

2. Crecimiento municipal en Colombia: el papel de las externalidades espaciales, el capital humano y el capital físico

**Luis Armando Galvis-Aponte
Lucas Wilfried Hahn-De-Castro***

Colombia es un país que presenta altos índices de desigualdad económica en el contexto internacional. En 2012 el índice de Gini fue de aproximadamente el 54%, situando a Colombia como uno de los países más desiguales del continente. Por otro lado, en el país se presentan marcadas diferencias económicas regionales. Por ejemplo, existen municipios con alta generación de valor agregado, sobre todo a lo largo de la cordillera de los Andes, resaltándose el caso de los municipios de Cundinamarca, Antioquia, Santander y en el norte del Valle del Cauca (Mapa 1).

Estas tienen su origen en diferentes factores de tipo geográfico, económico e institucional, que han condicionado el desempeño de los departamentos y los municipios. Esos factores probablemente han manifestado sus efectos en las condiciones de persistencia de la pobreza en los últimos años (Galvis y Meisel, 2010) o incluso en la persistencia de las condiciones de prosperidad desde una perspectiva de largo plazo (Meisel, 2014).

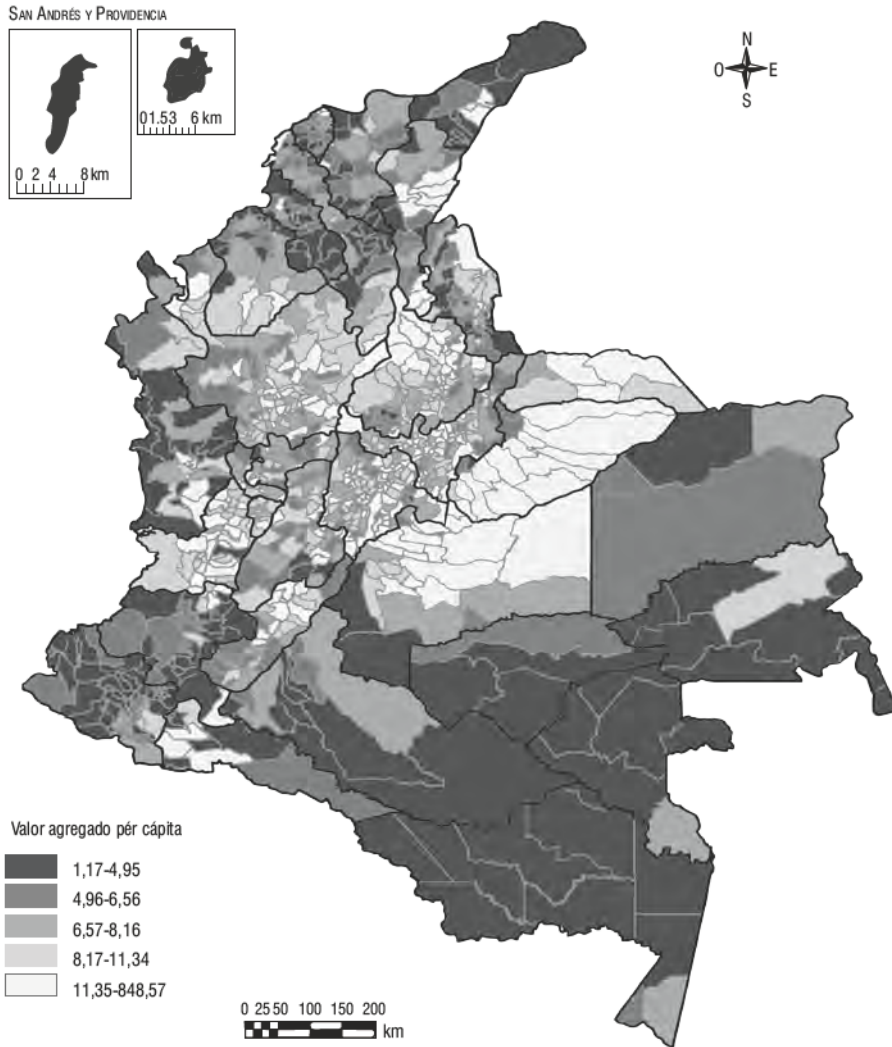
Además de los contrastes en la generación de valor agregado, también se puede notar patrones en su distribución espacial. Por ejemplo, existen zonas que son relativamente pobres, las cuales comparten iguales características en sus alrededores. Asimismo, las zonas prósperas presentan municipios ricos con vecinos en condiciones similares. Ello representa un indicio de que el aspecto geográfico o espacial puede ser un factor de relevancia en el estudio de la dinámica de generación de valor agregado en los municipios colombianos o incluso de su crecimiento económico.

* Se agradece la asistencia de Diana Romero, estudiante en práctica del CEER, y los comentarios de Jaime Bonet, Gerson Javier Pérez y Karina Acosta, investigadores del CEER, así como de Vicente Royuela, profesor e investigador del grupo AQR-IREA de la Universidad de Barcelona. También se agradece la colaboración de Cem Ertur y Wilfried Koch, quienes compartieron sus rutinas de Matlab para el modelo básico con capital físico que luego complementamos para correr el modelo ampliado con capital humano. Una versión preliminar resumida de este artículo fue publicada en la revista *Sociedad y Economía*, vol. 31, julio-diciembre de 2016. Se publica aquí con permiso de los editores de la revista.

Los autores son economistas del Centro de Estudios Económicos Regionales -CEER-, Banco de la República, sucursal Cartagena.

Mapa 1

Valor agregado per cápita, miles de millones de pesos de 2012



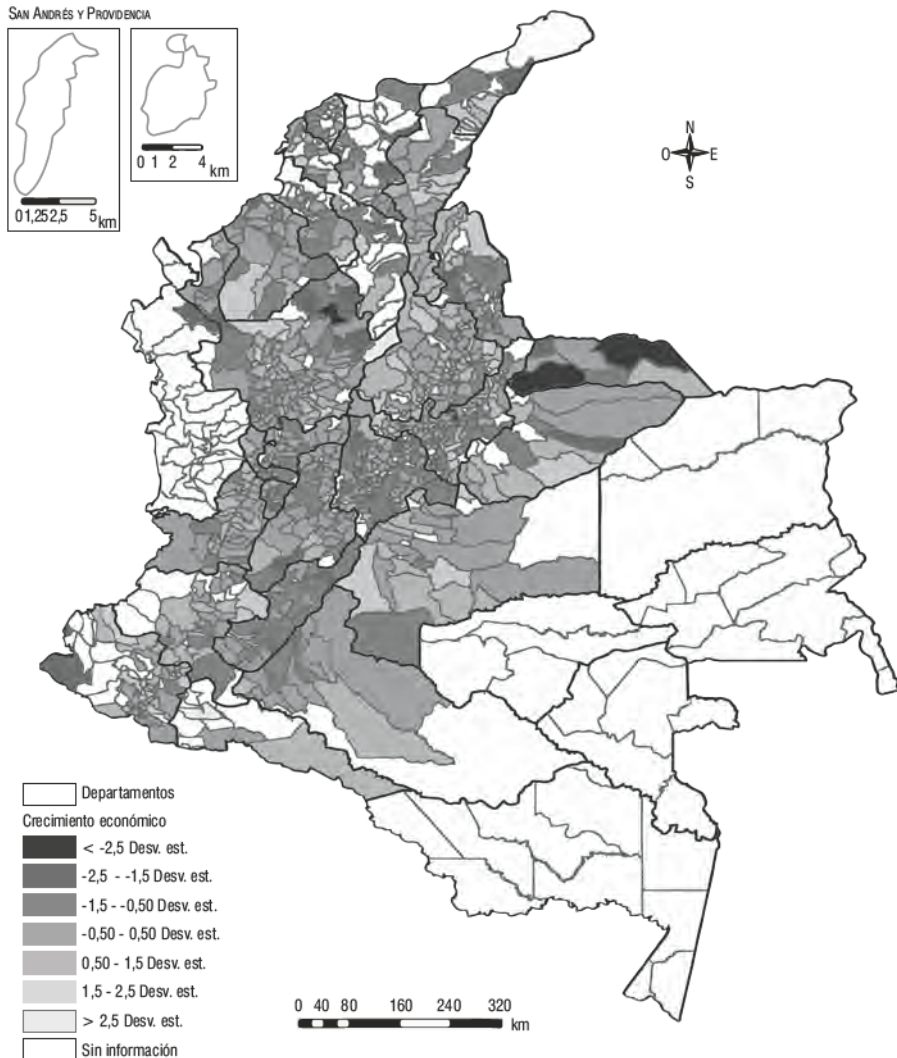
Fuente: DANE; elaboración de los autores.

Por otro lado, la estimación de crecimiento municipal realizada en este documento muestra también un panorama poco homogéneo¹. El Mapa 2 presenta la distribución del crecimiento económico per cápita por municipio, entre 1993 y 2012. Nótese que al hacer

¹ Los detalles de la estimación se presentan en la sección de datos.

el cálculo del crecimiento la muestra se reduce, debido a la menor disponibilidad de cifras para 1993. De todas formas, también es posible inferir algún tipo de patrón espacial en la distribución de las tasas de crecimiento municipal. Por ejemplo, municipios con tasas de crecimiento bajo, están rodeados de otros cuyo crecimiento también es bajo.

Mapa 2
Crecimiento económico per cápita estimado, 1993-2012



Fuentes: DANE y DNP; elaboración de los autores.

Este artículo realiza un análisis del crecimiento económico municipal para el período 1993-2012, utilizando un enfoque espacial. Siguiendo el análisis propuesto por Mankiw, *et al.*, (1992), se estiman inicialmente las ecuaciones de convergencia aumentadas con capital humano. Además, se realizan pruebas de autocorrelación espacial. Dado que este fenómeno puede afectar los resultados de las estimaciones, se incorporan dichos efectos en las ecuaciones de convergencia. Para ello se sigue la propuesta de Ertur y Koch (2006, 2007), quienes incluyen las externalidades tecnológicas en el análisis del modelo que considera solamente el capital físico (Solow, 1956), y en el modelo aumentado con el capital humano (Mankiw *et al.*, 1992).

Frente a la literatura previa, se avanza en aspectos como: la incorporación de efectos espaciales a la ecuación de convergencia; la inclusión de las externalidades del conocimiento a través de los *spillovers* de la tecnología y la interpretación de los resultados del modelo estructural empleando los efectos directos e indirectos, algo que ha sido ignorado de manera regular en este tipo de modelos.

De los resultados del ejercicio se rescata la importancia de los efectos espaciales en la forma de externalidades o *spillovers*. Además, el capital humano, más que el capital físico, tiene un papel fundamental en la explicación de los patrones de generación de ingreso en los municipios del país. Este resultado ya había sido documentado en el análisis del crecimiento económico de las principales ciudades de Colombia (Galvis y Meisel, 2001).

La segunda sección se encarga de resumir los antecedentes al problema estudiado, como son los principales estudios nacionales de crecimiento y convergencia de las dos últimas décadas. La tercera presenta el marco teórico y metodológico que se usa como fundamento para las estimaciones. La cuarta describe brevemente los datos que se emplean en el ejercicio empírico mientras que la quinta discute la estrategia empírica adoptada para llegar a las estimaciones, así como los resultados de las mismas. Finalmente, las conclusiones se presentan en la sexta sección.

