



# REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

---

Septiembre de 2009

Un modelo de simulación del régimen de ahorro individual  
con solidaridad en Colombia

Mauricio Arias  
Juan Carlos Mendoza

# Un modelo de simulación del Régimen Pensional de Ahorro Individual con Solidaridad en Colombia<sup>\*</sup>

Mauricio Arias  
Juan Carlos Mendoza<sup>\*\*</sup>

Octubre de 2009

## Resumen

Con la reforma de 1993, en Colombia se dio vía libre a un sistema general de pensiones de carácter mixto, compuesto por el Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida y el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad. El primero representa el régimen tradicional de carácter público y de beneficio definido, mientras que el segundo corresponde al sistema privado de capitalización individual. Este documento presenta un modelo de simulación que permite proyectar la dinámica del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad. Con este modelo se construye un marco teórico de referencia que determina de forma detallada, el comportamiento de cada una de las variables que intervienen en el funcionamiento de este régimen. El modelo es lo suficientemente simple para que sea fácilmente computable, por lo cual se realiza una aplicación numérica que incorpora la información disponible para Colombia. De esta forma, se proyecta la dinámica del régimen durante las próximas cuatro décadas y se evalúa su comportamiento ante la variación de algunos de sus principales determinantes.

**Clasificación JEL:** G23, H55, C15.

**Palabras clave:** pensiones, sistema general de pensiones, Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad, fondo de garantía de pensión mínima.

---

<sup>\*</sup>Se agradecen los comentarios de Dairo Estrada, Adriana Huertas y Oscar Martínez, además las discusiones realizadas al interior del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República de Colombia. Las opiniones expresadas en este trabajo no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva y son responsabilidad exclusiva de los autores.

<sup>\*\*</sup>Los autores son, en su orden, Profesional Experto y Profesional del Departamento de Estabilidad Financiera, Banco de la República de Colombia. E-mail: mariasji@banrep.gov.co, jmendogu@banrep.gov.co.

## Introducción

La reforma al régimen de seguridad social de 1993<sup>1</sup> permitió establecer en Colombia un sistema general de pensiones de carácter mixto, compuesto por el Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida (RSPM) y el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad (RAIS). Mientras que el primero corresponde al sistema público de beneficio definido que venía funcionando en Colombia antes de esta medida, el segundo es un régimen de contribución definida, administrado por un grupo de entidades privadas. En consecuencia, con la reforma se dio paso a un modelo pensional que, basado en principios de sostenibilidad y solidaridad, buscaba ampliar la cobertura de la población.

Esta reforma modernizó el sistema pensional a través de la incorporación de la capitalización individual, principalmente. Esto permitió, por una parte, garantizar el pago de pensiones de forma independiente de los recursos públicos, y por otra, facilitó la reducción de la carga pensional del Estado a través de la disminución de los costos fiscales de largo plazo a cargo del Instituto de Seguros Sociales (ISS). De igual forma, permitió la definición de mecanismos de distribución y contribución con fines solidarios, como las garantías de pensión mínima.

A partir de este cambio regulatorio, el anterior sistema de reparto fue redefinido como el RSPM. Este es un régimen de beneficio definido o *pay as you go*, donde los afiliados realizan aportes durante toda su vida laboral a un fondo común, el cual es administrado por el ISS y utilizado permanentemente para el pago de las pensiones. A junio de 2009 estaba compuesto por 6,2 millones de afiliados y la carga pensional a su cargo ascendía al 82,6 % del PIB<sup>2</sup>. Adicionalmente, integra los afiliados y los recursos provenientes de la liquidación de regímenes especiales de varias entidades públicas.

Es importante resaltar que bajo un esquema de beneficio definido, las pensiones son financiadas por las contribuciones de los afiliados. De esta forma, se da una transferencia de recursos directa entre la población joven cotizante y la población adulta beneficiaria y, por ende, su sostenibilidad está estrechamente vinculada con la estructura de la pirámide poblacional. Estos son regímenes de carácter público comúnmente y, en economías donde la población joven supera significativamente a la población mayor, suelen representar sistemas sostenibles de seguridad social.

Sin embargo, bajo un escenario donde la participación de la población con edad adulta tiende a incrementarse, este tipo de régimen es altamente vulnerable. Al reducirse la relación entre la población joven y la adulta se altera el equilibrio del sistema, dando lugar a intervenciones estatales para compensar los recursos faltantes. Por lo tanto, estos son sistemas que tienden a ser sustituidos o complementados por modelos menos sensibles a cambios en la estructura poblacional, de carácter privado y autosostenibles.

---

<sup>1</sup>El Sistema General de Pensiones vigente fue regulado con la Ley 100 de 1993. Esta Ley fue complementada posteriormente con las Leyes 797 y 860 de 2003, y el Acto Legislativo 01 de 2005.

<sup>2</sup>Este valor corresponde al monto de la deuda pensional estimada por el Ministerio de Hacienda para 2009, que se incluye en el Marco Fiscal de Mediano Plazo de junio de 2009.

De acuerdo con las proyecciones realizadas por el Centro Latinoamericano y Caribeño de Población (CELADE), la estructura de la población colombiana enfrentará este problema debido al cambio significativo que registrará durante los próximos cuarenta años. En detalle, a partir de estos pronósticos se estima un incremento importante en la población adulta en comparación con la población menor de 15 años<sup>3</sup>. Este aumento en la edad media de la población, que se genera como consecuencia de la reducción en las tasas de mortalidad y natalidad a partir de mejores niveles de vida, sugiere retos importantes para el sistema de pensiones vigente.

Por su parte, el RAIS corresponde a un régimen de contribución definida y de capitalización individual. Bajo este esquema pensional, los afiliados realizan aportes de forma periódica a una cuenta personal y así acumulan los recursos que serán utilizados para el pago de su pensión al alcanzar la edad de retiro. De esta forma, el valor de una pensión depende directamente, de la dinámica en la acumulación de los saldos durante la vida laboral del afiliado y su esperanza de vida después de jubilarse. Adicionalmente, esta estructura de aportes y desembolsos garantiza la sostenibilidad del RAIS.

Este es un sistema de carácter privado, donde varias entidades administran los recursos derivados de las contribuciones de los afiliados. Estas entidades, correspondientes a las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), invierten los recursos de acuerdo con los lineamientos establecidos por la Ley y, a través de éstos, garantizan permanentemente una rentabilidad mínima de los saldos<sup>4</sup>. Con esta política que define un límite inferior a la rentabilidad, el sistema busca mantener el valor relativo de los ahorros de los afiliados, los cuales en su totalidad ascendieron a junio de 2009 a \$68,6 billones<sup>5</sup>.

Es importante señalar que el RAIS también incorpora un pilar solidario, que está representado por el Fondo de Garantía de Pensión Mínima (FGPM) y el Fondo de Solidaridad Pensional (FSP). Mientras que el primero asegura una pensión mínima a los afiliados que, a pesar de haber hecho contribuciones permanentes al régimen, no alcanzan a acumular el saldo requerido para una pensión, el segundo busca contribuir a los aportes de los afiliados cuyos ingresos no les permiten cotizar permanentemente al régimen. Los recursos disponibles para el primer fondo corresponden a los aportes realizados por todos los afiliados del RAIS, mientras que para el segundo, son derivados de las contribuciones de los cotizantes de mayores ingresos. Por lo tanto, además de la cuenta de ahorro individual y los gastos de administración y pago de primas de seguros de invalidez y sobrevivencia, las cotizaciones de los aportantes al régimen son destinadas al FGPM y al FSP.

Sin embargo, son únicamente los aportes realizados a la cuenta de ahorro individual y sus

---

<sup>3</sup>Específicamente, para 2008 la población menor de 15 años representaba el 29,3 % y la población mayor de 60 años el 7,9 % del total de la población, mientras que para 2050 la población menor representará el 17,8 % y la mayor el 23,9 %.

<sup>4</sup>En Colombia la rentabilidad mínima es calculada como el mínimo entre el 70 % del retorno de un portafolio sintético, compuesto en un 50 % por el promedio de los fondos y en el restante 50 % por la composición de un índice de renta fija local y dos componentes de renta variable (uno local y otro externo), y el retorno del portafolio sintético menos 260 pb.

<sup>5</sup>Valor de los fondos de pensiones obligatorias. El valor de las pensiones voluntarias y de cesantías no se incluye en el modelo que se presenta en este documento.

rendimientos los que financian y determinan el valor de la pensión devengada durante la etapa de retiro. Es evidente que al igual que en el RSPM, los afiliados deben cumplir con un conjunto de requisitos mínimos para tener derecho a la pensión, referentes a la edad, el saldo acumulado y las semanas cotizadas durante la etapa de acumulación. En el caso de no cumplir con estos requerimientos y de no ser beneficiario de ninguno de los fondos solidarios, se le devuelve el saldo acumulado al afiliado y éste queda excluido de forma inmediata del régimen.

Aunque la devolución de los saldos acumulados puede verse como una dinámica propia de un sistema de capitalización, esto tiene serias implicaciones para el cumplimiento de los principios fundamentales del régimen. Considerando que el objetivo primario del Sistema General de Pensiones es garantizar la seguridad social de la población adulta al superar su edad de jubilación, la devolución de los saldos representa una falla fundamental en la operación del sistema. Por lo tanto, las preocupaciones sobre su funcionamiento se concentran en el análisis de los resultados de su cobertura y, en consecuencia, su eficiencia debe ser evaluada teniendo en cuenta esta consideración.

Por otra parte, la devolución de los saldos motiva la discusión sobre el adecuado uso que se le está dando a los fondos de solidaridad. El reciente incremento en los primeros frente a una permanente capitalización de los segundos, sugieren posibles deficiencias en la estructura del régimen o dinámicas que deben ser entendidas en detalle, con el fin de implementar modificaciones al régimen que permita mejorar el bienestar de sus afiliados.

Teniendo en cuenta que el RAIS es un régimen que entró en vigencia en 1994 a partir de la reforma de 1993, durante los últimos quince años ha estado en un proceso permanente de expansión y consolidación. Sin embargo, los avances en cobertura no han sido los esperados y el sistema continúa presentando los mismos problemas que, la Ley 100 de 1993 y posteriormente la Ley 797 de 2003, trataron de corregir. Por lo tanto, es importante desarrollar estudios de carácter técnico que permitan el análisis de la estructura del régimen y su funcionamiento, con el fin de promover modificaciones al sistema y la implementación de reformas estructurales que contribuyan a la solución de los retos que el régimen enfrenta.

Este documento presenta un modelo teórico del RAIS que simula su comportamiento durante las próximas cuatro décadas. Esto se realiza con el fin de generar un marco teórico de referencia que permita: i) analizar en detalle la dinámica de las variables que determinan el funcionamiento del régimen; ii) hacer una proyección del comportamiento del sistema a partir de la regulación y las condiciones vigentes; y iii) hacer ejercicios de sensibilidad que faciliten la evaluación de las propuestas de reforma del RAIS. Con este modelo se pueden identificar posibles fallas estructurales e ineficiencias del régimen, y evaluar posibles modificaciones a los parámetros que definen su funcionamiento.

Este es un modelo econométrico de pronóstico, que incluye metodologías de simulación de los procesos descritos por los principales determinantes de la dinámica del régimen. La información que se incluye en éste corresponde a los datos históricos registrados por el sistema desde su conformación, además de las series demográficas proyectadas que

determinan las características de la población colombiana hasta el año 2050. Adicionalmente, teniendo en cuenta que el sistema pensional está directamente relacionado con el mercado laboral, en este modelo se tienen en cuenta consideraciones relacionadas con éste.

El modelo planteado en este documento está basado en el estudio de Blake y Mayhew (2006). En particular, su aproximación plantea la segmentación de la población en tres grupos por edad y realiza simulaciones de Monte Carlo para evaluar la dinámica de un régimen de beneficio definido, a partir de una ecuación de balance. Esta modelación permite la consolidación de la dinámica del sistema en una sola expresión, que recoge el cambio en la estructura poblacional al relacionar los grupos por edad con los ingresos y los egresos.

De igual forma, se consideraron otros trabajos que estudian en detalle el funcionamiento del régimen pensional en Colombia. Dentro de éstos se encuentra el modelo planteado por Parra (2001), el cual realiza una simulación del Sistema General de Pensiones, incorporando tanto al RAIS como al RSPM en una modelación que determina su costo fiscal. A partir de un modelo actuarial-financiero, el autor concluye que el sistema pensional es insostenible y financieramente inviable. Además, señala que es imposible financiar completamente el déficit del sistema pensional modificando sus parámetros de una manera razonable. Osorio et al. (2005) explica en detalle el funcionamiento del modelo planteado por Parra (2001), describiendo la información utilizada y los mecanismos de estimación. Igualmente, realizan dos ejercicios de sensibilidad para evaluar la consistencia de la modelación.

Adicionalmente, el estudio de Muñoz et al. (2009) corresponde al modelo más reciente que se ha publicado en Colombia sobre la dinámica del Sistema General de Pensiones. Sus resultados son utilizados en este documento para evaluar la proyección de algunas de las variables del modelo. Asimismo, los autores plantean un conjunto de retos que en la actualidad enfrenta el sistema y proponen varias recomendaciones enfocadas a su solución. Dentro de éstos retos sobresalen: aumentar la cobertura pensional, alinear los incentivos entre los dos regímenes, mejorar el costo fiscal del sistema pensional y perfeccionar los esquemas de inversión para mejorar la eficiencia.

Por otra parte, se tuvieron en cuenta diferentes trabajos que analizan de una manera más detallada algunas de las variables que influyen en la dinámica general del RAIS. En particular, Reveiz et al. (2009) plantea un modelo que permite simular el valor de la pensión de un trabajador en Colombia. Para este análisis segmentan la población de afiliados con base en el ingreso, siguiendo una aproximación por deciles. Sus resultados sugieren que se deben adoptar medidas para aumentar las densidades de cotización de los afiliados y los niveles de cobertura. Asimismo, Emms y Haberman (2008) analizan diferentes metodologías para estimar las anualidades que se devengan en la etapa de retiro. Su análisis incluye, desde una perspectiva microeconómica, el estudio de la opción que tiene un afiliado de recibir el saldo acumulado o devengar una pensión con pagos periódicos al alcanzar la edad de jubilación.

Además de la introducción, este documento está compuesto por cuatro secciones. En la primera se presenta el modelo y la metodología de proyección de cada una de las variables que intervienen en éste. En la segunda, se analizan los resultados obtenidos a partir del resultado particular de los subsistemas que se describen en el modelo. En la tercera sección se realiza un ejercicio de estática comparativa que permite evaluar el comportamiento de la modelación a cambios en variables particulares. Finalmente, en la última sección se presentan las conclusiones y recomendaciones del estudio.

## 1. El Modelo

El modelo planteado en este estudio analiza la dinámica del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad (RAIS) en función de su flujo de caja. Para esto, define una ecuación de balance del sistema como la diferencia entre ingresos y egresos que permite simplificar en un solo indicador el amplio conjunto de variables que influyen en el comportamiento del régimen. En consecuencia, en cada periodo del tiempo ésta aproximación permite determinar la cantidad de recursos netos disponibles por efecto de los aportes y los rendimientos de los saldos, y la forma mediante la cual son utilizados para garantizar el pago de las pensiones, los reembolsos a los afiliados, los costos de funcionamiento y las transferencias a las compañías de seguros.

Considerando las características propias de este régimen de contribución definida en cuanto a su sostenibilidad, la aproximación planteada resulta de gran utilidad para los objetivos de este trabajo. Si bien es cierto que el análisis de la diferencia entre ingresos y egresos de forma agregada es utilizado con frecuencia en el estudio de regímenes de beneficio definido, adicionalmente puede dar señales sobre la dinámica del RAIS al tener en consideración las condiciones específicas sobre las que opera. Por otra parte, facilita la definición de un marco de referencia para simular el comportamiento de cada una de las variables que determinan su funcionamiento.

Es importante resaltar que este modelo divide el análisis del sistema en función de los fines de las contribuciones que realizan los afiliados al RAIS. De esta forma, se estudia el comportamiento del régimen como el resultado de la dinámica de los flujos de caja de cuatro subsistemas que son definidos en el Cuadro 1. Sin embargo, las diferentes variables que influyen en el comportamiento individual de cada uno de éstos se incluyen igualmente en la ecuación de balance del sistema de la forma en que se describe a continuación. Con esto se logra hacer un análisis integrado del régimen a partir de la modelación detallada de las partes que lo componen.

### **Ecuación de balance del sistema**

El balance agregado del RAIS está definido por la ecuación (1) que representa la diferencia entre los ingresos y los egresos del régimen, y su dinámica en cada periodo del

Cuadro 1: Descripción del sistema

Fin de cotización	Ingresos	Egresos
Cuenta de ahorro individual.	Aportes de afiliados.	Pensiones. Reembolsos. Desembolsos.
Fondo de garantía de pensión mínima (FGPM).	Aportes de afiliados.	Uso del fondo.
Gastos administrativos y otros.	Aportes de afiliados.	Gastos de administración. Primas de seguros (invalidez y sobrevivencia).
Fondo de solidaridad pensional (FSP).	Aportes de afiliados.	Uso del fondo.

tiempo en función de la rentabilidad. Mientras que los ingresos son determinados por el número de afiliados y el valor de sus contribuciones, los egresos son definidos por el número de pensionados, el valor de sus mesadas, los reembolsos y desembolsos, el pago de comisiones a las administradoras de fondos de pensiones (AFP) y el uso tanto del FGPM como del FSP. Específicamente,

$$\mathbb{B}_t = \left[ \mathbb{B}_{t-1} + \text{ingresos}_t - \text{egresos}_t \right] (1 + r_t) \quad (1)$$

$$\text{ingresos}_t = \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} \iota_f \mathbf{c}'_t (\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^\alpha) (m_t \mathbf{w}_t \mathbf{A}_t^\alpha)' \quad (2)$$

$$\text{egresos}_t = \sum_{\eta \in \mathcal{T}} \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} (1 - \theta_t^\alpha) \iota_{\hat{e}} (\mathbf{K}_{\eta t}^\alpha \cdot \mathbf{P}_{\eta t}^\alpha)' \iota'_s + \iota_d \mathbf{v}'_t + l_{F,t} + l_{G,t} + l_{S,t} \quad (3)$$

donde:

$\mathbb{B}_t \equiv$  balance agregado del régimen en el periodo  $t$ .

