

Análisis del Endeudamiento de los Hogares Colombianos*

Mario Alejandro González**

John Jairo León***

Resumen

Este documento analiza los determinantes del endeudamiento de los hogares en Colombia en los últimos 14 años. A partir de un modelo simple de elección y con base en los datos de las Cuentas Financieras del Banco de la República y de la muestra aleatoria codificada de los renglones de las declaraciones correspondientes a los contribuyentes personas naturales declarantes del impuesto sobre la renta para los períodos gravables 1993 a 2004, se determinan las principales variables que afectan la decisión de endeudamiento. Los resultados sugieren que el colateral, los niveles de deuda anterior y la carga financiera son los determinantes del endeudamiento de los hogares en Colombia y, por lo tanto, las acciones de política deben enfocarse en vigilar el patrimonio de los hogares y la dinámica de la tasa de interés para evitar una crisis de repudio similar a aquella de 1999.

Palabras Clave: endeudamiento, balance de los hogares, racionamiento de crédito, modelos de datos panel dinámicos

Clasificación JEL: C22, D13, D31

Reconocimientos: Agradecemos especialmente a la DIAN por facilitarnos la muestra aleatoria codificada de los renglones de las declaraciones correspondientes a los contribuyentes personas naturales declarantes del impuesto sobre la renta para los períodos gravables 1993 a 2004. En particular, gracias a John Lenin Bautista y a Carlos Jaime por su amable colaboración y comentarios. También agradecemos a Dairo Estrada y a Fernando Pineda, director y profesional respectivamente del departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República por sus valiosos comentarios. Sin embargo, la responsabilidad de cualquier error o defecto sigue siendo nuestra y en ningún sentido afecta a la DIAN o al Banco de República.

*Parte de este documento fue realizado mientras los autores se encontraban realizando prácticas profesionales en el Departamento de Estabilidad Financiera y en la Unidad de Econometría del Banco de la República respectivamente

**Estudiante de la Maestría en Economía de la Universidad Nacional de Colombia: Cra. 30 No. 45-03, Ciudad Universitaria, Bogotá-Colombia. Correo: magonzalez@unal.edu.co

***Estudiante de la Maestría en Economía de la Universidad Nacional de Colombia: Cra. 30 No. 45-03, Ciudad Universitaria, Bogotá-Colombia. Correo: jjleondi@unal.edu.co

Abstract

This paper analyzes the key drivers of Colombian household's indebtedness during the past 14 years, using Financial Accounts provided by the Central Bank (Banco de la República) and a random sample of individuals Tax Income Statements reported to the Tax Office (DIAN) between 1993 and 2004. Based on a simple choice model, the results suggest that collateral and carried debt are the main drivers of indebtedness, in consequence policy should be household equity and interest rate oriented in order to avoid a massive default crisis such as the one occurred in 1999.

Keywords: indebtedness, household balance sheet, credit rationing, dynamic data panel models

JEL Classification: C22, D13, D31

1. Introducción

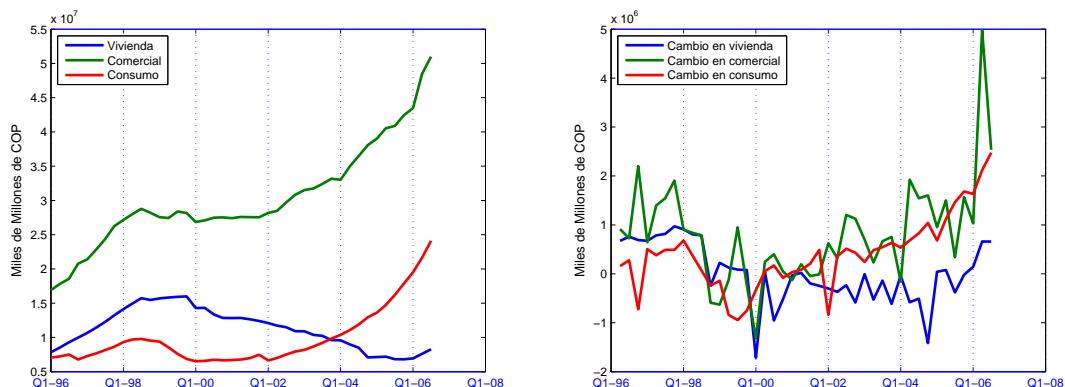
La evolución de la economía nacional durante los últimos años ha modificado los patrones de decisión de endeudamiento de los hogares colombianos. De hecho, la adquisición de nueva deuda sigue de cerca el comportamiento del ciclo económico: en la primera mitad de los noventa, los pasivos de los hogares disfrutaron de un crecimiento importante, mientras que, a partir de 1998, la tendencia se revierte debido a la crisis económica de 1999. El nivel de deuda previo a 1999 provocó masivas quiebras bancarias y episodios de fuerte inestabilidad financiera, que sólo se normalizan varios años después cuando finalmente se recupera la percepción de seguridad en el mercado de crédito. El crecimiento promedio anual de la cartera total entre 1994 y 1998 fue positivo y cercano al 2 %, pero entre 1998 y 2002 fue negativo e inferior al -0.8 %. Entre 2003 y 2006, los nuevos préstamos recuperaron terreno: su incremento fue de 1.2 %. El crecimiento económico anual muestra resultados semejantes: entre 1994 y 1998 promedió 4.1 %, entre 1998 y 2002, un lánguido 1.8 % y, después de 2003, el crecimiento del PIB ha promediado 5.01 %, lo que ratifica el buen comportamiento de la cartera total en el mismo período.

Un análisis correcto del endeudamiento de los hogares debe partir de un esquema de información asimétrica para entender la racionalidad de los agentes financieros (más aún en escenarios de choques sistémicos como el ocurrido en Colombia en 1999). En consecuencia, aunque a partir de la teoría del ciclo vital es posible justificar la evolución del endeudamiento como un cambio en la proporción de hogares en edades de ahorro positivo a ahorro negativo (o viceversa), no se logra explicar todo el problema. De hecho, muchas familias enfrentan restricciones en la solicitud de un crédito, límites que se imponen de acuerdo a la garantía que se ofrezca a cambio del préstamo y que impiden al individuo disfrutar su plan de consumo vital en aquellos momentos en los que requiere de un monto amplio para mantener su bienestar (Davis, 1995).

Cabe resaltar que el comportamiento del mercado inmobiliario determina de manera importante la dinámica del endeudamiento de las familias. En efecto, en Colombia hay una alta correlación entre el precio de la vivienda y el nivel de la deuda (alrededor del 54 %). Un ejemplo de esto fue la liberalización financiera de 1991: al incrementarse el apalancamiento de las familias debido a la relajación de las restricciones de liquidez, los individuos se encaminaron hacia un frenesí de adquisición de préstamos para respaldar la compra de nuevas viviendas y obtener beneficios a la hora de revender la propiedad. Sin embargo, cuando se modifica la tendencia de los precios de la vivienda, la entidad financiera enfrenta el riesgo de que el individuo repudie su deuda cuando la hipoteca llegue a ser mayor que el valor comercial del activo. Si se transforma en un problema generalizado, esta situación puede derivar en un riesgo sistémico como lo definen De Bandt y Hartmann (2000). En otras palabras, cuando el repudio de las deudas hace fallar o quebrar una institución financiera, se puede originar la quiebra de otras instituciones o del mercado mismo, debido a que los agentes financieros se relacionan a través de exposiciones directas y mecanismos de pago o existen problemas de credibilidad en el sistema. La dinámica del mercado crediticio es evidente en la Figura 1,

donde observamos como, entre 1999 y 2002, las carteras comercial y de consumo sufrieron un importante estancamiento, mientras que la cartera hipotecaria se redujo de manera importante hasta 2005 (cuando había aumentado de manera importante entre 1996 y 1998).

