



REPORTE DE ESTABILIDAD FINANCIERA

Septiembre de 2008

Aproximación cuantitativa a la centralidad de los bancos en el mercado interbancario: enfoque de juegos cooperativos

Agustín Saade Ospina

Aproximación cuantitativa a la centralidad de los bancos en el mercado interbancario: enfoque de juegos cooperativos *

Agustín Saade Ospina **

Resumen

En este trabajo se propone una metodología para cuantificar la centralidad de los agentes que participan en el mercado interbancario, bajo un enfoque de juegos cooperativos. La metodología utiliza diferencias de valores de Shapley en juegos de transacciones con y sin restricciones de red observable, y permite construir series de tiempo para cada agente, que identifican la posición relativa de cada uno frente al mercado. Por último, se analizan propiedades del indicador y su relación con variables relacionadas con riesgo de liquidez. Se encuentra que para el caso del SEN hay una relación entre un indicador de dispersión de red y los bid-ask spread de los TES en bandas líquidas.

Palabras Clave: Estabilidad financiera · Teoría de juegos cooperativos · Riesgo de liquidez · Posición relativa en mercados con red observable · Mercado interbancario

Clasificación JEL: C71 · G1 · G2 · D85.

*Se agradecen los comentarios de Paola Morales, David Pérez y Daniel Osorio, además las discusiones hechas al interior del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República. Las opiniones expresadas no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva y son responsabilidad exclusiva del autor.

**Profesional Especializado, Departamento de Estabilidad Financiera, Banco de la República de Colombia. E-mail: asaadeos@banrep.gov.co

1. Introducción

Si se pretende entender de mejor manera los mecanismos utilizados por los bancos comerciales para manejar su liquidez, es importante comprender el comportamiento y las relaciones entre estas entidades en los mercados en que concurren. En el caso colombiano, estos agentes realizan operaciones Repo y Simultáneas en dos sistemas de transacción: el SEN, administrado por el Banco de la República, y el MEC, administrado por la Bolsa de Valores de Colombia. Sin embargo, los Préstamos Interbancarios se realizan solamente en el SEN.

Los mercados funcionan como redes sociales en la que diversos individuos transan según la información y confianza que los demás agentes les brinden. Cuando un mercado es completamente ciego (es decir, cuando hay un administrador del mercado que cierra las transacciones sin informar a las contrapartes con quien transaron), estas redes de información y la reputación de los agentes no se construyen: las contrapartes transan basados en la confianza del agente promedio del mercado, y confían en los mecanismos de castigo del sistema de transacción. Pero si el mercado no es completamente ciego existe cabida a la construcción de reputación y a la formación de lazos sociales al interior del mercado (ejemplo: el tendero sólo le presta a los vecinos que conoce y en quienes confía). Si un agente construye confianza en un mercado no ciego, su relación en este mercado con los distintos agentes lo pondría en una buena posición de negociación al permitirle acceder con mayor facilidad a una mayor porción del mercado.

El SEN funciona con dos escalones de negociación, siendo el segundo escalón en donde ocurren las operaciones interbancarias, repo y simultáneas entre los bancos. En éste, las operaciones repo y simultáneas se dan de manera semiciega: las contrapartes solo se identifican una vez la operación cierra. Los demás agentes, dado que no participan en el cierre de la operación, desconocen quienes son las contrapartes de lo transado. Las operaciones interbancarias, por su parte, se realizan de manera abierta ¹.

Sin embargo en el SEN existen dos modalidades que permiten a un agente seleccionar las contrapartes con quienes va a transar. En primer lugar, cada agente puede bloquear hasta 5 contrapartes por ronda. Y en segundo lugar, quienes participan en el SEN pueden fijar cupos máximos de operaciones con cada contraparte

El MEC es semiciego también, pero los afiliados pueden decidir con cuáles otros afiliados transar (mínimo 10), y a éstos suministrarles cupos de operación. En la práctica se decide

¹Ver referencia [8].

con quienes y por cuánto transar ².

Dados los cupos de transacción por contraparte, y la posibilidad de bloquear agentes, y teniendo en cuenta que una vez cerrada una transacción las partes involucradas son plenamente identificadas, cabe entonces la posibilidad de que en el tiempo se formen redes de nexos comerciales en estos mercados. Es decir, un agente puede construir reputación y así ganar espacios de mercado.

Si a lo anterior se le suma que no todos los agentes tienen igual tamaño relativo al mercado, y no necesariamente manejan su liquidez con el mismo tipo de estrategias, parece entonces probable que no todos los agentes entren al mercado en igual posición de negociación. O dicho de otra manera, puede haber agentes más centrales en el mercado, y otros más periféricos y menos conectados.

Este documento muestra una metodología basada en juegos cooperativos que permite identificar por medio de algún indicador objetivo (es decir, un número) que tan centrales son los agentes que participan en estos mercados interbancarios para un intervalo de tiempo determinado. La metodología permite construir series de tiempo de posición relativa al mercado, que pueden ser utilizadas como insumo en trabajos para estudiar consideraciones de estabilidad financiera.

El documento consta de cinco secciones, siendo esta primera la introducción. En la sección 2 se describe en detalle la metodología para calcular los indicadores posicionales por día. Dicha sección incluye una introducción a los conceptos básicos de juegos cooperativos necesarios para el cálculo de los indicadores (2.1), se discute qué quiere decir centralidad en un enfoque de juegos cooperativos (2.2), se incluye un ejemplo de cálculo del indicador a partir de datos observados en un día (2.3), y se discuten algunas de las propiedades del indicador propuesto (2.4). En la sección 3 del documento se describen los resultados de cálculos del indicador de centralidad para bancos activos en el SEN, además de analizarse indicadores de desconexión de red. Por su parte, la sección 4 analiza relaciones con el riesgo de liquidez. Finalmente la sección 5 concluye.

²Ver referencia [9].

2. Metodología

2.1. Conceptos básicos de juegos cooperativos

La metodología propuesta para medir centralidad de los agentes utiliza conceptos de juegos cooperativos n-personales, además de conceptos básicos de grafos bi-direccionales y juegos restringidos a redes en el sentido propuesto por Myerson[1977]. En esta sección se introduce a los conceptos básicos necesarios. El lector interesado en juegos cooperativo puede encontrar en Myerson[1991] la teoría con mayor profundidad y claridad.

2.1.1. Juegos cooperativos n-personales

Definición 1. Un juego cooperativo n-personal es una pareja (N, ν) , donde $N = \{1, \dots, n\}$ es el conjunto de los jugadores, y $\nu : P(N) \rightarrow \mathbb{R}$ es la función característica del juego, que parte del conjunto de subconjuntos de N , $P(N)$, y tiene como conjunto de llegada los reales.

Así, ν es una función que asigna a cada una de las posibles *coaliciones* $S \subseteq N$ un número real $\nu(S)$, que corresponde al *valor de la coalición*: el máximo valor o utilidad que *pueden garantizarse* los miembros de la coalición S en caso de decidir cooperar, bajo el supuesto de posible no-cooperación por parte de los miembros de S^c .

Ejemplo 1. Sea $N = \{1, 2, 3, 4\}$ el conjunto de jugadores. Existe un mercado en el que se paga \$100 por el par de zapatos. Las siguientes son las dotaciones iniciales de los jugadores:

Jugador	Zapatos Derechos	Zapatos Izquierdos
J1	1	0
J2	0	4
J3	3	2
J4	2	0

Dadas las dotaciones iniciales, los jugadores 1, 2 y 4 por sí mismos son incapaces de obtener rentas del mercado, $\nu(\{1\}) = \nu(\{2\}) = \nu(\{4\}) = 0$; necesitan algún tipo de alianza. El jugador 3 es dueño de dos pares ($\nu(\{3\}) = 200$), pero le sobraría un zapato derecho. La siguiente tabla resume los valores de las posibles coaliciones del juego:

S	$\nu(S)$	S	$\nu(S)$
\emptyset	0	$\{2, 4\}$	200
$\{i\}$, si $i \in \{1, 2, 4\}$	0	$\{3, 4\}$	200
$\{3\}$	200	$\{1, 2, 3\}$	400
$\{1, 2\}$	100	$\{1, 2, 4\}$	300
$\{1, 3\}$	200	$\{1, 3, 4\}$	200
$\{1, 4\}$	0	$\{2, 3, 4\}$	500
$\{2, 3\}$	300	$N = \{1, 2, 3, 4\}$	600

Tal como en el anterior ejemplo, generalmente se supone en juegos cooperativos que $\nu(\emptyset) = 0$ y que $\nu(S) \geq 0 \forall S \in N$. Otro supuesto usual es el de *sub-aditividad*. Éste garantiza que las coaliciones tengan valor mayor o igual a la suma de los valores de sus subconjuntos disjuntos. En cierto sentido es un reconocimiento al hecho de que sindicatos o coaliciones más grandes pueden generar mayores tortas para repartir entre sus miembros, tal como en el ejemplo 1. La siguiente es la definición formal de sub-aditividad, propiedad que se supone en lo que resta del documento y que aplica en los juegos necesarios para construir el indicador de centralidad.