$r_t \equiv$  rentabilidad nominal para el periodo  $t$  del portafolio administrado por las AFP.

$\alpha \equiv$  género de los individuos que participan en el sistema (hombres y mujeres), tal que  $\alpha \in \mathcal{G} = \{h, m\}$ .

$\iota_\lambda \equiv$  vector  $(1 \times \lambda)$  de unos, tal que  $\lambda \in \{f, \hat{e}, s, d\}$ .

$\mathbf{c}_t \equiv$  vector  $(1 \times f)$  de las tasas de contribución al esquema de acuerdo al fin  $f$  en el periodo  $t$ .

$\mathbf{y}_t \equiv$  vector  $(1 \times s)$  del salario para los  $s$  subgrupos en el periodo  $t$ .

$\mathbf{b}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  de la probabilidad de cotizar en el periodo  $t$  para el grupo salarial  $s$  y el género  $\alpha$ .

$m_t \equiv$  tasa de la población económicamente activa como porcentaje de la población en edad de trabajar, para el periodo  $t$ .

$\mathbf{w}_t \equiv$  vector  $(1 \times e)$  de la población en edad de trabajar para el periodo  $t$ , dividida en  $e$  grupos según el rango de edad durante la etapa de acumulación.

$\mathbf{A}_t^\alpha \equiv$  matriz  $(e \times s)$  con la tasa de afiliados al sistema como porcentaje del total de la población económicamente activa con género  $\alpha$  para el periodo  $t$ , para los  $e$  subgrupos por edad durante la etapa de acumulación y  $s$  subgrupos por salario.

$\theta_t^\alpha \equiv$  proporción de pensionados con género  $\alpha$  que el periodo  $t$  escogen el esquema de

renta vitalicia<sup>6</sup>.

$\eta \equiv$  tipo de pensión (vejez, invalidez o sobrevivencia), tal que  $\eta \in \mathcal{T} = \{v, i, s\}$ .

$\mathbf{K}_{\eta t}^{\alpha} \equiv$  matriz ( $\dot{e} \times s$ ) con el valor promedio del pago de pensión en el periodo  $t$ , para los  $\dot{e}$  subgrupos por edad durante la etapa de desacumulación y  $s$  subgrupos por salario, para el tipo de pensión  $\eta$  y los pensionados con género  $\alpha$ .

$\mathbf{P}_{\eta t}^{\alpha} \equiv$  matriz ( $\dot{e} \times s$ ) con el número de pensionados en el periodo  $t$ , para los  $\dot{e}$  subgrupos por edad durante la etapa de desacumulación y  $s$  subgrupos por salario, para el tipo de pensión  $\eta$  y los pensionados con género  $\alpha$ .

$\mathbf{v}_t \equiv$  vector ( $1 \times d$ ) con los pagos por los reembolsos y desembolsos de tipo  $d$  efectuados a los beneficiarios respectivos y a las compañías de seguros por pensiones de renta vitalicia.

$l_{F,t} \equiv$  egresos o desembolsos que realiza el FGPM para completar la pensión mínima de sus beneficiarios en el periodo  $t$ .

$l_{G,t} \equiv$  gastos de administración, primas de reaseguros de Fogafin y primas de seguros de invalidez y sobrevivientes en el periodo  $t$ .

$l_{S,t} \equiv$  egresos o desembolsos que realiza el FSP para garantizar la cotización mínima de sus beneficiarios en el periodo  $t$ .

En la ecuación de balance del sistema la operación ‘ $\cdot$ ’ corresponde al producto por componentes de cada uno de los operandos. Por ejemplo,  $(\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^m)$  representa la multiplicación elemento a elemento de los vectores de salario y de la probabilidad de cotización, representando así el salario esperado a cotizar por grupo salarial  $s$ .

## Modelación individual de variables

Cada una de las variables incluidas en la ecuación de balance es modelada de forma individual teniendo en cuenta las características propias que siguen sus procesos, la regulación vigente y la información histórica suministrada por la Superintendencia Financiera de Colombia. Sin embargo, su proyección se realiza teniendo en cuenta consideraciones especiales que se derivan de la disponibilidad de la información.

En primer lugar, teniendo en cuenta que el esquema pensional vigente fue regulado con la Ley 100 de 1993 y entró en vigencia durante el primer semestre de 1994, en el mejor de los casos se cuenta con series anuales de datos conformados por 15 observaciones. Sin embargo, la proyección de la mayoría de las variables se basa en series de datos con menos de diez registros. En segundo lugar, con el fin de incluir el cambio en la pirámide poblacional que se presentará después de 2025 de acuerdo con los pronósticos tanto del DANE como del CELADE, se realizan proyecciones de las variables para el periodo comprendido entre 2009 y 2050. Es evidente que este periodo de proyección es significativamente amplio en comparación con el conjunto de datos históricos disponible.

En las siguientes secciones se presentan las metodologías que fueron utilizadas para la modelación y proyección de cada una de las variables que hacen parte de la ecuación

---

<sup>6</sup>El valor utilizado en el modelo es 0.52, equivalente al promedio simple de las proporciones observadas entre 1997 y 2008 de los afiliados que prefieren la modalidad de renta vitalicia frente a la de retiro programado.

de balance del sistema. En la primera sección se modelan las variables que determinan los ingresos, en la segunda, las variables que componen los egresos y, en la tercera, se presentan las ecuaciones de balance para cada uno de los subsistemas en los que se divide el análisis del régimen de acuerdo con el tipo de contribución.

## 1.1. Ingresos

Los ingresos del RAIS corresponden a los aportes realizados por los afiliados para todos los fines de contribución, de acuerdo con lo que establece la Ley. Por lo tanto, están determinados directamente por el número de los afiliados, el ingreso base de cotización de cada uno de ellos, las tasas de contribución y la probabilidad de realizar aportes al sistema. Estos componentes son incluidos en la ecuación (2) y, en consecuencia, se logra incorporar al modelo la dinámica de la composición demográfica y los cambios en las condiciones macroeconómicas a través de variaciones en el ingreso, las cotizaciones y el número de aportantes al régimen.

### 1.1.1. Tasa de contribución al sistema ( $c_t$ )

Las tasas de contribución al sistema corresponden al porcentaje del salario que debe ser aportado por el afiliado a la AFP. De acuerdo con la Ley 100 de 1993, las tasas de cotización están divididas en tres fines específicos: i) cuentas individuales de ahorro pensional; ii) fondo de garantía de pensión mínima del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad; y iii) gastos de administración, prima de reaseguros de Fogafin y primas de seguros de invalidez y sobrevivientes.

En el Cuadro 2 se presenta la evolución que las tasas de cotización han tenido desde el inicio del sistema pensional vigente. Adicionalmente, los afiliados con un ingreso mensual igual o superior a cuatro salarios mínimos legales mensuales vigentes (SMLV) tienen una contribución adicional de uno por ciento (1 %) destinado al Fondo de Solidaridad Pensional. Igualmente, los afiliados con ingreso igual o superior a 16 SMLV realizan un aporte adicional destinado exclusivamente a la subcuenta de subsistencia del Fondo de Solidaridad Pensional que aumenta en proporción con el ingreso base de cotización.

El escenario base de proyección de las tasas de contribución al sistema establece un comportamiento constante en el tiempo de las proporciones vigentes en la actualidad. Es decir, las contribuciones por tipo de fin son iguales a las registradas al cierre de 2008 y se mantienen invariables hasta 2050<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>Martínez y Murcia (2008) sugieren la modificación de las tasas de contribución al régimen incluyendo un esquema de comisiones por rendimientos, con el fin de alinear los incentivos de las AFP y mejorar la rentabilidad de los recursos administrados.

Cuadro 2: Tasas de contribución

Año	Cuentas individuales de ahorro pensional (%)	Fondo de garantía de pensión mínima del régimen de ahorro individual con solidaridad (%)	Gastos de administración, primas de reaseguros de Fogafin, y primas de seguros de invalidez y sobrevivientes (%)	Total (%)
1994	8,0	0,0	3,5	11,5
1995	9,0	0,0	3,5	12,5
1996	10,0	0,0	3,5	13,5
1997	10,0	0,0	3,5	13,5
1998	10,0	0,0	3,5	13,5
1999	10,0	0,0	3,5	13,5
2000	10,0	0,0	3,5	13,5
2001	10,0	0,0	3,5	13,5
2002	10,0	0,0	3,5	13,5
2003	10,0	0,5	3,0	13,5
2004	10,0	1,5	3,0	14,5
2005	10,5	1,5	3,0	15,0
2006	11,0	1,5	3,0	15,5
2007	11,0	1,5	3,0	15,5
2008	11,5	1,5	3,0	16,0

Los afiliados con un ingreso mensual igual o superior a cuatro SMLV tienen a su cargo un aporte adicional de 1% destinado al Fondo de Solidaridad Pensional. Asimismo, los afiliados con ingreso igual o superior a 16 SMLV tienen un aporte adicional, destinado exclusivamente a la subcuenta de subsistencia del Fondo de Solidaridad Pensional, así: de 16 a 17 SMLV de un 0,2%, de 17 a 18 SMLV de un 0,4%, de 18 a 19 SMLV de un 0,6%, de 19 a 20 SMLV de un 0,8%, y superiores a 20 SMLV, de 1%.

Fuente: Ley 100 de 1993, Ley 797 de 2003, Ley 1122 de 2007 y Decreto 4982 de 2007.

### 1.1.2. Ingreso por grupo salarial ( $y_t$ )

El ingreso por grupo salarial corresponde a un vector que en el periodo  $t$  representa el ingreso promedio para cada uno de los rangos salariales definidos en el Cuadro 3. Esta clasificación salarial se obtiene siguiendo el formato de la información disponible, el cual toma como referencia el número de SMLV. De esta forma, el ingreso para el subgrupo  $s$  corresponde a la multiplicación de un SMLV anualizado y el punto medio del intervalo  $y$ , en consecuencia, su proyección depende en forma directa del proceso que siga el SMLV.

Cuadro 3: Número de SMLV por rango salarial

Rango	1	2	3	4	5	6	7
SMLV	0-2	2-4	4-7	7-10	10-13	13-16	Mas de 16

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia.

En este modelo, el SMLV es ajustado anualmente en una proporción igual a la inflación

observada. Considerando que la meta de inflación de largo plazo del Banco de la República está definida en un intervalo de dos a cuatro puntos porcentuales, la proyección de la inflación está basada en un proceso de generación de números aleatorios que oscilan en este rango. De esta forma, el SMLV incorpora a su proceso de proyección una tasa de crecimiento positiva que le permite aumentar periódicamente durante el periodo de estimación. Como resultado, y teniendo en cuenta la forma en la cual está definido, el ingreso por grupo salarial es proyectado hasta 2050 a través de un proceso que replica el comportamiento del SMLV.

Es importante resaltar que la proyección de la inflación representa un problema de gran complejidad que supera el alcance de este trabajo. Sin embargo, la simulación de ésta variable a través de un proceso aleatorio permite tener una aproximación que puede ser utilizada como escenario base para realizar los análisis de sensibilidad. Específicamente, para el año 2009 el modelo supone un dato de inflación calculado como una variable aleatoria que se distribuye uniformemente entre 4.5 % y 5.5 %. Para el periodo comprendido entre 2010 y 2050 la inflación es modelada como un proceso aleatorio que oscila entre 2 % y 4 %.

### 1.1.3. Densidad de cotización ( $b_t^\alpha$ )

La densidad de cotización corresponde a la probabilidad de que los afiliados realicen aportes al régimen y se conviertan en cotizantes. Su proyección fue realizada tomando como referencia la probabilidad de cotización por cuantiles de acuerdo a su ingreso, para cada uno de los géneros que se referencian en Reveiz et al. (2009). Esta probabilidad de cotización se supone constante en el tiempo debido a las restricciones de información que impiden su estimación dinámica. Adicionalmente, este supuesto incluye una condición de inmovilidad en el tiempo de los cotizantes dentro de las sendas salariales, es decir, supone que los cotizantes no tienen cambios significativos en sus ingresos durante su periodo de cotización que obligue a su reclasificación en otro cuantil.

Debido a la diferencia en los rangos utilizados para la modelación de los ingresos por grupo salarial ( $y_t$ ) y en los cuantiles de la probabilidad de cotización por senda salarial utilizados en Reveiz et al. (2009),  $b_t^\alpha$  es definida a través de una interpolación lineal. Suponiendo que la población de afiliados es un proceso aleatorio con características similares al que sigue la población que cotiza al sistema, se calculó inicialmente la función de distribución de probabilidad de los afiliados por subgrupos salariales  $s$ . La tasa de afiliados cotizantes fue calculada finalmente como la probabilidad equivalente a la interpolación lineal de los valores de esta función acumulada de probabilidad, sobre los cuantiles de la probabilidad de cotización por senda salarial.

Esta aproximación no representa cambios significativos con respecto a los datos originales. Sin embargo, permite relajar el supuesto de la inmovilidad del número de los cotizantes por senda salarial al incorporar la dinámica de la distribución de los afiliados por nivel de ingreso en el tiempo.

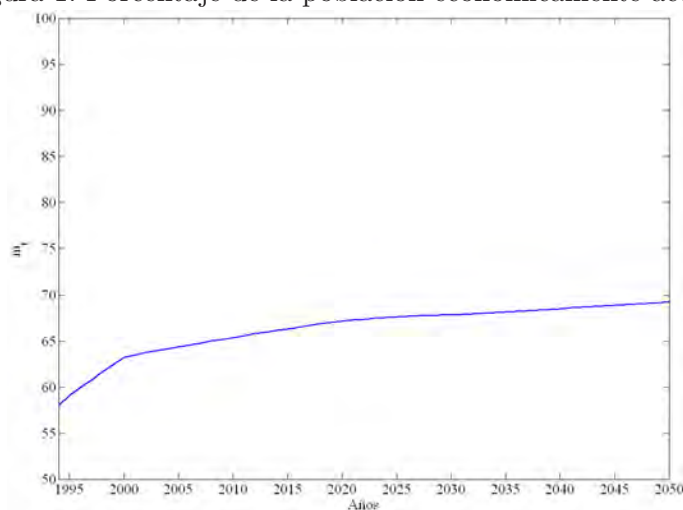
#### 1.1.4. Porcentaje de población económicamente activa ( $m_t$ )

$m_t$  es definida como la razón entre la población económicamente activa (PEA) y la población en edad de trabajar ( $w_t$ ), relación que se supone constante entre los diferentes grupos de edad para efectos de este trabajo. Al igual que la población total, las proyecciones con periodicidad anual de la PEA son tomadas del CELADE. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el horizonte de proyección que realiza el CELADE para la población económicamente activa termina en 2030. A partir de entonces y hasta 2050, se proyecta  $m_t$  mediante proceso que se describe a continuación.

Al realizar pruebas estadísticas sobre esta serie se observó que tiene un comportamiento autoregresivo y no presenta raíz unitaria. Mediante la metodología de Box-Jenkins se pudo identificar al AR(2) como el mejor modelo para pronosticar esta serie. Además, se realizaron pruebas de validación de supuestos, como el *test* de efectos ARCH, entre otros, para validar la existencia de homoscedasticidad, y la prueba de Ljung-Box para el supuesto de ruido blanco. En consecuencia, el proceso que mejor describe el comportamiento de  $m_t$  está dado por:

$$\hat{m}_t = \alpha + \phi_1 \hat{m}_{t-1} + \phi_2 \hat{m}_{t-2} \quad (4)$$

Figura 1: Porcentaje de la población económicamente activa.



Fuente: cálculos de los autores.

La tendencia decreciente de la tasa de crecimiento del porcentaje de la población económicamente activa corresponde al mayor aumento que presenta la población en edad de trabajar en comparación con la PEA (Figura 1). Esto refleja envejecimiento proyectado de la población a partir de las estimaciones del CELADE.

### 1.1.5. Población en edad de trabajar ( $w_t$ )

Para efectos de este trabajo, y con el fin de dar consistencia a las proyecciones del modelo con las estimaciones del CELADE, la población en edad de trabajar corresponde al grupo de personas con una edad superior a 15 años. Para su estimación se utilizaron las proyecciones realizadas por este centro de estudios demográficos de la población total colombiana hasta 2050, segmentada de acuerdo con los rangos de edad que se presentan en el Cuadro 4. Estos son los rangos de edad que se utilizan en la modelación de todas las variables que en este modelo clasifican sus observaciones de acuerdo con la edad de la población.

Cuadro 4: Rangos de edad

Rango	Edad
1	0-4
2	5-9
3	10-14
4	15-19
5	20-24
6	25-29
7	30-34
8	35-39
9	40-44
10	45-49
11	50-54
12	55-59
13	60-64
14	65-69
15	70-74
16	75-79
17	80 y más

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia.

### 1.1.6. Tasa de afiliados ( $A_t^\alpha$ )

Los ingresos del sistema pensional están determinados por el número de afiliados y el valor de sus aportes. Sin embargo, la modelación de los afiliados cobra especial importancia dentro de este estudio, ya que con ésta se incorporan al modelo los cambios agregados de la población y, por ende, su efecto sobre los ingresos del régimen. Por lo tanto, y con el fin de incluir la información disponible que desagrega a los afiliados en subgrupos por rango salarial y por edad, se incluyó en la ecuación de balance del sistema a la matriz  $A_t^\alpha$ , la cual contiene la proporción de los afiliados al régimen como un porcentaje de la población económicamente activa en cada periodo del tiempo<sup>8</sup>.

<sup>8</sup>Los subgrupos por rango salarial y por edad corresponden a los presentados en los Cuadros 3 y 4, respectivamente.

Adicionalmente, el género representa un factor determinante en la estimación del porcentaje de afiliados, debido a que en Colombia la edad de jubilación es diferente para hombres y mujeres<sup>9</sup>. Por lo tanto, y con el fin de incluir esta consideración dentro del modelo,  $\mathbf{A}_t^\alpha$  es calculada de forma individual para cada género a partir de la proyección de los afiliados. Para esto se suponen vacíos los tres primeros rangos por edad, y los últimos cuatro se agrupan en uno solo que integra a los afiliados con edades superiores a la edad de jubilación. De esta forma, los rangos de 55 a 59 años y de 60 a 64 años tienen un tratamiento particular al analizar por separado el comportamiento tanto de hombres como de mujeres.