1. Antecedentes

Existen diversos estudios que examinan la existencia de convergencia económica y social en el ámbito regional en el caso colombiano. Los resultados empíricos encontrados no confluyen hacia una misma conclusión. El primer trabajo realizado en Colombia, siguiendo la metodología propuesta al inicio por Barro y Sala-i-Martin (1991), fue el de Cárdenas *et al.* (1993). Mediante un análisis de regresión de corte transversal para los departamentos de Colombia, concluyen que entre 1950 y 1989 hubo un proceso de convergencia económica regional, con tasas de convergencia mucho más altas que las halladas en escenarios internacionales. Bonet y Meisel (1999) utilizan diversas medidas de dispersión y muestran que hubo convergencia económica en el período 1926-1960. Sin embargo, lo que observan entre 1960 y 1995 es lo contrario: un proceso de creciente polarización entre los diferentes departamentos de Colombia, pero en particular sobresale la situación de disparidad que se evidencia entre Bogotá y el resto del país.

Galvis y Meisel (2001) realizan un estudio similar en el que examinan la existencia de convergencia no condicionada para las veinte principales ciudades del país en el período 1973-1998. Encuentran que no hubo convergencia no condicionada (convergencia

β), pero, además, observan que la dispersión del ingreso per cápita de las ciudades se hizo cada vez mayor (convergencia σ)². Los autores muestran que la concentración espacial del ingreso se acentuó principalmente a comienzos de la década de 1990, y que las variables de ingreso per cápita en las veinte ciudades tienden a mostrar persistencia a lo largo del tiempo. También hallaron que los principales determinantes del crecimiento económico de las ciudades durante el período de estudio fueron el capital humano y el nivel de infraestructura física.

Concentrándose en medidas de dispersión en vez de la ecuación de convergencia, en el ámbito empírico internacional los trabajos de Quah (1996 y 1997) plantearon que el test de convergencia derivado de la metodología propuesta por Barro y Sala-i-Martin (1991) no representa una evaluación confiable de convergencia o divergencia entre las observaciones, en el sentido de la evolución de la distribución del ingreso en el tiempo. De hecho, Quah muestra que diferentes signos del coeficiente beta, que indicarían convergencia (signo negativo) o divergencia (signo positivo), pueden ser consistentes con una distribución que se mantiene constante en el tiempo.

Teniendo en cuenta lo anterior, Birchenall y Murcia (1997) realizan un análisis de Kernel a la distribución del ingreso per cápita departamental para el caso colombiano durante el período 1960-1994. Examinan el cambio de la distribución del ingreso en varios intervalos de tiempo y condicionan la información disponible teniendo en cuenta determinantes del ingreso departamental en Colombia como lo son la cercanía a Bogotá y la producción minera. Los autores concluyen que ha habido persistencia en las brechas de los niveles de ingreso per cápita departamentales durante el período de estudio; es decir, que la distribución del ingreso departamental se ha mantenido.

Bonet y Meisel (2006) emplean el mismo enfoque metodológico, pero esta vez usando los datos del ingreso per cápita en lugar del PIB, que es lo que tradicionalmente se había empleado en los ejercicios empíricos en Colombia, para el período 1975-2000. De acuerdo con sus resultados, en vez de convergencia, lo que los autores encuentran es un proceso de polarización en el ingreso per cápita de los departamentos colombianos.

Utilizando datos del PIB departamental más recientes, González (2011) estima un modelo de regresión con datos panel siguiendo la metodología de Barro y Sala-i-Martin (1991) para los departamentos colombianos durante el período 1975-2005. El autor encuentra que, si bien hay evidencia de convergencia económica condicional por departamento, las tasas de convergencia son mucho menores que las estimadas por los trabajos anteriores. Siguiendo a Quah (1996), realiza luego una estimación de la dinámica de la distribución del ingreso per cápita departamental y encuentra rasgos de persistencia y polarización interdepartamental a lo largo del período. Finalmente, concluye que en Colombia se está dando un proceso de convergencia entre grupos departamentales muy distintos entre sí. En otras palabras, el autor indica que existen “clubes de convergencia” en el país.

La existencia de externalidades generadas por la acumulación de los factores productivos ha sido un tema poco estudiado para el caso colombiano. En particular, cabría

² Convergencia β y σ se refieren a las disparidades entre regiones o países. La existencia de la primera implica que las regiones pobres tienen mayores tasas de crecimiento que las ricas; mientras que la segunda conlleva a una reducción en la dispersión del ingreso.

esperar que este tipo de efectos generasen impactos espaciales entre las observaciones, fenómeno que en la literatura económica se conoce como efecto de derrame o *spillover*:

En una comparación entre países que se enfoca en dichos efectos, Ramírez y Loboguerrero (2002) plantean un modelo teórico en el que la producción de cada país en un instante determinado del tiempo depende de una variable que mide el desempeño económico de los países vecinos. Las autoras realizan la estimación de modelos de crecimiento y de niveles del ingreso con y sin rezagos espaciales, y hallan que estas variables son fundamentales en la explicación de las diferencias económicas en una muestra de 98 países para el período 1965-1995. En particular, encuentran una alta dependencia espacial en las ecuaciones de niveles del ingreso; en el cual el mecanismo que genera la dependencia espacial es a través de los *spillovers*.

Siguiendo la línea propuesta por Lucas (1988) y Gaviria (2005) plantea un modelo de crecimiento endógeno en el que la acumulación de capital humano genera externalidades positivas en la economía mediante su impacto sobre la productividad del capital físico. El autor encuentra que la elasticidad estimada del producto frente al capital humano no solo es muy alta (comparada con otros estudios en los que la presencia de externalidades no se tiene en cuenta), sino que, además, se mantiene constante ante cambios en las especificaciones del modelo. Los *spillovers* no son modelados a partir de efectos espaciales.

Otro aspecto clave en los estudios de convergencia regional, que no es tenido en cuenta de forma apropiada, es el papel que desempeñan los efectos espaciales sobre los resultados empíricos. Abreu *et al.* (2005) señalan que la mayoría de los estudios sobre crecimiento y convergencia se han enfocado básicamente en la estimación estándar de modelos de econometría espacial, sin tener en cuenta la teoría económica subyacente en la derivación de los modelos, o consideraciones de política económica.

Colombia no ha sido la excepción a esta observación. De manera específica, se ha dejado de lado el tratamiento de la existencia de dependencia espacial y sus efectos sobre las tendencias de convergencia de las unidades localizadas en el espacio. En la literatura especializada se ha documentado que no tener en cuenta estos efectos podría estar generando sesgo e ineficiencia en la estimación de los coeficientes de regresión, como argumentan Anselin y Bera (1998).

Sánchez y Núñez (2000) realizan un primer acercamiento en este sentido, al medir el impacto que tienen características geográficas como la calidad de los suelos o la distancia a los mercados domésticos sobre el nivel del ingreso municipal y su crecimiento. Encuentran que más del 30% de la variación, tanto del ingreso per cápita municipal como de su crecimiento, se puede explicar por características geográficas. También concluyen que en el período 1973-1995 hubo una concentración espacial del ingreso alrededor de Bogotá.

Royuela y García (2013) realizan un análisis espacial para los departamentos de Colombia durante el período 1975-2005, en el que examinan patrones de convergencia en distintos indicadores económicos y sociales. Utilizan la metodología propuesta por Barro y Sala-i-Martin con la interacción de rezagos espaciales, y argumentan que la inclusión de esta variable refuerza los procesos de convergencia en Colombia. Los autores extrapolan el uso de la metodología para evaluar la convergencia en variables económicas al uso de variables sociales, como las tasas de alfabetismo, expectativa de vida y estadísticas de criminalidad, como la tasa de homicidios. Sus resultados muestran que se puede hablar

de convergencia en esas variables sociales, pero no de convergencia económica, medida usando el PIB per cápita departamental.

En este artículo se busca examinar si en Colombia, un país con marcadas diferencias inter e intradepartamentales, las características espaciales han sido determinantes en la existencia (o no) de convergencia en las tasas de crecimiento económico. Para ello se utiliza el modelo propuesto por Ertur y Koch (2006 y 2007) en el cual la presencia de *spillovers* en la creación de tecnología genera un efecto de correlación espacial entre las observaciones. Es decir, que se consideran los efectos de derrame en el crecimiento de los vecinos y la interdependencia tecnológica en la inversión en capital físico y humano.

De acuerdo con lo anterior, el presente artículo se desvía de la literatura previa en el ámbito colombiano en los siguientes aspectos:

1. Se modela la existencia de *spillovers* en la generación de tecnología. Esta proviene de un modelo que se fundamenta en la teoría económica.
2. Se evalúa la existencia de efectos espaciales, para luego integrarlos a la ecuación de regresión.
3. Se estiman los efectos directos e indirectos en un modelo de regresión no lineal, lo cual permite interpretar correctamente el significado de los impactos
4. Se estudia el crecimiento económico de los municipios; para ello se realiza un análisis más exhaustivo de la existencia de efectos espaciales en un país con marcadas diferencias regionales.

2. Marco teórico y metodología

La existencia de efectos de derrame o *spillovers* en la acumulación de los factores, en particular en la formación del capital humano, ha sido documentada en la literatura internacional como una de las posibles fuentes de crecimiento económico (Galvis y Meisel, 2013). El primero en proponer este tipo de efectos fue Romer (1986), quien argumentó que cada empresa, al tomar la decisión de invertir en capital físico, genera una serie de conocimientos técnicos que las demás empresas pueden aprovechar en su proceso de producción. Sin embargo, la especificación que él utiliza implicaba una tasa de crecimiento con efectos de escala, característica que no se encuentra sustentada por la literatura empírica.

Lucas (1988) propone un modelo en el que los individuos deciden invertir parte de su tiempo en educarse y, por lo tanto, volverse más productivos. En este modelo existen dos efectos del capital humano sobre el nivel de producción. El primero es el efecto interno, que es el impacto de la educación de cada trabajador sobre su propio nivel de productividad. El segundo es el efecto externo, que contempla el impacto que tiene el nivel de educación promedio de la población sobre la productividad agregada de la economía.

El autor citado concluye que aunque el modelo logra explicar la existencia de crecimiento sostenido, no consigue aclarar las variaciones que hay entre países y a lo largo del tiempo en un mismo país. Teniendo en cuenta esto, para poder explicar las diferencias en las variables (que como se mencionó antes, dependen de su posición en el espacio) hay que pensar en una metodología que permita este tipo de interacciones.