Definición 2. Un juego *sub-aditivo* es un juego cooperativo que cumple la siguiente propiedad:

$$S \cap T = \emptyset \Rightarrow \nu(S \cup T) \geq \nu(S) + \nu(T)$$

2.1.2. Valor de Shapley

Dado un juego cooperativo, el valor de Shapley es una medida del poder de cada jugador. Para un individuo i , su valor de Shapley corresponde a un promedio ponderado de las contribuciones marginales de ese individuo a todas las posibles coaliciones que se pueden dar en el juego:

Definición 3. El valor de Shapley de un juego cooperativo (N, ν) es el vector $\varphi(\nu)$ cuyas entradas son:

$$\varphi_i(\nu) = \sum_{T \subseteq N, i \in T} \frac{(|T| - 1)! (|N| - |T|)!}{|N|!} \left(\nu(T) - \nu(T - \{i\}) \right)$$

El valor de Shapley cumple con la siguiente propiedad: $\sum_{i \in N} \varphi_i(\nu) = \nu(N)$. Es decir, corresponde a una repartición entre los jugadores del valor total del juego. Pero adicionalmente es una repartición que mide el poder individual de cada uno de los jugadores. El siguiente ejemplo ilustra este hecho:

Ejemplo 2. Supongamos n jugadores de cierto juego cooperativo, que sólo pueden jugar dentro de cierta habitación. La puerta de entrada es tan estrecha que les toca entrar de uno en uno, y el juego tiene la extraña regla de que quienes entren al salón inmediatamente se suman a una gran coalición que eventualmente contará con todos los jugadores. Los jugadores conocen esta regla únicamente después de formarse en fila. Dado un ordenamiento de entrada, ¿Con cuánto se puede quedar cada jugador del total a repartir? El jugador i sólo puede exigir hasta su contribución marginal al grupo que ya está adentro: este es su *precio* para entrar a la coalición. Sin embargo existen $n!$ posibles ordenamientos de entrada. El promedio de sus contribuciones marginales en todas estas posibles formas de entrar al salón es precisamente el Valor de Shapley del jugador i .

Ejemplo 3. Para el juego del ejemplo 1, el valor de Shapley es $\varphi(\nu) = (50, 200, 250, 100)$. Como es de esperarse, dadas las dotaciones iniciales los jugadores 3 y 2 son los que tienen mayor poder en el juego.

2.1.3. Juegos restringidos a redes de conexiones

Myerson[1977] introduce el concepto de juegos cooperativos restringidos a redes de contactos de los jugadores, reconociendo que las coaliciones sólo valen (es decir, son posibles) si existen nexos entre sus miembros. La idea es la siguiente: dado un juego cooperativo ν y una red de conexiones entre los jugadores Γ , se puede construir un juego cooperativo restringido a la red ν_Γ que toma en cuenta que conocer contactos importa en el valor individual. A continuación se definen formalmente los conceptos de red social bi-direccional y juegos restringidos a la red.

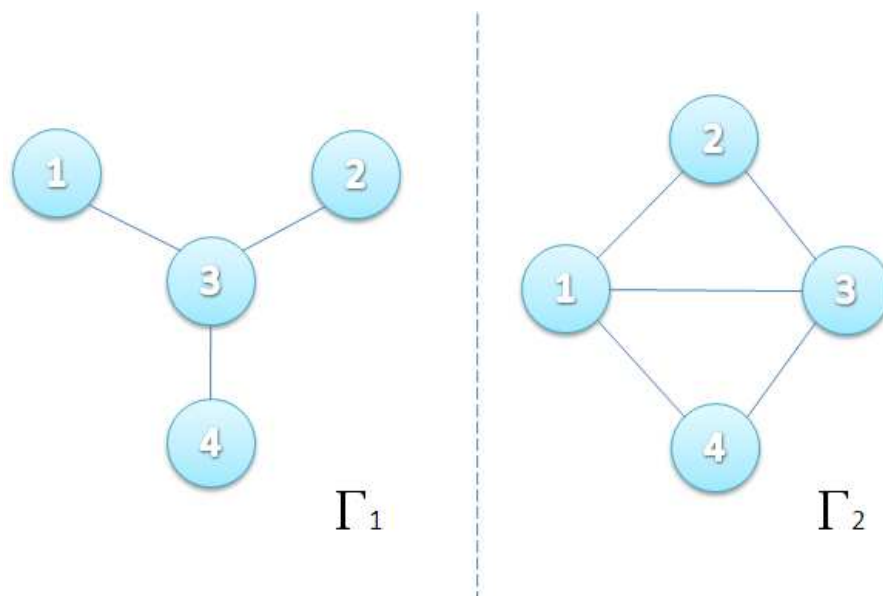
Definición 4. Una *red social bi-direccional* es una pareja (N, Γ) , donde $N = \{1, \dots, n\}$ es el conjunto de nodos de la red y $\Gamma \subset N \times N$ es el conjunto de conexiones de doble vía en la red. Toda red social finita puede ser representada por medio de un grafo.

Ejemplo 4. Dados los jugadores del ejemplo 1, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, las siguientes son dos de las posibles redes sociales, cuyos grafos están en la figura 1 :

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \{(1, 3), (2, 3), (3, 4)\} \\ \Gamma_2 &= \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 4)\}\end{aligned}$$

Definición 5. *Juego restringido a red social* - ν_Γ : dados el juego cooperativo (N, ν) , y la red social (N, Γ) , la restricción del juego a la red es el juego cooperativo (N, ν_Γ) que

Figura 1:



cumple con la siguiente característica:

$$\nu_{\Gamma}(S) = \sum_{T \in \Gamma_S} \nu(T), \text{ donde}$$

$$\Gamma_S = \{T \subseteq S : T \text{ es conexo dado } \Gamma, \text{ y es un conjunto conexo maximal en } S\}$$

Dicho en otras palabras, el valor de una coalición S en el juego restringido ν_{Γ} es la suma de los valores de los subconjuntos conexos más grandes de S , donde la noción de conexidad está dada por la restricción inducida por la red Γ .

Ejemplo 5. Partiendo del juego ν del ejemplo 1, y de la red Γ_1 del ejemplo 4, se construye el juego restringido (N, ν_{Γ}) . La siguiente tabla muestra la función valor del juego restringido a la red ν_{Γ} :

S	$\nu_\Gamma(S)$	S	$\nu_\Gamma(S)$
\emptyset	$= 0$	$\{2, 4\}$	$= \nu(\{2\}) + \nu(\{4\}) = 0$
$\{i\}, \text{ si } i \in \{1, 2, 4\}$	$= \nu(\{i\}) = 0$	$\{3, 4\}$	$= \nu(\{3, 4\}) = 200$
$\{3\}$	$= \nu(\{3\}) = 200$	$\{1, 2, 3\}$	$= \nu(\{1, 2, 3\}) = 400$
$\{1, 2\}$	$= \nu(\{1\}) + \nu(\{2\}) = 0$	$\{1, 2, 4\}$	$= \nu(\{1\}) + \nu(\{2\}) + \nu(\{4\}) = 0$
$\{1, 3\}$	$= \nu(\{1, 3\}) = 200$	$\{1, 3, 4\}$	$= \nu(\{1, 3, 4\}) = 200$
$\{1, 4\}$	$= \nu(\{1\}) + \nu(\{4\}) = 0$	$\{2, 3, 4\}$	$= \nu(\{2, 3, 4\}) = 500$
$\{2, 3\}$	$= \nu(\{2, 3\}) = 300$	N	$= \nu(N) = 600$

En el juego restringido ν_Γ se puede a su vez calcular el valor de Shapley: $\varphi(\nu_\Gamma) = (\frac{100}{3}, 150, 350, \frac{200}{3})$. Si se compara con el valor de Shapley del juego no restringido (ver ejemplo 3), en este caso el jugador 3 tiene mayor valor de Shapley, mientras que los restantes disminuyeron su valor. Esto como consecuencia de la estructura de red Γ .