Figura 1: Izquierda: Distribución de la cartera del sistema financiero (trimestral). Derecha: sus cambios absolutos 1996-2006



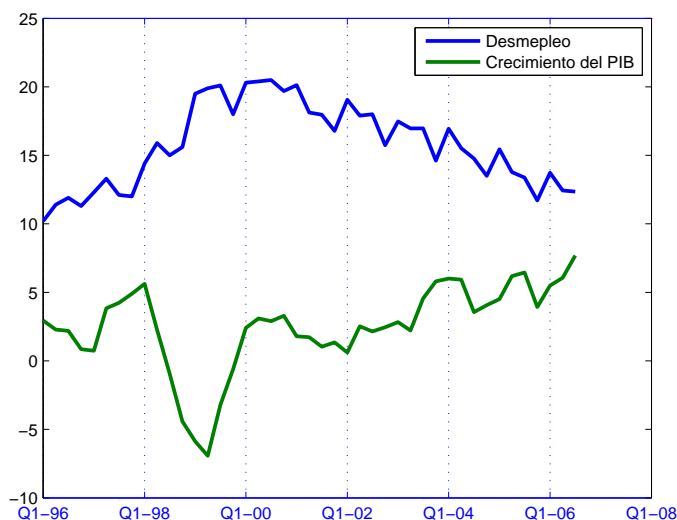
Fuente: Banco de la República

El control del racionamiento de crédito es entonces necesario para asegurar la estabilidad financiera en el conjunto de la economía. En otras palabras, si las restricciones al crédito se relajan y la predicción del riesgo en las instituciones es laxa, las variaciones en los tipos de interés y en el ingreso tienen consecuencias negativas en los individuos y, en algún momento, aumentan la fragilidad financiera y amplían el impacto de una crisis financiera en el crecimiento económico (Davis, 1995). Parte de la solución al problema radica en una fuerte regulación que obligue a examinar exhaustivamente la información de los créditos, aunque también es necesario evaluar el riesgo de endeudamiento masivo entre los hogares, que es lo que nos proponemos aquí.

En la actualidad, la dinámica crediticia no parece seguir un patrón perjudicial como el de la década anterior, en parte gracias a un clima de mayor estabilidad macroeconómica y una reducción progresiva de la deuda como parte del patrimonio de las familias. No obstante, la posibilidad de un cambio abrupto en las condiciones macroeconómicas sigue latente siempre que el déficit fiscal esté lejos de ser controlado (lo que incrementa la vulnerabilidad a ataques especulativos contra la moneda con posibles efectos sobre el tipo de interés) y el desempleo no haya disminuido significativamente respecto al crecimiento de la economía, como se observa en la Figura 2. En consecuencia, es de suma relevancia examinar el comportamiento del endeudamiento y determinar si hay patrones identificables que permitan promover y sostener la estabilidad financiera.

Brown, et al. (2003) analizaron el endeudamiento de las familias británicas y sus determinantes a través del efecto de las expectativas financieras de los individuos en un modelo de

Figura 2: Desempleo y Crecimiento del Producto (trimestral) 1996-2006



Fuente: DANE

efectos aleatorios. Basándose en la Encuesta Panel a los Hogares Británicos (BPHS), estos autores encuentran que las variables significativas y con efecto negativo sobre el endeudamiento son la posesión de un inmueble y el estado civil, mientras que aquellas variables con efecto positivo son los ingresos actuales y rezagados, las expectativas de un mejor empleo y la compra de un bien durable en el último año. Por otra parte, como la encuesta mide las expectativas de los ciudadanos frente a la situación económica británica, uno de los hallazgos más relevantes corresponde a que los individuos más optimistas tienen mayor probabilidad de contraer deuda en comparación a aquellos más pesimistas.

Igualmente, Del Río y Young (2005) analizan el incremento del endeudamiento sin garantías en Gran Bretaña a partir de BPHS entre 1995 y 2000 a través de un modelo Probit. Del Río y Young concluyen que hay una fuerte relación entre la probabilidad de endeudarse con variables como el ingreso individual, las perspectivas económicas, el tipo de trabajo, el estatus de propiedad del lugar de residencia y el monto de la hipoteca. Además, muestran que el aumento del endeudamiento sin garantías entre 1995 y 2000 no se reduce a las capas más pobres de la población (generalmente las de mayor riesgo de no pago), sino que es generalizado en todo el espectro socioeconómico. En la misma línea, Crook (2001) encuentra resultados muy similares para Estados Unidos: mientras el ingreso de un hogar sea más alto, el individuo posea una casa, su tamaño sea mayor o la cabeza de hogar tenga trabajo, la demanda de crédito será mayor.

Este documento se organiza como sigue: la primera parte es esta introducción, la segunda sección hace una descripción del nivel de deuda de los hogares colombianos a través de las Cuentas Financieras anuales del Banco de la República y de las Cuentas Nacionales anuales

del DANE; la tercera parte hace un análisis microeconómico y econométrico del nivel de deuda para establecer los fundamentos del endeudamiento; y, finalmente, en la última sección, hay algunas conclusiones y observaciones.

2. Caracterización del Endeudamiento

El análisis descriptivo del endeudamiento de las familias colombianas sigue de cerca a Del Río (2002), quien examina los determinantes del endeudamiento de los hogares españoles a través de las Cuentas Financieras trimestrales del Banco de España. Para nuestro estudio, utilizamos las Cuentas Financieras anuales del Banco de la República. En general, la evolución de los pasivos de los hogares entre 1996 y 2005 ha estado marcada por la crisis económica de Colombia de 1999, sus antecedentes y sus consecuencias. Entre 1999 y 2001 el nivel de pasivos se mantuvo relativamente estable alrededor de 29 billones de pesos, mientras que de 2002 a 2004, el crecimiento fue continuo pero lento hasta alcanzar 45 billones de pesos en ese último año, como se observa en la Figura 3. Al descomponer el pasivo en diferentes cuentas, la proporción correspondiente a los préstamos del sector financiero ha ido disminuyendo de un 84 % en 1996 a un 64 % en 2004¹, es decir, una disminución de 20 % en menos de diez años que verifica parte del comportamiento del pasivo para el período.