El proceso de proyección de  $\mathbf{A}_t^\alpha$  está compuesto de dos partes. La primera corresponde a la proyección de los afiliados de manera independiente para cada par ordenado  $(e, s)$ , donde  $e$  corresponde a rango de edad y  $s$  al salarial. Para esto se implementaron varias metodologías y se concluyó que la mejor aproximación es la obtenida a través del método de combinación de pronósticos (Bates y Granger (1969))<sup>10</sup>. La segunda parte consiste en la estimación de la razón entre los afiliados proyectados y la población económicamente activa. Para este cálculo se consideró una relación constante entre las proyecciones de afiliados por cada uno de los pares ordenados y la población económicamente activa.

La proyección de los afiliados y de  $\mathbf{A}_t^\alpha$  se realiza utilizando el modelo que se describe a continuación. Este fue determinado teniendo en consideración las restricciones propias del problema, derivadas a partir del reducido tamaño de la serie de datos históricos y el amplio horizonte de pronóstico. Está basado, además, en la aplicación de múltiples metodologías de estimación, su evaluación y la consolidación en un sólo modelo que, con base en la combinación de pronósticos, permite mejorar las propiedades econométricas de las estimaciones realizadas.

Las pruebas estadísticas realizadas sobre el número de afiliados para cada par  $(e, s)$  permitieron concluir que esta variable sigue un proceso con raíz unitaria<sup>11</sup>. A partir de este resultado se desarrollaron varias metodologías para su modelación y para la proyección de la tasa de afiliados. Dentro de éstas se encuentran:

1. Suponer un crecimiento constante en el tiempo para la proporción de afiliados sobre la PEA, correspondiente al promedio ponderado por número de afiliados del crecimiento presentado dentro de la muestra de  $\mathbf{A}_t^\alpha$ .
2. Proyectar los afiliados suponiendo una tasa de crecimiento constante en el tiempo, equivalente al promedio simple del crecimiento dentro de la muestra.
3. La proyección de la tasa de afiliados a través del método de *bootstrapping*.

---

<sup>9</sup> Las edades de jubilación para hombres y mujeres en el sistema de ahorro individual con solidaridad son 62 y 57 años, respectivamente.

<sup>10</sup> La descripción de esta metodología se presenta en el Anexo 1.

<sup>11</sup> Las pruebas realizadas fueron Dickey-Fuller, Phillips-Perron y KPSS y en todas se encontró evidencia estadística para no rechazar la hipótesis de raíz unitaria.

4. La proyección de los afiliados utilizando simulaciones de Monte Carlo. El proceso realizado consiste en: i) se supone que los afiliados siguen un proceso dado por

$$y_t = y_{t-1} + e_t \quad (5)$$

donde  $y_t$  es igual al número de afiliados en el periodo  $t$ ; ii) se calculan las funciones de probabilidad empírica de los errores ( $e_t$ ) para cada serie de afiliados dado por  $(e,s)$  y sus respectivas funciones acumuladas de probabilidad; iii) se generan números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1 y mediante la metodología de transformada inversa se genera la variable aleatoria  $e_t$ ; iv) se repite el paso anterior 100.000 veces y se calcula el promedio de las simulaciones; y v) se pronostica la serie de afiliados utilizando los resultados anteriores para los errores y la ecuación (5).

5. Estimar los afiliados suponiendo que éstos se distribuyen normalmente. Mediante pruebas estadísticas de normalidad para cada serie  $(e,s)$  de afiliados se pudo determinar que no existe evidencia estadística que permita rechazar la hipótesis nula de la existencia de normalidad. Adicionalmente, es importante señalar que estas series registran un comportamiento que se caracteriza por tener una media que varía en el tiempo ( $\mu_t$ ). Teniendo en cuenta estas propiedades, se supone que los afiliados siguen el siguiente proceso:

$$y_t = \mu_t + y_{t-1} + e_t \quad (6)$$

donde

$$e_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

De esta manera, la distribución condicional de  $y_t$  está dada por

$$y_t \sim N(\mu_t + y_{t-1}, \sigma_t^2).$$

La proyección se realiza estimando las desviaciones estándar de los afiliados y sus promedios de forma dinámica a lo largo del tiempo. Con estos resultados se generan números aleatorios para  $y_t$  siguiendo la distribución anterior. Este proceso se repite 100.000 veces y se calcula el promedio de los resultados.

6. Proyectar los afiliados en función de la PEA, la tasa de desempleo y la informalidad. Con las proyecciones de la PEA del CELADE, y suponiendo tasas de informalidad y de empleo constantes durante todo el horizonte de proyección<sup>12</sup>, se construyó una serie de empleados formales. Los afiliados para cada subgrupo  $(e,s)$  fueron estimados con base en la razón histórica entre los empleados formales y los afiliados. Esto se resume en la siguiente ecuación,

$$\text{Afiliados}_{(e,s),t} = \omega_{(e,s)}(1 - \zeta)\xi\text{PEA}_t \quad (7)$$

<sup>12</sup>El escenario base de proyección supone tasas de informalidad y empleo de 0.5770 y 0.5634, respectivamente, que corresponden a las registradas en 2008.

donde,

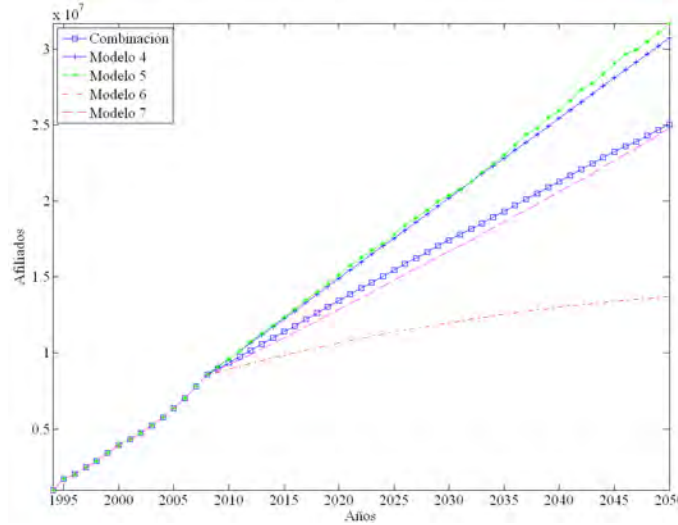
$\omega \equiv$  la proporción histórica entre empleados formales y afiliados para cada subgrupo ( $e, s$ ).

$\zeta \equiv$  la tasa de informalidad de la economía durante el año 2008.

$\xi \equiv$  la tasa de empleo de la economía durante el año 2008.

7. Teniendo en cuenta que el comportamiento futuro de los afiliados está relacionado con el crecimiento de la población económicamente activa, la proyección de éstos se realizó con un crecimiento igual al de la PEA por edades más unos puntos porcentuales, medidos como la diferencia promedio entre el crecimiento de los afiliados y de la PEA.

Figura 2: Pronóstico de los afiliados totales.



Fuente: cálculos de los autores.

En la combinación de modelos realizada se incluyeron los modelos 4, 5, 6 y 7. Los dos primeros recogen las propiedades estadísticas de las series de afiliados y, al hacer un pronóstico dentro de la muestra, son los que presentan el mayor ajuste. Por su parte, los dos últimos tienen en cuenta variables exógenas que afectan el comportamiento de los afiliados, tales como la informalidad, la tasa de desempleo y el crecimiento de la población. Los resultados de las proyecciones obtenidas se presentan en la Figura 2.

### 1.1.7. Rentabilidad de los fondos administrados ( $r_t$ )

Al igual que los aportes realizados por los afiliados a cada uno de los fondos, los rendimientos de éstos representan una fuente importante de recursos para el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad. Por lo tanto, y con la intención de garantizar el valor de estos

recursos, la regulación vigente establece que las AFP están en la obligación de registrar rentabilidades al menos iguales a la rentabilidad mínima definida por la Superintendencia Financiera<sup>13</sup>. En el caso de registrar rendimientos inferiores a la rentabilidad mínima, las AFP deben completar la diferencia en dinero con recursos provenientes de su patrimonio. De esta forma, la regulación certifica un rendimiento mínimo común a todos los fondos con la intención de garantizar su valor relativo.

Sin embargo, la rentabilidad de estos fondos es una variable aleatoria de difícil pronóstico. Su comportamiento responde a la dinámica de los mercados financieros en los cuales se encuentran invertidos los recursos y, adicionalmente, a las diferentes alternativas de inversión posibles que son determinadas por la regulación para el manejo y control de riesgos. Por lo tanto, se consideraron varias aproximaciones para la realización del pronóstico de esta variable, teniendo en cuenta que el nivel de ingresos es altamente sensible a la tasa de rentabilidad efectiva anual que registran los fondos. En resumen, las metodologías consideradas fueron las siguientes:

1. Proyección de la rentabilidad siguiendo un proceso atado a la inflación.
2. Un promedio móvil de orden cinco.
3. Un modelo EWMA (Exponentially Weighted Moving Average). La ecuación principal para pronosticar retornos utilizando este modelo es

$$\text{EWMA}_t = r_t = (1 - \lambda)(r_{t-1} + \lambda r_{t-2} + \lambda^2 r_{t-3} + \dots) \quad (8)$$

por lo cual

$$\text{EWMA}_t = \lambda \text{EWMA}_{t-1} + (1 - \lambda)r_{t-1}$$

donde

$$\lambda = 1 - \frac{2}{N + 1}$$

siendo  $N$  el número total de observaciones.

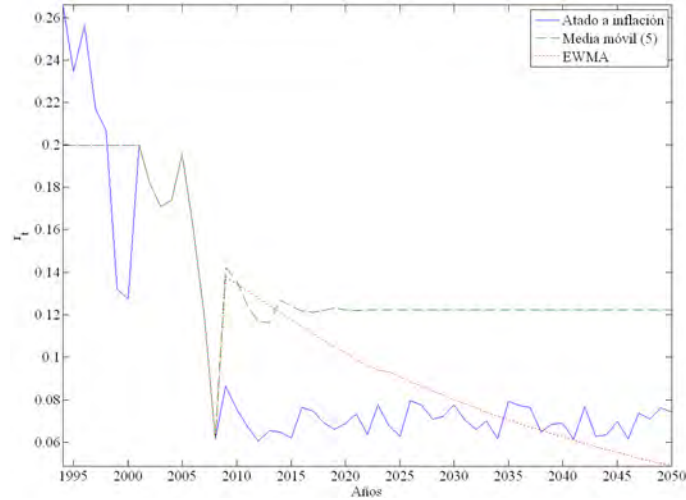
Los resultados de las proyecciones para cada uno de los diferentes modelos implementados se presentan en la Figura 3.

En consecuencia, y teniendo en cuenta que la inflación es proyectada como un proceso aleatorio que oscila entre 2% y 4%, se optó por proyectar la rentabilidad a través de un proceso atado a la inflación para el periodo comprendido entre 2010 y 2050. De esta forma, el escenario base de simulación establece que la rentabilidad registra valores de cuatro puntos porcentuales por encima de la variación del índice de precios. De acuerdo con las propiedades estadísticas de la rentabilidad y su efecto significativo sobre el total de

---

<sup>13</sup>La rentabilidad mínima es calculada como el mínimo entre el 70% del retorno de un portafolio sintético y el retorno del portafolio sintético menos 260 pb. El portafolio sintético está compuesto en un 50% por el promedio de los fondos y en el restante 50% por la composición de un índice de renta fija local y dos componentes de renta variable (uno local y otro externo).

Figura 3: Modelos de pronóstico para  $r_t$ .



Fuente: cálculos de los autores.

los ingresos, esta metodología se puede considerar como una aproximación conservadora a la situación actual del sistema y, por lo tanto, representa un buen punto de partida para realizar análisis de sensibilidad sobre su pronóstico.

En resumen, en esta sección se describieron las metodologías que se implementaron para la modelación y proyección de todas las variables incluidas en la ecuación (2), la cual describe los ingresos del sistema. En particular, estas corresponden a: i) tasa de contribución al sistema,  $\mathbf{c}_t$ ; ii) ingreso por grupo salarial,  $\mathbf{y}_t$ ; iii) densidad de cotización,  $\mathbf{b}_t^\alpha$ ; iv) porcentaje de población económicamente activa,  $m_t$ ; v) población en edad de trabajar,  $\mathbf{w}_t$ ; vi) tasa de afiliados,  $\mathbf{A}_t^\alpha$ ; y vii) rentabilidad de los fondos administrados,  $r_t$ .

Con estos resultados se logra construir un pronóstico de la dinámica de los ingresos a través del tiempo. A partir de la ecuación de balance (1), la siguiente parte de la modelación corresponde a la construcción de los pronósticos de las variables que componen los egresos del régimen (3).

## 1.2. Egresos

Así como los ingresos se pueden separar por fin de cotización, los egresos se pueden dividir de acuerdo al uso de los recursos. En primer lugar, los egresos relacionados con el primer fin de cotización, la cuenta de ahorro individual, corresponden a los pagos realizados por pensiones de retiro programado, así como también por el conjunto de reembolsos y desembolsos que tienen lugar en cada periodo por concepto de:

1. Devolución de saldos de cuentas individuales a los afiliados que no cumplen los requisitos mínimos para pensionarse.
2. Devolución de saldos de cuentas individuales a los beneficiarios de los afiliados que fallecen.
3. Transferencias a las compañías aseguradoras de los saldos acumulados en la cuentas individuales, al constituirse pensiones<sup>14</sup> con estas entidades bajo la modalidad de renta vitalicia.

En segundo lugar, los egresos relacionados con el segundo fin de cotización, el FGPM, se refieren a las transferencias realizadas a los pensionados que cumplan los requisitos para ser beneficiarios de éste. En tercer lugar, los egresos relacionados con el tercer fin se refieren a los gastos administrativos y pagos de primas de seguros de invalidez, sobrevivencia y prima de reaseguros de Fogafin. Por último, los egresos correspondientes al cuarto fin, el FSP, representan los desembolsos de recursos a sus beneficiarios. La modelación específica de cada uno de estos componentes se explica a continuación.

### 1.2.1. Número de pensionados ( $P_{\eta t}^{\alpha}$ )

El número de pensionados es una variable fundamental ya que está relacionada con la mayoría de los componentes de los egresos, el gasto en pensiones, en reembolsos y desembolsos, y el uso del FGPM. Por lo tanto la estimación de los egresos depende específicamente de la precisión en la modelación particular de esta variable.

Antes de calcular el número de pensionados hay que aclarar que existen tres tipos de pensiones dentro del marco legal establecido por la regulación: vejez (V), invalidez (I) y sobrevivencia (S). La primera corresponde a la pensión a la cual se hacen acreedores las personas con edad superior a la edad de jubilación, que han cumplido con los requisitos establecidos por la Ley en términos de edad mínima, aportes realizados durante la etapa de acumulación y número de semanas mínimas cotizadas<sup>15</sup>. La segunda, es la pensión devengada por aquellas personas que son declaradas inválidas después de haber cotizado un tiempo mínimo al sistema<sup>16</sup>. La tercera, corresponde a la pensión que reciben los

---

<sup>14</sup>Correspondientes a pensiones por vejez e invalidez.

<sup>15</sup>Para obtener una pensión por vejez, primero se debe cumplir con la edad de jubilación, 57 años para las mujeres y 62 años para los hombres. Adicionalmente, se debe haber cotizado un número mínimo de semanas (1.150 en el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad) y, en el caso de no cumplir el requisito de semanas cotizadas, se debe tener un saldo ahorrado igual o superior al 110% del saldo requerido para tener una pensión mínima.

<sup>16</sup>De acuerdo con la Ley 797 de 2003, los requisitos para obtener la pensión de invalidez varían dependiendo de la causa de la invalidez. Si la invalidez es por enfermedad, es necesario que el afiliado haya cotizado 50 semanas en los últimos tres años inmediatamente anteriores. Además, debe haber cotizado al menos un 25% del tiempo transcurrido entre el momento en que cumplió 20 años y la fecha de calificación del estado de invalidez. Si la invalidez es por un accidente, se necesita que el afiliado haya cotizado 50 semanas dentro de los tres años inmediatamente anteriores al hecho causante de la invalidez.

herederos (cónyuge y/o hijos) que sobrevivan después de la muerte del titular de la pensión por vejez o invalidez<sup>17</sup>.

Debido a las características propias de cada tipo de pensión, la ecuación de balance (1) requiere de la modelación específica del número de pensionados para cada una de éstas. Para los pensionados por vejez, su proyección sigue un proceso determinado por la probabilidad de muerte, el número de afiliados que cumplen la edad de jubilación y la probabilidad de cumplir con los requisitos mínimos establecidos por la Ley para tener derecho a una pensión. Por su parte, el número de pensionados por invalidez está determinado por la probabilidad de caer en este estado, que enfrentan los afiliados en cada momento del tiempo. Para los pensionados por sobrevivencia, su proyección sigue un proceso determinado directamente por el número de pensionados por vejez y su probabilidad de muerte.

De esta forma, se construyó una variable  $\mathbf{P}_{\eta t}^{\alpha}$  que representa el número total de pensionados de tipo  $\eta$  y de género  $\alpha$  en el periodo  $t$ , tal que  $\eta \in \{V, I, S\}$  y  $\alpha \in \{h, m\}$ . Esta variable corresponde en el momento  $t$  a una matriz de dimensiones  $(\dot{e} \times s)$ , donde cada par ordenado  $(\dot{e}, s)$  representa el número de pensionados para la edad  $\dot{e}$  y el rango salarial  $s$ . En consecuencia, el pronóstico del total de pensionados por tipo requiere de la modelación individual del proceso que sigue cada par ordenado  $(\dot{e}, s)$  y que se denota como  $\mathbf{P}_{\eta, (\dot{e}, s, t)}^{\alpha}$  de acuerdo al tipo  $\eta$  y al género  $\alpha$ .