El modelo del que se parte en este artículo, siguiendo a Ertur y Koch (2006 y 2007), tiene en cuenta una función de producción Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala:

$$Y_i(t) = A_i(t)K_i^\alpha(t)H_i^\beta(t)L_i^{1-\alpha-\beta}(t) \quad (1)$$

en donde $Y_i(t)$ corresponde al producto de la unidad i en el tiempo t , $K_i(t)$ es el capital físico, $H_i(t)$ el capital humano, $L_i(t)$ es el nivel de empleo y $A_i(t)$ es el parámetro tecnológico, que sigue la forma funcional:

$$A_i(t) = \Omega(t)k_i^{\phi_K}(t)h_i^{\phi_H}(t)\prod_{j \neq i}^N A_j^{\gamma_{ij}}(t) \quad (2)$$

Se asume que un componente del progreso tecnológico es exógeno (Solow, 1956; Swan, 1956) tal que $\Omega(t) = \Omega(0)e^{\mu t}$, siendo μ su tasa de crecimiento. El término k_i indica que la tecnología se incrementa con la acumulación de capital físico por trabajador con $k_i(t) = K_i(t)/L_i(t)$. Este último término involucra externalidades del conocimiento *à la* Arrow-Romer, en las que la inversión en capital físico incrementa el stock tecnológico de cada unidad productiva pero, además, la tecnología de las unidades cercanas. También se incorpora el nivel de capital humano por trabajador $h_i(t) = H_i(t)/L_i(t)$, como un factor que incrementa la tecnología, teniendo en cuenta la propuesta de Lucas (1988) en relación con las externalidades del capital humano. Los parámetros ϕ_K y ϕ_H representan las participaciones de los factores de producción en la función de producción de tecnología municipal. Cabe puntualizar que estos aparecen también dentro del término A_j , por lo que se genera la externalidad.

La variable w_{ij} captura la relación de cercanía o vecindad entre las observaciones. Por esta razón, el parámetro w_{ij} indica el grado de importancia de la interdependencia tecnológica en el espacio; es decir, representa la elasticidad de la tecnología local frente a las tecnologías de los municipios vecinos. El concepto de vecindad se formaliza a través de la matriz de pesos espaciales W , cuyas filas se encuentran normalizadas y para la cual cada término w_{ij} viene dado por:

$$w_{ij} = w_{ij}^* / \sum_j w_{ij}^* \quad (3)$$

$$w_{ij}^* = \begin{cases} 0 & \text{si } i = j \\ 1 & \text{si } i \text{ y } j \text{ son vecinos} \end{cases} \quad (4)$$

Expresando la ecuación (1) en términos de producto por trabajador y reemplazando la expresión del componente tecnológico se obtiene el ingreso per cápita en función de los factores de producción y las externalidades del capital (para mayor detalle véase Ertur y Koch, 2006 y 2007):

$$y_i(t) = \Omega(t)^{\frac{1}{1-\gamma}} k_i^{\alpha u_i} h_i^{\beta v_i} \prod_{j \neq i}^N k_j^{\alpha u_{ij}} h_j^{\beta v_{ij}} \quad (5)$$

en donde $y_i(t) = Y_i(t) / L_i(t)$ es el ingreso por trabajador,

$$u_{ii} = \alpha + \phi_k (1 + \sum_{r=1}^{\infty} \gamma^r w_{ii}^r), v_{ii} = \beta + \phi_H (1 + \sum_{r=1}^{\infty} \gamma^r w_{ii}^{(r)}), u_{ij} = \phi_k (1 + \sum_{r=1}^{\infty} \gamma^r w_{ij}^{(r)}) \text{ y}$$

$$v_{ij} = \phi_H (1 + \sum_{r=1}^{\infty} \gamma^r w_{ij}^{(r)}).$$

Los componentes $w_{ij}^{(r)}$ representan el elemento de la fila i y la columna j de la matriz de pesos elevada a la potencia r . Esto permite capturar los efectos sobre el nivel de ingreso de la inversión en capital humano y físico de los vecinos de cada municipio.

En el modelo también se supone, siguiendo la tradición de Mankiw *et al.* (1992), que el capital se deprecia a una tasa constante δ , y que el crecimiento poblacional es exógeno, dado por n_i . Estos parámetros entran en las ecuaciones de la dinámica de crecimiento del capital físico y humano per cápita:

$$\dot{k}_i(t) = s_{K,i} y_i(t) - (n_i + \delta) k_i(t) \quad (6)$$

$$\dot{h}_i(t) = s_{H,i} y_i(t) - (n_i + \delta) h_i(t) \quad (7)$$

en donde s_H y s_K y son la proporción del producto invertido en capital humano y físico, respectivamente. El crecimiento de estos factores es el mismo en el estado estacionario y viene dado por g :

$$g = \frac{\mu}{(1 - \gamma)(1 - \alpha - \beta) - \phi_K - \phi_H} \quad (8)$$

En estado estacionario también se cumple que las relaciones capital físico-producto y capital humano-producto son constantes, tal que;

$$k_i^* / y_i^* = \frac{s_{K,i}}{n_i + g + \delta} \quad (9)$$

$$h_i^* / y_i^* = \frac{s_{H,i}}{n_i + g + \delta} \quad (10)$$

Reemplazando las ecuaciones 9 y 10 en la ecuación 5, se obtiene el ingreso por trabajador en el estado estacionario:

$$\begin{aligned} \ln y_i^* = & \delta_1 \ln \left[\frac{s_{K,i}}{n_i + g + \delta} \right] + \delta_2 \ln \left[\frac{s_{H,i}}{n_i + g + \delta} \right] - \delta_3 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln \left[\frac{s_{K,i}}{n_j + g + \delta} \right] \\ & - \delta_4 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln \left[\frac{s_{H,j}}{n_j + g + \delta} \right] + \delta_5 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln y_j^* \end{aligned} \quad (11)$$

Donde los coeficientes δ_i representan:

$$\delta_1 = \frac{\alpha + \phi_K}{1 - \alpha - \beta - \phi_K - \phi_H}$$

$$\delta_2 = \frac{\beta + \phi_H}{1 - \alpha - \beta - \phi_K - \phi_H}$$

$$\delta_3 = \frac{\alpha\gamma}{1 - \alpha - \beta - \phi_K - \phi_H}$$

$$\delta_4 = \frac{\beta\gamma}{1 - \alpha - \beta - \phi_K - \phi_H}$$

$$\delta_5 = \frac{(1 - \alpha - \beta)\gamma}{1 - \alpha - \beta - \phi_K - \phi_H}$$

Ertur y Koch (2006) muestran que la tasa de variación del ingreso alrededor del estado estacionario se puede expresar como:

$$\frac{d \ln y_i(t)}{dt} = \frac{\mu}{1 - \gamma} - \lambda [\ln y_i(t) - \ln y_i^*] \quad (12)$$

La especificación para la ecuación de convergencia se deriva finalmente de la variación en el tiempo presentada en la ecuación diferencial (12):

$$\begin{aligned} \frac{[\ln y_i(t) - \ln y_i(0)]}{T} &= \beta_0 + \beta_1 \ln y_i(0) + \beta_2 \ln s_{K,i} + \beta_3 \ln s_{H,i} + \beta_4 \ln(n_i + g + \delta) \\ &+ \theta_1 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln y_j(0) + \theta_2 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln s_{K,j} + \theta_3 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln s_{H,j} \\ &+ \theta_4 \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \ln(n_j + g + \delta) + \rho \sum_{j \neq i}^N w_{ij} \frac{[\ln y_j(t) - \ln y_j(0)]}{T} \end{aligned} \quad (13)$$

De acuerdo con la especificación obtenida en la ecuación de crecimiento económico, se puede inferir que se refiere a un modelo tipo Durbin espacial (*Spatial Durbin Model* [SDM], por sus siglas en inglés). Este modelo tiene una especificación general como sigue:

$$Y = \rho WY + \lambda \Gamma_0 + W \lambda \Gamma_1 + \varepsilon \quad (14)$$

Esta especificación puede ser derivada de un modelo con efectos espaciales en el término de error (*Spatial Error Model* [SEM], por sus siglas en inglés). Ello es posible cuando se cumple la hipótesis del “factor común” (*common factor hypothesis*, en el sentido de Burridge, 1981). Esta hipótesis es simplemente $H_0: \Gamma_1 = -\rho\Gamma_0$. Siguiendo a Anselin y Rey (1991, p. 117) se puede mostrar que si se cumple esta restricción, la ecuación 14 puede ser reescrita como:

$$Y = \rho WY + X\Gamma_0 - \rho WX\Gamma_0 + \varepsilon \quad (15)$$

Reorganizando los términos empleando el factor común:

$$[I - \rho W]Y = [I - \rho W]X\Gamma_0 + \varepsilon \quad (16)$$

Premultiplicando por $[I - \rho W]^{-1}$, se obtiene:

$$Y = X\Gamma_0 + [I - \rho W]^{-1}\varepsilon \quad (17)$$

Esta nueva especificación es la forma general de un SEM, con efectos espaciales en el término de error y sin efectos globales que representen externalidades sobre la variable dependiente, como sí los captura el SDM. La formulación de este último se caracteriza por presentar la variable dependiente en función de: 1) su rezago espacial, para capturar los efectos espaciales sobre cada observación i de un aumento en la variable dependiente en los vecinos j ; 2) un set de variables explicativas, que en este caso corresponden a la ecuación de Solow aumentada que considera el ingreso inicial, el capital físico, el capital humano y el empleo, y 3) los rezagos espaciales de estas variables independientes que permiten capturar, por ejemplo, los efectos sobre la observación i de las variaciones en la inversión en capital físico o capital humano en los vecinos j .

Es posible mostrar que la hipótesis del factor común es equivalente a una prueba conjunta en la cual los parámetros ϕ_k y ϕ_h son iguales a 0 (Ertur y Koch, 2006). Ello implicaría que las elasticidades del componente tecnológico a los factores capital físico y humano son iguales a 0. Por esta razón, la distinción entre un modelo SEM y un SDM es importante para evaluar si esos factores son significativos en el componente tecnológico (ecuación 2).

3. Datos

La base de datos empleada para la realización de este trabajo fue creada tomando información de diferentes fuentes y se basa en un análisis de corte transversal. En muchos casos se utilizó como referencia lo realizado por los estudios de Sánchez y Núñez (2000) y Galvis y Meisel (2001), debido a la naturaleza desagregada del estudio y a las similitudes entre los temas a trabajar.

En Colombia el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) estima el nivel de actividad económica departamental. Para los municipios no existen medidas de

ingreso o producción; sin embargo, el DANE realizó la estimación de un indicador de importancia económica municipal para 2012.

En este trabajo se realiza una estimación del PIB municipal utilizando la información recopilada por las ejecuciones presupuestales municipales, en particular de 1993 y 2012. Estos archivos se encuentran publicados en la página del Departamento Nacional de Planeación (DNP) y se puede obtener información desde 1984 hasta el presente. Se calculó la participación de cada municipio en el recaudo tributario dentro de su departamento para ambos años, y estos porcentajes se multiplicaron por el PIB de su respectivo departamento (a precios constantes del 2005). Es decir, se distribuye el PIB departamental dentro de cada uno de sus municipios de acuerdo con su respectiva participación en el recaudo tributario departamental.