2.2. Centralidad medida en un enfoque de juegos cooperativos

Tal como se describe en Gómez et al.[2003], la centralidad es una noción aplicada a redes que parece no tener una definición clara, aunque se define frecuentemente de forma indirecta. Un individuo i que es miembro de una red es *muy central* en ésta cuándo:

- ▶ Tiene comunicación directa con muchos nodos.
- ▶ Es cercano a muchos nodos.
- ▶ Muchos de los otros nodos requieren de i como intermediario de sus comunicaciones.

Por lo tanto un agente es más central en la medida en que le sea más fácil acceder a las *señales* deseadas, y también cuando la posición relativa en la red facilita la comunicación de señales entre otros miembros de la red. Es por tanto una noción de comunicación: un individuo es más central cuando es importante en las comunicaciones de señales en la red.

Cuando la red en cuestión es un mercado, las señales enviados a través de ésta son las transacciones. Y por tanto, un individuo es más central en un mercado cuando:

- ▶ Transa de manera directa con el mayor número de agentes.

- Los agentes con quienes transa de manera directa permiten montos adecuados en las operaciones.
- Puede servir como intermediario en las transacciones entre otros agentes.

Un indicador numérico de centralidad debería por lo tanto reflejar lo anterior. Gómez et al.[2003] proponen medir la centralidad de los agentes de las redes sociales en un contexto de juegos cooperativos con un número finito de agentes. La idea es medir la centralidad de un agente como la variación en su poder debido a la estructura social, utilizando una aproximación de teoría de juegos al concepto de poder. Los autores proponen utilizar un diferencial de valores de Shapley de juegos con y sin restricción de red para medir qué tan central o periférico es un agente en la red.

$$C(\nu, \Gamma) = \varphi(\nu_\Gamma) - \varphi(\nu)$$

De ser positivo el valor de esta diferencia para el agente i , es decir, $C(\nu, \Gamma)_i > 0$, entonces la estructura de red le concede mayor valor y por tanto es *central* en la red. Si por el contrario $C(\nu, \Gamma)_i < 0$, el agente i es periférico en la red pues las conexiones restringen su poder, en un sentido de juegos cooperativos.

Ejemplo 6. Partiendo de la red Γ_1 del ejemplo 4, y del juego ν del ejemplo 1, se puede calcular un indicador de centralidad para los jugadores. En este caso se tendría: $C(\nu, \Gamma) = \varphi(\nu_\Gamma) - \varphi(\nu) = (-\frac{50}{3}, -50, 100, -\frac{100}{3})$. Según un criterio de signo, los jugadores 1, 2 y 4 son periféricos mientras que el jugador 3 es central. Sin embargo, sería interesante calcular también una ganancia porcentual de valor como consecuencia de la estructura de red, y así comparar a los jugadores del más al menos central. Si se escala $C(\nu, \Gamma)$ por $\varphi(\nu)$ se puede obtener un indicador de ganancia porcentual de poder como consecuencia de la red. Éste sí permite ordenar a los agentes del más al menos central. Sea $\hat{c}(\nu, \Gamma)$, con $\hat{c}(\nu, \Gamma)_i = \frac{C(\nu, \Gamma)_i}{\varphi(\nu)_i}$. En este caso se tiene $\hat{c}(\nu, \Gamma) = (-33,3\%, -25\%, 40\%, -33,3\%)$: entre los jugadores periféricos, el jugador 2 es menos periférico que los jugadores 1 y 4.

Este tipo de metodología se puede utilizar para cuantificar que tan centrales fueron en un intervalo de tiempo particular los agentes dentro de un mercado, construyendo índices de posición. Los mercados son en últimas sistemas de interacción social, donde la información se transmite en forma de transacciones. Además, según la cantidad de datos con la que se cuente, es posible identificar por intervalos de tiempo la estructura de las redes presentes. Por ejemplo, si se dispone de información para cada transacción, es posible trazar la red observada en un día particular.

El problema de identificar las posiciones relativas de los agentes en un mercado como el interbancario, y construir series de tiempo de posición, se puede entonces traducir a un esquema de juegos cooperativos. La metodología consiste entonces en lo siguiente:

1. Definir un juego cooperativo adecuado ν . En este caso, el valor de una coalición sería el monto total de transacciones netas posibles entre los miembros de la coalición, dado el comportamiento de transacciones netas observado en el intervalo de tiempo a estudiar. Posteriormente se calcula un índice de poder de cada individuo en este juego, el más utilizado en juegos cooperativos es el Valor de Shapley $\varphi(\nu)$: éste vector asigna a cada jugador un promedio de las contribuciones marginales a las coaliciones posibles.
2. Identificar la red observada en el día Γ , y luego definir el juego restringido a la red ν_Γ utilizando la metodología propuesta por Myerson (1977), y a este juego calcularle también el valor de Shapley, $\varphi(\nu_\Gamma)$.
3. La medida de centralidad es la diferencia entre estos dos índices de poder: $C(\nu, \Gamma) = \varphi(\nu_\Gamma) - \varphi(\nu)$. Este vector de centralidad asigna a cada individuo de la red la variación en su poder (en el sentido de juegos) como consecuencia de las ramificaciones de la red. Si para un individuo el indicador es positivo, entonces fue central en la red en la medida que la estructura de red le asigna mayor valor. Si por el contrario es negativo, entonces fue periférico en la red observada.
4. Sin embargo, esta medida de centralidad no permite clasificar más allá de definir cuales son los agentes centrales y cuales son periféricos según el signo. Buscando tener un índice con el que se puedan ordenar los agentes, se construye la medida de centralidad normalizada, $\hat{c}(\nu, \Gamma)$, con $\hat{c}(\nu, \Gamma)_i = \frac{C(\nu, \Gamma)_i}{\varphi(\nu)_i}$. Esta medida corresponde en términos de juegos, a la ganancia porcentual en poder como consecuencia de la estructura de red.

2.3. Un ejemplo: SEN 29 de febrero de 2008

Para este ejemplo se tomaron los datos de transacciones entre bancos del Sistema Electrónico de Negociación (SEN) para el viernes 29 de febrero de 2008. El cuadro 1 resume las transacciones de títulos hechas entre bancos. Con esta información se sabe cuánto compró y vendió cada banco, si fue comprador o vendedor en el neto, y la red de relaciones comerciales de ese día. La matriz de conexiones descrita en la figura 2 muestra si

Compra \ Vende	2	3	5	7	8	9	10	11
1	-	-	5.00	-	5.00	5.00	5.00	11.00
2	-	-	-	-	-	-	-	5.00
3	-	-	-	-	-	-	10.00	5.00
4	-	-	-	-	-	-	5.00	-
5	-	-	-	-	-	-	5.00	24.69
6	-	21.97	-	65.51	-	1.00	5.00	10.00
8	1.89	21.41	-	-	-	10.87	5.00	15.98
9	-	-	5.00	-	-	-	-	10.00
10	5.00	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	5.00	-

Cuadro 1: Compra y venta de títulos en el SEN entre bancos, 29 de febrero 2008, miles de millones de pesos.

existió algún tipo de transacción entre los agentes, es decir, muestra las relaciones directas entre los nodos de la red de ese día. Con la información de relaciones entre agentes se construye la red observada para el día Γ .