Es importante señalar que la simulación busca replicar un proceso mediante el cual los afiliados se convierten en pensionados al alcanzar la edad de jubilación ( $e_j$ ) y cumplir los requisitos para pensionarse, y posteriormente envejecen de acuerdo a su esperanza de vida (Figura 4). De esta forma,  $\dot{e}$  representa el conjunto de edades que puede registrar un pensionado después de la edad de jubilación y  $s$ , el conjunto de subgrupos definidos por rango salarial (igual al definido en los ingresos)<sup>18</sup>. En detalle, las siguientes expresiones determinan la metodología para la proyección de cada uno de los tipos de pensión de forma independiente:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{V}, (\dot{e}, s, t)}^{\alpha} = (1 - \delta_{\dot{e}t}^{\alpha}) \left[ f^{\alpha} \gamma_{s, t}^{\alpha} \tilde{\mathbf{Y}}_{s, t-1}^{\alpha} \mathbf{1}_E(\dot{e}) + \mathbf{P}_{\mathbf{V}, (\dot{e}-1, s, t-1)}^{\alpha} \right] \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{S}, (\dot{e}, s, t)}^{\alpha} = (1 - \delta_{\dot{e}t}^{\alpha}) \mathbf{P}_{\mathbf{S}, (\dot{e}-1, s, t-1)}^{\alpha} + \varphi_t \delta_{\dot{e}t}^{\alpha} \mathbf{P}_{\mathbf{V}, (\dot{e}-1, s, t-1)}^{\alpha} \quad (10)$$

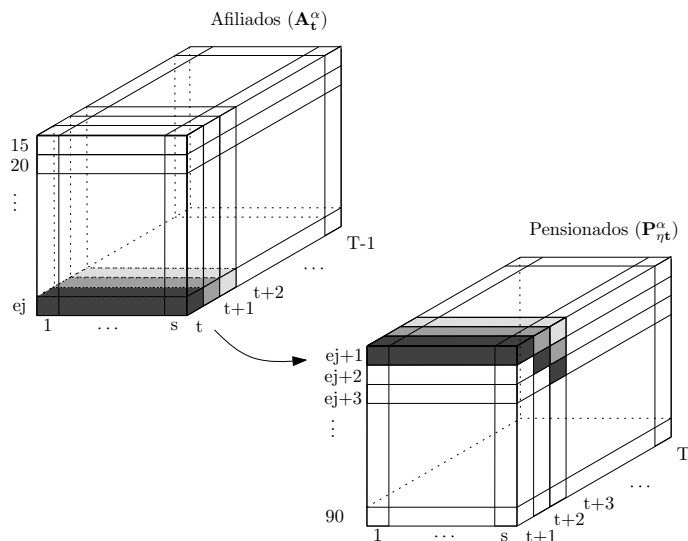
$$\mathbf{P}_{\mathbf{I}, s, t}^{\alpha} = \phi_t Y_{s, t-1} + (1 - \bar{\delta}_t^{\alpha}) \mathbf{P}_{\mathbf{I}, s, t-1}^{\alpha} \quad (11)$$

donde:

<sup>17</sup>Tienen derecho a la pensión de sobrevivencia los miembros del grupo familiar del pensionado que fallezca, cuyo monto será el mismo que venía recibiendo el pensionado. Los beneficiarios de esta pensión serán: i) de forma vitalicia, el cónyuge de 30 años o más que haya convivido al menos 5 años continuos antes de la muerte del pensionado. En el caso en que el cónyuge sea menor de 30 años deberá haber tenido hijos con el pensionado, de lo contrario la pensión será de forma temporal y tendrá una duración máxima de 20 años. ii) Los hijos menores de 18 años; iii) los hijos entre 18 y 25 años que estudien y que dependían económicamente del difunto; iv) a falta de cónyuge e hijos, los padres del causante o hermanos inválidos, si dependían económicamente del difunto.

<sup>18</sup>Específicamente, en el caso de los hombres  $\dot{e} \in \{63, 64, \dots, 90\}$ , y para las mujeres  $\dot{e} \in \{58, 59, \dots, 90\}$ .

Figura 4: Proceso de proyección de los pensionados.



Fuente: cálculos de los autores.

$\mathbf{P}_{V,(\acute{e},s,t)}^{\alpha} \equiv$  número de pensionados por vejez de género  $\alpha$  y edad  $\acute{e}$  que en el periodo  $t$  pertenecen al rango salarial  $s$ .

$\mathbf{P}_{S,(\acute{e},s,t)}^{\alpha} \equiv$  número de pensionados por sobrevivencia de género  $\alpha$  y edad  $\acute{e}$  que en el periodo  $t$  pertenecen al rango salarial  $s$ .

$\mathbf{P}_{I,s,t}^{\alpha} \equiv$  número de pensionados por invalidez de género  $\alpha$  que en el periodo  $t$  pertenecen al rango salarial  $s$ .

$\delta_{\acute{e}t}^{\alpha} \equiv$  probabilidad de muerte para un pensionado con edad  $\acute{e}$  y género  $\alpha$  en el periodo  $t$ <sup>19</sup>.

$\bar{\delta}_t^{\alpha} \equiv$  probabilidad de muerte promedio para una persona en edad de trabajar, con género  $\alpha$  en el periodo  $t$ .

$f^{\alpha} \equiv$  proporción de los afiliados del último grupo por edad que se pueden pensionar de acuerdo con las condiciones existentes para el género  $\alpha$ .

$\gamma_{s,t}^{\alpha} \equiv$  probabilidad de cumplir con los requisitos de cotización (número de semanas y aportes) para poder devengar al menos una pensión mínima, para el rango salarial  $s$  y el género  $\alpha$  en el periodo  $t$ .

$\tilde{\mathbf{y}}_{s,t}^{\alpha} \equiv$  número de afiliados de género  $\alpha$  que en el periodo  $t$  pertenecen al subgrupo  $s$  de acuerdo al ingreso y se encuentran en rango de la edad de jubilación.

$e_j^{\alpha} \equiv$  edad de jubilación para el género  $\alpha$ .

$\varphi_t \equiv$  probabilidad de que una pensión por vejez sea heredada por un sobreviviente en el periodo  $t$ .

$Y_{s,t} \equiv$  número total de afiliados al Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad que en el periodo  $t$  pertenecen al rango salarial  $s$ .

<sup>19</sup>Fuente: proyecciones del CELADE.

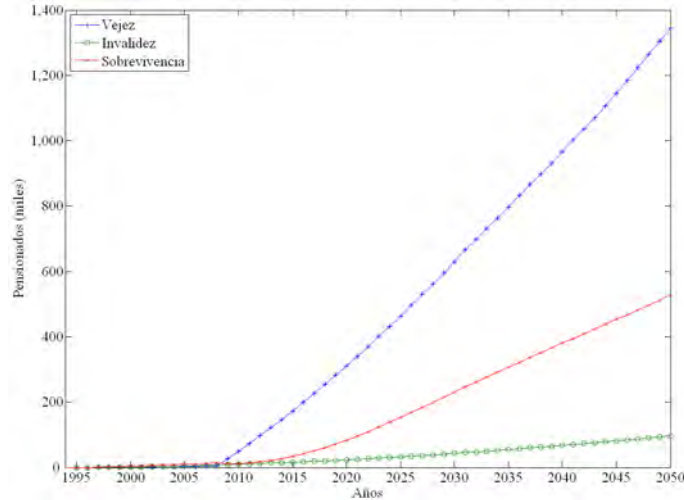
$\phi_t \equiv$  probabilidad de invalidarse y tener derecho a una pensión de invalidez en el periodo  $t$ .

$$\mathbf{1}_E(\dot{e}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{e} = e^{j^\alpha} + 1 \\ 0 & \text{dlc.} \end{cases}$$

Es importante señalar que el escenario base de simulación considera que  $\gamma_{s,t}$  y  $\phi_t$  son constantes en el tiempo y que  $\varphi_t$  es igual a uno, independiente del género. Es decir, las densidades de cotización no se modifican en el tiempo y una pensión de vejez siempre se hereda en caso de fallecer su tenedor.

En particular,  $\gamma_t^\alpha$  corresponde a un vector  $(1 \times s)$  con la probabilidad de pensionarse para cada rango salarial  $s$ . Tomando como referencia los resultados de Reveiz et al. (2009), para este trabajo se supone un valor de 0.4 y 0.3 para hombres y mujeres, respectivamente, en el primer rango salarial. Para los demás rangos salariales  $\gamma_{s,t}^\alpha$  es igual a uno debido a que, en el escenario base, el saldo acumulado por los afiliados es mayor al requerido para obtener una pensión mínima.

Figura 5: Proyección del número de pensionados por tipo.



Fuente: cálculos de los autores.

Los resultados de la proyección de los pensionados por tipo se presentan en la Figura 5. De acuerdo con estas proyecciones, el número total de pensionados que se pronostica para 2050 se encuentra alrededor de dos millones, de los cuales cerca del 68 % serán por vejez, el 27 % por sobrevivencia y el 5 % restante por invalidez<sup>20</sup>.

<sup>20</sup>Estos resultados están en línea con lo proyectado por Muñoz et al. (2009).

### 1.2.2. Pagos por pensión $K_{\eta t}^{\alpha}$

La pensión por cada pensionado es igual al valor de una anualidad calculada sobre el saldo de su cuenta individual al momento de su retiro, teniendo en consideración la esperanza de vida del pensionado. De esta forma, los flujos están determinados en función de los aportes realizados durante la etapa de acumulación y la rentabilidad de los mismos. Por lo tanto, su estimación se realiza a través de técnicas actuariales que permiten calcular un monto de dinero que recibe el pensionado de forma anual y hasta su muerte, que se ajusta cada año con la inflación.

Al igual que para el número de pensionados, las anualidades difieren según el tipo de pensión y deben ser modeladas de forma independiente. Sin embargo, es común para todos los tipos de pensión un proceso de simulación que divide el problema en dos partes: la etapa de acumulación y la etapa de desacumulación. En la primera, el afiliado realiza aportes al fondo de manera periódica, los cuales le permiten tener un saldo acumulado al momento de alcanzar la edad de jubilación. En la segunda, el pensionado recibe con similar periodicidad y hasta su muerte, flujos de capital que son respaldados por el saldo acumulado.

De esta forma, la estimación de los pagos por pensión se realizó simulando el proceso tanto de acumulación como de desacumulación. Sin embargo, se modeló para un agente representativo por rango salarial con el fin de reducir la complejidad del problema. Este agente representa a un afiliado que realiza aportes durante toda su vida laboral de acuerdo con una probabilidad de cotización. Son estos aportes y su rentabilidad acumulada los que conforman el saldo acumulado con el que cuenta para pensionarse. En la etapa de desacumulación, el agente representativo simboliza a un pensionado que devenga hasta su muerte una anualidad que se ajusta cada año por la inflación. A continuación se describe en detalle el proceso que se registra en cada etapa y en el cual se supone que el agente no cambia de rango salarial en ningún momento del tiempo.

#### Etapa de acumulación

En la etapa de acumulación el afiliado ahorra recursos que van a financiar su pensión durante su periodo de retiro. El afiliado realiza de forma periódica (anualmente) aportes al sistema de acuerdo con las tasas de cotización establecidas por la Ley ( $c_t$ ) (ver Cuadro 2), acumulando en su cuenta de ahorro individual las cotizaciones realizadas específicamente para este fin. Dado que el afiliado no realiza retiros de su cuenta individual en ningún momento del tiempo, el saldo de la cuenta individual se caracteriza por tener una dinámica creciente durante todo el periodo de acumulación.

En detalle, el proceso de conformación del saldo acumulado está dado por la siguiente ecuación, en la cual el horizonte de acumulación varía dependiendo del género debido a la diferencia en la edad de jubilación entre hombres y mujeres:

$$\mathbf{z}_t^{\alpha} = \mathbf{z}_{t-1}^{\alpha}(1 + r_t) + c_t \mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^{\alpha} \quad (12)$$

donde:

$\mathbf{z}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el saldo acumulado en el periodo  $t$  para cada agente representativo según su rango salarial  $s$ .

$r_t \equiv$  rentabilidad nominal para el periodo  $t$  del portafolio administrado por las AFP.

$c_t \equiv$  tasa de contribución al esquema de acuerdo en periodo  $t$ , con destino la cuenta individual del afiliado.

$\mathbf{y}_t \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el ingreso por rango salarial para los  $s$  subgrupos en el periodo  $t$ .

$\mathbf{b}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con la probabilidad de cotizar de acuerdo al grupo salarial  $s$  y al género  $\alpha$  en el periodo  $t$ .

Por su parte, el saldo acumulado necesario para obtener una pensión mínima (equivalente a un salario mínimo legal vigente) está definido por:

$$z_{PM,t}^\alpha = \frac{y_{1,t}}{(1+r_t)^{ev_t^\alpha}} \left[ \frac{(1+r_t)^{ev_t^\alpha} - (1+\pi_t)^{ev_t^\alpha}}{r_t - \pi_t} \right] \quad (13)$$

donde:

$z_{PM,t}^\alpha \equiv$  saldo acumulado para un agente con género  $\alpha$ , para obtener una pensión equivalente al salario mínimo vigente en el periodo  $t$ .

$ev_t^\alpha \equiv$  esperanza de vida al momento de pensionarse para el género  $\alpha$  en el periodo  $t$ .

$\pi_t \equiv$  inflación en el periodo  $t$ .

De esta forma, el saldo acumulado al momento de pensionarse por vejez presenta la dinámica que se observa en la Figura 6 para un agente representativo con ingresos correspondientes al rango salarial  $s$ . Los resultados obtenidos sugieren que para ambos géneros, los afiliados del primer rango salarial son los que requieren del subsidio del Fondo de Garantía de Pensión Mínima para obtener una pensión igual al salario mínimo vigente. Además, para el caso de las mujeres, ocasionalmente los afiliados pertenecientes al segundo rango salarial requerirán del subsidio de este fondo. Esta dinámica representa una clara presión para el Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad considerando que el 87% de los afiliados se encuentran en los dos primeros rangos salariales<sup>21</sup>.

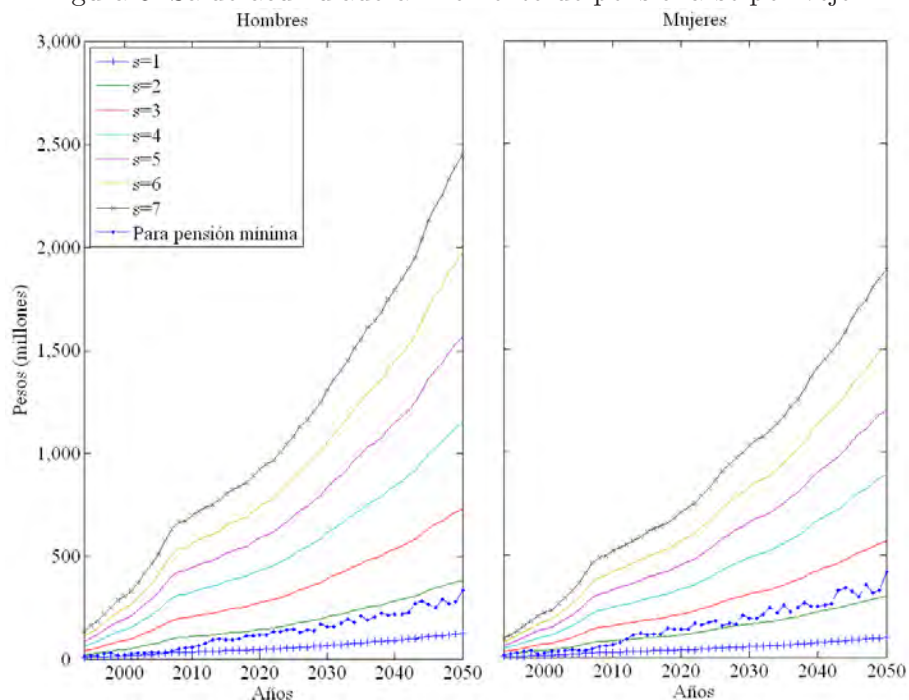
Adicionalmente, es importante resaltar el menor saldo que acumulan las mujeres en comparación con los hombres. Esto refleja la dinámica propia del proceso de acumulación que registran las mujeres durante su vida laboral, que se caracteriza por tener inferiores densidades de cotización y un menor número de semanas cotizadas debido a su menor edad de jubilación. Dadas estas condiciones, presentan una mayor probabilidad de no cumplir con los requisitos determinados por la Ley para obtener una pensión y, al tener menores saldos acumulados, registran menores tasas de reemplazo<sup>22</sup>. Todo esto, sumado a la mayor esperanza de vida que registran las mujeres, implica que ésta es una población

<sup>21</sup>75% pertenece al rango de ingreso uno y 12% al rango dos. Cifras a diciembre de 2008. Sin embargo, es importante aclarar que parte importante de éstos corresponde a afiliados que son cuenta propia. Es decir, son personas que son independientes y cotizan al sistema con base en este nivel de ingreso. No obstante, en muchos casos éstos afiliados tienen ingresos superiores a los reportados al régimen.

<sup>22</sup>La tasa de reemplazo se define como la relación entre la primera anualidad devengada por pago de la pensión y el último sueldo recibido antes de pensionarse.

que hace más sensible al sistema.

Figura 6: Saldo acumulado al momento de pensionarse por vejez.



Fuente: cálculos de los autores. Resultados por rango de ingreso  $s$ .

### Etapa de desacumulación

Al alcanzar la edad de jubilación, cada uno de los agentes representativos por senda salarial  $s$  utiliza el saldo acumulado durante la etapa de acumulación para financiar su pensión. Esta última corresponde entonces, a la anualidad que se calcula sobre el saldo acumulado del pensionado, teniendo como horizonte de proyección la esperanza de vida del individuo. Por lo tanto, ésta anualidad se calcula con base en fórmulas actuariales que incluyen la probabilidad de muerte del pensionado. Sin embargo, para facilitar el análisis que se realiza en el este modelo y la simulación dinámica del proceso de desacumulación de cada agente representativo, se estimó la pensión como una anualidad común.