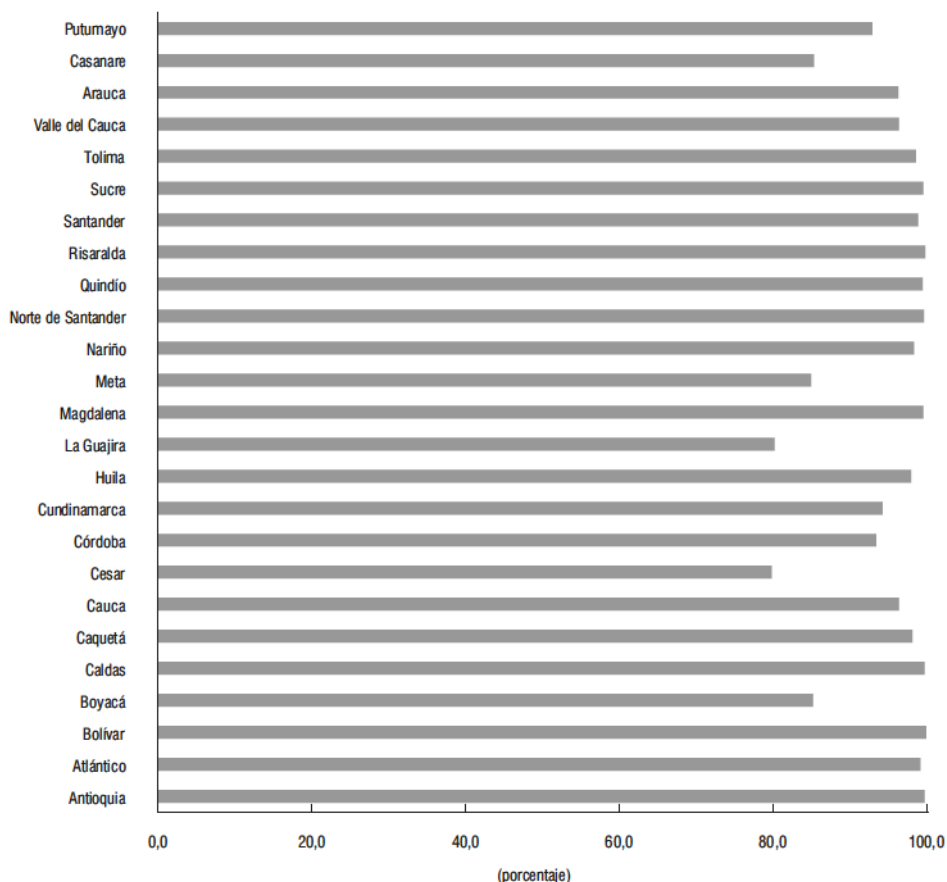
Esta metodología es similar a la empleada por el DANE en el cálculo de su indicador de importancia municipal para 2012. En ambas, el PIB departamental se distribuye entre sus municipios de acuerdo con un criterio de importancia relativa. Infortunadamente, los datos disponibles de ese indicador solo se encuentran para 2011 y 2012. No obstante, es posible mostrar que el resultado de la estimación del PIB municipal seguida en este artículo es consistente con la estimación realizada por el DANE. De manera específica, la correlación entre estas variables por departamentos es muy significativa, como se presenta en el Gráfico 1. Los departamentos cuyas correlaciones se encuentran por debajo del 90% comparten la característica de ser regiones con recursos naturales, como por ejemplo Meta, La Guajira, Cesar y Casanare. Al depender económicamente de la explotación de estos recursos, la estimación de su producción municipal difiere en forma leve de la realizada por el DANE. A pesar de esto, en el peor de los casos la correlación obtenida fue del 80%.

La literatura empírica emplea diversas variables como medidas del capital físico. Empero, las opciones disponibles se reducen para trabajos con unidades de estudio más desagregadas, más aún en el caso de países en desarrollo con limitada generación de estadísticas regionales. Para el caso colombiano, muy pocos trabajos analizan las dinámicas que existen por municipios. Sánchez y Núñez (2000) utilizan la proporción municipal de hogares con electricidad y un índice de disponibilidad y calidad de vías en 1970 como medidas de infraestructura. Galvis y Meisel (2001), en su estudio de las veinte ciudades más importantes de Colombia utilizan el porcentaje de viviendas con servicios públicos básicos en 1973 y la densidad de líneas telefónicas por cada cien habitantes del mismo año.

Para medir el capital físico en cada municipio el presente estudio emplea tres variables: la primera es la densidad de líneas telefónicas por cada cien habitantes en 1997, información publicada por la División de Telecomunicaciones e Informática del DNP; la segunda es el porcentaje de viviendas con acceso a los servicios públicos básicos (electricidad, acueducto y alcantarillado), también conocido como el equipamiento urbano, obtenida del censo realizado en 1993, y la tercera es un indicador construido por los autores que pondera para 1995 la cantidad de kilómetros de carreteras por habitante y kilómetro cuadrado de extensión municipal. Para este fin, se consiguieron cinco medidas de infraestructura vial municipal: la cantidad de kilómetros de carreteras principales pavimentadas y no pavimentadas, carreteras secundarias pavimentadas y sin pavimentar, y las vías terciarias o también llamadas carreteables.

Gráfico

Correlación entre estimaciones del PIB municipal calculado por el DANE y el imputado con los ingresos tributarios, 2012



Fuentes: DANE y DNP; cálculos de los autores.

La idea es que la información empleada no muestre un sesgo en los resultados hacia municipios y departamentos con gran cantidad de vías, pero de muy mala calidad. Y que aquellos con buenas vías tengan un valor más alto en el indicador de la infraestructura. Por esta razón, el indicador pondera cada una de estas variables según su importancia, de la siguiente manera: 1) carreteras principales pavimentadas, 50%; 2) carreteras principales sin pavimentar 25%; 3) carreteras secundarias pavimentadas, 15%; 4) carreteras secundarias sin pavimentar, 8%, y 5) carreteables, 2%. Las ponderaciones más altas se le asignaron a las carreteras de mayor calidad. Los datos empleados para construir las variables de las carreteras fueron obtenidas del DNP.

Por otro lado, la medición del capital humano municipal en Colombia ha tenido distintos enfoques. Sánchez y Núñez (2000) utilizan la tasa de cobertura en educación primaria y secundaria, mientras que Galvis y Meisel (2001) emplean el porcentaje de la población con estudios universitarios del mismo año. Teniendo esto en cuenta, se obtuvieron las proporciones de la población de cada municipio con educación primaria completa, secundaria completa y con educación superior; se utilizó la información recopilada por el censo de 1993, el año inicial del estudio.

Para la estimación del modelo se decidió emplear el método de análisis factorial, y sintetizar de esa manera el comportamiento del capital humano por un lado, y del capital físico por el otro. Así, cada una de las variables *factor* construida resumirá el comportamiento de sus respectivas variables de capital.

La última variable que se calculó corresponde a la tasa de crecimiento de la población municipal entre 1993 y 2012. Esto se realizó utilizando la población en edad de trabajar (PET) de los archivos de proyecciones poblacionales del DANE.

En el tratamiento de las variables de posicionamiento espacial (latitud – longitud) se utilizó el *software* ArcGIS, versión 10.1. Estas fueron calculadas a partir de la cartografía generada por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC).

Para la construcción de la matriz de pesos se tuvieron en cuenta varias alternativas, como la contigüidad o las distancias. En algunos casos, como las de contigüidad, las pruebas sobre las restricciones teóricas no se cumplen, por lo que ignoraron los resultados obtenidos a partir de esta especificación de la matriz W . La matriz construida a partir de la distancia entre las unidades geográficas da mayor ponderación a las que están ubicadas sobre las cordilleras, ya que hay mayor densidad de municipios alrededor de ellas. Las zonas en los departamentos de la parte oriental o en la costa Caribe tienen menor densidad de municipios por área, con lo cual tienen menor ponderación en los resultados de los análisis espaciales.

La literatura empírica del tema utiliza muchas definiciones de “vecindad” las cuales se dividen en dos grupos. Hay conceptos de vecindad que son discretos, tales como los de contigüidad espacial. Pero también hay definiciones de vecindad continuas, como los modelos gravitacionales, en los cuales la vecindad se mide en forma inversamente proporcional a la distancia entre municipios. Como lo ideal es que las observaciones tengan igual preponderancia, se decidió emplear una matriz de pesos basada en los vecinos más cercanos, también conocida como KNN³. Los estudios que han utilizado esta metodología varían en cuanto a la proporción del número de observaciones que suelen usarse como vecinos⁴. Para el presente trabajo, se decidió utilizar el número de municipios promedio por departamento en Colombia, que es de 35. Esto con el fin de capturar el alcance de las externalidades espaciales que se dan incluso en una escala departamental. En términos absolutos es un número un poco elevado en comparación con otros estudios; sin embargo, en términos relativos (porcentaje de vecinos como proporción del número de observaciones) es un valor intermedio al implementado en la literatura.

³ Por sus siglas en inglés: “*K Nearest Neighbors*”.

⁴ Seya *et al.* (2012) utilizan los diez vecinos más cercanos en un estudio municipal para Japón, teniendo una muestra de 1.808 municipios. Por otro lado, Ertur *et al.* (2007) usan entre ocho y doce observaciones para una muestra de 138 regiones europeas.

Las estadísticas descriptivas de todas las variables municipales recopiladas se presentan en el Cuadro 1. La base de datos final cuenta con un total de 893 municipios; los demás no presentaban información sobre carreteras o líneas telefónicas, o de la variable dependiente, por lo que terminaron siendo filtrados de la muestra

Cuadro 1
Estadísticas descriptivas de las variables municipales

Variable	Promedio	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
PIB per cápita 1993 (millones de pesos de 2005)	6,05	8,49	0,12	108,22
PIB per cápita 2012 (millones de pesos de 2005)	9,78	12,98	0,31	141,95
Equipamiento urbano en 1993 (porcentaje)	33,59	24,22	0,00	94,63
Indicador de carreteras en 1995 (kilómetros por habitante por km ² de extensión)	1,63	2,89	0,00	28,87
Densidad telefónica en 1997 (líneas de teléfono por cada cien habitantes)	4,40	5,35	0,00	33,42
Primaria completa en 1993 (porcentaje)	16,21	3,91	4,77	3,89
Secundaria completa en 1993 (porcentaje)	4,16	2,35	0,47	13,30
Educación superior en 1993 (porcentaje)	2,04	2,11	0,15	16,61
Tasa de crecimiento poblacional 1993-2012 (porcentaje)	0,76	1,63	-4,95	6,96

Fuente: cálculos de los autores.

4. Estimación del modelo

En esta sección se realiza la estimación de los modelos tipo Solow de convergencia condicionada y no condicionada de acuerdo con Mankiw *et al.* (1992). Luego se evalúa la presencia de efectos espaciales y se estiman modelos que incluyan dichos efectos. Después se calcula un modelo para el nivel de ingreso, el cual permite derivar los parámetros estructurales del sistema. En seguida se realiza el mismo ejercicio pero utilizando los departamentos de Colombia como las unidades productivas. Esto con el fin de evaluar si la escala del análisis afecta los resultados obtenidos, dado que los estudios previos de crecimiento regional en Colombia se han realizado utilizando en su mayoría el enfoque departamental. Por último, se utiliza el modelo de ingresos municipales para calcular los parámetros estructurales del modelo, siguiendo la propuesta de Ertur y Koch (2007).