Se construye un juego cooperativo ν una vez se identifican los compradores y vendedores netos del día, tal como se describe en el cuadro 3. Los jugadores son los bancos, $N = \{1, 2, \dots, 11\}$ en este caso. Si S es un conjunto de bancos, entonces su valor $\nu(S)$ es el monto máximo que se puede transar entre los miembros de S . Es decir:

$$\nu(S) = \min\left(\sum_{i \in S} \text{Compra}_i, \sum_{i \in S} \text{Vende}_i\right) \quad (1)$$

Con la información de la red Γ implícita en el diagrama de conexiones de la figura 2, y partiendo del juego ν descrito en (1), se puede construir el juego restringido a la red: ν_Γ . Luego se calcula los valores de Shapley para ambos juegos, $\varphi(\nu_\Gamma)$ y $\varphi(\nu)$, y se calcula el indicador de centralidad $C(\nu, \Gamma) = \varphi(\nu_\Gamma) - \varphi(\nu)$. Adicionalmente se calcula el indicador de centralidad normalizado $\hat{c}(\nu, \Gamma)$, con $\hat{c}(\nu, \Gamma)_i = \frac{C(\nu, \Gamma)_i}{\varphi(\nu)_i}$, que permite ordenar a los jugadores del más al menos central.

En el cuadro 3 están los resultados para el día. El indicador de centralidad sugiere que para ese día los agentes más centrales en el SEN fueron los bancos 6, 9, 10 y 11. La columna $\hat{c}(\nu, \Gamma)$ es una medida de la ganancia adicional en poder (en un sentido de

Jugador	Comprado	Vendido	Comprado Neto
1	31.00	-	31.00
2	5.00	6.89	-1.89
3	15.00	43.38	-28.38
4	5.00	-	5.00
5	29.69	10.00	19.69
6	103.48	-	103.48
7	-	65.51	-65.51
8	55.15	5.00	50.15
9	15.00	16.87	-1.87
10	5.00	40.00	-35.00
11	5.00	81.67	-76.67

Cuadro 2: Montos comprados y vendidos, miles de millones de pesos.

juegos cooperativos) por la estructura de red de ese día: sugiere que los bancos 10 y 11 tuvieron las mejores conexiones para ese día.

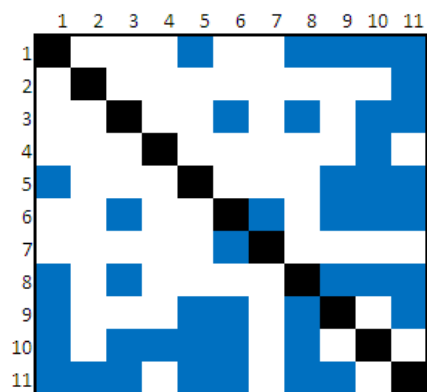
El indicador además castiga fuertemente a los tres bancos con conexiones únicas, éstos son los agentes 2, 4 y 7. Llama la atención que entre estos tres agentes periféricos, el banco 2 presenta un valor bastante más negativo de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i$, teniendo el mismo número de conexiones que 4 y 7. La razón es el *tipo* de agente con el que se conecta. El banco 2 fue en el día un vendedor neto de títulos, y su conexión es con otro banco vendedor neto, el banco 11 que es central: el banco 2 necesitó en el día el apoyo de la intermediación de 11 para poder vender en el día. Los agentes 4 y 7 son, respectivamente, comprador y vendedor neto, y sus conexiones únicas fueron con un vendedor y un comprador neto respectivamente. Esto se ve con claridad en la figura 3.

2.4. Propiedades del indicador de centralidad normalizado $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$

El ejemplo anterior ilustra varias de las propiedades del indicador de centralidad $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$, entre las que se encuentran las siguientes:

- El indicador tiende a identificar como centrales a los agentes con más conexiones y como periféricos a los menos conectados, pero *no es un conteo de conexiones*: para el indicador importa mucho con quién se conectan los agentes. Por ejemplo,

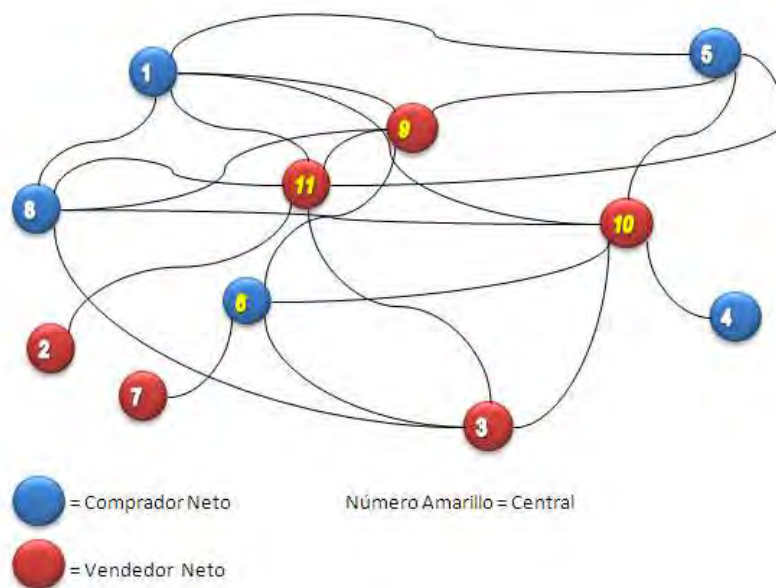
Figura 2: Matriz de conexiones: describe lazos bi-direccionales entre agentes, basados en la existencia para el día de alguna transacción entre los individuos.



Jugador	Compra	Vende	$\varphi(\nu)$	$\varphi(\nu_{\Gamma})$	$C(\nu, \Gamma) = \varphi(\nu_{\Gamma}) - \varphi(\nu)$	$\hat{c}(\nu, \Gamma)$	Conexiones
1	31.00	-	15.50	13.11	-2.395	-15.45 %	5
2	-	1.89	0.94	0.39	-0.558	-59.17 %	1
3	-	28.38	14.19	14.02	-0.169	-1.19 %	4
4	5.00	-	2.50	1.54	-0.964	-38.57 %	1
5	19.69	-	9.85	8.30	-1.546	-15.71 %	4
6	103.48	-	51.74	56.89	5.148	9.95 %	5
7	-	65.51	32.75	27.60	-5.151	-15.73 %	1
8	50.15	-	25.08	22.90	-2.180	-8.69 %	5
9	-	1.87	0.94	0.95	0.016	1.72 %	5
10	-	35.00	17.50	20.35	2.848	16.27 %	6
11	-	76.67	38.34	43.29	4.953	12.92 %	7

Cuadro 3: El juego. Las columnas 2 y 3 describen compradores y vendedores netos el 29 de febrero de 2008. Las columnas 6 y 7 muestran cuáles fueron centrales (azul) y periféricos (rojo) en la red observada.

Figura 3: Diagrama de conexiones: SEN 29 de febrero de 2008, transacciones entre bancos.



si un agente oferente neto en un día se conecta solamente con oferentes netos, será identificado como periférico pues en últimas necesitó de varios de estos como intermediarios en sus operaciones.

- Los agentes que por su tipo de conexiones sirvieron como intermediarios para otros, tienden a ser identificados como centrales.
- Cuando agentes *grandes* para el mercado (en montos) tienen pocas conexiones, los escasos agentes con quienes se conectan tienden a ser identificados como más centrales al acercarse a la red a agentes *importantes pero periféricos*. Por ejemplo, si en un día particular el mayor comprador neto del sistema solo se conecta con un banco pequeño (en operaciones netas), éste último sirvió de intermediario para gran número de operaciones y por tanto se vuelve central.
- Cuando los agentes con quienes transa un agente i de manera directa permiten montos adecuados en las operaciones (sin ser intermediarios en el neto), el indicador no castiga a i identificándolo como periférico. Por ejemplo, si un pequeño vendedor neto se conecta únicamente con el mayor comprador neto, puede no ser identificado como periférico aún teniendo una sola conexión.
- Si el sistema funciona en un día particular con centros monetarios (en el sentido

de Freixas et al. [2000]), es decir, si unos pocos agentes concentran las conexiones del sistema en esquemas parecidos a estrellas de lazos, entonces el indicador los identificará fuertemente como centrales.

- De observarse en un día particular un mercado con red completa, es decir, donde todos los agentes se conectan con todos (ver Allen y Gale [2000]), ninguno será identificado como central o periférico: $\widehat{c}(\nu, \Gamma) = \vec{\mathbf{0}}$.
- Cuando la red observada tiende a una red completa, la dispersión entre individuos en el día de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ es baja. Consecuentemente, hay mayor desviación estándar entre individuos de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ en días con redes más incompletas. La desviación estándar entre individuos intradía puede ser por tanto usada como indicador de red poco conectada.