En consecuencia, al momento en el que un afiliado se pensiona, las anualidades son calculadas como un sistema de cuotas crecientes anualmente en proporción geométrica. Este cálculo incluye la rentabilidad promedio observada en los últimos años y el comportamiento de la inflación. De esta forma, se recoge el comportamiento determinado por la Ley, según el cual la anualidad es calculada en el primer año de la etapa de desacumulación y es ajustada de forma anual por la variación en el índice de precios, de forma

tal que

$$\mathbf{a}_{\dot{e},1}^{\alpha} = \mathbf{z}_t^{\alpha} (1 + r_t)^{ev_t^{\alpha}} \left[ \frac{r_t - \pi_t}{(1 + r_t)^{ev_t^{\alpha}} - (1 + \pi_t)^{ev_t^{\alpha}}} \right] \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_{\dot{e},t}^{\alpha} = \mathbf{a}_{\dot{e},1}^{\alpha} (1 + \pi_t)^{t-1} \quad (15)$$

donde:

$\mathbf{a}_{\dot{e},t}^{\alpha} \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con las anualidades para los pensionados de edad  $\dot{e}$ , rango salarial  $s$  y género  $\alpha$  en el periodo  $t$ .

La proyección de los pagos correspondientes a la pensión de un agente representativo que se jubila en 2010 se presentan en la Figura 7, haciendo especial énfasis en las diferencias por rango salarial y género. Vale la pena resaltar que las mujeres requieren pagos de anualidades por un mayor horizonte de tiempo debido a su mayor esperanza de vida. Esto, sumado a los menores saldos acumulados durante la etapa de cotización, hacen que el valor de la pensión sea menor en proporción con el ingreso respectivo de cada rango salarial (menor tasa de reemplazo). Por otra parte, los afiliados ubicados en el primer rango salarial (y las mujeres del segundo rango también) no alcanzan a devengar una pensión mínima, ya que la anualidad proyectada es menor a un salario mínimo en todo momento.

### 1.2.3. Desembolsos y reembolsos $\mathbf{v}_t$

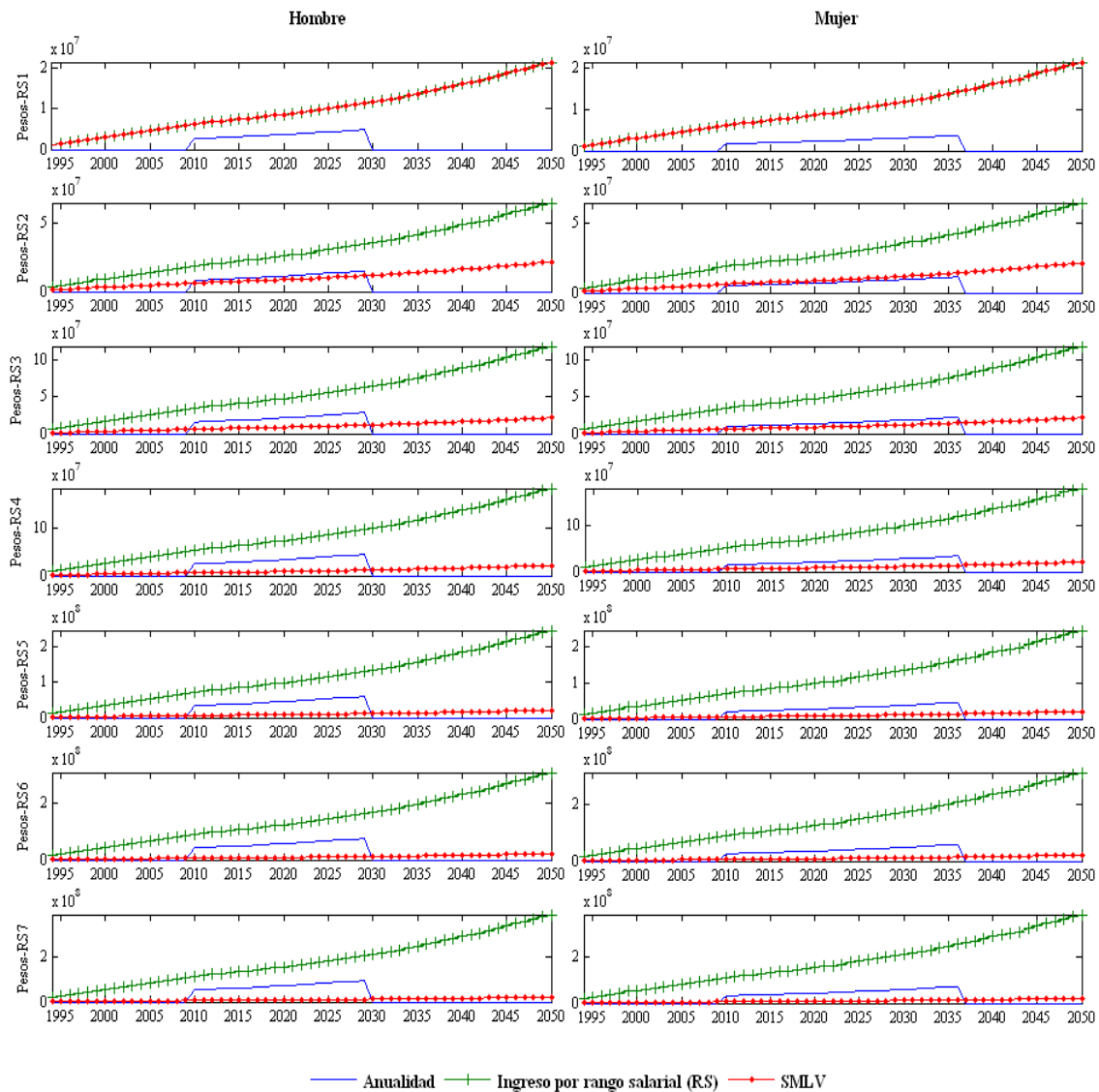
Además de los pagos por pensiones, el RAIS tiene a su cargo otro grupo de egresos  $\mathbf{v}_t$  que corresponden a las transferencias de recursos a terceros por concepto de desembolsos y reembolsos. Por una parte, se denominan desembolsos a todos aquellos traslados de saldos que realizan las AFP de forma anual a las compañías de seguros, cuando se constituyen pensiones bajo la modalidad de renta vitalicia. Por otra parte, los reembolsos corresponden a la devolución de saldos realizados a todos aquellos afiliados que no pueden pensionarse por incumplimiento de requisitos o a los beneficiarios de aquellos afiliados que fallecen.

#### Desembolsos por pensiones de renta vitalicia

Es importante señalar que el pensionado puede escoger entre tres modalidades de pensión, las cuales corresponden a: i) retiro programado; ii) renta vitalicia; y iii) retiro programado con renta vitalicia. La primera es la modalidad mediante la cual la AFP administra el saldo acumulado del pensionado y le paga anualidades que se ajustan cada año con la inflación. Bajo la segunda modalidad, el saldo acumulado se transfiere a una compañía de seguros y con éste se compra un póliza que garantiza, de forma vitalicia, el pago de una anualidad que se ajusta periódicamente por la inflación.

Por su parte, la modalidad de retiro programado con renta vitalicia resulta de la combinación de las modalidades anteriores, donde el pensionado transfiere su saldo a una

Figura 7: Proyección de la pensión para un afiliado pensionado en 2010.



Fuente: cálculos de los autores.

compañía de seguros después de haber recibido el pago de pensiones, durante cierto periodo de tiempo, a través del esquema de retiro programado. Teniendo en cuenta las características propias de cada modalidad de pensión y, considerando que las últimas dos representan específicamente una transferencia de recursos del fondo de pensiones a una compañía de seguros, se puede inferir que las pensiones constituidas por retiro programado son las que determinan la carga pensional del RAIS.

Por lo tanto, anualmente se realizan desembolsos correspondientes al pago de pensiones

por vejez e invalidez constituidas bajo la modalidad de renta vitalicia. En detalle, estos flujos de dinero son modelados como

$$v_{RV,t} = \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} \theta_t^\alpha \bar{\mathbf{z}}_t^\alpha \mathbf{P}_{\mathbf{I},t}^{\alpha'} + \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} \theta_t^\alpha \left[ \mathbf{z}_t^\alpha f^\alpha (\gamma_t^\alpha \cdot \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}^\alpha)' \right] \quad (16)$$

donde:

$v_{RV,t} \equiv$  desembolso por traslado a las compañías de seguros de pensiones constituidas bajo el esquema de renta vitalicia, en el periodo  $t$ .

$\theta_t^\alpha \equiv$  proporción de pensionados con género  $\alpha$  que el periodo  $t$  escogen el esquema de renta vitalicia<sup>23</sup>.

$\bar{\mathbf{z}}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el saldo promedio acumulado por un afiliado según el rango salarial  $s$  y el género  $\alpha$ , en el momento  $t$ . Este es calculado como el promedio simple del saldo que un afiliado tiene en la cuenta de ahorro individual durante la etapa de acumulación<sup>24</sup>.

$\mathbf{P}_{\mathbf{I},t}^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el número de pensionados por invalidez según el rango salarial  $s$  y el género  $\alpha$ , en el periodo  $t$ . La expresión que define a esta variable corresponde a la ecuación (11).

$\mathbf{z}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el saldo total acumulado por un afiliado de género  $\alpha$  durante toda su vida laboral, según el rango salarial  $s$  y para el periodo  $t$ .

$f^\alpha \equiv$  proporción de los afiliados del último grupo por edad que se pueden pensionar de acuerdo con las condiciones existentes para el género  $\alpha$ .

$\gamma_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con la probabilidad de cumplir con los requisitos para poder devengar una pensión (número de semanas cotizadas y saldo acumulado), para el rango salarial  $s$  y el género  $\alpha$ , en el periodo  $t$ .

$\tilde{\mathbf{y}}_t^\alpha \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el número de afiliados de género  $\alpha$  que en el periodo  $t$  pertenecen al rango salarial  $s$ , y se encuentran en rango de la edad de jubilación.

La ecuación (16) está compuesta por dos términos que corresponden a los pagos de pensiones por invalidez y por vejez, respectivamente. Como se mencionó, las pensiones por invalidez son aquellas pensiones constituidas cuando el afiliado es declarado inválido, y cumple con los requisitos para devengarla. Por su parte, las pensiones de vejez son constituidas cuando los afiliados que alcanzan la edad de jubilación, cuentan con los requisitos en número de semanas cotizadas y saldo acumulado para poder pensionarse.

## Reembolsos por devolución de saldos

La devolución de saldos es una transacción en la cual el fondo de pensiones transfiere a los respectivos beneficiarios, los recursos acumulados en las cuentas de ahorro individual de ciertos afiliados. Esta es una operación que se da lugar cuando: i) un afiliado no cumple con los requisitos para tener derecho a una pensión al momento de jubilarse<sup>25</sup> y,

<sup>23</sup>El valor utilizado en el modelo es 0.52, equivalente al promedio simple de las proporciones observadas entre 1997 y 2008 de los afiliados que prefieren la modalidad de renta vitalicia frente a la de retiro programado.

<sup>24</sup>Se supone que la probabilidad de quedar inválido es la misma para todo los rangos de edad.

<sup>25</sup>No cumple con las semanas mínimas cotizadas y no tiene un saldo ahorrado que le garantice una

por lo tanto, sus ahorros le son devueltos; o ii) cuando el afiliado fallece y sus ahorros se transfieren a sus beneficiarios. En consecuencia, el valor total de los reembolsos se puede expresar por la ecuación (17), cuyos términos representan, respectivamente, cada uno de los dos casos descritos.

$$v_{DS,t} = \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} \mathbf{z}_t^\alpha \left[ f^\alpha \left( (1 - \gamma_t^\alpha) \cdot \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}^\alpha \right) \right] + \delta_t^{\alpha'} \left[ \mathbf{Z}_t^\alpha \cdot \mathbf{Y}_t^\alpha \right] l'_s \quad (17)$$

donde:

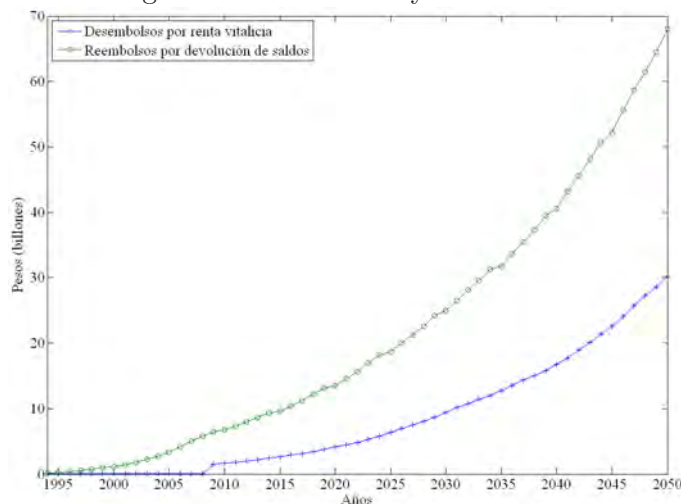
$v_{DS,t} \equiv$  reembolso por devolución de saldos en el periodo  $t$ .

$\delta_t^\alpha \equiv$  vector  $(e \times 1)$  con la probabilidad de muerte para una persona con edad  $e$  y género  $\alpha$ , en el periodo  $t$ .

$\mathbf{Z}_t^\alpha \equiv$  matriz  $(e \times s)$  con el saldo acumulado por un afiliado con género  $\alpha$ , edad  $e$  y rango salarial  $s$ , en el periodo  $t$ .

$\mathbf{Y}_t^\alpha \equiv$  matriz  $(e \times s)$  con el número de afiliados con género  $\alpha$ , edad  $e$  y rango salarial  $s$ , en el periodo  $t$ .

Figura 8: Desembolsos y reembolsos.



Fuente: cálculos de los autores.

Es evidente que tanto los desembolsos como los reembolsos siguen de cerca la tendencia creciente que registra la población agregada (Figura 8). Sin embargo, el proceso que describe la evolución de los reembolsos por devolución de saldos se caracteriza por tener una mayor pendiente y un mayor valor en comparación con los desembolsos por rentas vitalicias. Este comportamiento responde de forma directa a la composición de los afiliados de acuerdo con su ingreso y su densidad de cotización.

Considerando que los afiliados están concentrados principalmente en los dos primeros rangos salariales, y que en su mayoría incumplen el requisito de saldo acumulado mínimo para pensionarse (Figura 6), los reembolsos aumentan a medida que se incrementa el pensión mínima, de acuerdo con su género.

grupo de afiliados que no pueden devengar una pensión mínima. Por lo tanto, la dinámica creciente del incremento marginal de los reembolsos representa un problema social latente, ya que señala una situación en la cual se expande periódicamente el grupo de afiliados que recibe los reembolsos, y por ende, la proporción de la población no cubierta por el sistema pensional con respecto a la total.

#### 1.2.4. Uso del Fondo de Garantía de Pensión Mínima $l_{F,t}$

Como su nombre lo indica, el Fondo de Garantía de Pensión Mínima (FGPM) es utilizado para garantizar que todos aquellos afiliados que no hayan podido acumular el saldo suficiente para obtener una pensión mínima, puedan devengarla. Con este fondo se incorpora al RAIS el pilar solidario sobre el cual está definido el régimen, al tener en cuenta que los recursos aportados por todos los cotizantes son utilizados, principalmente, por los afiliados de menores ingresos. De esta forma, se protege a un grupo importante de pensionados, quienes para ser beneficiarios del FGPM deben haber cotizado al menos 1.150 semanas y deben cumplir con la edad mínima de jubilación<sup>26</sup>.

Por lo tanto, mientras que los ingresos de este fondo corresponden a los aportes realizados por todos los afiliados, quienes de acuerdo con la regulación vigente deben cotizar el 1,5 % del salario<sup>27</sup>, sus egresos corresponden al pago de las pensiones a los beneficiarios. Estos desembolsos pueden ser representados por la siguiente expresión,

$$l_{F,t} = \left[ \prod_{i=t-k}^t (1 + r_i) \right] (\mathbf{z}_{\text{PM},t-k} - \mathbf{z}_{t-k}) \mathbf{p}'_{t-k} \quad (18)$$

donde:

$l_{F,t} \equiv$  egresos o desembolsos que realiza el FGPM en el periodo  $t$ .

$\mathbf{z}_{\text{PM},t} \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el saldo acumulado necesario para tener una pensión mínima en el periodo  $t$  para cada rango salarial  $s$ .

$\mathbf{z}_t \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el saldo acumulado por el afiliado en su vida laboral según el rango salarial  $s$ , en el periodo  $t$ .

$\mathbf{p}_t \equiv$  vector  $(1 \times s)$  con el número de pensionados para cada rango salarial  $s$  que son beneficiarios del fondo en el momento  $t$ .

Es importante señalar que los desembolsos del FGPM se realizan después de que el saldo acumulado del beneficiario es utilizado en su totalidad en el pago de una pensión mínima. Es decir, el uso del fondo tiene lugar cierto número de periodos después de ser determinado como la diferencia entre el saldo acumulado del afiliado y el saldo requerido para la pensión mínima. Esta diferencia temporal está determinada por  $k$  en la expresión (18) y se considera igual a ocho años de acuerdo con el promedio histórico observado para los dos primeros rangos salariales.

<sup>26</sup>62 años de edad para el caso de los hombres y 57 años para el de las mujeres.

<sup>27</sup>Tasa de cotización al FGPM de acuerdo con la regulación vigente a diciembre de 2008.

### 1.2.5. Gastos de administración y otros $l_{G,t}$

Una parte de los egresos del régimen está determinada por  $l_{G,t}$ , la cual corresponde específicamente a los gastos de administración, las primas de reaseguros de Fogafin y las primas de seguros de invalidez y sobrevivientes. Sin embargo, para su modelación y proyección, se supone que estos egresos son equivalentes a los aportes realizados con este fin de cotización. De esta forma, se excluye del modelo el efecto que la consideración de estos recursos, destinados principalmente al pago de la operación de las AFP, puede tener sobre el análisis. En consecuencia, los pagos por comisiones y otros gastos administrativos son calculados como

$$l_{G,t} = \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} c_{3,t}(\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^\alpha)(m_t \mathbf{w}_t \mathbf{A}_t^\alpha)' \quad (19)$$

donde:

$l_{G,t} \equiv$  gastos de administración, primas de reaseguros de Fogafin y seguros de invalidez y sobrevivientes en el periodo  $t$ .

