

BORRADORES DE ECONOMÍA



Hechos Complementarios sobre
el Ciclo Económico en Colombia:
Una Perspectiva desde el Ciclo
de Crecimiento

Por:
Diego M. Vásquez-Escobar

Núm. 1352
2026



Hechos Complementarios sobre el Ciclo Económico en Colombia: Una Perspectiva desde el Ciclo de Crecimiento

Diego M. Vásquez -Escobar¹

Banco de la República, Bogotá, Colombia.

Las opiniones contenidas en el presente documento son responsabilidad exclusiva del autor y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva

Resumen

Este estudio caracteriza la dinámica del ciclo económico colombiano desde el enfoque de ciclo de crecimiento mediante herramientas que fortalecen la anticipación y el diagnóstico para la política económica. Se construye un índice de difusión agregado cíclico (IDA*) a partir de componentes cíclicos wavelet de 41 series usando el filtro biortogonal 17/11, y se fechan las fases de mayores brechas respecto a la tendencia mediante el algoritmo no paramétrico CFEAT, adecuado para series sin tendencia y centradas en cero. La descomposición multiescala separa oscilaciones de alta frecuencia, cíclicas y tendenciales, y describe cada episodio en términos de duración, amplitud, energía y persistencia, aportando insumos para la vigilancia temprana y la calibración temporal de la política macroeconómica.

Los resultados muestran que las cronologías de crecimiento del PIB y del IDA* registran contracciones más largas y expansiones más cortas que las cronologías clásicas en niveles, y que el IDA* anticipa el componente cíclico del PIB. Además, las fases 1987–1989 (IDA*) y 1990–1993 (PIB), ausentes en la cronología clásica, exhiben persistencia bajo la descomposición multiescala. Finalmente, la ausencia de evidencia de dependencia de duración indica que episodios pico-valle prolongados —como el del PIB de 14 trimestres— no son improbables. En conjunto, los hallazgos introducen hechos nuevos y fortalecen la anticipación macroeconómica.

Palabras clave: Ciclo de crecimiento, Wavelet multirresolución (MRA),

Cronología económica (CFEAT), Índice de Difusión Agregado (IDA*),

Datación del ciclo económico

Clasificación JEL: C22, C32, C43, E27, E32, E44.

¹ dvasques@banrep.gov.co, (ORCID: 0000-0003-2540-8806). Se agradecen los valiosos comentarios y sugerencias de Luis Eduardo T. y Daniel Osorio R y Juan Esteban Carranza. Además, el gran apoyo de María Isabel Alarcón Obando en la estimación de los componentes cíclicos wavelet.

Complementary Evidence on Colombia's Business Cycle: A Perspective from the Growth-Cycle Approach

Diego M. Vásquez -Escobar²

Banco de la República, Bogotá, Colombia.

The views expressed in this document sole responsibility of the author and do not represent the position of the Banco de la República or its Board of Directors.

Abstract

This study characterizes the dynamics of the Colombian business cycle from a growth-cycle perspective using techniques not previously applied in the national literature and directly relevant for macroeconomic monitoring and policy design. A cyclic aggregate diffusion index (IDA*) is constructed from the wavelet-based cyclical components of 41 series using the biorthogonal 17/11 multiresolution filter, and the phases of largest deviations from trend are dated using the nonparametric CFEAT algorithm, which requires detrended and mean-centered series. The multiscale decomposition separates high-frequency noise, cyclical oscillations, and trend movements, providing an anatomy of each episode in terms of duration, amplitude, energy, and persistence, and offering inputs for early-warning surveillance and timely policy calibration.

The results show that the growth-cycle chronologies of GDP and IDA* display longer contractions and shorter expansions than their classical level-based counterparts, and that IDA* systematically anticipates the cyclical component of GDP. Moreover, the 1987–1989 (IDA*) and 1990–1993 (GDP) phases—absent from the classical chronology—exhibit clear persistence under the multiscale decomposition. Finally, the absence of duration dependence indicates that prolonged episodes—such as the 14-quarter GDP peak-to-trough—cannot be ruled out. Overall, the findings introduce new stylized facts and strengthen macroeconomic diagnostic and anticipatory capacity.

Keywords: Growth cycle, multiresolution wavelet analysis (MRA), business-cycle dating (CFEAT), aggregate diffusion index (IDA*), business-cycle chronology

JEL Classification: C22, C32, C43, E27, E32, E44.