Las propiedades arriba mencionadas son deseables en un indicador de centralidad, y son consecuencia de la forma en que se construye. Al ser calculado como un cambio porcentual de poder en un sentido de juegos cooperativos, reconoce el valor que a cada individuo provee la red observada en términos de importancia en la transmisión de información en la red.

3. Centralidad en el SEN

3.1. Descripción de los datos

Con base en la información diaria de transacciones del Sistema Electrónico de Transacciones (SEN), se calculó indicadores de centralidad y se construyó series de tiempo de éstos. Sólo se consideraron las operaciones entre bancos.

Los cálculos de los indicadores posicionales se hicieron para el último día hábil de cada semana desde el 6 de enero de 2006 hasta el 22 de agosto de 2008. Para los días de la muestra, catorce fueron los bancos activos en el SEN. Dado el carácter confidencial de la información de transacciones suministrada por el SEN, los resultados son expuestos sin nombres de bancos. En las secciones siguientes, los resultados por agente siguen una numeración que se preserva.

3.2. Agentes centrales y periféricos - series y estadísticas

La figura 4 muestra las series de indicadores de centralidad $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$, calculadas semanalmente. Para cada uno de los catorce bancos analizados en la muestra, los indicadores de centralidad se asemejan a series de volatilidades con algunas regularidades: los bancos 2, 4, 11 y 14 parecen estar en la periferia la mayoría de los días (indicador negativo), mientras que los bancos 1, 3, 9, 10 y 13 parecen comportarse como centrales en la red. No todos los agentes actuaron en todos los días de la muestra, por tanto algunas de las series son discontinuas.

Las series de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ por agente distan de ser normales. De hecho tienden a ser asimétricas y con colas bastante anchas. En el cuadro 4 se muestran cálculos de curtosis y asimetría³. En todas las series por individuo, se observa más curtosis que la que tendría una distribución normal ($K_N = 3$), y las series suelen estar sesgadas hacia la derecha, con excepción de las correspondientes a los bancos 2, 4 y 5. De hecho se rechaza para cada banco la hipótesis nula de normalidad en pruebas tipo Jarque Bera, con p-valores de 0,0000 en todos los casos⁴.

La figura 5 muestra para cada banco la mediana de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i$, además de sus percentiles 30, 45, 55 y 70. En este gráfico de *velas* se alcanza a apreciar que los bancos 1, 9, 10 y 13 tienden a presentar resultados positivos en el indicador de centralidad: estos son agentes que en el SEN suelen estar bastante conectados y funcionan en el neto como intermediarios para transacciones entre otros agentes. Por su parte, los bancos 2, 7, 8 y 11 parecen estar con más frecuencia en la periferia de la red observada en el SEN. Los bancos 4 y 14 concentran gran parte de su distribución de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i$ en el lado negativo (periferia), pero con mucha volatilidad. Para los restantes bancos, no parece observarse persistencia de signo en el indicador de centralidad⁵.

³Como estimadores muestrales de asimetría y curtosis se calcularon, respectivamente, $\widehat{S}_i = \frac{1}{(T_i-1)\widehat{\sigma}_i^3} \sum_{t=1}^{T_i} (\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i - \widehat{c}(\nu, \Gamma)_i)^3$ y $\widehat{K}_i = \frac{1}{(T_i-1)\widehat{\sigma}_i^4} \sum_{t=1}^{T_i} (\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i - \widehat{c}(\nu, \Gamma)_i)^4$, donde T_i corresponde al número de observaciones para el individuo i , mientras que $\widehat{c}(\nu, \Gamma)_i$ y $\widehat{\sigma}_i$ son los estimadores usuales de media y varianza para \widehat{c}_i . Los estadísticos tS y tK mostrados en la tabla 4 son, respectivamente, $\frac{\widehat{S}_i}{\sqrt{\frac{6}{T_i}}}$ y $\frac{\widehat{K}_i - 3}{\sqrt{\frac{24}{T_i}}}$. Estos son comparados a su vez con una $N(0, 1)$ para el cálculo del p-valor.

⁴El estadístico del test de Jarque Bera es $JB = tS^2 + tK^2$, y se compara a una cola con una $\chi_{(2)}^2$.

⁵Se optó por un enfoque de percentiles, en vez de pruebas tipo t , buscando algún criterio para clasificar a los agentes como centrales o periféricos ante la clara falta de normalidad en estas series.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
Mediana de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$	0.36 %	-1.06 %	0.30 %	-0.05 %	0.00 %	0.05 %	-1.64 %
Curtosis	82.26	12.23	125.95	24.83	11.33	29.53	118.61
tK	187.99	21.32	292.68	51.02	16.93	38.29	268.03
Pvalue Ho: K=3:	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Coef. De Asimetría	8.57	-2.90	11.03	-3.08	-2.42	4.80	10.70
tS	40.68	-13.40	52.54	-14.43	-9.85	13.87	49.63
Pvalue Ho: S=0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
Mediana de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$	-1.35 %	0.27 %	0.86 %	-3.35 %	0.03 %	0.46 %	-1.02 %
Curtosis	11.45	135.98	132.31	8.30	96.45	34.21	9.07
tK	14.95	316.57	307.82	5.83	221.64	59.43	11.01
Pvalue Ho: K=3:	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Coef. De Asimetría	0.54	11.66	11.43	2.77	9.44	5.40	0.162
tS	1.92	55.51	54.45	6.10	44.79	20.59	0.586
Pvalue Ho: S=0	0.054	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.556

Cuadro 4: Mediana, curtosis y asimetría de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ por banco.

Figura 4: Indicador de centralidad $\hat{c}(\nu, \Gamma)$ por banco.