4.1 Crecimiento económico y convergencia por municipios

En la primera columna del Cuadro 2 se presentan los resultados de la regresión entre el crecimiento económico del período y el logaritmo natural del ingreso inicial en 1993. El coeficiente que acompaña al ingreso inicial es negativo y significativo, por lo que se concluye que hay evidencia de convergencia no condicionada en Colombia en el ámbito municipal. Esto significa que en los veinte años de duración del estudio los municipios más pobres crecieron en promedio más rápido que los más prósperos, independientemente de sus condiciones particulares. Se estima una velocidad de convergencia λ cercana al 2%, lo que implicaría una vida media (el tiempo que le tomaría a los municipios cerrar la mitad de la brecha frente al estado estacionario) de más de treinta años.

Sin embargo, la teoría económica muestra que el estado estacionario de las observaciones depende de características particulares, como sus tasas de ahorro. Ello se conoce en la literatura como la hipótesis de convergencia condicional. Se realiza la estimación de dicho modelo, también conocido como el modelo “Solow de libro de texto” de convergencia (Mankiw *et al.*, 1992). Los resultados se presentan en la segunda columna del Cuadro 2.

De acuerdo con la formulación teórica del modelo de Mankiw *et al.* (1992), una vez se encuentra la especificación del modelo reducido se debe evaluar si la suma de los coeficientes que acompañan las variables de capital y la tasa de crecimiento de la población es igual a 0. En términos empíricos, dicha condición se conoce como la restricción de sobreidentificación. Dinopoulos y Thompson (2002, p. 255) muestran que cuando no se cumple dicha restricción, los parámetros estructurales del modelo se deben calcular con base en la versión no restringida, la cual produce dos pares de valores para alfa y beta que son inconsistentes. Por lo anterior, en este ejercicio se presenta en primer lugar el modelo no restringido y luego el modelo con la restricción teórica sobre los coeficientes, ubicado en la tercera columna del Cuadro 2, para evaluar si los datos empleados respaldan la hipótesis sobre la citada restricción o no. El método empleado para realizar esta evaluación es el cálculo del estadístico de Wald. Se encuentra que como sucede en la literatura empírica, no se rechaza la hipótesis nula; esto es, la restricción teórica se mantiene.

Los resultados de los modelos condicionados muestran evidencia de convergencia, ya que el coeficiente del ingreso inicial es negativo y estadísticamente significativo al 1% en ambos modelos. Los efectos del capital físico y del capital humano tienen los signos esperados, pero no son significativos. El coeficiente de la tasa de crecimiento de la población tiene el signo esperado y es significativo al 10%. Estos resultados parecen mostrar evidencia estadística de que, en Colombia, los municipios más pobres en 1993 crecieron a un ritmo más acelerado.

El presente artículo parte de que estos modelos de regresión pueden presentar problemas de especificación debido a la omisión de variables independientes, que relacionan espacialmente a las observaciones. Esa dependencia espacial se ha documentado, por ejemplo, en la dinámica de crecimiento económico y demográfico regional del país, empleando matrices de transición de Markov espaciales (Galvis y Meisel, 2013). Al no tener en cuenta los efectos de *spillover* de los factores de producción, esos componentes espaciales son capturados por el término de error y generan sesgos en los coeficientes del modelo.

Cuadro 2
Regresiones de convergencia económica sin efectos espaciales

Modelo	No condicional	Condicional no restringido	Condicional restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Observaciones	893	893	893
R ²	0,260	0,264	0,263
Constante	0,0527*** (0,0017)	0,0393*** (0,0087)	0,0465*** (0,0034)
$\ln(y_{1993})$	-0,0178*** (0,0010)	-0,0183*** (0,0012)	-0,0188*** (0,0011)
$\ln(s_p)$	-	0,0015 (0,0014)	-
$\ln(s_h)$	-	0,0006 (0,0013)	-
$\ln(n+0,05)$	-	-0,0048* (0,0028)	-
$\ln(s_p) - \ln(n+0,05)$	-	-	0,0017 (0,0014)
$\ln(s_h) - \ln(n+0,05)$	-	-	0,0008 (0,0013)
λ	0,0219	0,0226	0,0232
Vida media	31,7217	30,6879	29,8762
Estadístico F de Wald	-	-	0,8081
P-valor F de Wald	-	-	0,3689
Estadístico de Moran	0,1134	0,1169	0,1206
Probabilidad marginal	0,0000	0,0000	0,0000

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * p < 10%; ** p < 5%; *** p < 1
Fuente: cálculos de los autores.

Para evaluar la existencia de autocorrelación espacial en el término del error, se calcula el estadístico I de Moran a los residuos de la ecuación de Solow, en su versión para los residuos del modelo de regresión (Cliff y Ord, 1975 y 1981), según se muestra en el Cuadro 2. La hipótesis nula en este caso es que no existe autocorrelación espacial en los residuos. El estadístico de Moran muestra que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe autocorrelación espacial en los residuos. Vale la pena anotar que con el estadístico de Moran la hipótesis alternativa corresponde a la existencia de correlación espacial, pero dicha correlación puede ser derivada de un proceso SDM cuando hay externalidades espaciales globales, o de un proceso tipo SEM si solo hay efectos locales. En este último la dependencia espacial se modela a través de un proceso autorregresivo en el término del error.

El principal planteamiento del modelo teórico propuesto por Ertur y Koch (2007) es la existencia de dependencia espacial en la tecnología municipal, originada por las externalidades del capital físico y humano. Con el fin de probar la presencia de externalidades en la generación de tecnología, se sigue la metodología implementada por estos autores y se estiman los modelos tipo SDM y SEM (Cuadro 3).

Cuadro 3
Estimación por máxima verosimilitud de SDM

Modelo	SDM no restringido	SDM restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Observaciones	893	893
Constante	-0,0004 (0,1109)	0,0187 (0,1001)
$\ln(y_{1993})$	-0,0258 (0,0188)	-0,0247*** (0,0083)
$\ln(s_k)$	0,0029** (0,0014)	- -
$\ln(s_h)$	0,0048*** (0,0016)	- -
$\ln(n+0,05)$	-0,0018 (0,0014)	- -
$W\ln(y_{1993})$	0,0273*** (0,0029)	0,0264*** (0,0014)
$W\ln(s_k)$	-0,0067** (0,0028)	- -
$W\ln(s_h)$	-0,0054* (0,0029)	- -
$W\ln(n+0,05)$	-0,0012 (0,0033)	- -
$W[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	0,6970*** (0,0068)	0,7260*** (0,0025)
$\ln(s_k) - \ln(n+0,05)$	- -	0,0025** (0,0012)
$\ln(s_h) - \ln(n+0,05)$	- -	0,0041*** (0,0015)
$W[\ln(s_k) - \ln(n+0,05)]$	- -	-0,0065** (0,0027)
$W[\ln(s_h) - \ln(n+0,05)]$	- -	-0,0041 (0,0029)
Estadístico de RV	49,1270	
Probabilidad de RV	0,0267	

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * $p < 10\%$; ** $p < 5\%$; *** $p < 1\%$
 Fuente: cálculos de los autores.

Esta última especificación es una versión restringida del modelo SDM, según se demuestra en LeSage y Pace (2009), en el cual se impone la restricción de que los factores de producción de una unidad productiva no tienen influencia alguna en las observaciones vecinas. Esta restricción se evalúa probando la hipótesis nula $H_0: \Gamma_1 = -\rho \Gamma_0$ en la ecuación 14, lo cual se realiza mediante una prueba de razón de verosimilitudes. Por otro lado, ambas versiones (SDM y SEM) se estiman al inicio con la restricción de sobreidentificación. A continuación se presenta la estimación de los modelos SDM no restringido y SDM restringido, realizada con el método de máxima verosimilitud (MV).

De las estimaciones presentadas en el Cuadro 3 se pueden resaltar, en primer lugar, que todos los coeficientes (con excepción del rezago espacial de la tasa de crecimiento poblacional en el modelo no restringido) tienen signos esperados. De manera adicional, los rezagos espaciales de las variables independientes explican de modo significativo el crecimiento económico, lo cual representa un primer indicio de la dependencia, que se manifiesta a través de la presencia de *spillovers* espaciales.

Otros aspectos relevantes obtenidos a partir de las estimaciones del Cuadro 3 son que el coeficiente de autocorrelación espacial ρ (el coeficiente que acompaña el rezago de la variable dependiente) es positivo y significativo en ambas especificaciones del modelo, lo cual muestra de manera más contundente la presencia de dichas relaciones espaciales. Además, se puede observar que el coeficiente de la variable de ingreso inicial [$\ln(y_{1993})$] es negativo en ambas estimaciones, aunque no significativo en el modelo no restringido. No obstante, su rezago espacial sí es significativo y con signo positivo en ambos modelos. Por último, se calcula el estadístico de razón de verosimilitudes (RV) y se encuentra que se rechaza la hipótesis nula. Esto significa que la restricción teórica de sobreidentificación de los coeficientes no se cumple, al contrario de lo hallado en la literatura empírica de crecimiento.

A continuación se realiza la estimación del modelo en su versión SEM, en el que la dependencia espacial se incorpora mediante el rezago del error (We), en lugar de la variable dependiente. Las estimaciones con y sin la restricción teórica se resumen en el Cuadro 4.

Cuadro 4
Estimación por máxima verosimilitud de SEM

Modelo	SEM no restringido	SEM restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Observaciones	893	893
Constante	0,0618*** (0,0106)	0,0468*** (0,0063)
$\ln(y_{1993})$	-0,0251*** (0,0014)	-0,0240*** (0,0013)
$\ln(s_p)$	0,0027* (0,0015)	-
$\ln(s_h)$	0,0045*** (0,0014)	-
$\ln(n+0,05)$	-0,0017 (0,0029)	-
We	0,8180*** (0,0417)	0,8090*** (0,0701)
$\ln(s_p) - \ln(n+0,05)$	-	0,0024 (0,0015)
$\ln(s_h) - \ln(n+0,05)$	-	0,0039*** (0,0014)
Estadístico de RV	19,8036	18,0337
Probabilidad de RV	0,0005	0,0004

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * $p < 10\%$; ** $p < 5\%$; *** $p < 1\%$
Fuente: cálculos de los autores.

El modelo SEM no contempla la posibilidad de que el crecimiento de los municipios sea influenciado por las variables del modelo rezagadas en el espacio (los “efectos vecindad”). En esta especificación los efectos espaciales se dan por medio de un proceso espacial autorregresivo en el término de error. Por esta razón se comparan las versiones SDM y SEM con el estadístico de razón de verosimilitudes, para así conocer la naturaleza espacial observada en los datos. Como el modelo SEM representa una versión restringida del modelo SDM y en ambos casos se puede observar que la restricción se rechaza al 1%, se puede concluir que los procesos de crecimiento económico municipales dependen de modo significativo de las condiciones particulares de sus vecinos

Sin embargo, el algoritmo para la estimación del modelo SDM presenta problemas con los datos. Para obtener las varianzas de los coeficientes se debe realizar el cálculo de la matriz hessiana, procedimiento que se realiza mediante aproximaciones numéricas debido al número de observaciones de la muestra. Como resultado de este procedimiento se obtuvo una matriz cuya diagonal contiene algunos elementos negativos, lo que implica la existencia de varianzas negativas, por lo cual podrían existir inexactitudes en la inferencia estadística realizada sobre los coeficientes del modelo

Para evitar realizar la inferencia de manera errónea se usó un procedimiento de estimación alternativo basado en métodos bayesianos. Se emplea el método de Monte Carlo por cadenas de Markov (MCMC)⁵, como lo sugieren LeSage y Pace (2009). Esta metodología tiene la ventaja de no depender del cálculo de la matriz hessiana para realizar las pruebas de significancia sobre los coeficientes. Otra ventaja derivada de la estimación bayesiana MCMC es la corrección de los efectos generados por problemas asociados a la presencia de *outliers* en la muestra de los datos y de heterocedasticidad. Por lo anterior, la estimación se realiza definiendo un *prior* que considere la posible existencia de heterocedasticidad. Los resultados de la estimación del modelo SDM se muestran en el Cuadro 5.