$c_{3,t} \equiv$  tasa de contribución al esquema de acuerdo con el tercer fin de cotización<sup>28</sup>, en el periodo  $t$ .

### 1.2.6. Uso del Fondo de Solidaridad Pensional $l_{S,t}$

Al igual que el Fondo de Garantía de Pensión Mínima, el Fondo de Solidaridad Pensional (FSP) representa el carácter solidario del régimen. Este fondo tiene como objetivo beneficiar a la población que percibe ingresos inferiores a un SMLV y que de acuerdo con su condición socioeconómica, no tienen acceso al Sistema General de Pensiones. Por lo tanto, este fondo realiza aportes que le permite completar la cotización mínima a esta población en particular. Es importante señalar que el fondo es una cuenta especial de la Nación que a su vez está conformada por dos subcuentas administradas por el Gobierno: la cuenta de subsistencia y la de solidaridad. Mientras que la primera busca proteger a la población más vulnerable a través del uso de un subsidio directo, la segunda es utilizada con el fin de completar los aportes de los afiliados que no estén en capacidad de seguir realizándolos.

Siguiendo la aproximación para modelar los gastos de administración y otros ( $l_{G,t}$ ), el uso del FSP es determinado a partir de los aportes de los afiliados, de forma tal que

$$l_{S,t} = \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} c_{4,t}(\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^\alpha)(m_t \mathbf{w}_t \mathbf{A}_t^\alpha)' \quad (20)$$

donde:

$l_{S,t} \equiv$  egresos o desembolsos que realiza el FSP para garantizar la cotización mínima de sus beneficiarios en el periodo  $t$ .

---

<sup>28</sup>De acuerdo con el Cuadro 2, el tercer fin de cotización corresponde a los gastos por administración, primas de reaseguros de Fogafin, y primas de seguros de invalidez y sobrevivientes, el cual hoy en día es 3,0%.

$c_{4,t} \equiv$  tasa de contribución al esquema de acuerdo con el cuarto fin de cotización<sup>29</sup>, en el periodo  $t$ .

De acuerdo con el Cuadro 2 los ingresos de este fondo corresponden a los aportes realizados únicamente por los afiliados con ingresos mensuales superiores a cuatro SMLV. Estos cotizantes deben aportar un uno por ciento que se destina directamente al fondo, y los afiliados con ingresos superiores a 16 SMLV deben realizar contribuciones adicionales que aumentan en proporción con el ingreso, orientadas específicamente a la subcuenta de subsistencia<sup>30</sup>.

### 1.3. Balances del sistema

La ecuación de balance del sistema (1) simplifica en una expresión la dinámica agregada del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad. Sin embargo, este balance puede ser segmentado de acuerdo con los fines de las cotizaciones que realizan los afiliados, con el fin de facilitar el análisis de la utilización de los recursos. Esta división se realiza siguiendo la clasificación de ingresos y egresos por subsistemas que se describe en el Cuadro 1.

#### 1.3.1. Balance de la cuenta de ahorro individual

El balance de la cuenta de ahorro individual (CAI) determina la forma en la cual los ahorros de los afiliados son utilizados, tanto para el pago de las pensiones como para la transferencia de recursos por reembolsos y desembolsos. Siguiendo la metodología planteada por la ecuación (1), los ingresos de este balance corresponden entonces, a la suma del saldo remanente del balance del periodo anterior y los aportes de los afiliados que se destinan a la CAI. De esta forma, su balance es determinado por la expresión (21), la cual incorpora el hecho de que los recursos remanentes obtienen una rentabilidad de forma periódica, lo que contribuye en una medida importante al crecimiento de los ingresos de este subsistema. Por lo tanto,

$$\mathbb{B}_{CAI,t} = \left[ \mathbb{B}_{CAI,t-1} + \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} \left[ c_{1,t}(\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^\alpha)(m_t \mathbf{w}_t \mathbf{A}_t^\alpha)' - \sum_{\eta \in \mathcal{T}} \iota_\eta (\mathbf{K}_{\eta t}^\alpha \cdot \mathbf{P}_{\eta t}^\alpha) \iota'_s \right] - \iota_d \mathbf{v}_t' \right] (1 + r_t) \quad (21)$$

donde:

$\mathbb{B}_{CAI,t} \equiv$  balance de la CAI en el periodo  $t$ .

$c_{1,t} \equiv$  tasa de contribución al esquema destinada a la CAI en el periodo  $t$ .

<sup>29</sup>El cuarto fin de cotización correspondería al Fondo de Solidaridad Pensional (Cuadro 2).

<sup>30</sup>Es importante resaltar que esta condición que implica tasas diferentes de contribución de acuerdo con el rango salarial, aumenta la complejidad de la modelación al hacer de  $c_{4,t}$  un vector  $(1 \times s)$  para el periodo  $t$ .

### 1.3.2. Balance del Fondo de Garantía de Pensión Mínima

El balance del FGPM corresponde a la diferencia entre la suma del saldo remanente del periodo anterior y las cotizaciones de los afiliados al fondo, y los egresos generados por el uso de estos recursos al completar la pensión mínima de sus beneficiarios. Al igual que el balance de la CAI, los saldos de este balance se reinvierten periódicamente generando un ingreso adicional por rentabilidad. Esta dinámica se representa en la siguiente expresión, tal que

$$\mathbb{B}_{FGPM,t} = \left[ \mathbb{B}_{FGPM,t-1} + \sum_{\alpha \in \mathcal{G}} c_{2,t}(\mathbf{y}_t \cdot \mathbf{b}_t^\alpha)(m_t \mathbf{w}_t \mathbf{A}_t^\alpha)' - l_{F,t} \right] (1 + r_t) \quad (22)$$

donde:

$\mathbb{B}_{FGPM,t} \equiv$  balance del FGPM en el periodo  $t$ .

$c_{2,t} \equiv$  tasa de contribución al esquema destinada al FGPM en el periodo  $t$ .

$l_{F,t} \equiv$  egresos o desembolsos que realiza el FGPM para completar la pensión mínima de sus beneficiarios, en el periodo  $t$ .

Si el saldo  $\mathbb{B}_{FGPM,t}$  en algún momento es negativo, es decir, el dinero del FGPM no es suficiente para cubrir el gasto por el pago de las pensiones de los beneficiarios, el Gobierno debe cubrir este faltante. En consecuencia, en los periodos en los cuales la operación del FGPM no es autosostenible, se genera una carga fiscal adicional.

### 1.3.3. Balance de los gastos de administración y otros

Dentro de los balances del sistema se encuentra el balance de los gastos de administración y otros, que hace referencia a la diferencia entre los ingresos y egresos generados por la operación de las AFP y las primas de reaseguros de Fogafin y seguros de invalidez y sobrevivientes. Es importante resaltar que el objetivo de este trabajo se centra en el análisis del balance de la CAI y del FGPM ya que éstos representan la dinámica del uso de los recursos que influyen en el valor de las pensiones. Por lo tanto, se asume que los ingresos y egresos por concepto de los gastos de administración y otros son iguales y, en consecuencia, el balance es igual a cero durante todo el periodo de análisis.

### 1.3.4. Balance del Fondo de Solidaridad Pensional

Debido a la restricción en el acceso a la información detallada sobre la operación de este fondo, tanto sus ingresos como sus egresos no son considerados en la estimación total del modelo. Por lo tanto, se supone que el FSP es usado en su totalidad de forma permanente, por lo cual el total de los aportes destinados a éste se considera equivalente al total de los desembolsos generados como resultado de su operación.

## 2. Resultados

El modelo descrito en la sección anterior es lo suficientemente sencillo para ser computado fácilmente. Por lo tanto, tomando la información histórica del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad se estimaron cada una de las variables descritas en el modelo de forma independiente, y se consolidaron sus proyecciones a través los diferentes balances de los subsistemas. A continuación se presentan los principales resultados obtenidos al considerar un escenario base de proyección, determinado por las condiciones actuales del régimen. Este se tomará como punto de referencia para el análisis de los ejercicios de sensibilidad que se describen en la siguiente sección.

### 2.1. Balances del sistema

Con el objetivo de facilitar el análisis de los resultados, el balance general del sistema fue desagregado de acuerdo con los fines y usos respectivos para cada tipo de cotización. De esta manera, se analiza de forma independiente el balance de la cuenta de ahorro individual (CAI) y el balance del Fondo de Garantía de Pensión Mínima (FGPM), y éstos se comparan con los resultados obtenidos para el sistema en general.

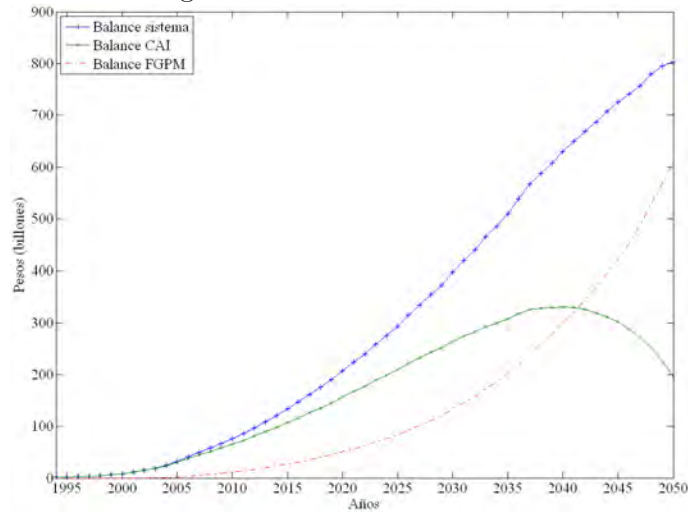
En la Figura 9 se presentan los resultados para cada uno de estos balances. Se observa que el balance de la cuenta de ahorro individual mantiene una tendencia positiva hasta el año 2040, aproximadamente, periodo en el cual cambia de dirección y comienza un comportamiento decreciente. El comportamiento al alza que se registra en la primera parte corresponde a la dinámica propia de un sistema en expansión, donde el número de afiliados y sus contribuciones son significativamente mayores que el número de pensionados y sus egresos. Por su parte, el periodo a la baja que se registra en la segunda parte hace referencia al comportamiento descrito por un sistema maduro, donde los egresos generados por el pago de pensiones y desembolsos aumentan de una manera considerable por el incremento en la proporción de pensionados frente a los afiliados.

Por su parte, el balance del FGPM presenta una tendencia positiva durante todo el periodo de proyección. Este resultado corresponde a un sistema que se caracteriza por tener una base amplia de aportantes frente a un número reducido de beneficiarios. En la medida en que la proporción de los segundos con respecto a los primeros disminuya, los ingresos del FGPM van a crecer a un mayor ritmo que los egresos.

Adicionalmente, el balance general del sistema refleja el comportamiento agregado de cada uno de los dos subsistemas mencionados. Por lo tanto, presenta un comportamiento creciente durante todo el periodo de análisis que resulta consistente con los principios de sostenibilidad sobre los cuales está definido el régimen.

Sin embargo, el comportamiento descrito sugiere varias implicaciones con respecto al funcionamiento del sistema. Por una parte, el cambio de tendencia en la dinámica del balance de la CAI refleja un aumento significativo en sus egresos frente a los aportes

Figura 9: Balances del sistema.



Fuente: cálculos de los autores.

de los afiliados. Por otra parte, la tendencia creciente en todo el periodo de análisis por parte del FGPM indica que no está siendo utilizado de acuerdo con los principios sobre los cuales fue estructurado.

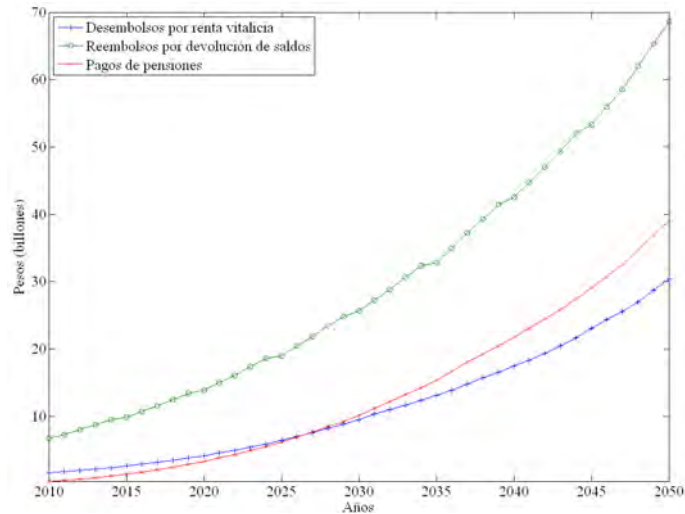
## 2.2. Cuenta de ahorro individual

Con respecto al comportamiento del balance de la CAI, se evidencia que los egresos son mayores que los ingresos en la parte final del periodo de proyección. Esto corresponde directamente al mayor crecimiento de los reembolsos frente a los demás componentes de los egresos de este subsistema (Figura 10). Esto implica que los recursos de la cuenta de ahorro individual son utilizados, en una mayor proporción, en el traslado de saldos a terceros (compañías de seguros y afiliados) a cambio de ser destinados al pago de pensiones.

Es importante recordar que los reembolsos están compuestos, principalmente, por flujos de dinero correspondientes a la devolución de saldos a los afiliados que no cumplen con los requisitos para pensionarse. Teniendo en cuenta esta consideración, se puede inferir que la mayor participación de los reembolsos dentro de los gastos del balance de la CAI es el resultado de varios factores, ligados tanto con la conformación de la población de los afiliados, como con las condiciones de las contribuciones de éstos al sistema.

En primer lugar, es el resultado directo del incremento en el número de afiliados que no cumplen con las condiciones mínimas para devengar una pensión. Es importante resaltar que los afiliados se encuentran concentrados en los dos primeros rangos salariales y, de

Figura 10: Egresos del balance la CAI.



Fuente: cálculos de los autores.

acuerdo con el análisis realizado, esta población representa el 87 % del total de los afiliados al régimen. Esta es la población que registra las menores densidades de cotización, y considerando los resultados presentados en la Figura 6, corresponde adicionalmente al grupo de afiliados con menor saldo acumulado durante su vida laboral.

En segundo lugar, las bajas densidades de cotización hacen que esta población no logre aportar durante el número de semanas mínimas requeridas por la Ley. Esto, sumado al hecho de que los saldos acumulados en los rangos salariales inferiores no son suficientes para devengar una pensión mínima<sup>31</sup>, hace que los recursos sean devueltos a la mayoría de afiliados pertenecientes a esta población.

Por un parte, esto tiene implicaciones directas sobre el funcionamiento del régimen a nivel de sus flujos financieros. La realización de transferencias por reembolsos de forma periódica expone al sistema a choques permanentes por egresos, lo cual contrasta con la estructura suavizada de pagos que tendría con los desembolsos por pagos de pensiones. Adicionalmente, esto obliga a las AFP a invertir una parte importante de los recursos del fondo en activos líquidos, de tal forma que puedan ser utilizados en el pago de estos reembolsos de forma periódica. Esto va en contravía de la naturaleza propia de las inversiones, las cuales deberían realizarse de acuerdo con la madurez esperada de los desembolsos por pagos de pensiones.

Por otra parte, el aumento en los reembolsos tiene consecuencias sobre el cubrimiento de la población adulta. Si se considera el crecimiento de estos egresos como el resultado del aumento tanto en la población como en el valor de los saldos, los mayores reembolsos

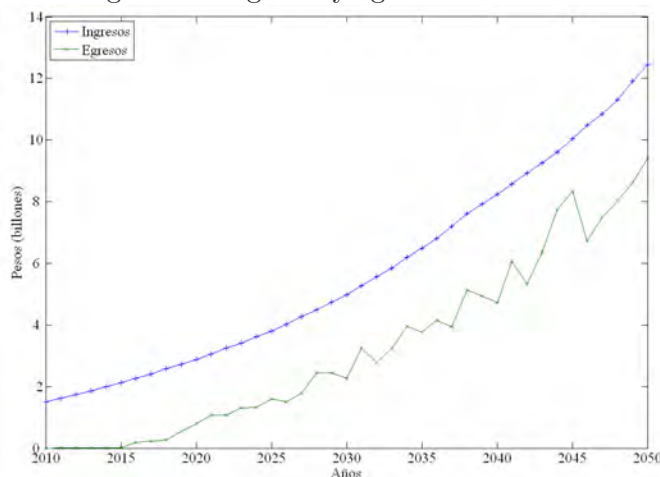
<sup>31</sup>El primer rango para los hombres, y los dos primeros rangos para las mujeres.

representan el aumento en la población receptora de estos traslados. En consecuencia, y teniendo en cuenta los aspectos mencionados sobre la concentración de los afiliados en los primeros rangos salariales, esto sugiere que el RAIS no cubre a la población más vulnerable y de menores ingresos durante su etapa de retiro, generando así un problema de carácter social que tiende a incrementarse en el tiempo.

### 2.3. Fondo de Garantía de Pensión Mínima

Sin embargo, la tendencia creciente de los reembolsos se da en línea con el uso que registra el FGPM. Al analizar la dinámica del balance este fondo, se observa un comportamiento creciente en el periodo analizado, en donde se evidencia una capitalización permanente de sus recursos. No obstante, la alta concentración de afiliados en los rangos salariales inferiores sugeriría un uso permanente del FGPM, y por ende, una menor tasa de crecimiento de su balance. Adicionalmente, con esto se esperarían menores niveles de reembolsos que, de acuerdo con los resultados, no se observan en la realidad. Por lo tanto, se podría inferir inicialmente que el FGPM no beneficia a un número significativo de afiliados y, por lo tanto, no cumple con su función primaria de protección a la población de menores ingresos, debilitando así el carácter solidario del régimen.

Figura 11: Ingresos y egresos del FGPM.