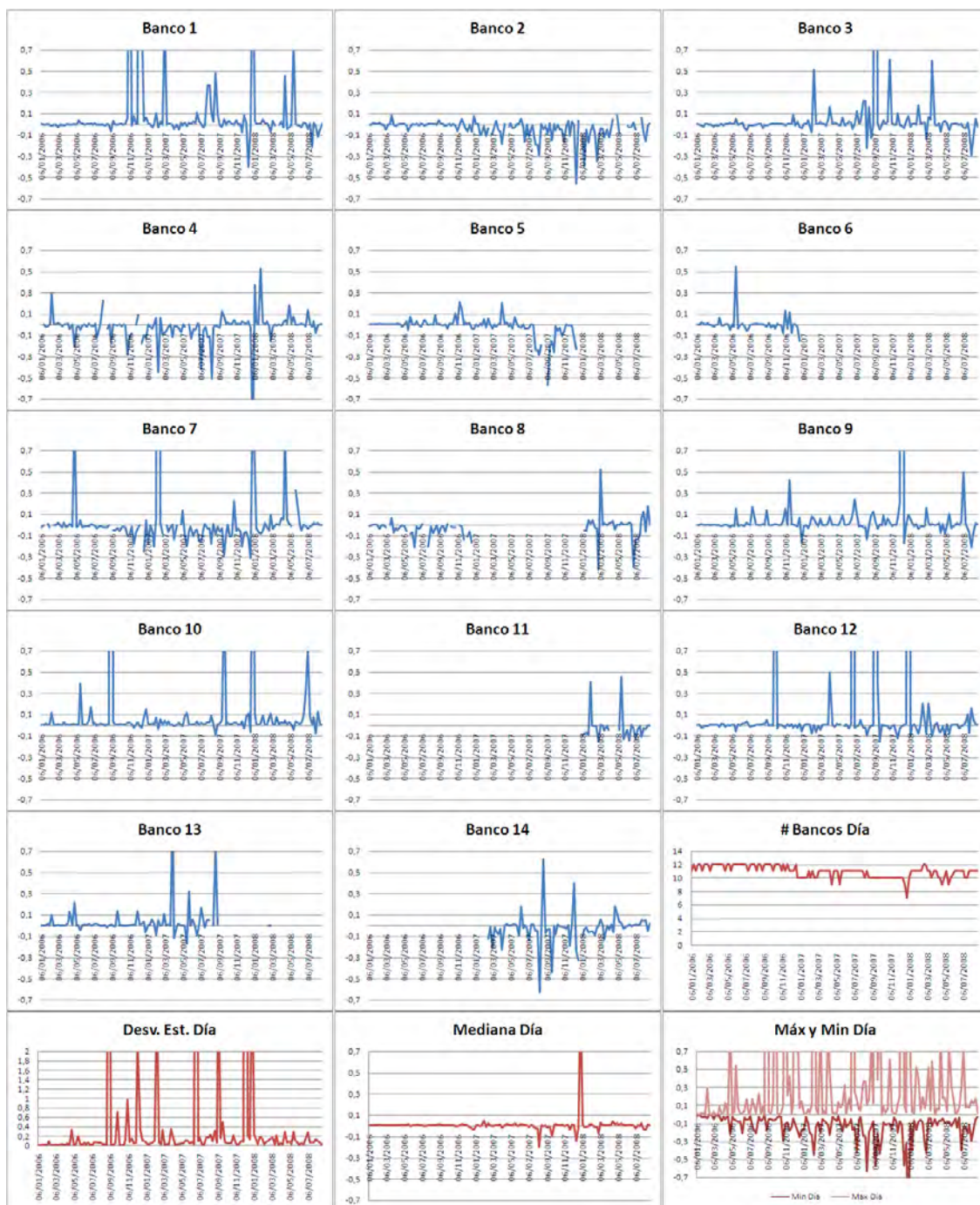


Figura 5: Mediana y percentiles de $\hat{c}(\nu, \Gamma)$ por banco para la muestra.

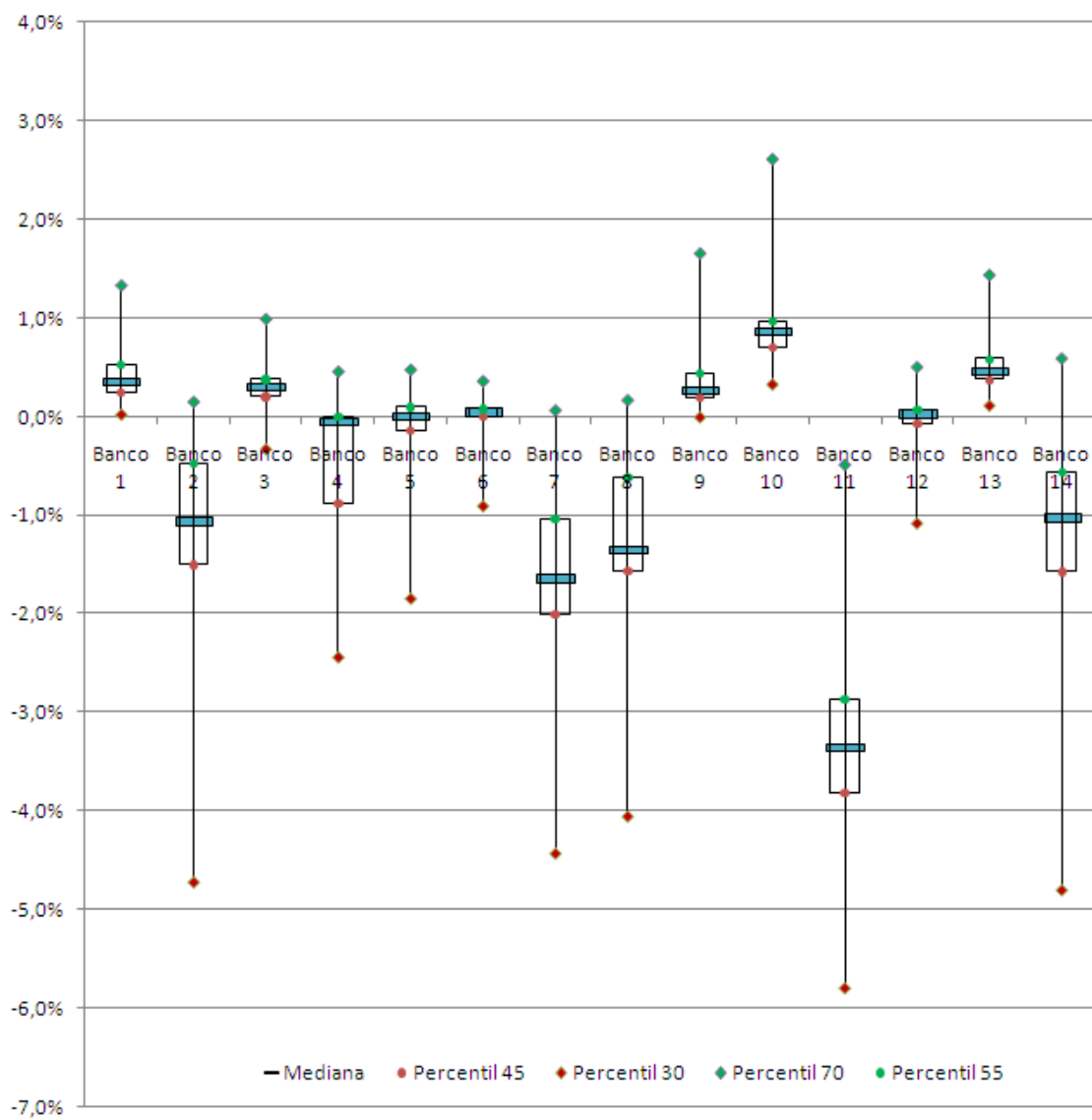
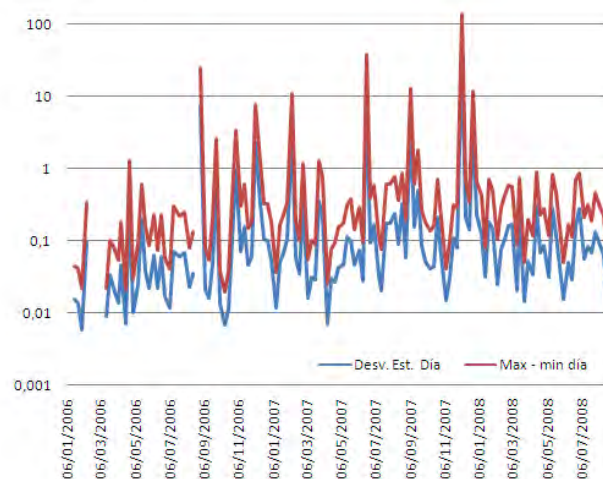


Figura 6: Indicadores de red desconectada: medidas de dispersión de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ entre individuos. Escala logarítmica base 10.



3.3. Las conexiones en el SEN: medidas de red desconectada

Dada la manera cómo se construye el indicador de centralidad $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$, las medidas de dispersión entre individuos para días particulares pueden ser utilizadas como indicadores de red conectada o dispersa. Cuando la red observada en un día tiende a una red completa, es decir, con muchas conexiones, la dispersión entre individuos en el día de $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$ es baja.

En otras palabras, mayor variabilidad entre individuos del indicador se asocia a redes más incompleta o desconectadas. Por ejemplo, estructuras del tipo de centros monetarios tienden a presentar mayores dispersiones en $\widehat{c}(\nu, \Gamma)$. Medidas de dispersión como la desviación estándar entre individuos intra-día, el rango del indicador por día ($max - min$), o distancias entre cuartiles, pueden ser por tanto usadas como indicadores de redes poco conectadas.

Además, los indicadores de conectividad del sistema son importantes si se quiere comprender de mejor manera qué tan fluidamente circula la liquidez entre agentes. Redes fuertemente desconectadas se asocian a mercados secos, y podrían por tanto sugerir incrementos en los riesgos de liquidez del sistema como un todo.

La figura 6 muestra en una escala logarítmica dos medidas de desconexión de la red: la desviación estándar entre individuos $\sigma_{\widehat{c}}$, y la diferencia entre el máximo y el mínimo valor

observado en el día. Ambas series coinciden cualitativamente. Si bien los indicadores de desconexión son bastante volátiles, se observa que para el período comprendido entre enero de 2006 y diciembre 2007 disminuyeron las conexiones entre bancos, aunque esta tendencia cambió en lo corrido de 2008. Lo anterior es consistente con lo encontrado por Estrada y Morales [2008]. Estos autores encuentran que si bien la estructura del mercado interbancario colombiano tiende a parecerse a una estructura completa, su grado de completitud disminuyó durante 2006 y 2007.