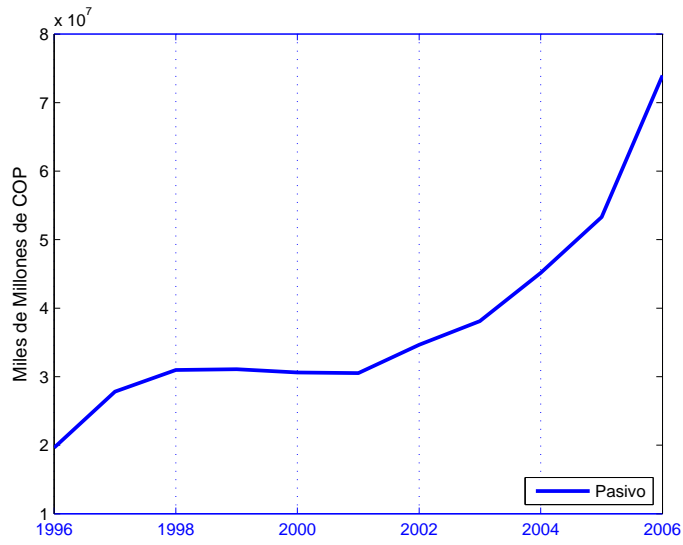
Al comparar la dinámica de la deuda y de la Riqueza Financiera Neta (RFN)², el incremento interanual de la RFN ha sido superior al de la deuda. De manera que el crecimiento de los pasivos entre 1996 y 2004 obedece mucho más al crecimiento poblacional o a la inflación, teniendo en cuenta el pobre desempeño de la actividad económica en esos años y la resistencia de las familias a adquirir préstamos de distinta índole después del choque de 1999. Esto explica por qué la razón deuda/RFN tiene una pronunciada tendencia a la baja desde 1998, después de alcanzar su pico en 1997. La razón deuda sobre RFN es evidente en la Figura 4. En los años 2005 y 2006, la deuda ha recuperado una dinámica muy positiva que se refleja en una ligera reversión de la tendencia hacia un crecimiento de la razón deuda/RFN en estos períodos.

No obstante, los cambios en los patrones de endeudamiento de un país pueden contener transformaciones demográficas como, por ejemplo, variaciones en las edades de la población. Este tipo de problemas se esconden tras la agregación de los datos de la riqueza de las familias y obstaculizan la correcta interpretación de las cifras cuando los activos que poseen los hogares son, en gran parte, activos no liquidables en un momento de crisis. Una medida que supera

¹El otro componente de los pasivos de los hogares corresponde a Otras Cuentas por Cobrar y Pagar, es decir, facturas, recibos y demás compromisos de esta índole. Como el cálculo de la hoja de balance de los hogares es un residual respecto al cómputo de los demás sectores (Gobierno, Banco de la República y empresas con información) y puede incluir información de empresas que no reportan sus datos, imputamos la cuenta Préstamos como deuda de los hogares, mientras que suponemos que las Otras Cuentas por Cobrar y Pagar se imputan a las empresas sin información.

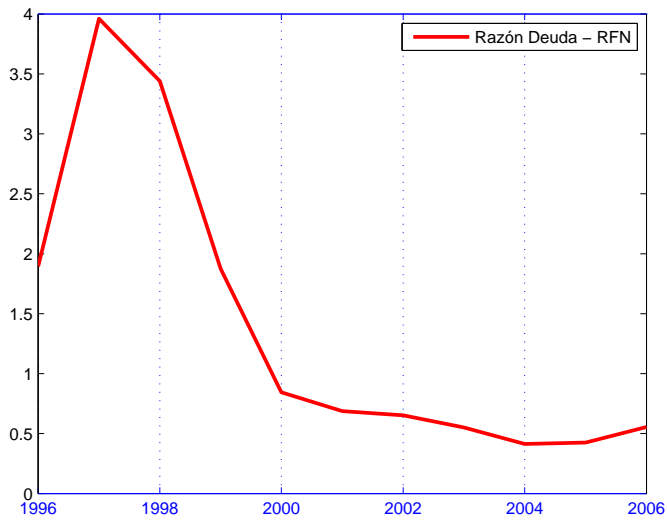
²Donde La Riqueza Financiera Neta se define como la diferencia entre el total de activos financieros y los pasivos de los hogares de acuerdo a las Cuentas Financieras Anuales.

Figura 3: Pasivos de los Hogares 1996-2006



Fuente: Banco de la República

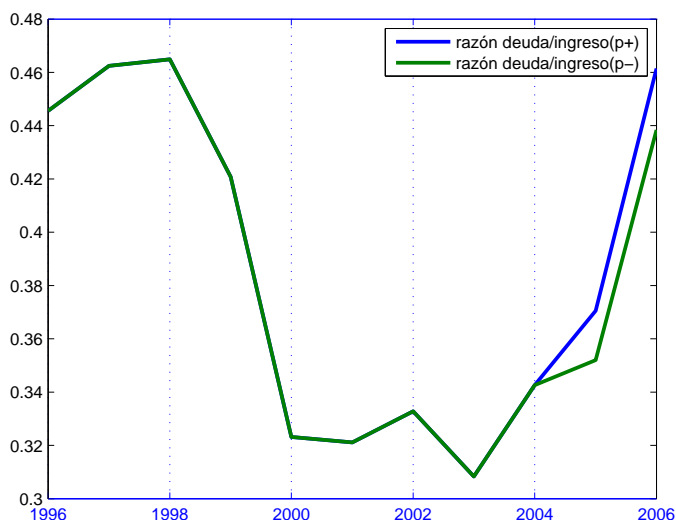
Figura 4: Razón Deuda - RFN 1996-2006



Fuente: Banco de la República y Cálculos de los Autores

este problema es la razón deuda/ingreso³, cuyo comportamiento ha sido muy volátil debido principalmente a la exagerada valoración de los activos inmobiliarios y su abrupta corrección en 1999. Sólo hasta 2004 la deuda empieza a crecer más rápidamente en comparación con el ingreso, aunque no con respecto a la riqueza (RFN), debido a que las restricciones de liquidez se relajaron en comparación al año 2000 y el patrimonio de los hogares se situó en un nivel adecuado para el apalancamiento. La razón deuda/ingreso es evidente en la Figura 4.

Figura 5: Razón Deuda - Ingreso 1996-2006



Fuente: Banco de la República y Cálculos del Autor

Nota: La razón deuda/ingreso (p+) corresponde a la proyección a partir de la valoración del patrimonio, mientras que la razón deuda/ingreso (p-) corresponde a la proyección suponiendo una participación constante de la Remuneración a los Asalariados en el PIB.

A partir de 2005 hacemos dos proyecciones diferentes para el salario: en la primera, suponemos que la participación de la Remuneración a los Asalariados permaneció como proporción constante al PIB entre 2004 y 2006. La razón deuda/ingreso que surge de este análisis llega a los niveles previos a la crisis, es decir, el peso del endeudamiento sobre los ingresos familiares es similar al nivel anterior de la crisis (46.15 % en 2006) y corresponde a la proyección en azul de la Figura 5. En el segundo escenario, hacemos proyecciones diferentes para los ingresos de 2005 y 2006. Para el ingreso de 2005, proyectamos a partir del crecimiento de la RFN entre 2004 y 2005 (21 %), mientras que, para el de 2006, dejamos de lado el crecimiento de la RFN⁴, y proyectamos con base en la participación de la Remuneración a los Asalariados en el PIB de 2004, además de suponer un crecimiento interanual de 6.3 % en 2006. Esta

³Donde ingreso corresponde al rubro «Remuneración a los Asalariados» en las Cuentas Nacionales anuales del DANE.