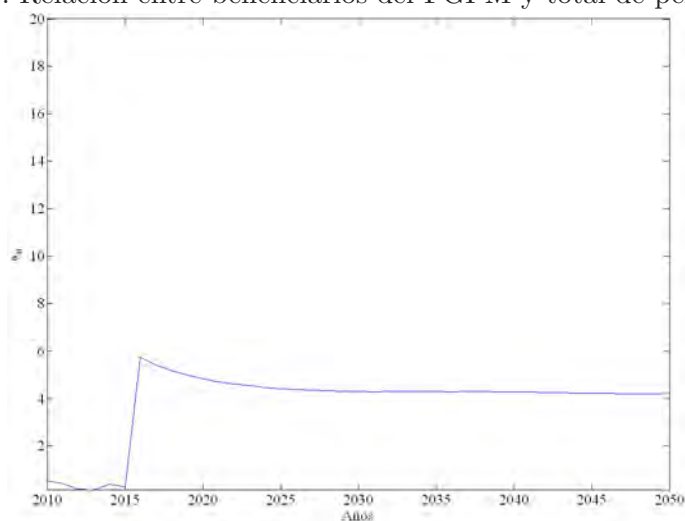


Fuente: cálculos de los autores.

En primera instancia, la tendencia creciente del balance del FGPM es el resultado de tener mayores ingresos que egresos durante todo el periodo de proyección (Figura 11). Mientras que los ingresos corresponden, como en el caso de los demás balances, a los aportes realizados por los afiliados, los egresos están determinados por el número de beneficiarios del fondo y el monto de los subsidios otorgados a estos. Por lo tanto, el crecimiento más que proporcional de los afiliados frente a los beneficiarios explica el comportamiento que describe el balance del FGPM.

Por su parte, el bajo número de beneficiarios del FGPM responde a las bajas densidades de cotización registradas por los afiliados con menores niveles de ingresos y a las barreras a la entrada de este fondo. Para ser beneficiario del FGPM deben cumplir dos condiciones, además de tener la edad mínima de jubilación: no haber acumulado el saldo requerido para devengar una pensión mínima y haber cotizado al menos un número de semanas mínimas requeridas por la Ley<sup>32</sup>. La probabilidad de ocurrencia de estos dos requisitos al mismo tiempo, es significativamente baja, debido a que es difícil que una persona que cumpla el número de semanas requeridas, no tenga el saldo mínimo requerido. En consecuencia, solo alrededor del 6% de los pensionados serán beneficiarios de este fondo de acuerdo con las proyecciones del modelo (Figura 12)<sup>33</sup>.

Figura 12: Relación entre beneficiarios del FGPM y total de pensionados.



Fuente: cálculos de los autores.

## 2.4. Indicadores de desempeño

Adicionalmente, y con el fin de complementar el análisis de la evolución de los balances de los subsistemas que componen el RAIS, en esta sección se presentan varios indicadores que permiten evaluar el desempeño del régimen de acuerdo con las proyecciones del modelo. Los siguientes indicadores están enfocados a la medición del cubrimiento del sistema, tanto en la etapa de acumulación como en la de desacumulación, y a la evaluación del nivel de los ingresos percibidos por los pensionados durante su periodo de retiro.

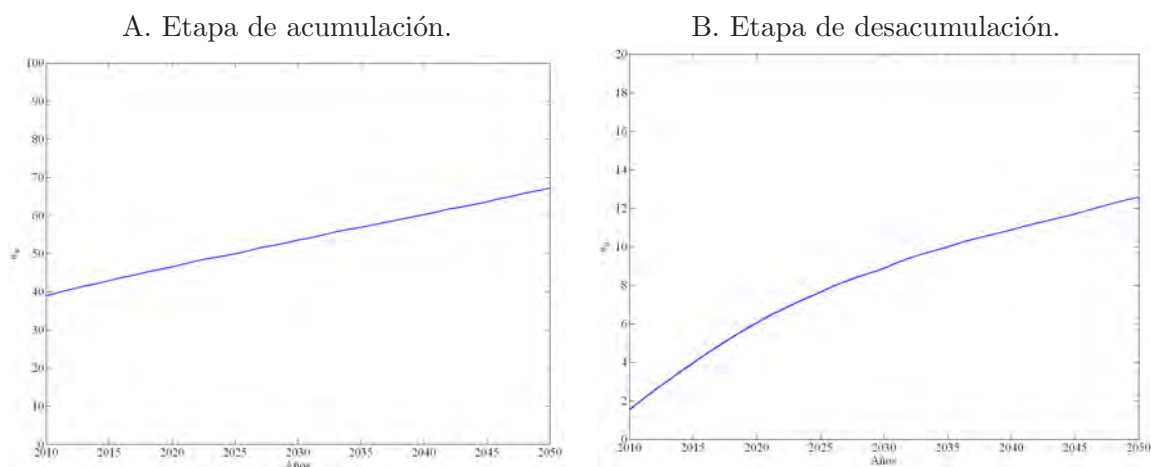
El nivel de cobertura que registra el RAIS durante la etapa de acumulación se caracteriza

<sup>32</sup>1.150 semanas.

<sup>33</sup>El salto que se presenta en la Figura 12 en el año 2015 corresponde al hecho de que los beneficiarios del FGPM no reciben el subsidio al momento de pensionarse, sino hasta el momento en el cual se termina el saldo en la cuenta de ahorro individual.

por presentar un comportamiento creciente durante el horizonte de proyección (Figura 13, panel A). Este es el resultado de la mayor tasa de crecimiento de los afiliados en comparación con la población económicamente activa. Esto responde a un sistema en expansión, del cual se espera que genere un mayor número de afiliados en el tiempo, y a un menor dinamismo en el crecimiento de la población. Por lo tanto, los resultados obtenidos sugieren un alto nivel de cobertura de la población afiliada<sup>34</sup>.

Figura 13: **Indicadores de cobertura**



A. El indicador de cobertura en la etapa de acumulación se define como la relación entre los afiliados y la PEA.  
 B. El indicador de cobertura en la etapa de desacumulación está definido como la relación entre los pensionados y la población con edad superior a la edad de jubilación.  
 Fuente: cálculos de los autores.

Por su parte, los resultados del modelo sugieren que la cobertura de la población durante la etapa de desacumulación aumenta de forma constante en el tiempo (Figura 13, panel B). Este es el resultado de la operación propia de un sistema pensional maduro, donde el número de pensionados aumenta en proporción con el número de afiliados. Sin embargo, aunque hay un aumento en la cobertura de la población mayor, el nivel del indicador es bajo<sup>35</sup>. Es decir, al compararlo con el nivel de cobertura de los afiliados, se evidencia nuevamente la problemática planteada en la sección anterior, donde no se pensiona una parte importante de los afiliados.

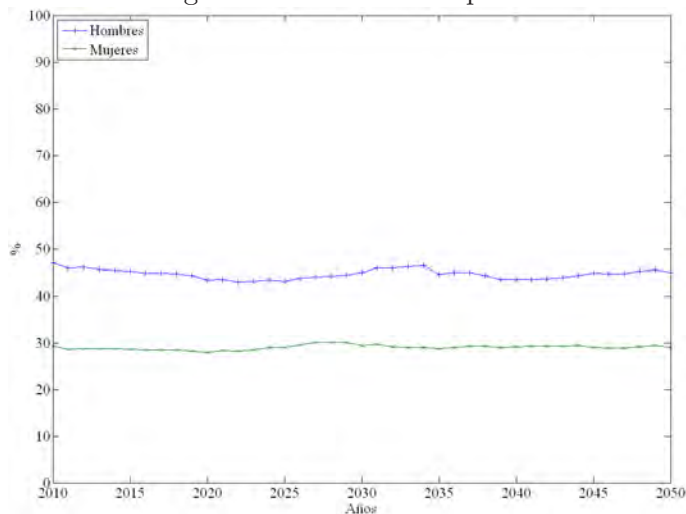
En términos del ingreso que van a recibir los pensionados, medidos en función de la tasa de reemplazo, se observa que en promedio, ésta presenta niveles inferiores al 50% (Figura 14). Vale la pena resaltar que los resultados de ésta variable dependen directamente de la rentabilidad que registren los recursos administrados. Dado el escenario base de proyección, donde la rentabilidad real es de cuatro por ciento, esto se traduce en tasas de reemplazo que se pueden considerar moderadas. Adicionalmente, vale la pena resaltar que, de acuerdo con las estimaciones del modelo, el cambio en un punto porcentual en

<sup>34</sup>Estos resultados están en línea con lo proyectado por Muñoz et al. (2009).

<sup>35</sup>Para los últimos años de proyección, el indicador de cobertura de la población mayor se ubica alrededor de 12%.

la rentabilidad se refleja en un aumento promedio de la tasa de reemplazo de 12 puntos porcentuales para los hombres y de 8 para las mujeres.

Figura 14: Tasa de reemplazo.



Fuente: cálculos de los autores.

Es importante resaltar el caso especial de las mujeres, donde debido a su mayor esperanza de vida y menor densidad de cotización y edad de jubilación, presentan una tasa de reemplazo que oscila alrededor del 30%. De esta forma se refuerza el argumento que señala a las mujeres como una población especialmente vulnerable dentro del régimen.

En consecuencia, el sistema tiene un alto nivel de reembolsos y una capitalización permanente del FGPM. Esto implica la devolución de los ahorros de la población de menores ingresos, a la vez que el sistema incrementa los recursos disponibles de un fondo que no se utiliza de la forma esperada. Por lo tanto, al no utilizar los recursos aportados por todos los afiliados en la protección de la población más vulnerable, se pone en entredicho el carácter solidario del régimen y se reduce la cobertura de este grupo poblacional.

### 3. Análisis de sensibilidad

En esta sección se realizan diferentes ejercicios de sensibilidad con el fin de evaluar el desempeño del modelo frente a cambios en sus principales determinantes. Estos ejercicios únicamente cuantifican el impacto directo sobre las principales variables del modelo y no tienen en cuenta los efectos indirectos detrás de éstos ni sus interrelaciones. Es importante señalar que el análisis de sensibilidad es una herramienta de gran utilidad en la estimación de los diferentes riesgos que enfrentan los esquemas de pensiones, teniendo en cuenta la

dificultad de su proyección<sup>36</sup>.

A partir de los resultados que se presentaron en la sección anterior, los cuales permiten evidenciar el importante nivel de los reembolsos frente a una capitalización continua del FGPM, se realizan los ejercicios de sensibilidad que se describen en esta sección. El primero evalúa los cambios en los ingresos del régimen en función de las tasas de los aportes, mientras que el segundo se enfoca en las variaciones macroeconómicas que pueden modificar el ingreso y la dinámica de los aportes de los cotizantes.

### 3.1. Variación en las tasas de contribución al régimen

El primer ejercicio corresponde a un incremento en la tasa de contribución de los afiliados a la cuenta de ahorro individual y la disminución equivalente en la contribución al FGPM. En la actualidad la tasa de contribución a la CAI es de 11.5%. Este escenario de simulación considera una situación extrema donde se eliminan los aportes al FGPM y el aporte a la CAI pasa a ser 13.5%. Los principales resultados son<sup>37</sup>:

- Incluso con el aumento en el aporte a la CAI los afiliados pertenecientes al primer rango salarial no alcanzan a reunir el saldo suficiente para obtener una pensión mínima.
- De esta forma, el gasto por devolución de saldo aumenta, ya que los afiliados del primer rango salarial ahorran más, pero siguen sin cumplir con los requisitos para ser beneficiarios del FGPM. Sin embargo, con este cambio se les devuelve a los afiliados todos los aportes realizados y el FGPM no se queda con parte de éstos como pasa en el escenario base.
- Al eliminar los aportes al FGPM, su balance presenta una tendencia decreciente y valores negativos. Por lo tanto, se genera una carga fiscal para el gobierno, ya que tiene que subsidiar las pensiones de los beneficiarios de este fondo.
- El balance general de la CAI presenta una tendencia creciente en todo el periodo de análisis, como resultado del incremento en el aporte a este subsistema.
- Se presenta un aumento en la tasa de reemplazo de alrededor del 6% para los hombres y 4% para las mujeres<sup>38</sup>.

---

<sup>36</sup>En particular, estos riesgos pueden ser clasificados como macroeconómicos, demográficos, políticos, administrativos y de inversión.

<sup>37</sup>Estos resultados se presentan en el Anexo B.1.

<sup>38</sup>Con base en los resultado del escenario base, vale la pena señalar que la rentabilidad tiene una mayor elasticidad sobre la tasa de reemplazo que la tasa de contribución a la CAI (12% para hombres y 8% para mujeres).

### 3.2. Variación en las condiciones macroeconómicas

El segundo ejercicio consiste en un escenario macroeconómico más favorable, en donde la rentabilidad es 2 % real anual superior al escenario base, la informalidad disminuye en 10 % y la tasa de empleo aumenta 10 %. Para este ejercicio se supone que estas variaciones llevan a que las densidades de cotización aumenten 10 % al igual que la probabilidad de cumplir los requisitos para pensionarse<sup>39</sup>. Los resultados más importantes son<sup>40</sup>:

- Al aumentar la rentabilidad y la densidad de cotización, los afiliados acumulan más saldo en su vida laboral, por lo cual aumentan su tasa de reemplazo, la cual aumenta en promedio 31 puntos porcentuales para los hombres y 20 para las mujeres.
- Sin embargo, los afiliados pertenecientes al primer rango salarial no alcanzan a ahorrar el saldo suficiente para obtener una pensión mínima. A pesar de esto, la relación entre el saldo ahorrado y el saldo para la pensión mínima aumenta en 29 puntos porcentuales para los hombres y 19 para las mujeres.
- Se presenta un incremento en el nivel de cobertura de la población mayor. Es decir, debido al incremento en la densidad de cotización aumenta el número de afiliados que cumplen los requisitos para pensionarse. El promedio de este indicador durante el horizonte de proyección cambia de 8 % en el escenario base a 11 % en este escenario.
- El gasto por reembolsos por devolución de saldos aumenta en 66 %. No obstante, este incremento no es explicado por un mayor número de afiliados que no pueden pensionarse, sino por un aumento en su saldo ahorrado.

## 4. Conclusiones

En este documento se generó un marco de referencia que permite simular y estudiar el funcionamiento del RAIS, así como también la dinámica que siguen las diferentes variables involucradas en éste. Adicionalmente, y gracias a su flexibilidad, el modelo desarrollado puede ser de gran utilidad para evaluar y analizar los efectos que diferentes políticas y cambios regulatorios pueden tener sobre las principales variables del sistema. Por su parte, mediante la proyección de las principales variables del modelo se logró obtener una aproximación de como será el funcionamiento del régimen y cuáles serán sus principales retos en los próximos años.

Sin embargo, es importante profundizar en el desarrollo de metodologías que permitan modelar algunas variables en una forma más detallada, incorporando precisiones sobre

---

<sup>39</sup>El aumento en la informalidad y empleo tienen un efecto directo sobre el número de afiliados proyectados en el modelo, de acuerdo con el escenario 6 de pronóstico de  $A_t^e$ .

<sup>40</sup>Estos resultados se presentan en el Anexo B.2.

el comportamiento del régimen que no se incluyen en este modelo. Por una parte, la modelación presentada considera densidades de cotización constantes en el tiempo, excluyendo el hecho que variaciones en el empleo y la informalidad pueden alterar el nivel de éstas en forma dinámica. Por otra, el modelo considera que el salario real de los afiliados es constante en el tiempo, con lo cual se deja a un lado los beneficios en ingreso por eventuales aumentos en productividad o en educación. De esta forma, un afiliado es clasificado dentro del mismo rango salarial durante toda su vida laboral.

Dentro de los principales resultados se encontró que alrededor del 80% de los afiliados tienen ingresos inferiores a dos SMLV. Considerando las bajas densidades de cotización que presenta esta población, se convierte en un gran desafío para el sistema el cubrimiento de estos afiliados en su etapa de jubilación. Teniendo en cuenta estas condiciones, es difícil que este grupo poblacional logre acumular el saldo suficiente para obtener una pensión o, en su defecto, logre cotizar el número mínimo de semanas para ser beneficiaria del FGPM.

Como consecuencia de este problema, los reembolsos por devolución de saldos presentan un comportamiento creciente en el horizonte de tiempo analizado, llegando a ser incluso mayores al gasto por pagos de pensiones. En línea con esto, el FGPM presenta una capitalización continua por el bajo número de beneficiarios que tiene, produciendo que el carácter solidario de este fondo no sea el esperado.

Adicionalmente, es importante resaltar la importancia que tiene la rentabilidad en el ingreso de los afiliados. En la medida en que aumente la competitividad de las AFP y los retornos de los fondos administrados, se incrementarán los saldos acumulados de los afiliados en sus cuentas de ahorro individual, generando a su vez mayores tasas de reemplazo. Esto impone un reto adicional a las AFP a tener un buen desempeño en términos de rentabilidad con el fin de atraer a más afiliados, teniendo en cuenta que las tasas de reemplazo en el régimen de prima media pueden ser superiores, eventualmente.

Por otra parte, es importante señalar que el cambio en la estructura poblacional afectará el balance de la CAI, debido a que los pensionados tendrán un ritmo de crecimiento superior al de los afiliados en la etapa final del periodo de proyección. De hecho, el balance de este subsistema presentará un cambio de tendencia alrededor del año 2040 y comenzará a decrecer debido al aumento de los egresos. De esta manera, se podría ver reducida la capacidad de inversión de las AFP, afectando marginalmente los mercados y en la estabilidad del sistema financiero al considerar el volumen de los fondos que administran.

Asimismo, se realizaron dos ejercicios sencillos de sensibilidad con el fin de evaluar la consistencia del modelo. Con éstos, se pudo verificar que el modelo funciona de acuerdo con la dinámica esperada del sistema pensional. Por ejemplo, al aumentar la rentabilidad de los fondos, se genera un incremento en las tasas de reemplazo de los afiliados. Por otro lado, al aumentar la tasa de contribución a la CAI, el balance de este subsistema se vuelve más sólido y presenta una tendencia creciente dentro del horizonte de tiempo analizado, entre otros resultados.

Es importante aclarar que no todos los retos mencionados son propios del Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad, sino que son consecuencia de problemas macroeconómicos asociados con el mercado laboral, como la desigualdad social, el desempleo y la informalidad, entre otros. Por lo tanto, los esfuerzos deben enfocarse en la solución de estas problemáticas, con lo cual se minimizarán los efectos que éstos tienen sobre el funcionamiento del sistema pensional en general.

