar{\mu}\psi^{1-\eta} \{ [Aqn + B(1 - q)n]^\omega (1 - \omega)\delta_h [Aqn + B(1 - q)n]^{-\omega} + (1 - \delta_h) \} \right\} \\
\bar{\mu} &= \beta [(1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda}\psi^{1-\eta}] + \beta\bar{\mu}\psi^{1-\eta} \{ (1 - \omega)\delta_h + (1 - \delta_h) \} \\
\bar{\mu} &= \beta [(1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda}\psi^{1-\eta}] + \beta\bar{\mu}\psi^{1-\eta} \{ 1 - \omega\delta_h \} \\
\bar{\mu} - \beta\bar{\mu}\psi^{1-\eta} \{ 1 - \omega\delta_h \} &= \beta(1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda}\psi^{1-\eta} \\
\bar{\mu} [1 - \beta\psi^{1-\eta} \{ 1 - \omega\delta_h \}] &= \beta(1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda}\psi^{1-\eta} \\
\bar{\mu} \left[ \frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - \{ 1 - \omega\delta_h \} \right] &= (1 - \tau^n)\bar{w}qn\bar{\lambda} \\
\bar{\mu} &= \frac{(1 - \tau^n)\bar{w}qn}{\left[ \frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + \omega\delta_h \right]} \bar{\lambda} \tag{12*}
\end{aligned}$$

Ahora, para encontrar la cantidad de trabajo en la senda balanceada de crecimiento, se parte de (14) - (15) haciendo  $\frac{u'_c(\bar{c}, \bar{n})}{u'_n(\bar{c}, \bar{n})}$ :

$$\frac{u'_c(\bar{c}, \bar{n})}{u'_n(\bar{c}, \bar{n})} = \frac{1}{-\eta(1 + \frac{1}{\varphi}) \{ (\bar{c}) [1 - \kappa(1 - \eta)\bar{n}^{1+1/\varphi}]^{-1} \kappa \bar{n}^{1/\varphi} \}} \tag{16}$$

Igualmente, para (1\*) - (2\*) y reemplazando (12\*):

$$\frac{u'_c(\bar{c}, \bar{n})}{u'_n(\bar{c}, \bar{n})} = - \frac{\bar{\lambda}(1 + \tau^c)\bar{n}}{\bar{\mu}\omega\bar{h}\delta_h + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\bar{h}\bar{q}\bar{n}} \quad (17)$$

Igualando (16) y (17) se tiene que:

$$- \frac{1}{\eta(1 + \frac{1}{\varphi})\{(\bar{c})[1 - \kappa(1 - \eta)\bar{n}^{1+1/\varphi}]^{-1}\kappa\bar{n}^{1/\varphi}\}} = - \frac{\bar{\lambda}(1 + \tau^c)\bar{n}}{\bar{\mu}\omega\bar{h}\delta_h + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\bar{h}\bar{q}\bar{n}} \quad (18)$$

Reemplazando (12\*) en (18):

$$\frac{1}{\eta(1 + \frac{1}{\varphi})\{(\bar{c})[1 - \kappa(1 - \eta)\bar{n}^{1+1/\varphi}]^{-1}\kappa\bar{n}^{1/\varphi}\}} = \frac{\bar{\lambda}(1 + \tau^c)\bar{n}}{\frac{(1 - \tau^n)\bar{w}q\bar{n}\bar{\lambda}\omega\bar{h}\delta_h}{\left[\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + \omega\delta_h\right]} + \bar{\lambda}(1 - \tau^n)\bar{w}\bar{h}\bar{q}\bar{n}} \quad (19)$$

Tomando como referencia la C.P.O con respecto a n de la firma, se tiene que:

$$\bar{w}\bar{h}\bar{q}\bar{n} = (1 - \theta)\bar{Y}$$

Reemplazando en (19)

$$\frac{1}{\eta(1 + \frac{1}{\varphi})\{(\bar{c})[1 - \kappa(1 - \eta)\bar{n}^{1+1/\varphi}]^{-1}\kappa\bar{n}^{1/\varphi}\}} = \frac{(1 + \tau^c)\bar{n}}{\frac{(1 - \tau^n)(1 - \theta)\bar{Y}\omega\delta_h}{\left[\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + \omega\delta_h\right]} + (1 - \tau^n)(1 - \theta)\bar{Y}} \quad (20)$$