⁴Suponemos que la valorización del patrimonio sigue de cerca el comportamiento de los precios de la vivienda nueva y de los TES, que mutuamente se contrarrestan por la reducción del valor de los títulos frente al aumento de los precios de la vivienda

segunda proyección es más optimista y corresponde a la línea verde de la Figura 5, con una razón de deuda/ingreso cercana al 44 %. Aunque en este último escenario hay un mayor cupo de endeudamiento antes de una crisis, cabe resaltar que, al observar las dos proyecciones, la razón deuda/ingreso ha crecido de manera importante entre 2004 y 2006. Esto significa que los usuarios han mejorado su confianza en el sistema financiero y, asimismo, denota una reducción en el racionamiento de crédito en el mismo período.

Gran parte de este comportamiento puede ser explicado por la evolución del nivel de la deuda. Desde antes de 1996 hasta 1998, la deuda de las familias venía creciendo a buen ritmo, gracias a la situación económica favorable y a los altos precios de la vivienda en el momento. Sin embargo, como se observa en la Figura 4, la razón deuda/RFN muestra que, después de 1999, la deuda como proporción de la riqueza no ha hecho más que decrecer y, entre 1998 y 1999, sufrió la peor de sus caídas, explicada principalmente por el fuerte incremento de la tasa de desempleo durante ese año (subió de 15.6 % en el último trimestre de 1998 a 19.5 % en el primer trimestre de 1999, Figura 2) y su persistencia a lo largo de varios años. Además, otro motivo para esta disminución fue la destorcida de los precios de la vivienda después de 1997, de hecho, el índice de precios de la vivienda nueva tuvo un crecimiento en promedio negativo entre 1998 y 2000 (de -0.1 %).

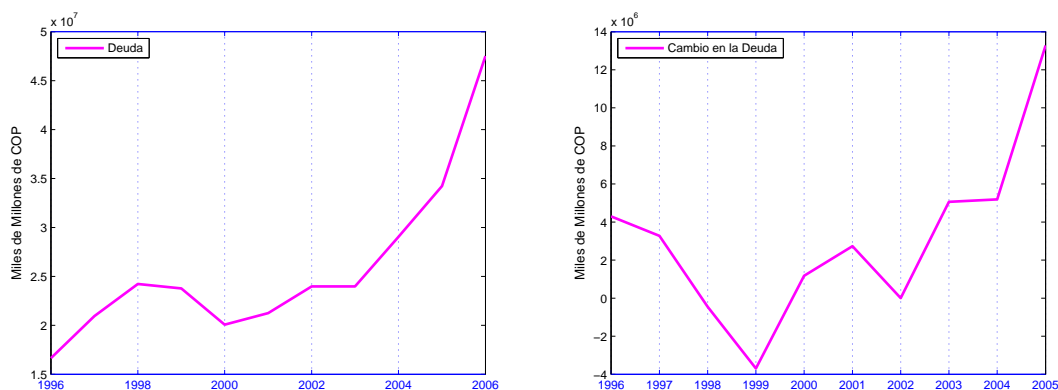
Esta dinámica en los precios de los activos inmobiliarios explica la fuerte volatilidad de las razones deuda/RFN y deuda/ingreso en el primer tramo de las series (entre 1996 y 2000). A continuación, entre 2001 y 2004, la tendencia de la razón deuda/RFN se estabiliza, mostrando con claridad cómo las familias colombianas lograron mitigar la creciente volatilidad de los activos financieros, en particular, de los instrumentos de renta variable y los fondos de inversión, cuyos precios subieron continuamente entre 2001 y 2005, alimentados también por la fuerte migración de capitales de inversión. En la Figura 4 se percibe cómo la razón deuda/RFN disminuyó hasta 2005, cuando las buenas condiciones macroeconómicas, la mayor estabilidad financiera y los flujos de capital mejoran la confianza de los oferentes y los demandantes de crédito, estimulando un crecimiento espectacular de los préstamos (Figura 6) y un impacto significativo de este nuevo endeudamiento sobre el ingreso (Figura 5) y sobre el patrimonio (Figura 4).

El comportamiento de la deuda entre 1999 y 2003 es una expresión elocuente de qué sucedió en la oferta y en la demanda de crédito en esos años. La expansión de la cartera vencida y del repudio de los créditos, aparte de la masiva devolución de los inmuebles en dación de pago por deudas hipotecarias, no sólo desestimularon a los bancos a otorgar crédito, sino que aumentaron las reservas de los hogares al solicitar préstamos, debido a la amenaza sobre su ingreso y su patrimonio asociada a cambios no esperados en la tasa de interés o de ataques especulativos como aquellos de 1998. Como se observa en la Figura 6, la deuda bruta creció hasta 1998 y, a partir de allí, cayó hasta el año 2000, momento en el que los hogares no pudieron resistir más el alto nivel de desempleo y la reducción consecuyente de sus ingresos⁵.

⁵Al hacer un análisis de 3750 deudores del sistema financiero, encontramos que la correlación entre el PIB y la tasa de repudio (definida como el porcentaje de prestatarios que mantuvieron su crédito sin pagar por más

Desde 2000 y hasta 2003 el crecimiento fue muy lento, desde donde despegó nuevamente en 2004.

Figura 6: Derecha: Deuda de las Familias. Izquierda: Cambios absolutos de la deuda 1996-2006



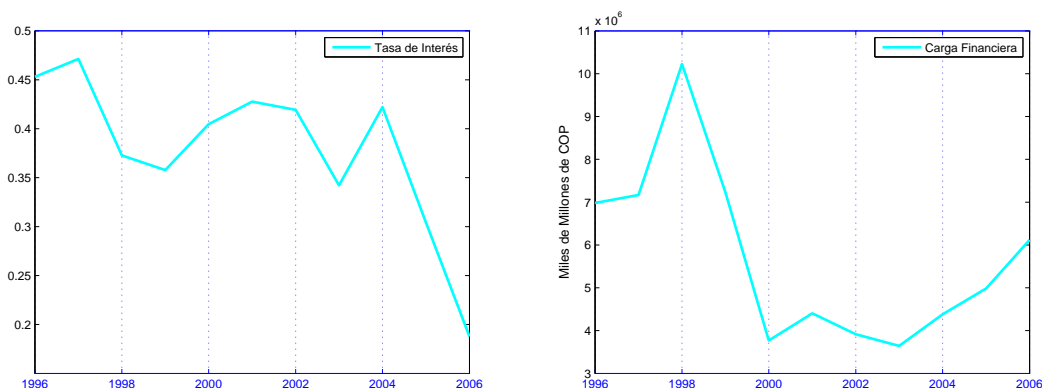
Fuente: Banco de la República y Cálculos de los Autores

Sin embargo, ¿qué tan sostenible es el endeudamiento actual de las familias colombianas, dado que la razón deuda/ingreso está casi en los niveles previos a la crisis? Para determinar si estamos llegando a niveles preocupantes debemos observar cómo ha evolucionado la carga financiera, definida como los pagos de intereses, a lo largo de todos los años. Para este análisis utilizamos la evolución de las tasas de interés activas entre 1996 y 2006 y el servicio de la deuda, definido como el producto de la deuda y los tipos de interés. Las tasas de interés activas, evidentes en la parte izquierda de la Figura 7, muestran una clara reducción desde su punto más alto en 1997 (47.13 %) hasta su punto más bajo en 2006 (12.8 %), mientras que el servicio de la deuda tuvo una brusca caída entre 1998 y 2000 después de tener su punto más alto en 1998. El servicio de la deuda vuelve a crecer a partir de 2003 y alcanza un nivel prominente en 2006, aunque lejano de los niveles previos a la crisis (1996 - 1998). El servicio de la deuda se observa en la parte derecha de la Figura 7.