Con esta nueva metodología de estimación ya no es posible utilizar razones de verosimilitud para comparar los diferentes modelos. El estadístico empleado para este fin es la probabilidad posterior del modelo (PMP)⁶. En este marco analítico dicho estadístico representa el soporte que dan los datos a alguno de los modelos alternativos evaluados. Se calcula usando la regla de Bayes, en la que PMP es igual al prior del modelo, $p(M)$ multiplicado por la probabilidad de los datos, dado el modelo $p(y|M)$. De esta manera, se selecciona el modelo con el que se maximice la PMP (Koop, *et al.*, 2007).

La prueba se realiza a las estimaciones por MCMC para evaluar la validez de la restricción teórica y se encuentra que esta se mantiene (estadístico PMP1 del Cuadro 5). Por otro lado, se evalúa de nuevo la existencia de externalidades globales en el proceso de crecimiento económico municipal. Ello se hace comparando los modelos SDM con sus respectivas versiones SEM mediante estadísticos de PMP y se halla que las versiones SDM prevalecen (estadísticos PMP2 y PMP3 del Cuadro 5). Lo anterior demuestra que los rezagos espaciales de las variables del modelo (PIB inicial, capital físico, capital

⁵ Por sus siglas en inglés: *Markov Chain Monte Carlo*.

⁶ Por sus siglas en inglés: *Posterior Model Probability*.

humano y tasa de crecimiento) contribuyen para explicar de manera conjunta parte del crecimiento económico municipal en Colombia.

Cuadro 5
Estimaciones mediante método bayesiano MCMC

Modelo	SDM no restringido	SDM restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Observaciones	893	893
Constante	0,0046 (0,0181)	0,0206*** (0,0066)
$\ln(y_{1993})$	-0,0273*** (0,0014)	-0,0261*** (0,0012)
$\ln(s_k)$	0,0031** (0,0015)	-
$\ln(s_h)$	0,0052*** (0,0013)	-
$\ln(n+0,05)$	-0,0031 (0,0025)	-
$W\ln(y_{1993})$	0,0260*** (0,0026)	0,0246*** (0,0025)
$W\ln(s_k)$	-0,0037* (0,0028)	-
$W\ln(s_h)$	-0,0082*** (0,0031)	-
$W\ln(n+0,05)$	0,0010 (0,0068)	-
$W[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	0,7012*** (0,0678)	0,7093*** (0,0631)
$\ln(s_k) - \ln(n+0,05)$	-	0,0026** (0,0014)
$\ln(s_h) - \ln(n+0,05)$	-	0,0047*** (0,0013)
$W[\ln(s_k) - \ln(n+0,05)]$	-	-0,0031 (0,0027)
$W[\ln(s_h) - \ln(n+0,05)]$	-	-0,0075*** (0,0631)
λ	0,0385	0,0362
Vida media	18,0038	19,1477
PMP1 [SDM NR; SDM R]		[0,0019; 0,9981]
PMP2 [SDM; SEM]	[1,0000; 0,0000]	-
PMP3 [SDM; SEM]	-	[1,0000; 0,0000]

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * p < 10%; ** p < 5%; *** p < 1
Fuente: cálculos de los autores.

Nótese que las conclusiones derivadas de la estimación bayesiana no difieren de la realizada por MV. La variable de ingreso inicial mantiene su significancia en el restringido y pasa a ser significativa en el no restringido. En ambos casos conserva su signo negativo. Por otro lado, las variables de capital físico y humano son significativas y con signo positivo, como se esperaba. Sus rezagos espaciales son negativos y difieren en su significancia. Por último, se resalta la consistencia en la estimación del coeficiente que acompaña el rezago espacial de la variable dependiente. En ambas estimaciones y para las dos versiones del modelo aparece significativo y cercano a un valor del 0,7. Este resultado indica que el crecimiento de un municipio está correlacionado con el de sus vecinos.

La velocidad de convergencia estimada del modelo es cercana al 4%, lo cual representa un valor muy elevado en comparación con las estimaciones de la literatura internacional. Sin embargo, Islam (1995) encuentra velocidades de convergencia elevadas: entre el 5% y el 10% en el ámbito internacional. El autor explica que los trabajos anteriores tenían un problema de variable omitida, la cual, al correlacionarse con el nivel de ingreso inicial de manera positiva, generaba un sesgo de su respectivo coeficiente hacia arriba. Este sesgo era el que generaba las velocidades de convergencia tan bajas en los trabajos de Mankiw *et al.* (1992) y Barro y Sala-i-Martin (1991).

En el caso de la convergencia en Colombia sucede algo similar, ya que existe una correlación positiva entre el nivel de ingreso inicial de un municipio y el de sus vecinos: municipios más cercanos tienden a tener ingresos similares. Al incluir esta variable de rezago, el coeficiente del ingreso inicial reduce su sesgo hacia arriba, lo que genera una estimación de λ más elevada. Esto podría explicar el cambio en λ de 2% en el modelo de Solow a 3,6% en el modelo con rezagos.

A pesar de esto, se considera que el análisis de convergencia del modelo no debe estar centrado en su velocidad, ya que la estimación del parámetro λ solo depende del coeficiente del ingreso inicial, mas no de su rezago. De esta forma, se estaría ignorando el efecto espacial que genera la existencia de externalidades espaciales.

Por otra parte, al interpretar los coeficientes obtenidos de la estimación como los efectos de las variables sobre el crecimiento se incurre en un error, dada la no linealidad en los parámetros obtenidos en la estimación, ya que la variable dependiente aparece rezagada en el modelo y el modelo reducido estaría premultiplicado por $(I-\rho W)^{-1}$.

Para poder interpretar el efecto que tiene el ingreso inicial sobre el crecimiento municipal de modo apropiado, se examina lo que en la literatura se conoce como los efectos directos, indirectos y totales (LeSage y Pace, 2009), que no solo consideran los impactos de un aumento en una variable sobre una determinada observación i (un dato en el espacio), sino de los efectos que se obtienen como resultado de la retroalimentación espacial o *feedback*. De manera específica, si los vecinos j reciben impactos provenientes de i , estos también causarían efectos sobre i de manera recursiva, los cuales se resumen en el efecto indirecto.

Calculando los efectos para el parámetro de la velocidad de convergencia se tendrían dos componentes, uno que la favorece (directo) y otro que a la manera de las fuerzas centrífugas la repele (indirecto). En otras palabras, el carácter espacial del estudio genera dos fuerzas que afectan el crecimiento económico de cada municipio: la primera es el efecto directo, que representa el impacto del ingreso inicial de la misma observación, y la segunda es el efecto indirecto, que es el efecto del ingreso de los vecinos. Por esa razón

en este caso no tiene mucho sentido el análisis de la velocidad de convergencia o la vida media, ya que ignoran los efectos indirectos. Esta omisión se encuentra, por ejemplo, en Ertur y Koch (2006 y 2007), quienes calcularon dichos indicadores directamente de los parámetros del modelo.

A continuación se calculan los efectos directos, indirectos y totales del ingreso inicial sobre la tasa de crecimiento en el modelo SDM restringido y se presentan en el Cuadro 6. En este caso la significancia estadística de los efectos se evalúa mediante la construcción del “intervalo creíble”⁷. Al utilizar el intervalo al 10%, se verifica que la variable de ingreso inicial [$\ln(y_{1993})$] es significativa cuando el cero no se encuentra contenido entre el percentil 5 y el percentil 95.

Cuadro 6
Efectos directos, indirectos y totales del ingreso inicial

Efecto	Percentil 1	Percentil 5	Coefficient	Percentil 95	Percentil 99
Directo	-0,0290	-0,0282	-0,0259	-0,0235	-0,0227
Indirecto	-0,0046	0,0037	0,0204	0,0354	0,0412
Total	-0,0307	-0,0222	-0,0055	0,0095	0,0152

Fuente: cálculos de los autores.

En el Cuadro 6 observa que el efecto directo es negativo y significativo al 1%, lo cual indica que municipios con menores ingresos tuvieron mayores tasas de crecimiento que los más prósperos. Por otro lado, el efecto indirecto aparece con signo positivo y significativo al 10%, lo cual significa que los ingresos del vecindario afectan de manera positiva el crecimiento económico de los municipios. Ello porque en este efecto se concentran las interacciones espaciales presentes en el proceso de creación de tecnología, en donde las externalidades de los factores de producción generan un efecto de derrame. El hecho de que el efecto sea positivo y significativo revela una segunda fuerza en el proceso de convergencia, opuesta a la generada por el efecto directo, que ha sido ignorada en la literatura empírica colombiana. Si se es más estricto en la inferencia y se consideran los percentiles 1 y 99, se tendría que los resultados apuntan a la existencia de convergencia, de acuerdo con el efecto directo, pero que no existe convergencia, según el efecto indirecto. En el efecto total tampoco se respaldaría la hipótesis de la convergencia.

Vale la pena anotar que al estimar e interpretar solo los efectos directos, algunos estudios anteriores concluyeron que en Colombia hay evidencia de convergencia económica. En el presente estudio se encuentra que, dado el comportamiento espacial que se observa en la distribución de la riqueza en el país (Anexo 1), tiene importancia la posición geográfica de las observaciones.

⁷ El “intervalo creíble” es el análogo, en el campo Bayesiano, de los intervalos de confianza. En estos últimos, si se tiene un 95% de confianza, su interpretación es que el intervalo fue construido de tal manera que en experimentos repetidos, el 95% de las veces contiene el parámetro poblacional. En un “intervalo creíble” del 95%, se dice que la probabilidad de que el verdadero parámetro esté dentro del intervalo es del 95%.

Por último, la suma de estas dos fuerzas representará el efecto total del ingreso inicial sobre las tasas de crecimiento municipal. Con respecto a este efecto, se encuentra que, en el balance, el efecto indirecto prevalece sobre el directo, y en el total no resulta significativo. Ello representa evidencia de que, una vez se suman los efectos directos más los indirectos que provienen de las externalidades espaciales, no se puede rechazar la hipótesis de que no existe convergencia, ya que, como se observa en el Cuadro 6, el efecto total presenta un cambio de signo entre el percentil 5 y el percentil 95.