Y desarrollando:

$$\frac{1}{\eta\kappa\bar{n}^{\frac{1}{\varphi}+1}} - \frac{1}{\eta} + 1 = \left( \frac{(1 + \tau^c)}{(1 - \tau^n)} * \left[ \frac{(1 + \frac{1}{\varphi})}{(1 - \theta)} \right] * \frac{\bar{c}}{\bar{Y}} \right) \frac{\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + \omega\delta_h}{\frac{1}{\beta\psi^{1-\eta}} - 1 + 2\omega\delta_h}$$

## Anexo 2. Metodología de Cálculo de las Tarifas Tributarias Efectivas

- Al consumo ( $\tau^c$ )

$$(1) \quad \tau^c = \frac{INN}{B-INN}$$

donde,  $B = C + (GC - GW)$

Se tiene en cuenta los impuestos indirectos netos sobre la producción (INN) y el valor antes de impuestos del consumo realizado por los hogares (C) y por el gobierno (GC). El consumo del gobierno no incluye el pago por sueldos y salarios (GC - GW), ya que este ítem hace parte de la remuneración al factor trabajo. Así definida, la tarifa sobre el consumo corresponde a la diferencia porcentual entre el precio que pagan los consumidores (después de impuestos) por la producción nacional y el precio al cual ofrecen las firmas sus productos (antes de impuestos). Puesto que en las cuentas nacionales los gastos en consumo se registran después de impuestos, se le debe sustraer el valor de los impuestos indirectos.

- Sobre los ingresos laborales ( $\tau^n$ )

$$(2) \quad \tau^n = \tau_W + \tau_{NOM} + \tau_{SS}$$

La tarifa efectiva sobre los ingresos laborales ( $\tau^n$ ) tiene tres componentes. El primero es el pago de impuestos sobre las rentas del trabajo ( $\tau_W$ ); el segundo es el impuesto sobre la nómina ( $\tau_{NOM}$ ) cuya tasa fue de 9% sobre el costo de la plantilla laboral de las empresas hasta 2012 y luego se redujo a 4%; y, el tercero, está constituido por las contribuciones a la seguridad social ( $\tau_{SS}$ ).

Para la estimación de las tarifas efectivas sobre las rentas laborales, se asume que todas las fuentes de ingreso de los hogares se gravan a la misma tasa ( $\tau_H$ ). A la luz del tratamiento que le da la legislación tributaria colombiana, este supuesto es razonable. Por consiguiente, el primer paso consiste justamente en calcular dicha tasa ( $\tau_H$ ), que, de acuerdo con (2.1), estará dada por la razón entre los impuestos corrientes que pagan las familias (ICIH) y el total de sus rentas (desglosadas entre sueldos y salarios, W, rentas de capital, EBEH, y rentas propias, RPH, –que incluye otras formas de ingreso). Este cálculo se requiere, en la medida que no se dispone por separado del pago de los impuestos que hacen las familias según el origen de los ingresos.

$$(2.1) \quad \tau_H = \frac{ICIH}{W + EBEH + RPH}$$

Puesto que todas las fuentes de ingreso de los hogares se gravan a la misma tarifa,  $\tau$  se calcula como,

$$(2.2) \quad \tau_W = \frac{\tau_H W}{W + CSSE}$$

Nótese que la base gravable de este impuesto incluye tanto los salarios ( $W$ ) que reciben las familias, como contribuciones a la seguridad social que les aportan los empleadores ( $CSSE$ ). Por su parte,  $\tau_{NOM}$  y  $\tau_{SS}$  se calculan de acuerdo a (2.3) y (2.4) respectivamente,