Por lo tanto, podría afirmarse que la corrección de los precios de la vivienda y la consecuente reducción del endeudamiento de los hogares junto al crecimiento sostenido de la riqueza y el ingreso familiar han dejado el indicador de deuda/RFN en un nivel relativamente sano comparado con aquel de 1997, justo antes de desatarse la crisis. A pesar de esto, el indicador de liquidez de los hogares está en un punto alto comparado con el de 1997, de hecho, en la Figura 5 se evidencia un nivel de endeudamiento alto. Sin embargo, la carga financiera de los hogares se mantiene en un grado inferior al de 1998. En otras palabras, a pesar de que la razón deuda/ingreso se encuentra en un punto alto, la reducción en el costo de financiación no

de 12 meses) es de alrededor del -50 %, pero con un rezago de ocho meses, de forma que, aunque los hogares dejaron de pedir prestado desde fines de 1998 (el año en que el producto ya mostraba señales problemáticas), el momento más difícil del repudio no ocurrió hasta 2000.

Figura 7: Izquierda: Tasas de Interés Activas. Derecha: Servicio de la Deuda 1996-2006



Fuente: Banco de la República y Cálculos de los Autores

da señales de mayor riesgo en el endeudamiento de las familias al comparar con sus niveles de 1997.

3. Modelo

En esta sección se presenta un modelo de hogar representativo que delimita la elección óptima de endeudamiento de los hogares en un momento dado del tiempo, siguiendo los lineamientos de la teoría microeconómica convencional. El modelo cuenta con una restricción crediticia dada por una probabilidad explícita de otorgamiento que depende del monto de colateral que la familia posea. Además, se supone una restricción de deuda por anticipado, es decir, asumimos que el individuo recibe una deuda al principio del período y que deja un monto de deuda (que puede ser cero) al terminar el mismo (similar a una restricción típica de «*cash in advance*»).

El modelo supone hogares que viven infinitamente y que se enfrentan en cada período de tiempo a la misma decisión. El hogar representativo maximiza entonces su función de utilidad sujeto a la restricción intertemporal de recursos. Adicionalmente, suponemos una función de utilidad cuadrática, a fin de simplificar el algebra. En consecuencia, el único vínculo existente entre períodos es el nivel de deuda⁶.

La familia representativa maximiza la siguiente función de utilidad:

$$\max_{c_t} U(c_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (ac_t - bc_t^2) \quad (1)$$

sujeto a la restricción presupuestal dada por:

⁶La acumulación de capital se supone exógena al modelo.

$$y_t + p_t B_t = c_t + (1+r)B_{t-1} \quad (2)$$

Donde y_t son los ingresos totales; B_t es la elección óptima de deuda del individuo en el período t , que se puede obtener con una probabilidad de otorgamiento p_t ; c_t es el consumo del hogar en el período t ; r representa la tasa de interés de colocación; B_{t-1} es el monto de deuda heredado del período anterior (todas las variables en logaritmos) y β es la tasa de descuento intertemporal.

Suponemos además que los ingresos totales se dividen en ingresos laborales (o salariales) y en una fracción correspondiente a la diferencia entre los ingresos totales y los ingresos laborales (ingresos no-laborales). En otras palabras:

$$y_t = \phi w_t + (1 - \phi)x_t \quad (3)$$

Donde w_t son los ingresos laborales y x_t los ingresos no-laborales. La probabilidad de otorgamiento, p_t , se determina explícitamente a partir del monto del colateral y del nivel de deuda heredado por la familia, es decir,

$$p_t = \frac{A_t}{A_t + B_{t-1}} \quad (4)$$

Donde A_t es el colateral del hogar. A partir de lo anterior el problema del individuo puede reexpresarse así:

$$\max_{c_t} U(c_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (ac_t - bc_t^2) \quad (1)$$

sujeto a:

$$\phi w_t + (1 - \phi)x_t + \left(\frac{A_t}{A_t + B_{t-1}} \right) B_t = c_t + (1+r)B_{t-1} \quad (2')$$

En consecuencia, la elección intertemporal de la familia es:

$$\max_{B_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t a \left(\phi w_t + (1 - \phi)x_t + \left(\frac{A_t}{A_t + B_{t-1}} \right) B_t - (1+r)B_{t-1} \right) - b \left(\phi w_t + (1 - \phi)x_t + \left(\frac{A_t}{A_t + B_{t-1}} \right) B_t - (1+r)B_{t-1} \right)^2$$

Nos interesa determinar el nivel óptimo de deuda en un instante del tiempo. El valor óptimo de la deuda B_t , el cual el individuo solicita al sistema financiero en un período fijo t , corresponde entonces a la siguiente expresión, obtenida a partir de la solución de la ecuación :

$$B_t^* = \left(\frac{B_{t-1} + A_t}{2} \right) \left[\frac{a - 2b(w_t + (1 - \phi)x_t - (1+r)B_{t-1})}{Ab} \right] \quad (5)$$

La ecuación (5) representa la solución para un período fijo t . Al suponer la existencia de un estado estacionario en la economía⁷, podemos linealizar esta ecuación a través de un polinomio de Taylor alrededor del equilibrio, de modo que obtenemos la siguiente expresión para estimar econométricamente:

$$B_t = \alpha_1 + \alpha_2 B_{t-1} + \alpha_3 r B_{t-1} + \alpha_4 A_t + \alpha_5 w_t + \alpha_6 x_t + \varepsilon_t \quad (6)$$

La solución y valores de las constantes definidas, se encuentran descritas en el anexo de este artículo.

4. Estimación de los Determinantes del Endeudamiento

A partir del análisis anterior, hemos establecido de manera formal y directa a la luz del modelo microeconómico las diferentes variables que pueden incidir en la decisión de endeudamiento de las familias. Tomando la muestra aleatoria codificada de los renglones de las declaraciones correspondientes a los contribuyentes personas naturales declarantes del impuesto sobre la renta para los períodos gravables 1993 a 2004, estimamos la ecuación (6) a fin de determinar la importancia de estas variables sobre el nivel de endeudamiento de las familias colombianas.

En general, el modelo se especifica a partir del nivel de endeudamiento del período anterior (B_{t-1}); su Colateral o patrimonio (A_t); la Carga Financiera asumida ($r_t B_{t-1}$), que se define como el pago de intereses durante el año; el Ingreso (y_t), que se divide en Ingreso laboral (w_t) e Ingresos No Laborales (ING- x_t), para el individuo i en el momento t . La inclusión de los Ingresos No Laborales permite determinar su grado de importancia relativa en comparación con el Ingreso Laboral (salario- w_t) a la hora de tomar una decisión de endeudamiento. La muestra aleatoria empleada para las estimaciones, es un panel balanceado de 19217 individuos observados a lo largo de 12 años, entre 1993 y 2004. Los signos esperados son positivo para la Riqueza, negativo para la Carga Financiera, positivo para el Ingreso y positivo para los Ingresos No Laborales.