4.2 Resultados agregados por departamentos

Uno de los principales aportes de este trabajo es la aproximación municipal al estudio de convergencia económica regional. En la literatura empírica se han desarrollado estudios similares que en su mayoría utilizan un enfoque mucho más agregado: el departamental. Por ese motivo, y por razones de consistencia, en este apartado del estudio se empleará la misma metodología, pero utilizando los departamentos de Colombia como unidades de observación. Con ello se busca evaluar si los resultados del ejercicio empírico son robustos a la escogencia de la escala de análisis. En otras palabras, si los resultados pueden estar sujetos a la crítica de lo que se conoce como MAUP⁸, que argumenta que las relaciones en el espacio suelen variar con la escala, ya que las fronteras utilizadas cambian (Openshaw y Taylor, 1979).

Para medir el ingreso se toma la serie del PIB departamental anual publicado por el DANE, a precios constantes del 2005, y se utiliza su crecimiento promedio anual como variable dependiente. Se emplea el mismo tratamiento de las variables de capital físico y humano, pero agregadas por departamento. La base de datos final cuenta con 27 observaciones, debido a que se excluyeron algunos de los nuevos departamentos por falta de información en algunas de las variables del estudio. La matriz de pesos espaciales empleada utiliza el criterio de contigüidad.

El análisis inicial por departamento se desarrollará como en el caso municipal. Se estiman los modelos de convergencia no condicional, condicional no restringido y condicional restringido, los cuales se presentan en el Cuadro 7.

De la misma manera que con los datos municipales, existe evidencia de convergencia en los tres modelos. La restricción teórica sobre los coeficientes se mantiene, pero las variables de capital humano, físico y de crecimiento poblacional de los departamentos no contribuyen para explicar el crecimiento de manera significativa. Por otra parte, se calcula el índice de Moran con objeto de evaluar posibles efectos espaciales y se encuentra que no hay presencia de ellos. Aun así, por consistencia se evaluó el modelo con los efectos espaciales, estimando los modelos espaciales SDM restringido y no restringido mediante el método bayesiano MCMC. Los resultados de la estimación se presentan en el Cuadro 8.

⁸ *Modifiable areal unit problem.*

Cuadro 7
Convergencia departamental sin efectos espaciales

Modelo	No condicional	Condicional no restringido	Condicional restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Observaciones	27	27	27
Constante	0,0588*** (0,0104)	0,1426 (0,0900)	0,0576*** (0,0125)
$\ln(y_{1993})$	-0,0186*** (0,0046)	-0,0208*** (0,0054)	-0,0185*** (0,0048)
$\ln(s_p)$	-	0,0040 (0,0043)	-
$\ln(s_h)$	-	-0,0293 (0,0042)	-
$\ln(n+0,05)$	-	0,0293 (0,0311)	-
$\ln(s_p) - \ln(n+0,05)$	-	-	0,0025 (0,0040)
$\ln(s_h) - \ln(n+0,05)$	-	-	-0,0022 (0,0042)
Estadístico F de Wald	-	-	0,9111
P-valor F de Wald	-	-	0,3502
Estadístico de Moran	-0,03839	-0,04610	-0,0505
Probabilidad marginal	0,8853	0,70343	0,8031

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * $p < 10\%$; ** $p < 5\%$; *** $p < 1\%$
Fuente: cálculos de los autores.

Cuadro 8
Estimación bayesiana del modelo SDM departamental

Modelo	SDM no restringido	SDM restringido
Variable dependiente	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$	$[\ln(y_{2012}) - \ln(y_{1993})]/19$
Constante	-0,0386 (0,2032)	0,0667** (0,0298)
$\ln(y_{1993})$	-0,0192** (0,0107)	-0,0181*** (0,0085)
$\ln(s_p)$	0,0011 (0,0051)	-
$\ln(s_h)$	-0,0011 (0,0051)	-
$\ln(n+0,05)$	-0,0012 (0,0352)	-
$W\ln(y_{1993})$	0,0148 (0,0171)	0,0112 (0,0141)
$W\ln(s_p)$	-0,0049 (0,0094)	-

Cuadro 8 (continuación)
Estimación bayesiana del modelo SDM departamental

Modelo	SDM no restringido	SDM restringido
$W\ln(s_k)$	-0,0084 (0,0091)	-
$W\ln(n+0,05)$	-0,0251 (0,0671)	-
$W[\ln(v_{2012})-\ln(v_{1993})]/19$	-0,2522 (0,3367)	-0,2894 (0,3308)
$\ln(s_k) - \ln(n+0,05)$	-	0,0014 (0,0043)
$\ln(s_k) - \ln(n+0,05)$	-	-0,0012 (0,0048)
$W[\ln(s_k) - \ln(n+0,05)]$	-	-0,0029 (0,0075)
$W[\ln(s_k) - \ln(n+0,05)]$	-	-0,0078 (0,0082)

Nota: la significancia estadística de los coeficientes está representada por: * p < 10%; ** p < 5%; *** p < 1
 Fuente: cálculos de los autores.

De la interpretación del Cuadro 8 resalta el hecho de que la única variable independiente significativa es el ingreso inicial, cuyo signo es negativo. El resto de variables no son significativas, entre ellas los rezagos espaciales de las variables independientes y de la dependiente. Acerca de la no significancia de esta última hay que anotar que el resultado es consistente con lo que reporta el índice de Moran, en el sentido de que no hay dependencia espacial en la tasa de crecimiento departamental. No obstante, y con el fin de contrastar los resultados hallados en el análisis de convergencia municipal, se calculan de nuevo los efectos directos, indirectos y totales de la variable de ingreso inicial por departamentos, los cuales se presentan en el Cuadro 9.

Cuadro 9
Efectos directos, indirectos y totales del ingreso inicial departamental

Efecto	Percentil 1	Percentil 5	Coefficient	Percentil 95	Percentil 99
Directo	-0,0473	-0,0383	-0,0193	-0,0018	0,0048
Indirecto	-0,0280	-0,0142	0,0135	0,0432	0,0531
Total	-0,0422	-0,0259	-0,0058	0,0114	0,0212

Fuente: cálculos de los autores.

En concordancia con los resultados de los municipios, se observa que el efecto directo muestra convergencia, ya que el valor de 0 no está en el intervalo del 5% al 95%. El efecto indirecto no es significativo y el agregado de los dos efectos aparece otra vez sin significancia estadística. En resumen, los resultados son consistentes con los hallados para los municipios, en los que se encuentra que no hay evidencia que sustente la hipóte-

sis de convergencia económica regional. Se puede concluir, en este caso, que la agregación espacial no determina las conclusiones del estudio.

4.3 Parámetros estructurales del modelo

En esta sección se estimará la ecuación 11, en la que el ingreso municipal es una función de las variables de capital y crecimiento de la población. Ello se hace siguiendo la metodología de Ertur y Koch (2007), quienes recuperan los parámetros estructurales de esta ecuación. Hay que anotar que la ecuación 11 representa un modelo en el cual la restricción de sobreidentificación está implícita, por lo que en ese caso se estima la versión restringida del modelo y se comparan las alternativas con externalidades espaciales globales (SDM) y sin externalidades (SEM). Los resultados de la comparación de las alternativas [SDM, SEM] muestran que los datos dan mayor soporte a la escogencia del modelo SDM, pues las PMP correspondientes son [1, 0].

Los parámetros estructurales se obtienen de los coeficientes estimados para el modelo SDM restringido y la inferencia estadística se realiza a partir de la distribución del vector de parámetros que arroja el método bayesiano, el cual se realiza con mil iteraciones. Estas estimaciones se presentan en el Cuadro 10.

Cuadro 10
Parámetros estructurales del modelo

Parámetro	Significanci	Límite inferior 2,5%	Promedio	Límite superior 97,5%
α	No	-0,1233	-0,0167	0,0819
β	Sí	0,1189	0,2168	0,3135
φ_k	Sí	0,0055	0,0811	0,1633
φ_h	No	-0,1404	-0,0591	0,0245
γ	Sí	0,6329	0,6983	0,7629

Fuente: cálculos de los autores.

De los resultados del Cuadro 10 se resaltan tres aspectos: 1) La participación del capital físico en la función de producción (α) resulta no significativa. Sin embargo, la del capital humano (β) aparece positiva y significativ en un nivel cercano al 22%. En términos relativos, hay indicios de que este último factor es el más importante en la generación de riqueza económica municipal; 2) En la función de producción tecnológica, el factor que mayor importancia tiene es el capital físico. El parámetro del capital humano resulta ser no significat vo, lo cual indica una mayor importancia del capital físico en la difusión de tecnologías en los municipios (carreteras, puentes, inversión en infraestructura básica, entre otros), y 3) El parámetro que mide la sensibilidad espacial (γ) resulta positivo y significativo, hecho que indica una vez más la presencia de dependencia espacial entre los municipios colombianos. En este caso γ es la sensibilidad que tiene la tecnología de un municipio frente a la de sus vecinos. El valor positivo indica que aumentos en los factores de sus vecinos implican un incremento en la tecnología local.

Dados los resultados anteriores, es importante tener en cuenta no solo los elementos propios de cada unidad espacial, sino los que provienen de los efectos de retroalimentación a través de externalidades espaciales. De esta manera, los factores de capital físico, empleo y capital humano, al igual que las externalidades derivadas de su interacción en el espacio, son elementos clave para entender la dinámica de crecimiento y de generación de ingreso en los municipios de Colombia.

5. Conclusiones

El estudio sobre la existencia de efectos espaciales es un área reciente dentro de la teoría económica, que en los últimos años tomó fuerza en la literatura empírica internacional. Sin embargo, investigaciones sobre el caso colombiano que incorporen este tipo de efectos son relativamente escasas. Esto es un hecho preocupante, más aún cuando se tiene en cuenta que Colombia es un país con marcadas diferencias inter e intrarregionales, tanto en aspectos económicos como sociales y culturales. La evidencia ha demostrado que, en efecto, existen relaciones espaciales en el interior y entre las distintas regiones del país, sea por el efecto de las variables geográficas (Sánchez y Núñez, 2000), las trampas de pobreza (Galvis y Meisel, 2012), o los *spillovers* del capital humano (Gaviria, 2005).

En este artículo se estudió la hipótesis de convergencia usando un enfoque caracterizado por la presencia de dependencia espacial. Se encuentra evidencia empírica que señala la existencia de dos efectos. Por un lado, municipios más pobres tienden a crecer más que los más prósperos (efecto directo); pero por el otro, municipios en vecindarios más pobres crecen menos que sus contrapartes mejor ubicadas (efecto indirecto). Estas dos fuerzas terminan contrarrestándose de manera mutua, y se concluye que en Colombia en los últimos veinte años no hubo convergencia económica: municipios más pobres no logran crecer más que los más prósperos. Esto sucede, en particular, debido a la distribución desigual de la riqueza en el territorio nacional. Los municipios menos aventajados tienden a estar rodeados de otros con características similares.

Por último, se resalta la presencia de una dependencia espacial en el nivel tecnológico de los municipios. En otras palabras, la tecnología local genera un impacto en la tecnología de los municipios vecinos. Esta dependencia se origina debido a la existencia de externalidades en el proceso de acumulación de los factores de producción.