A partir de septiembre de 2006 se observan algunos picos de desconexión, éstos son más frecuentes en septiembre y diciembre del mismo año, al igual que en marzo, junio, agosto y diciembre de 2007.

4. Riesgo de liquidez y centralidad

En el recuadro 4 del Reporte de Estabilidad Financiera del Banco de la República de septiembre de 2008, titulado *Análisis Conjunto de Riesgos de Liquidez y Posición Relativa en el Mercado Interbancario*, se hace por primera vez uso del indicador de centralidad propuesto en este documento, y se encuentran ciertas relaciones con mediciones de riesgo de liquidez. Los resultados se resumen en la tabla R4.4 de dicho documento.

En particular, si se comparan mediciones de centralidad para el SEN con cálculos de riesgo de liquidez por banco, se encontró que los agentes con mayores niveles de riesgo de liquidez de mercado tienden a ser los más periféricos⁶. Existen correlaciones de Spearman significativas y negativas entre la centralidad promedio de los dos últimos meses con el ajuste al VeR por liquidez (-0,5479, p-value de 0,0810)⁷. Lo anterior sugiere que los agentes con mayor proporción de títulos poco líquidos son a su vez identificados como periféricos y poco conectados en el SEN.

Sobre este particular sería importante avanzar en la investigación de la causalidad, de existir alguna. Hay una agenda interesante por desarrollar en términos de modelos de medición de riesgo y su relación con indicadores posicionales en mercados con redes

⁶Sobre el riesgo de liquidez, existen dos dimensiones ampliamente discutidas en la literatura. En primer lugar, existe un riesgo asociado a la capacidad de una entidad de cumplir a tiempo con sus obligaciones líquidas, éste es conocido como riesgo de liquidez *de fondeo*. Pero adicionalmente, ante una potencial necesidad de recursos existe un riesgo de liquidez asociado a la capacidad de liquidar activos a precios adecuados y de forma oportuna, éste se denomina riesgo de liquidez *de mercado*.

⁷Para una explicación de la metodología utilizada por el Departamento de Estabilidad Financiera para calcular el VeR ajustado por liquidez, González y Osorio [2007].

observables incompletas.

Por el momento se muestran unos resultados preliminares que evidencian relaciones estadísticamente significativas entre *bid ask spread relativos* (bas_r) por bandas e indicadores de desconexión de red en el SEN. Dada la metodología con la que se cuantifica el ajuste a las mediciones de valor en riesgo ante consideraciones de liquidez en modelos tipo VeR-L (ver González y Osorio [2007]), en particular el *costo de liquidez* (*COL*), relaciones entre bas_r y desconexión de la red implicarían mayor riesgo de liquidez de mercado en redes más incompletas.

4.1. Relación entre indicador de desconexión en el SEN y los *bid ask spread relativos*

Con el objetivo de verificar si existe relación estadísticamente significativa entre los *bid ask spread relativos* (bas_r ⁸) y el indicador de desconexión de red $\sigma_{\hat{c}}$ propuesto en la sección 3.3, se calcularon correlaciones de rango de Spearman entre el indicador de desconexión y los bas_r por bandas⁹. El cuadro 5 resume las bandas a tratar, mientras que el cuadro 6 muestra los resultados calculados para toda la muestra y por períodos de análisis relevantes. La figura 7 muestra el indicador de desconexión y los bas_r por bandas.

El panel A del cuadro 6 muestra los cálculos de correlación de Spearman y su significancia para toda la muestra, el panel B hace lo mismo para el último año de la muestra, en el panel C se exhiben los resultados correspondientes a 2007 y 2008, y finalmente el panel D resume el análisis considerando únicamente las observaciones de 2007. Los resultados sugieren la existencia de relaciones monótonas positivas y estadísticamente significativas entre los bas_r de las bandas más líquidas para el caso colombiano (srel1, srel2, srel6, srel7 y srel8), y el indicador de desconexión de red $\sigma_{\hat{c}}$. No se encontró relación entre los bas_r de las bandas srel4 y srel5 (entre 3 y 5 años al vencimiento).

En el caso de los bas_r para la banda srel8, correspondiente a los títulos con más de 10 años al vencimiento (bastante líquidos en el caso colombiano), existe una fuerte relación monótona con el indicador de desconexión. Ésta se se presenta tanto en la muestra com-

⁸El bas_r se calculó ponderado entre títulos transados por bandas. Para ello se parte de una serie de bas_r por título, que construye el máximo *bid ask spread relativo* observado en cierto momento del día, $bas_r = \frac{pask - pbid}{\frac{pask + pbid}{2}}$.

⁹La correlación de Spearman es una prueba no paramétrica de rango que no exige normalidad en las series a comparar. Es una medida de asociación monótona (no necesariamente lineal) entre variables.

<i>bas_r</i>	
Banda	Años al vencimiento
srel1	Menos de 1
srel2	Entre 1 y 2
srel3	Entre 2 y 3
srel4	Entre 3 y 4
srel5	Entre 4 y 5
srel6	Entre 5 y 7
srel7	Entre 7 y 10
srel8	Más de 10
srelpond	Ponderado por montos transados para todas las bandas

Cuadro 5: Bandas

pleta ($\rho_s = 0,3421$, p-valor de 0,0001), como en las distintas sub-muestras. En particular, para lo observado desde enero de 2007 hasta agosto de 2008, la correlación de Spearman fue $\rho_s = 0,2560$ (p-valor de 0.0195).

La relación entre los *bas_r* y la desconexión se refuerza en los datos desde 2007. En los paneles C y D del cuadro 6 se evidencia cómo la relación monótona parece tener buen nivel de significancia para las bandas srel1, srel2, srel6, srel7 y srel8. Éstas son precisamente las bandas de mayor actividad en el caso del mercado colombiano.

	srel1	srel2	srel3	srel4	srel5	srel6	srel7	srel8	srelpond
ρ_s	-0.2523	0.0292	-0.1629	-0.0438	0.0255	0.2840	0.0522	0.3421	0.0315
No. Obs.	132	117	132	43	98	129	132	132	132
P-value	0.0035	0.7549	0.0619	0.7802	0.8032	0.0011	0.5525	0.0001	0.7196
	***		***			***		***	

Panel A: Muestra completa. Desde el 6 enero de 2006 hasta el 22 agosto de 2008.

	srel1	srel2	srel3	srel4	srel5	srel6	srel7	srel8	srelpond
ρ_s	0.0596	0.0746	0.1924	-0.6232	0.1867	0.1830	0.2607	0.2871	0.2039
No. Obs.	50	35	50	4	26	47	50	50	50
P-value	0.6810	0.6701	0.1807	0.3768	0.3611	0.2183	0.0675	0.0432	0.1554
			**			*	***	***	**

Panel B: Año a año. Desde 24 agosto de 2008 hasta el 22 de agosto de 2008.

	srel1	srel2	srel3	srel4	srel5	srel6	srel7	srel8	srelpond
ρ_s	0.1298	0.2182	0.1369	-0.0071	0.0532	0.2602	0.2219	0.2560	0.2527
No. Obs.	83	68	83	9	50	80	83	83	83
P-value	0.2421	0.0739	0.2172	0.9855	0.7139	0.0198	0.0438	0.0195	0.0212
	*	***	*			***	***	***	***

Panel C: 2007 y 2008. Desde 01 enero de 2007 hasta el 22 de agosto de 2008.

	srel1	srel2	srel3	srel4	srel5	srel6	srel7	srel8	srelpond
ρ_s	0.2731	0.3297	0.1510	0.0569	-0.0773	0.3508	0.2731	0.3059	0.4130
No. Obs.	50	50	50	5	26	47	50	50	50
P-value	0.0550	0.0194	0.2951	0.9276	0.7074	0.0156	0.0550	0.0307	0.0029
	***	***				***	***	***	***