Cabe aclarar que esta base sólo examina aquellos contribuyentes que efectivamente realizaron su declaración de renta a lo largo de los doce años y por tanto, incurre en un sesgo de selección, en la medida en que no están incluidos aquellos individuos que, por alguna circunstancia, no declararon renta a lo largo de todos los períodos; además, como aquellos que declaran renta son los individuos con ingresos superiores, no estamos analizando la decisión de endeudamiento de los deciles bajos del ingreso. También vale la pena resaltar que los individuos pudieron errar al llenar su declaración y, por tanto, existe la posibilidad de errores de medición en la muestra seleccionada.

En la base utilizamos como aproximación al Colateral el Patrimonio Bruto, mientras que, para el Ingreso Laboral, tomamos la cuenta Salario y Demás Ingresos Laborales. En el caso

⁷En el estado estacionario, $B_{t-1} = B^*$, el ingreso total, y_t , es igual al ingreso permanente, \bar{y} , al igual que el valor del colateral A_t es igual al valor esperado del patrimonio a lo largo de la vida de la familia \bar{A}

de los Ingresos No Laborales, tomamos la diferencia entre los Ingresos Totales y el Salario y Demás Ingresos Laborales. La Carga Financiera corresponde a la cuenta Intereses y Demás Rendimientos Financieros, que está en toda la muestra excepto en 2004, año en que utilizamos la proporción de las deducciones por pago de intereses en el total de las deducciones de 2003. Finalmente, para el caso de la deuda, sustraemos la cuenta Patrimonio Bruto del Patrimonio Líquido, de tal manera que se obtiene la deuda de la persona más su patrimonio exento y excluido. Las variables están medidas todas en millones de pesos colombianos. Valores constante de diciembre de 2006.

4.1. Metodología de Estimación y Resultados

El modelo formal del proceso generador de datos que se ha descrito en la sección anterior puede caracterizarse de forma más general como:

$$y_{it} = \alpha y_{i,t-1} + \mathbf{x}_{it}'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{it} = \mu_i + v_{it}$$

$$E(\mu_i) = E(v_{it}) = E(\mu_i v_{it}) = 0$$

En este caso, los términos de perturbación poseen dos componentes ortogonales: el efecto fijo μ_i y los choques idiosincrásicos v_{it} . Un problema inmediato que surge de estimar la ecuación (7) mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) surge del hecho que $y_{i,t-1}$ es endógeno al efecto fijo del componente de error, el cual genera un «sesgo de panel dinámico», además de que la correlación existente entre el regresor y el término de error viola uno de los supuestos necesarios para la consistencia de MCO.

Es posible corregir el problema de estimación de forma secuencial. En primer instancia, diferenciamos la ecuación (7)⁸ a fin de eliminar el efecto fijo. A continuación, la variable dependiente rezagada es instrumentada con rezagos de ella misma en niveles a fin de corregir la endogeneidad remanente con el componente de error, como señalaron inicialmente Anderson and Hsiao (1982), es decir, Δy_{t-1} es instrumentada con y_{t-1} . Los resultados del modelo estimado mediante Anderson-Hsiao se presentan en el Cuadro 1: dada la existencia de correlación serial de orden 1 en los residuales del modelo, los instrumentos parten del segundo rezago de la variable dependiente. El estimador de Anderson-Hsiao es la primera aproximación que brinda estimadores consistentes al panel dinámico.

Si bien es cierto que con el método de Anderson-Hsiao los estimadores son consistentes, es posible obtener un estimador más eficiente, tal y como lo señalan Arellano and Bond (1991) al incluir un conjunto adicional de instrumentos en cada período de tiempo. De igual manera, cuando el modelo tiene una alta persistencia, Arellano and Bover (1995) y Blundell and Bond (1998) demuestran que existen ganancias adicionales en eficiencia mediante la estimación de

⁸O se recurre a desviaciones ortogonales, donde a la serie en t le es sustraído el valor de los promedios de los valores desde $t + 1$ hasta T de la misma serie.

Cuadro 1: Estimación de Panel Dinámico a través de la Metodología de Anderson - Hsiao (1982)

		Estadístico t
log(Constante)	-.365206 (.00835)	-43.74
log(Colateral)	.9906820 (.03336)	29.7
log(Ingresos)	.0700441 (.02291)	3.06
log(INL)	.0409848 (.14927)	2.75
log(Carga Financiera)	-.155229 (.06483)	-23.94
log(Endeudamiento _{t-1})	.2460672 (.06740)	3.65
Número de Observaciones	31517	

Nota: Los Errores Cuadrados entre paréntesis. El valor de significancia corresponde al 5 %. Las variables están medidas en millones de pesos colombianos en valor constante de diciembre de 2006.

un sistema de Método Generalizado de Momentos (GMM), que incluye tanto el modelo en niveles como el modelo en diferencias, incorporando a cada momento del tiempo instrumentos adicionales⁹. Los resultados obtenidos mediante Arellano-Bover y Blundell-Bond se presentan en el Cuadro (2). Esta estimación se realiza empleando desviaciones ortogonales y los errores estándar se obtienen mediante un estimador de dos etapas y la corrección de Windmeijer (2005).

No obstante, estos resultados deben ser leídos con cuidado, teniendo en cuenta que existe evidencia clara de correlación serial de orden 2, dada por el test de Arellano-Bond con lo cual la validez de los instrumentos utilizados puede ser desvirtuada. En este caso, el estimador de Anderson-Hsiao, aunque quizá menos eficiente, nos ofrece estimaciones consistentes en el plano estadístico y respeta los signos esperados en las relaciones de endeudamiento¹⁰. A partir del Cuadro 1 establecemos entonces cómo las variables determinan el comportamiento del endeudamiento. Todas las variables son claramente significativas, además, presentan los signos esperados. A mayores ingresos, hay un mayor nivel de endeudamiento: esto podría estar relacionado con la capacidad de pago de la deuda en el mediano y en el largo plazo;

⁹De acuerdo a la metodología de Arellano-Bover, se construye un sistema que contiene la ecuación a estimar en diferencias, que se instrumenta con las variables predeterminadas en niveles. De igual manera, el sistema también incluye las ecuaciones en niveles, las cuales son instrumentadas con variables en diferencias. Para ambos conjuntos de ecuaciones, se incorporan instrumentos adicionales en cada instante del tiempo. Por otro lado, Blundell y Bond señalan que la validez del método señalado por Arellano-Bover se encuentra supeditada a la estacionariedad de las series del modelo.

¹⁰No obstante los resultados finales de las dos metodologías son equiparables en signo y en magnitudes relativas.