$$(2.3) \quad \tau_{NOM} = \frac{ICNOM}{(1-\theta)Y}$$

$$(2.4) \quad \tau_{SS} = \frac{CSS}{(1-\theta)Y}$$

Donde  $ICNOM$  se refiere a los impuestos corrientes sobre la nómina, comúnmente parafiscales. Infortunadamente en las cuentas nacionales no es posible identificar el pago de estos impuestos, lo cual se supera construyendo la serie a partir de información brindada por Supersubsidio (Superintendencia del Subsidio familiar). Para estimar  $\tau_{SS}$ , se utiliza el total de las contribuciones sociales realizadas por independientes, empleadores y asalariados ( $CSS$ ), el producto ( $Y = PIB - IIN$ ) y la participación del trabajo en el producto ( $1-\theta$ ).

- Sobre los Ingresos de Capital ( $\tau^k$ )

$$(3) \quad \tau^k = \frac{\tau_H (ENEH+RPH)+ICS}{ENE} = \tau_{KH} + \tau_{KS}$$

Las tarifas efectivas sobre las rentas del capital ( $\tau^k$ ) se calculan teniendo en cuenta los agentes que reciben ingreso de este factor. Por una parte, están las rentas de los hogares por sus bienes de capital, compuestas por: Excedente Bruto de Explotación, -al cual se le restan los beneficios tributarios por depreciación, dando lugar al Excedente Neto de Explotación ( $ENEH$ )- y por las rentas propias ( $RPH$ ), que incluyen otras formas de ingresos de los hogares asociados a su patrimonio.

Puesto que se asume que  $\tau_H$  (estimada en 2.1), se aplica indistintamente a todas las fuentes de ingresos de las familias, y además que las cuentas nacionales dan cuenta de los impuestos corrientes pagados por las sociedades ( $ICS$ ), la tarifa efectiva del retorno al capital está dada por la suma de los impuestos pagados por los hogares y los impuestos pagados por las sociedades sobre el excedente neto de explotación agregado de la economía ( $ENE$ ). El  $ENE$  corresponde al excedente bruto menos los descuentos por la depreciación de los activos. Para el cálculo de los beneficios tributarios por depreciación, se acudió a la información de las declaraciones de renta de las personas jurídicas, disponible en la Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales ( $DIAN$ ). Para construir la serie, se toma el total de los descuentos por depreciación de activos y el total de beneficios tributarios a las sociedades. Entre el año 2000 y 2003, los beneficios por depreciación explican el 6% de los beneficios totales. Puesto que la información de

descuentos por depreciación no está disponible para el público después de 2004, se aplica ese porcentaje sobre los beneficios totales para los años siguientes.

Los resultados de las tasas tributarias efectivas sobre el consumo, los ingresos laborales y de capital para el período 1994-2015 se presentan en el siguiente Cuadro.