## Referencias

- Ayala, U. y Acosta, O. L. (2002). Políticas para promover una ampliación de la cobertura del sistema de pensiones en Colombia. CEPAL, Serie financiamiento del desarrollo, no. 118.
- Barr, N. (2006). Pensions: Overview of the Issues. Oxford Review of Economic Policy, vol. 22, no.1.
- Barr, N. and Diamond, P. (2006). The Economics of Pensions. Oxford Review of Economic Policy, vol. 22, no. 1.
- Bates, J. and Granger, C. (1969). The Combination of Forecasts. Operations Research Quarterly, vol. 20, no. 4, 451-468.
- Blake, D. (2006a). Pension Finance. Pensions Institute. John Wiley & Sons. England.
- Blake, D. (2006b). Pension Economics. Pensions Institute. John Wiley & Sons. England.
- Blake, D. and Mayhew, L. (2006). On the Sustainability of the UK State Pension System in the Light of Population Ageing and Declining Fertility. The Economic Journal, 116, F286-F305.
- Emms, P. and Haberman, S. (2008). Income Drawdown Schemes for a Defined-Contribution Pension Plan. The Journal of Risk and Insurance, vol. 75, no. 3, 739-761.
- Martínez, O. y Murcia, A. (2008). Sistema de comisiones de las administradoras de fondos de pensiones en Colombia. Reporte de Estabilidad Financiera. Banco de la República. Marzo.
- Muñoz, A., Romero, C., Tellez, J., y Tuesta, D. (2009). Confianza en el futuro: propuestas para un mejor sistema de pensiones en Colombia. BBVA. Grupo Editorial Norma. Bogotá.
- Osorio, J. H., Martínez, J. y Rodríguez, T. (2005). El modelo DNPensión V4.0 parte I. Archivos de Economía. Departamento Nacional de Planeación. No. 285. Junio.
- Parra, J. C. (2001). DNPENSION: Un modelo de simulación para estimar el costo fiscal del sistema pensional colombiano. ARCHIVOS DE ECONOMIA, 150. Planeación y Desarrollo, vol. XXXII, no. 2, 255-294.
- Reveiz, A., León, C., Castro, F. y Piraquive, G. (2009). Modelo de simulación del valor de la pensión de un trabajador en Colombia. Banco de la República. Borradores de Economía. 553.
- Rofman, R. and Lucchetti, L. (2006). Pension Systems in Latin America: Concepts and Measurements of Coverage. Social Protection Discussion Papers, World Bank, 0616.
- Whitehouse, E. (2006). New indicators of 30 OECD countries' pension systems. Cambridge University Press. PEF, 5(3): 275-298, November.

## A. Anexo 1

### Combinación de pronósticos

Siguiendo la metodología de Bates y Granger (1969) se puede realizar la combinación de algunos de los modelos descritos en la sección 1.1.6. Con esto se obtiene un único pronóstico que incluye la información y las propiedades de los diferentes modelos utilizados.

Bates y Granger (1969) plantean una aproximación a los casos en los cuales se tienen múltiples pronósticos para el mismo evento. Usualmente, los procesos de proyección incluyen la estimación de varios modelos y, después de un conjunto de pruebas estadísticas, se determina la mejor aproximación para ser aplicada dejando a un lado todas las demás. De acuerdo con los autores, este procedimiento no es el más adecuado ya que los modelos que se descartan incluyen la mayoría de las veces información independiente que puede contribuir, en algunos casos, a mejorar el pronóstico.

La aproximación de estos autores define el problema como uno donde:

1. Se observan  $m$  pronósticos  $f_{t+1}$  para la misma variable, y por lo tanto, se tienen  $m$  errores del pronóstico  $e_{t+1}$  (vector  $m \times 1$ ).
2. Los errores del pronóstico son insesgados, i.e.  $E[e_{t+1}] = 0$ , y la matrix de varianza covarianza está dada por  $\Sigma = E[e_{t+1}e'_{t+1}]$ .
3. Los errores están calculados con MSE (minimum squared errors) considerando regresiones lineales.

Sea  $\iota$  un vector de unos de  $m \times 1$ . Entonces,

$$e_{t+1} = (\iota y_{t+1} - f_t) \sim (0, \Sigma)$$

Bates y Granger (1969) sugieren la utilización de pesos combinados  $\beta$  con el fin de obtener un pronóstico compuesto de las proyecciones particulares,  $\beta' f_t$ . De esta forma, el error del pronóstico combinado está dado por:

$$e_{t+1}^c = y_{t+1} - \beta' f_t = y_{t+1} - \beta'(f_t - \iota y_{t+1} + \iota y_{t+1}) = (1 - \beta' \iota) + \beta' e_{t+1}$$

Por lo tanto, los pesos  $\beta$  son seleccionados al resolver el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \min_{\beta} \quad & E[(\beta' e_{t+1})^2] = \beta' E[e_{t+1}e'_{t+1}]\beta = \beta' \Sigma \beta \\ \text{s.a.} \quad & \beta' \iota = 1 \end{aligned}$$

Si  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange, entonces

$$L = \beta' \Sigma \beta + \lambda(\beta' \iota - 1)$$

y las condiciones de primer orden son

$$\begin{pmatrix} 2\Sigma & \iota \\ \iota' & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

por lo cual

$$\beta' = (\iota' \Sigma^{-1} \iota)^{-1} \iota' \Sigma^{-1}.$$

Al reemplazar a  $\Sigma$  por  $\hat{\Sigma}$  utilizando una estimación de la matriz de varianza covarianza, esta expresión se denomina la combinación lineal “óptima”.

Sin embargo, esta aproximación planteada por Bates y Granger (1969) permite que  $\beta$  esté definido dentro de  $\mathbb{R}$ , con lo cual el pronóstico combinado puede superar los límites definidos por las proyecciones individuales. Por lo tanto, los autores sugieren varias alternativas para restringir los métodos de estimación de los betas y hacerlos útiles para fines prácticos. Dentro de éste conjunto se optó por implementar la suma ponderada de errores, que para el caso de dos modelos consiste en determinar  $\beta$  para cada modelo como:

$$\beta_t^1 = \frac{E_2}{E_1 + E_2} \quad \text{y} \quad \beta_t^2 = \frac{E_1}{E_1 + E_2}$$

donde  $E_i$  corresponde a la suma cuadrada del error del modelo  $i$ .

En el caso de tener más de dos modelos, se calcula a la ponderación  $\beta_t^i$  para cada uno de los modelos de la siguiente manera:

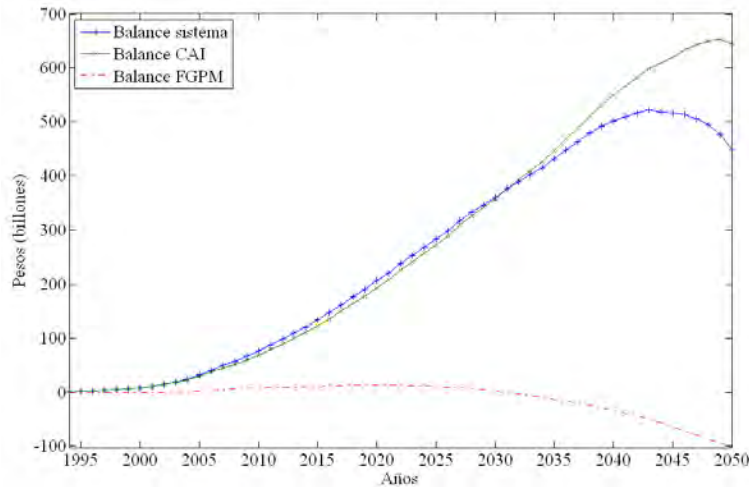
1. Se obtiene la participación del error cuadrado del modelo  $i$  como la razón entre la suma de sus errores cuadrados ( $E_i$ ) y la suma total de los errores cuadrados de todos los modelos.
2. Se ordenan los modelos en forma ascendente de acuerdo con las participaciones calculadas.
3. Los  $\beta_t^i$ , calculados como la participación de los errores cuadrados, son asignados invirtiendo el orden anterior. Es decir, al primer modelo le corresponde la participación del último, y así sucesivamente. De esta forma se garantiza que el modelo con mayor porcentaje de error tiene una menor participación dentro del pronóstico combinado.

## B. Anexo 2

### B.1. Gráficos del ejercicio de sensibilidad 1

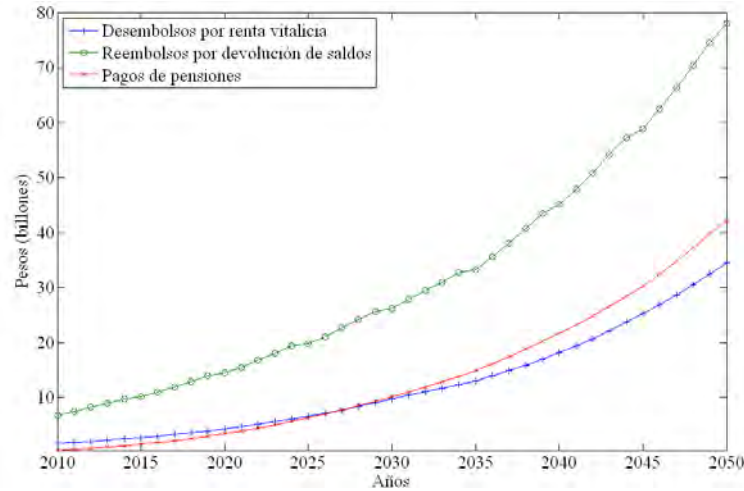
Este ejercicio evalúa los cambios en los ingresos del RAIS en función de las tasas de los aportes de los afiliados. Para esto, aumenta en 1.5 puntos porcentuales la cotización a la cuenta de ahorro individual y disminuye en este mismo valor la contribución al FGPM.

Figura 15: Balances del sistema.



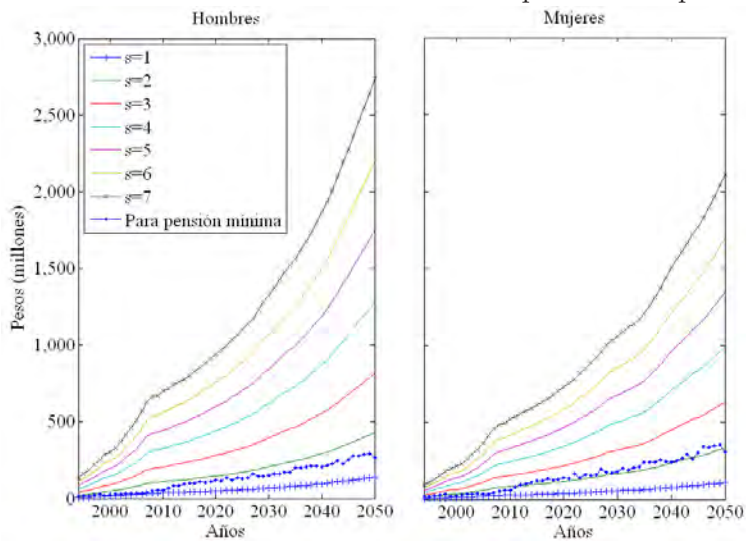
Fuente: cálculos de los autores.

Figura 16: Egresos del balance de la CAI.



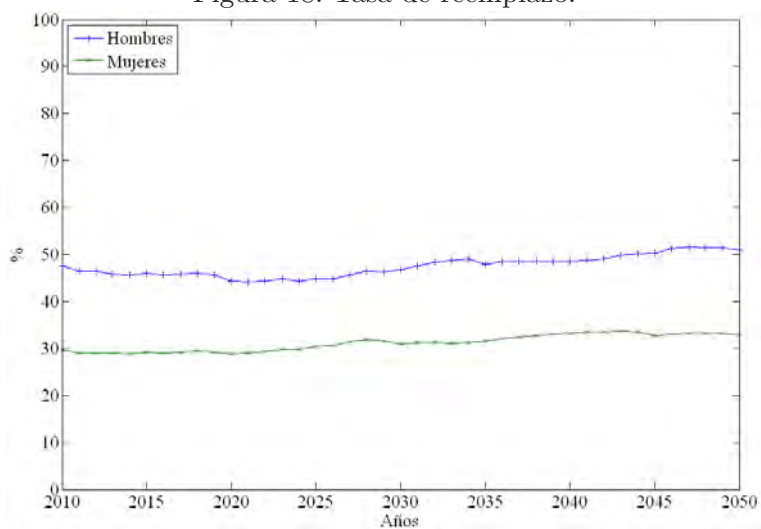
Fuente: cálculos de los autores.

Figura 17: Saldo acumulado al momento de pensionarse por vejez.



Fuente: cálculos de los autores.

Figura 18: Tasa de reemplazo.

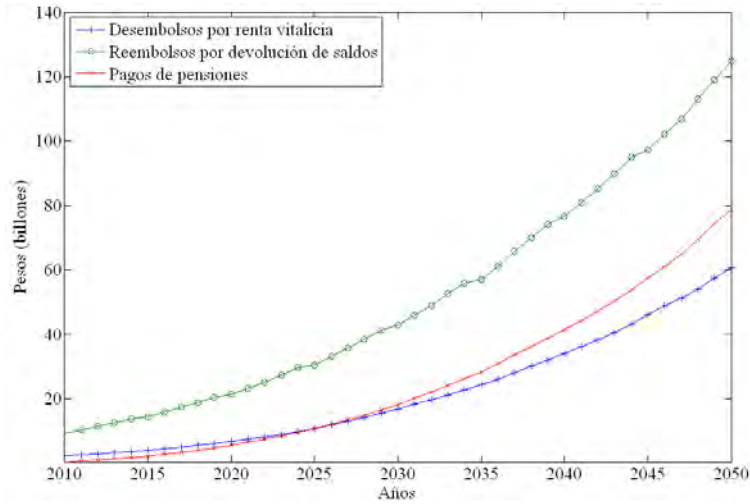


Fuente: cálculos de los autores.

## B.2. Gráficos del ejercicio de sensibilidad 2

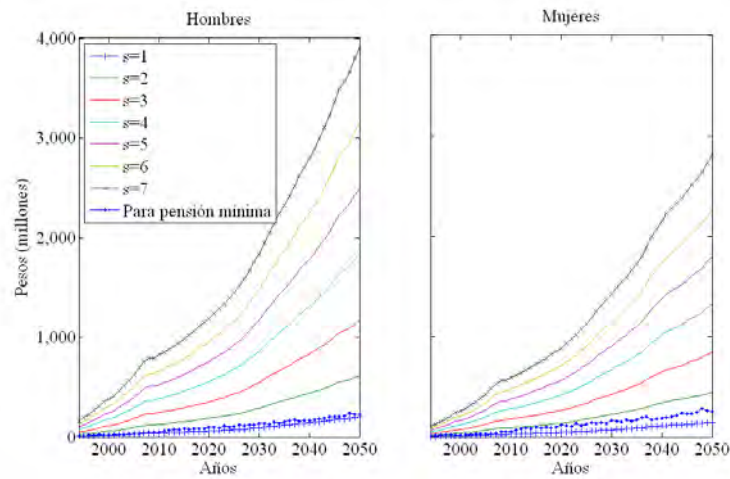
El segundo ejercicio se enfoca en las variaciones macroeconómicas que pueden modificar el ingreso y la dinámica de los aportes de los cotizantes.

Figura 19: Egresos del balance de la CAI.



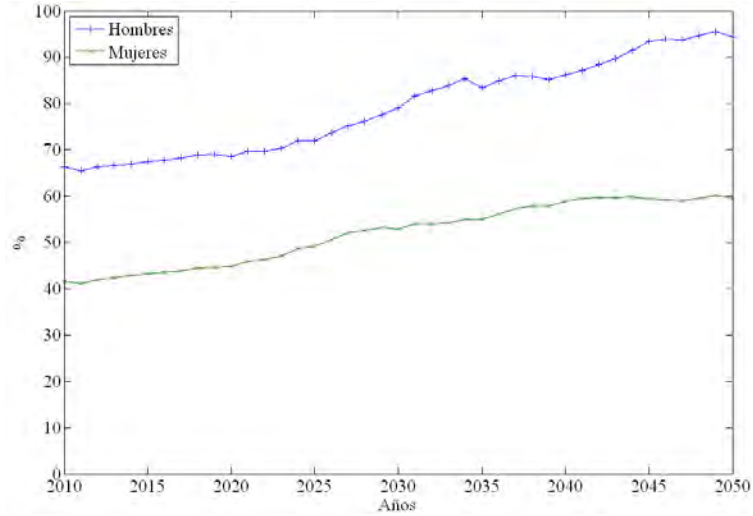
Fuente: cálculos de los autores.

Figura 20: Saldo acumulado al momento de pensionarse por vejez.



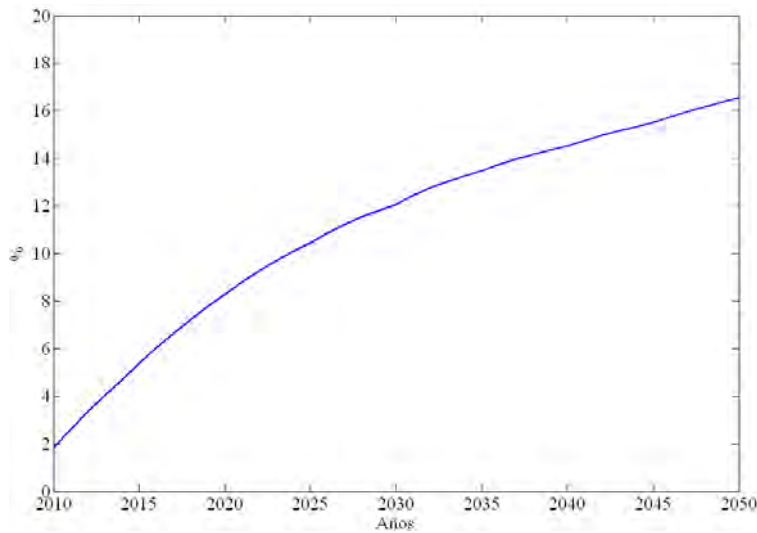
Fuente: cálculos de los autores.

Figura 21: Tasa de reemplazo.



Fuente: cálculos de los autores.

Figura 22: Relación entre pensionados y población con edad superior a la edad de jubilación.



Fuente: cálculos de los autores.