Cuadro 2: Estimación de Panel Dinámico a través de la Metodología de Arellano-Bover (1995) y Blundell-Bond (1998)

		Estadístico Z
log(Constante)	-1.41836 (0.0432)	-32.85
log(Colateral)	0.191169 (.03336)	24.31
log(Ingresos)	0.088021 (0.1699)	5.37
log(INL)	.1001993 (.01504)	6.66
log(Carga Financiera)	-.027570 (0.0035)	-7.92
log(Endeudamiento _{t-1})	.6434229 (.00608)	105.67
Test Arellano-Bond para AR(2)		
en primeras diferencias	z=9.46	Prob > z < 0,001

Nota: Los Errores Cuadrados entre paréntesis. El valor de significancia corresponde al 5 %. Las variables están medidas en millones de pesos colombianos en valor constante de diciembre de 2006.

respecto al colateral, hay una relación directa con la deuda: el Colateral entonces funciona como un mecanismo para mitigar los problemas de información asimétrica, en especial, el racionamiento de crédito, en la medida en que señala la solvencia del prestatario; la Carga Financiera es negativa e implica una relación inversa con la tasa de interés, es decir, mayores tasas de interés disuaden al individuo de pedir prestado. Adicionalmente a lo que Del Río (2002) encontró a partir del análisis descriptivo de la dinámica de los pasivos de los hogares españoles, hemos verificado la relevancia, para el caso colombiano, del comportamiento pasado de la deuda sobre su evolución presente, esto es su persistencia, encontrando una relación directa. Este hecho puede estar asociado, particularmente en Colombia, a la importancia de la historia crediticia a la hora de solicitar un crédito en el sistema financiero.

En un plano comparativo, vale la pena destacar que el ingreso laboral tiene un mayor efecto sobre los niveles de endeudamiento que aquellos ingresos derivados de una actividad diferente (rendimientos financieros, honorarios, dividendos y participaciones, etc.). Si relacionamos el ingreso no laboral con las rentas transitorias, claramente la fracción permanente del ingreso total tiene una correspondencia mayor con los niveles de deuda en comparación con la fracción transitoria.

Por otro lado, como estamos analizando el endeudamiento de la proporción de hogares con mayores ingresos, el Colateral, que en este caso se asumió como el patrimonio total de la persona natural, tiene el efecto más importante sobre el endeudamiento. Este es un elemento clave que señala que la garantía de pago es central para el otorgamiento de un crédito. Dado

el sesgo de la muestra, es posible que, ante montos en préstamo más altos, se exijan garantías mayores para su respaldo. Estos efectos son importantes, de hecho, que la deuda sea más sensible ante el incremento del patrimonio que ante un aumento de la carga financiera de la familia, deja ver la importancia de vigilar con detalle la evolución de la razón deuda/RFN, que en la Figura 4 presenta un patrón relativamente estable y bajo desde 2000.

No obstante, pensar que el endeudamiento es muy sensible a cambios en el patrimonio no significa que, desde el punto de vista del ingreso, las familias estén preparadas para asumir un posible evento adverso en la economía. En otras palabras, en la Figura 5 es evidente que los hogares han alcanzado una razón deuda/ingreso alta comparada con los niveles previos a la crisis y que, a pesar de que la razón deuda/RFN está mucho mejor que en 1997, la carga financiera está creciendo nuevamente, como observamos en la Figura 7, parte derecha. Claramente, a pesar de que la razón deuda/ingreso está entre el 44 y el 46 % para 2006, la reducción de las tasas de interés entre 1997 y 2006 permiten a los hogares evitar una escalada de repudio de las deudas como aquella que se vio entre 1999 y 2000, que permitió, en general, la abrupta disminución de las razones deuda/ingreso y deuda/RFN entre 1998 y 2000.

En conclusión, las relaciones entre el patrimonio (Colateral), la carga financiera y el endeudamiento se constituyen como los principales determinantes de por qué, a pesar de que la relación deuda/ingreso de la Figura 7 ha tocado niveles anteriores a los de la crisis, en la actualidad los individuos pueden asumir un mayor endeudamiento sin poner en riesgo, a corto plazo, la estabilidad financiera del país.

5. Conclusiones

El nivel de endeudamiento de los hogares ha seguido de cerca la evolución de la economía a lo largo de los últimos diez años. Mientras entre 1996 y 1998 siguió una dinámica explosiva debido al crecimiento de los precios de la vivienda y la relajación en las restricciones crediticias, entre 1999 y 2000 sufrió una caída profunda, tanto en niveles como en su participación sobre el ingreso y el patrimonio de los hogares. Desde 2000 y hasta 2003 mantiene una senda relativamente estable que cambia en 2004 hacia un importante crecimiento, congruente con un giro significativo en la confianza de los hogares en el sistema financiero y a una disminución en el racionamiento del crédito.

No obstante, como proporción del ingreso, la deuda ha recuperado una dinámica comparable a la anterior a 1999. Este comportamiento, a simple vista, parecería explosivo, aunque al examinar la carga financiera y la transformación de las tasas de interés (que pasaron de más del 40 % en 1997 hasta el 12.88 % en 2006), es evidente por qué este comportamiento no ha llevado a incrementos en el repudio de la deuda y, por tanto, a un cambio en la tendencia del endeudamiento. De hecho, el servicio de la deuda se mantiene en niveles relativamente lejanos del máximo alcanzado en 1998, de forma que cabe esperar un mayor endeudamiento de las familias antes de un cambio en el signo de la pendiente.

Al hacer un análisis gráfico, la deuda como proporción del patrimonio se mantiene en un nivel muy bajo comparado con el máximo de 1997, es decir, los activos de las familias han mejorado significativamente su valor desde 1999 gracias al buen comportamiento de los mercados de títulos valores y fondos de inversión, además del flujo de capitales internacionales. Las dinámicas de la razón deuda/ingreso y deuda/patrimonio son comparables excepto en 2005, cuando a pesar de la gran valorización de los activos familiares, incluidos los inmobiliarios, la deuda es mayor que el ingreso y, por esta vía, la capacidad de las familias para responder rápidamente por sus acreencias se redujo. Este análisis descriptivo permite la clasificación de los patrones de endeudamiento de las familias, cuya evolución pasa a ser nociva cuando, al mismo tiempo, la carga financiera y la participación de la deuda en el ingreso y en el patrimonio son muy altos y correlacionados.

A fin de verificar los hechos estilizados descritos anteriormente, se desarrolló un modelo microeconómico de decisión de un hogar representativo, que fundamenta los determinantes del nivel de endeudamiento de los hogares. La solución del modelo es finalmente linealizada por medio de un polinomio de Taylor alrededor del estado estacionario, y su validación econométrica se hace mediante el uso de los estimadores desarrollado por Anderson and Hsiao (1981) y Arellano and Bover (1995) y Blundell and Bond (1999) para panel dinámico.

A través de las declaraciones de renta de 19217 personas naturales, se pudo establecer que el factor más influyente en la decisión de endeudamiento es el patrimonio (Colateral), aunque la Carga Financiera y los ingresos totales son también de gran relevancia. Además, se valida la relevancia de los acervos de deuda previamente adquiridos sobre el nivel de endeudamiento presente. El patrimonio o Colateral y la carga financiera son muy significativos: el primero tiene un efecto directo y el segundo uno inverso sobre el endeudamiento. Ambos resultados confirman las predicciones de las gráficas descriptivas del endeudamiento: ciertamente, la carga financiera y el patrimonio de los hogares han mejorado en los últimos diez años, debido a la valorización de los activos y a la disminución continua de los tipos de interés (Figura 7, parte izquierda).

El resultado esperado por el modelo de la ecuación (6) se ratifica: el endeudamiento de las familias ha aumentado, incluso con una pendiente mayor a la de antes de la crisis (Figura 5). Por tanto, cabría esperar un crecimiento del nivel de deuda de los hogares en 2007 siempre y cuando las condiciones actuales del mercado crediticio se mantengan en sus niveles actuales (bajo racionamiento de crédito, bajas tasas de interés y alto crecimiento de las carteras de consumo y comercial).