### Tarifas efectivas de tributación en Colombia. 1994-2015

Año	Consumo	Tarifa sobre	Ingresos Laborales				Ingresos de Capital <sup>1/</sup>		
	$\tau^c$	Ingreso de los hogares $\tau_H$	Salarios		Seguridad Social		Hogares $\tau_{KH}$	Sociedades $\tau_{KS}$	Total $\tau^k$
			$\tau_w$	$\tau_{NOM}$	$\tau_{SS}$	Total $\tau^n$			
1994	10.3	6.9	6.6	2.0	9.8	18.3	-	-	-
1995	11.1	7.1	6.7	2.0	10.7	19.4	-	-	-
1996	9.9	7.3	6.9	2.1	11.5	20.5	-	-	-
1997	10.3	7.2	6.7	2.1	12.2	21.1	-	-	-
1998	9.0	6.9	6.4	2.1	11.6	20.2	-	-	-
1999	8.6	8.7	8.1	2.1	11.2	21.4	-	-	-
2000	10.2	8.9	8.3	2.0	10.7	21.0	2.1	12.4	14.5
2001	9.9	8.1	7.6	2.0	11.1	20.7	2.0	13.6	15.6
2002	10.3	7.8	7.3	2.0	11.3	20.5	1.7	15.4	17.2
2003	11.2	8.2	7.6	2.0	11.1	20.6	1.7	15.7	17.4
2004	12.0	8.7	8.1	2.0	11.6	21.7	1.8	16.7	18.4
2005	12.7	9.0	8.4	2.1	11.9	22.3	1.8	17.0	18.9
2006	13.6	9.4	8.7	2.1	11.4	22.2	1.9	15.3	17.1
2007	13.9	9.7	9.0	2.1	11.2	22.3	1.9	15.7	17.6
2008	13.4	10.4	9.6	2.2	12.3	24.1	2.1	15.8	17.9
2009	12.3	9.7	8.9	2.3	13.6	24.7	2.2	16.5	18.7
2010	12.9	9.8	8.9	2.4	13.7	24.9	2.0	13.9	15.9
2011	14.1	10.2	9.3	2.4	13.7	25.3	1.8	15.2	17.0
2012	13.5	11.7	10.6	2.4	13.9	26.9	2.2	18.5	20.7
2013	12.6	12.1	10.9	1.1	13.6	25.6	2.3	18.9	21.2
2014	13.2	12.3	11.0	1.2	13.3	25.5	2.6	18.7	21.3
2015	13.2	12.3	11.1	1.2	13.1	25.3	3.0	21.5	24.5
Promedio 1994-2015	11.8	9.2	8.5	2.0	12.0	22.5	2.1	16.3	18.4
Promedio 1994-2004	10.3	7.8	7.3	2.0	11.2	20.5	-	-	-
Promedio 2005-2015	13.3	10.6	9.7	1.9	12.9	24.5	2.2	17.0	19.2

1/No se contó con información sobre los beneficios tributarios por depreciación de activos para el periodo 1994-1999, impidiendo el cálculo de las tarifas. Por consiguiente, el promedio 1994-2015 corresponde al periodo 2000-2015.

### Variables para el cálculo de las tarifas tributarias efectivas

Variable	Descripción	Fuente
IP	Impuestos sobre los Productos (sin importaciones netas)	Cuenta de Asignación del Ingreso Primario
SP	Subvenciones sobre los Productos (sin importaciones netas)	
IIN	Impuestos Indirectos Netos de Subvenciones (IIN=IP-SP)	
CSS	Contribuciones a la Seguridad Social (empleadores, asalariados e imputadas)	Cuenta de Distribución Secundaria del Ingresos e Impuestos al Trabajo
CSSE	Contribuciones a la Seguridad Social de los Empleadores	Cuenta de Distribución Secundaria del Ingresos e Impuestos al Trabajo
GW	Sueldos y Salarios pagados por el Gobierno General	Cuentas del Gobierno General
GC	Gasto del Gobierno General	Principales Agregados Macroeconómicos
W	Remuneración a los asalariados	
EBE	Excedente Bruto de Explotación	
PIB	Producto Interno Bruto	
ICNOM	Impuestos Corrientes sobre la Nómina	Serie construida a partir de información de Supersubsidio
DP	Descuentos Tributarios por Depreciación	Cifras DIAN

### Hogares

Variable	Descripción	Fuente
ICIH	Impuestos Corrientes sobre el Ingreso, la Riqueza, etc. de los Hogares	Cuenta de Distribución Secundaria del Ingreso e Impuestos al Trabajo
C	Gasto de los Hogares + Gasto de ISFLSH <sup>1</sup>	Principales Agregados Macroeconómicos
WH	Sueldos y Salarios de los Hogares	Cuentas de los Hogares por Categoría
EBEH	Excedente Bruto de Explotación de los Hogares	
RPH	Renta de la Propiedad de los Hogares	

<sup>1</sup> ISFLSH: Instituciones sin fines de lucro que sirven a los hogares

### Sociedades (financieras y no financieras)

Variable	Descripción	Fuente
ICIS	Impuestos Corrientes sobre el Ingreso de las Sociedades (financieras y no financieras)	Cuentas de las sociedades y cuasi-sociedades financieras y no financieras