La reflexión final apunta a resaltar el papel de la inversión en capital físico y capital humano como motores de crecimiento de los municipios en Colombia. Además, es importante rescatar el papel de las externalidades en dichas inversiones, de tal manera que, si se quiere impulsar el crecimiento de los municipios menos prósperos, se deben generar inversiones de impacto regional, en las que se aprovechen las dinámicas de retroalimentación hacia otras regiones y se genere una senda de crecimiento equilibrado. Markusen (2008) plantea que la mayoría de las economías han enfocado las políticas de desarrollo regional en la inversión en capital físico, en oposición a la inversión en capital humano. Colombia, al parecer, no ha sido la excepción, quizá porque las inversiones en capital físico son más “visibles” que las de capital humano, que dan sus frutos de manera más tangible en el largo plazo.

Lo que muestra la evidencia presentada en este documento es que ambos factores son importantes para el crecimiento económico municipal, por lo cual se deben seguir fortaleciendo las políticas encaminadas a mejorar la infraestructura física municipal, así como las que propenden por una mejor inversión en capital humano, no solo en su cantidad, sino en su calidad. Esta última ha sido estudiada por Hanushek y Kimko (2000), quienes encuentran que la calidad, medida a través de los resultados en pruebas internacionales estandarizadas, tiene un efecto sobre el crecimiento económico mayor que el de los años de educación. Este tema será objeto de un trabajo de investigación futura en el caso colombiano.

Referencias

- Abreu, M.; De Groot, H. L.; Florax, R. J. (2005). "Space and Growth: A Survey of Empirical Evidence and Methods", en *Région et Développement*, núm. 21, pp. 12-43.
- Anselin, L.; Bera, A. K. (1998). "Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics", en *Statistics Textbooks and Monographs*, núm. 155, pp. 237-290.
- Anselin, L.; Rey, S. (1991). "Properties of Tests for Spatial Dependence in Linear Regression Models", en *Geographical Analysis*, vol. 23, núm. 2, pp. 112-131.
- Barro, R.; Sala-i-Martin, X. (1991). "Convergence across States and Regions", en *Brookings Papers*, núm. 1, pp. 107-82.
- Birchenall, J.; Murcia, G. E. (1997). "Convergencia regional: una revisión del caso colombiano", en *Desarrollo y Sociedad*, núm. 40, pp. 274-308.
- Bonet, J.; Meisel, A. (1999). "La Convergencia regional en Colombia: una visión de largo plazo, 1926-1995", en *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 8, Banco de la República.
- Bonet, J.; Meisel, A. (2006). "Polarización del ingreso per cápita departamental en Colombia, 1975-2000", en *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 76, Banco de la República.
- Burridge, P. (1981). "Testing for a Common Factor in a Spatial Autoregressive Model", en *Environment and Planning A*, núm. 13, pp. 795-800.
- Cárdenas M.; Pontón, A.; Trujillo, J. P. (1993) "Convergencia y migraciones interdepartamentales en Colombia: 1950-1989", en *Coyuntura Económica*, vol. 23, núm. 1.
- Cliff A.; Ord, J. (1975). "The Comparison of Means when Samples Consist of Spatially Autocorrelated Observations", en *Environment and Planning A*, núm. 7, pp. 725-734.
- Cliff, A.; Ord, J. (1981). *Spatial Processes: Models and Applications*. London: Pion.
- Dinopoulos, E.; Thompson, P. (2002). "Reassessing the Empirical Validity of the Human-Capital Augmented Neoclassical Growth Model", en *Economic Evolution, Learning, and Complexity*, pp. 245-264, Berlin: Physica-Verlag HD.
- Ertur, C.; Koch, W. (2006). "Convergence, Human Capital and International Spillovers", en *Laboratoire d'Economie et de Gestion, Working Paper, Université de Bourgogne*.

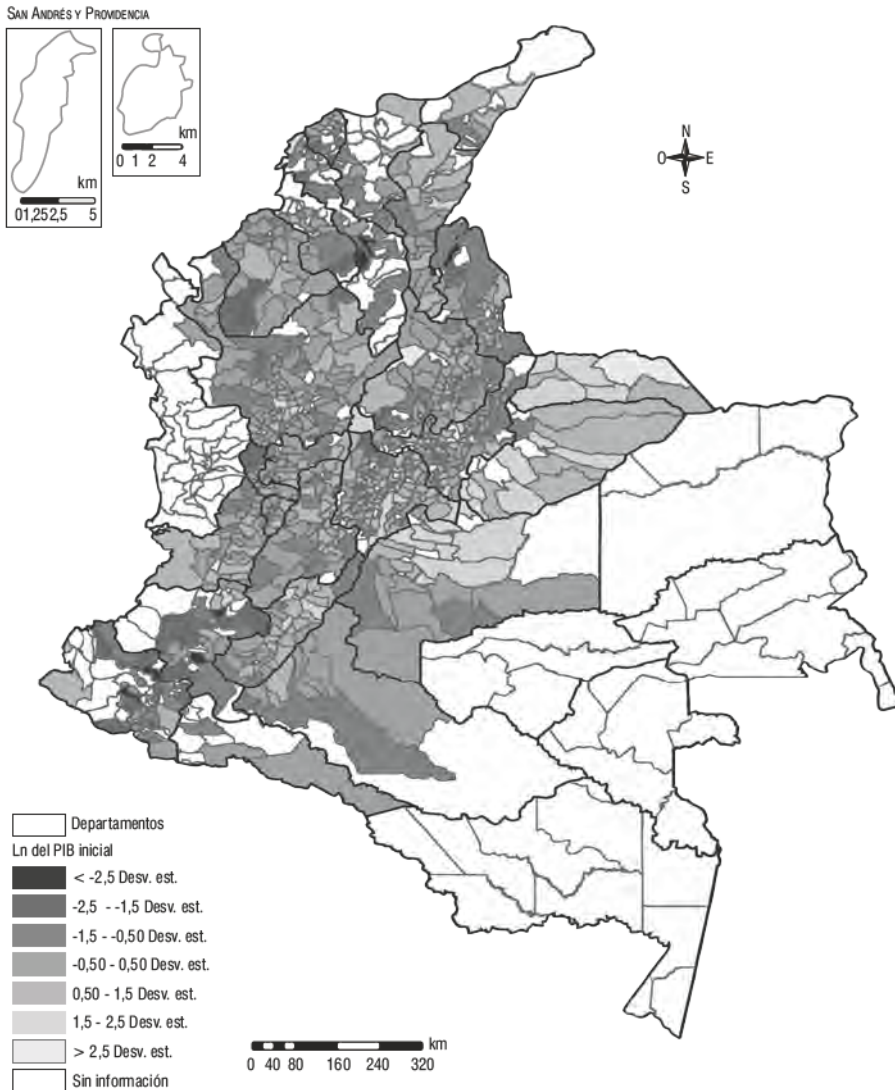
- Ertur, C.; Koch, W. (2007). "Growth, Technological Interdependence and Spatial Externalities: Theory and Evidence", en *Journal of Applied Econometrics*, vol. 22, núm. 6, pp. 1033-1062.
- Ertur, C.; Le Gallo, J.; LeSage, J. P. (2007). "Local versus Global Convergence in Europe: a Bayesian Spatial Econometric Approach", en *The Review of Regional Studies*, vol. 37, núm. 1, pp. 82-208.
- Galvis, L. A.; Meisel, A. (2001). "El crecimiento económico de las ciudades colombianas y sus determinantes 1973-1998", en *Coyuntura Económica*, vol. 31, núm. 1.
- Galvis, L. A.; Meisel, A. (2010). "Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial", en *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 120, Banco de la República.
- Galvis, L. A.; Meisel, A. (2012). "Convergencia y trampas espaciales de pobreza en Colombia: Evidencia reciente", en *Documentos de Trabajo Sobre Economía Regional*, núm. 177, Banco de la República.
- Galvis, L. A.; Meisel, A. (2013). "Regional Inequalities and Regional Policies in Colombia: the Experience of the Last Two Decades", en *Regional Problems and Policies in Latin America*, pp. 197-223, Berlín: Springer.
- Gaviria, M. (2005). "Capital humano, externalidades y crecimiento económico en Colombia", en *Ensayos de Economía*, vol. 15, núm. 27, pp. 25-74.
- González, N. (2011). "¿Otra vez? Una sencilla visión de la convergencia económica en los departamentos de Colombia: 1975-2005", en *Archivos de Economía*, Departamento Nacional de Planeación, núm. 384.
- Hanushek, E.; Kimko, D. (2000). "Schooling, Labor-Force Quality, and the Growth of Nations", en *The American Economic Review*, vol. 90, núm. 5, pp. 1184-1208.
- Islam, N. (1995). "Growth Empirics: A Panel Data Approach", en *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, núm. 4, pp. 1127-1170.
- Koop, G.; Poirier, D. J. y Tobias, J. L. (2007). *Bayesian Econometric Methods*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LeSage, J.; Pace, R. K. (2009). *Introduction to Spatial Econometrics*. Boca Ratón: CRC Press.
- Lucas, R. (1988). "On the Mechanics of Economic Development", en *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, pp. 3-42.
- Mankiw, N. G.; Romer, D.; Weil, D. N. (1992). "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", en *Quarterly Journal of Economics*, vol. 107, pp. 407-437.
- Markusen, A. R. (2008). "Human versus Physical Capital: Government's Role in Regional Development", en Martínez-Vazquez, J. y Vaillancourt, F. (eds.) *Public Policy for Regional Development*. Nueva York: Roudledge.
- Meisel, A. (2014). "No Reversal of Fortune in the Long Run: Geography and Spatial Persistence of Prosperity in Colombia, 1500-2005", en *Borradores de Economía*, núm. 841, Banco de la República.
- Openshaw, S.; Taylor, P. J. (1979). "A Million or so Correlation Coefficients Three Experiments on the Modifiable Areal Unit Problem", en Wrigley, N. (ed.) *Statistical Applications in the Spatial Sciences*, pp. 127-144. Londres: Pion.
- Quah, D. T. (1996). "Twin Peaks: Growth and Convergence in Models of Distribution Dynamics", en *Economic Journal*, vol. 106, núm. 437, pp. 1045-1055.

- Quah, D. T. (1997). "Empirics for Growth and Distribution: Stratification, Polarization, and Convergence Clubs", en *Journal of Economic Growth*, vol. 2, núm. 1, pp. 27-59.
- Ramírez, M. T.; Loboguerrero, A. M. (2002). "Spatial Dependence and Economic Growth: Evidence from a Panel of Countries", en *Borradores de Economía*, núm. 206, Banco de la República.
- Romer, P. (1986). "Increasing Returns and Long-Run Growth", en *The Journal of Political Economy*, pp. 1002-1037.
- Royuela, V.; García, G. A. (2013). "Economic and Social Convergence in Colombia", en *Regional Studies* (ahead-of-print), pp. 1-21.
- Sánchez, F.; Nuñez, J. (2000). "La geografía y el desarrollo económico en Colombia: una aproximación municipal", en *Desarrollo y Sociedad*, vol. 46, pp. 43-98.
- Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 70: 65-94.
- Swan, T. W. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record* 32: 334-361.
- Seya, H.; Tsutsumi, M.; Yamagata, Y. (2012). "Income Convergence in Japan: A Bayesian Spatial Durbin Model Approach", en *Economic Modelling*, vol. 29, núm. 1, pp. 60-71.

Anexos

Anexo 1

Mapa municipal de Colombia con el nivel de ingreso inicial per cápita, 1993



Fuente: elaboración de los autores.