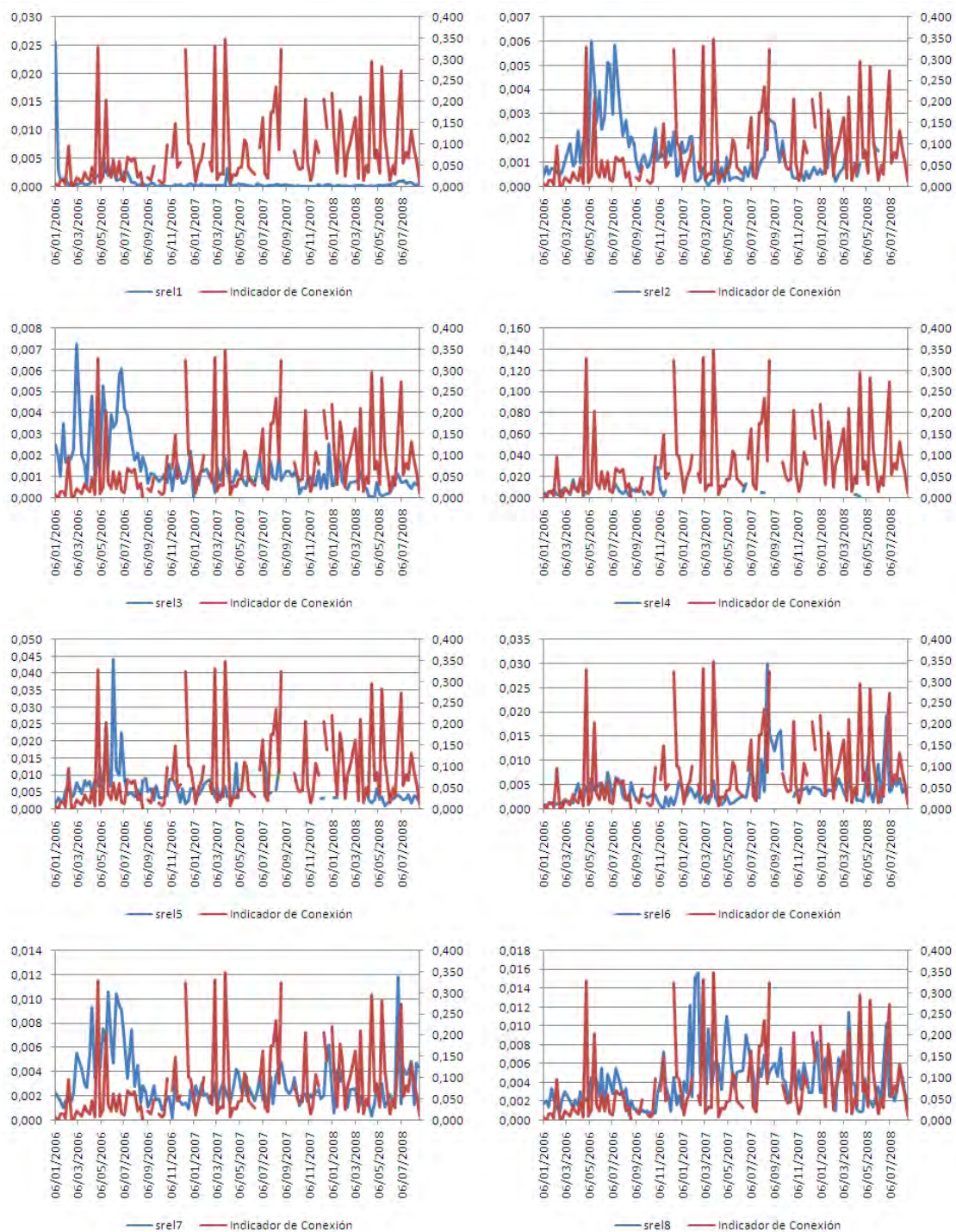
Panel D: Durante 2007. Desde 01 enero de 2007 hasta el 28 de diciembre de 2007.

*** = significativo al 90 %

** = significativo al 80 %

* = significativo al 75 %

Cuadro 6: Correlación de Spearman de los bas_r con $\sigma_{\zeta(\nu, \Gamma)}$, por bandas.

Figura 7: Indicador de conectividad $\sigma_{\hat{c}(\nu, \Gamma)}$ y bas_r por bandas.

5. Conclusiones

En este trabajo se propuso una metodología para cuantificar la centralidad de los agentes que participan en el mercado interbancario, bajo un enfoque de juegos cooperativos.

Tal como se describe en Gómez et al.[2003], la centralidad es una noción aplicada a redes que parece no tener una definición clara, aunque se define frecuentemente de forma indirecta. Se es más central en la medida que sea más fácil acceder a las *señales* deseadas, y también cuando la posición relativa en la red facilita la comunicación de señales entre otros miembros de la red. Es por tanto una noción de comunicación: se es más central en la medida que el agente sea importante en las comunicaciones de señales en la red.

Cuando la red es un mercado, las señales enviados a través de ésta son las transacciones. Por tanto, un individuo es más central en un mercado cuando: (I) transa de manera directa con el mayor número de agentes, (II) los agentes con quienes transa de manera directa permiten montos adecuados en las operaciones, y (III) puede servir como intermediario en las transacciones entre otros agentes.

La metodología propuesta utiliza diferencias de valores de Shapley en juegos de transacciones con y sin restricciones de red observable, y permite construir series de tiempo para cada agente, que identifican la posición relativa de cada uno frente al mercado. El indicador de centralidad $\hat{c}(\nu, \Gamma)$ tiene propiedades deseables:

1. Tiende a identificar como centrales a los agentes con más conexiones y como periféricos a los menos conectados, pero *no es un conteo de conexiones*: para el indicador importa mucho con quién se conectan los agentes.
2. Los agentes que por su tipo de conexiones funcionan como intermediarios para otros, tienden a ser identificados como centrales.
3. Cuando agentes *grandes* para el mercado tienen pocas conexiones, los escasos agentes con quienes se conectan tienden a ser identificados como más centrales al acercarse a la red a agentes *importantes pero periféricos*.
4. Cuando los agentes con quienes transa un agente i de manera directa permiten montos adecuados en las operaciones (sin ser intermediarios en el neto), el indicador no castiga a i identificándolo como periférico.
5. Cuando la red observada tiende a una red completa, la dispersión entre individuos en el día de $\hat{c}(\nu, \Gamma)$ es baja. La desviación estándar entre individuos intradía $\sigma_{\hat{c}(\nu, \Gamma)}$

puede ser por tanto usada como indicador de red poco conectada.

Adicionalmente se encontró que para el caso del SEN hay una relación entre un indicador de dispersión de red y los bid-ask spread relativos de los TES en bandas líquidas. Estos son resultados preliminares y más trabajo debe hacerse al respecto, pero lo encontrado sugiere que puede existir mayor riesgo de liquidez de mercado en redes más incompletas.

Sobre este particular sería importante avanzar en la investigación de la causalidad, de existir alguna. Hay una agenda interesante por desarrollar en términos de modelos de medición de riesgo y su relación con indicadores posicionales en mercados con redes observables incompletas.

Referencias

- [1] Allen, F., Gale, D., :*Financial Contagion*. Journal of Political Economy, 108, 1-33 (2000).
- [2] Freixas, X., Parigi, B. y Rochet J: *Systemic Risk, Interbank Relations, and Liquidity Provision by the Central Bank*. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 32, No. 3, Part 2: What Should Central Banks Do? (2000), pp. 611-638.
- [3] Estrada, D. y Morales, P.: *La estructura del mercado interbancario y del riesgo de contagio en Colombia*. Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República, Marzo de 2008.
- [4] Daniel Gómez, Enrique González-Arangüena, Conrado Manuel, Guillermo Owen, Mónica del Pozo, Juan Tejada : *Centrality and power in social networks: a game theoretic approach*. Mathematical Social Sciences 46 (2003) 27-54.
- [5] González, J. y Osorio, D.: *El valor en riesgo ajustado por liquidez en Colombia*. Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República, Marzo de 2007.
- [6] Myerson, Roger B.: *Game Theory, Analysis of Conflict*. Harvard University Press (1991).
- [7] Myerson, R.B.: *Graphs and cooperation in games*. Mathematics of Operation Research 2, 225-229 (1977).
- [8] *Manual de Operación - Sistema Electrónico de Negociación (SEN)*. Banco de la República, Enero 5 de 2007.
- [9] *Reglamento del sistema centralizado de operaciones de negociación y registro - MEC Mercado Electrónico Colombiano - actualización hasta el 5 de marzo de 2008 boletín normativo 014- 4 de marzo de 2008*. Superintendencia Financiera de Colombia.
- [10] Reporte de Estabilidad Financiera, Banco de la República, Septiembre de 2008.