Estos resultados son importantes para trazar los fundamentos del endeudamiento y establecer qué acciones de política pueden tomarse para mantenerlo en niveles sanos, dada su importante correlación con los cambios de la economía. Cuando la deuda y la carga financiera se sitúan en puntos demasiado altos, los hogares se hacen vulnerables a los cambios en el ingreso y la tasa de interés y, eventualmente, tendrán que repudiar sus deudas. El escenario actual no presenta mayores problemas macroeconómicos, dada la reducción de la inflación (que fue de

4.48 % en 2006, frente a 16.7 % en 1998), la menor participación de la deuda en el PIB y los mejores resultados fiscales en 2005 y 2006. De cualquier modo, mientras el déficit fiscal siga en las cifras actuales (alrededor del 5 % para el gobierno central), si la tasa de cambio modifica su tendencia y si el desempleo no da señales de una mejoría importante, la confianza de los agentes puede desvanecerse y, eventualmente, reducir su endeudamiento y aumentar el repudio de los créditos, provocando un efecto sistémico que pondría en riesgo la estabilidad del sistema financiero. En general, mientras la carga financiera esté controlada y las tasas de interés no se disparen y si se logra expandir la fase del ciclo lo suficiente, la posibilidad de una nueva crisis que involucre episodios exacerbados de repudio a los créditos y quiebras bancarias permanece aún lejana.

Referencias

- [1] Anderson, T.W. and C. Hsiao (1982) «Formulation and Estimation of Dynamic Models Using Panel Data» In *Journal of Econometrics* 18: 47-82.
- [2] Arellano, M. and S. Bond (1991) «Some test of Specification for Panel data: Montecarlo Evidence and an Application to Employment Equations» In *Review of Economic Studies* 58: 277-297.
- [3] Arellano, M. and O. Bover (1995) «Another Look at the Instrumental Variables Estimation of Error Component Models» In *Journal of Econometrics* 68: 21-55.
- [4] Blundell, R. and S. Bond (1998) «Initial Conditions and Moment Restrictions in Dynamic Panel Data Models» In *Journal of Econometrics* 87: 11-143.
- [5] Blundell-Wignall, A. and F. Browne (1991) «Economic Consequences of Financial Liberalization» In *Working Papers* OECD, February.
- [6] Bond, S. (2002) «Dynamic Panel Data Models: A Guide to Micro Data Methods and Practice» In *Working Paper* Insitute for Fiscal Studies, London. No.0902.
- [7] Brown, S., G. Garino, K. Taylor and S. W. Price (2003) «Debt and Financial Expectations: An Individual and Household Level Analysis» In *Working Paper* University of Leicester, Leicester.
- [8] Brown, S. and K. Taylor (2005) «Household Debt and Financial Assets: Evidence from Great Britain, Germany and the United States» In *Working Paper* University of Leicester, Leicester.
- [9] Crook, J. (2001) «The demand for Household Debt in the USA: evidence from the 1995 Survey of Consumer Finance» In *Applied Financial Economics* 11: 83-91.
- [10] Davis, E.P. (1995) *Debt Financial Fragility and Systemic Risk* Clarendon Press - Oxford pp. 75-100
- [11] De Bandt, O. and P. Hartman (2000) «Systemic Risk: a Survey» In *Working Paper Series* European Central Bank, No. 35
- [12] Del Río, A (2002) «El Endeudamiento de los Hogares Españoles» En *Documentos de Trabajo* Banco de España, No. 0228
- [13] Del Río, A. and G. Young (2005) «The Determinants of Unsecured Borrowing: Evidence from the British Household Panel Survey» In *Working Papers* Bank of England, No. 263
- [14] Estrada, A. y A. Buisán (1999) «El Gasto de las Familias en España» En *Documentos de Trabajo* Banco de España, No. 65
- [15] Murcia-Pabón, A. (2007) *Determinantes del Acceso al Crédito de los Hogares Colombianos*. Mimeo: Departamento de Estabilidad Financiera, Banco de la República.
- [16] Nieto, F., A. del Río y T. Sastre (2001) «La evolución reciente del crédito al Sector Privado en España» En *Boletín Económico* Banco de España, junio.

- [17] Roodman, D. (2006) «How to do xtabond2: An Introduction to “Difference” and “System” GMM in STATA» In *Working Papers* Center for Global Development, No. 103
- [18] Windmeijer, F. (2005) «Afined sample correction for the variance of linear efficient two step GMM estimators» In *Journal of Econometrics* 126: 25-51
- [19] Wooldridge, J. (2001) *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data* MIT Press - Cambridge, MA.

Anexo

El objetivo consiste en linealizar la ecuación (5) a partir de un polinomio de Taylor de primer orden alrededor del estado estacionario, el cual consiste en $A = \bar{A}$, $y = \bar{y}$ y $B_{t-1} = B^*$. Esta linealización corresponde a:

$$B_t \approx B_t|_{ee} + \left. \frac{\partial B}{\partial B_{t-1}} \right|_{ee} (B_{t-1} - B^*) + \left. \frac{\partial B}{\partial w_t} \right|_{ee} (w_t - \bar{w}) + \left. \frac{\partial B}{\partial x_t} \right|_{ee} (x_t - \bar{x}) + \left. \frac{\partial B}{\partial A_t} \right|_{ee} (A_t - \bar{A})$$

Donde ee son los valores de estado estacionario. Resolviendo para cada una de las derivadas parciales y evaluando en el estado estacionario tenemos la siguiente especificación de la anterior ecuación:

$$\begin{aligned} B_t \approx & \frac{B^* + \bar{A}}{2} \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)}{b\bar{A}} \right) - \\ & B^* \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*) - (1 + r)A^*}{2b\bar{A}} \right) + \\ & \bar{w} \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) - (\phi - 1)\bar{x} \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) + (a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)) \left(\frac{B^*}{2\bar{A}} \right) + \\ & \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*) - (1 + r)\bar{A}}{2b\bar{A}} \right) B_{t-1} - \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) w_t + \\ & (\phi - 1) \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) x_t + (a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)) \left(\frac{B^*}{2\bar{A}} \right) A_t \end{aligned}$$

Esta expresión puede redefinirse como:

$$B_t = \alpha_1 + \alpha_2 B_{t-1} + \alpha_3 r B_{t-1} + \alpha_4 A_t + \alpha_5 w_t + \alpha_6 x_t + \varepsilon_t \quad (6)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{B^* + \bar{A}}{2} \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)}{b\bar{A}} \right) - B^* \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*) - (1 + r)A^*}{2b\bar{A}} \right) \\
&\quad + \bar{w} \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) - (\phi - 1)\bar{x} \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) + (a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)) \left(\frac{B^*}{2\bar{A}} \right) \\
\alpha_2 &= \left(\frac{a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)}{2b\bar{A}} + \frac{1}{2b} \right) \\
\alpha_3 &= \frac{1}{2b} \\
\alpha_4 &= (a - 2b(\bar{w} + (1 - \phi)\bar{x} - (1 + r)B^*)) \left(\frac{B^*}{2\bar{A}} \right) \\
\alpha_5 &= \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right) \\
\alpha_6 &= (\phi - 1) \left(\frac{B^* + \bar{A}}{\bar{A}} \right)
\end{aligned}$$