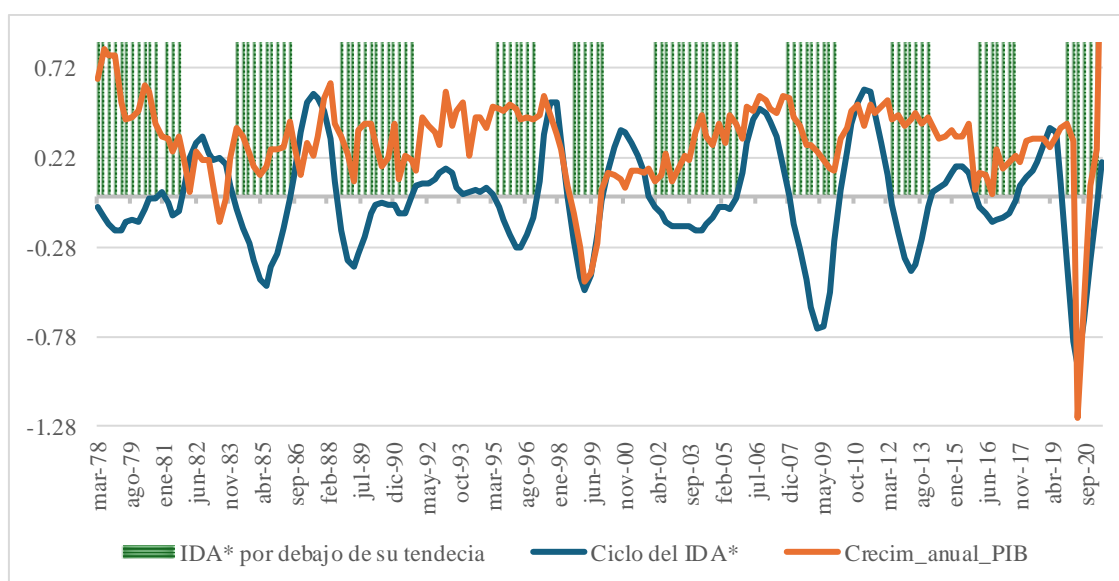
² dvasques@banrep.gov.co, (ORCID: 0000-0003-2540-8806). Se agradecen los valiosos comentarios y sugerencias de Luis Eduardo T. y Daniel Osorio R y Juan Esteban Carranza. Además, el gran apoyo de María Isabel Alarcón Obando en la estimación de los componentes cíclicos wavelet.

Motivación Empírica: Señales Ampliadas del Ciclo de Crecimiento

Con fines exclusivamente ilustrativos y como punto de partida de la motivación empírica, la Figura 1 muestra información del ciclo de crecimiento de la actividad económica que no es visible en el simple crecimiento anual del PIB trimestral, mientras que la Figura 2 presenta la información del ciclo de crecimiento del IDA* —obtenida mediante la cronología CFEAT aplicada al componente cíclico del IDA*— que no es capturada ni por el crecimiento del PIB ni por la cronología clásica (Bry–Boschan) del IDA en niveles. Estas metodologías son conceptualmente distintas, inconmensurables e incontrastables, pues BB fecha puntos de giro en niveles, mientras que CFEAT los identifica en componentes cíclicos sin tendencia. Su presentación conjunta se justifica únicamente para motivar por qué el ciclo de crecimiento ofrece señales adicionales, en ocasiones más tempranas y más operativas para la política económica.

Figura 1.

Crecimiento anual del PIB trimestral real, componente cíclico de IDA* y períodos en los que el IDA* estuvo por debajo de su componente tendencial (ciclo negativo)



Fuente: Elaboración propia

La Figura 1 muestra que entre 1978 y 2021 la economía colombiana registró solo tres recesiones en niveles del PIB, pero experimentó nueve episodios de desaceleración económica difundida, todos ellos coincidiendo con trimestres en los que el IDA* se mantuvo por debajo de su componente tendencial (ciclo negativo). Con la base trimestral, estos episodios corresponden a: 1978T1–1980T3, 1981T1–1981T3, 1984T1–1986T2, 1988T3–1991T3, 1995T2–1996T4, 1998T3–1999T4, 2002T1–2005T3, 2007T4–2009T4, 2012T2–2013T4, 2016T1–2017T3 y 2019T4–2021T1.

En varios de estos episodios —como 1995–96, 2012–13 y 2016–17— el crecimiento anual del PIB se mantuvo positivo o mostró repuntes transitorios, mientras el IDA* permanecía por debajo de su componente tendencial durante varios trimestres consecutivos. En tales circunstancias, la trayectoria del PIB no refleja ni la dirección ni la magnitud del deterioro subyacente, ni la difusión del choque que lo originó. El IDA*, al sintetizar los componentes cíclicos de 41 variables, capta no solo las recesiones observadas en el PIB, sino también episodios de desaceleración ampliamente difundida, como 1987–1989, que el ciclo clásico no clasifica como recesión al no implicar crecimiento negativo. Esa desaceleración anticipó la fase crítica de 1988–1991, coherente con caídas simultáneas en producción industrial, demanda interna, crédito real, inversión, ventas minoristas y empleo formal.

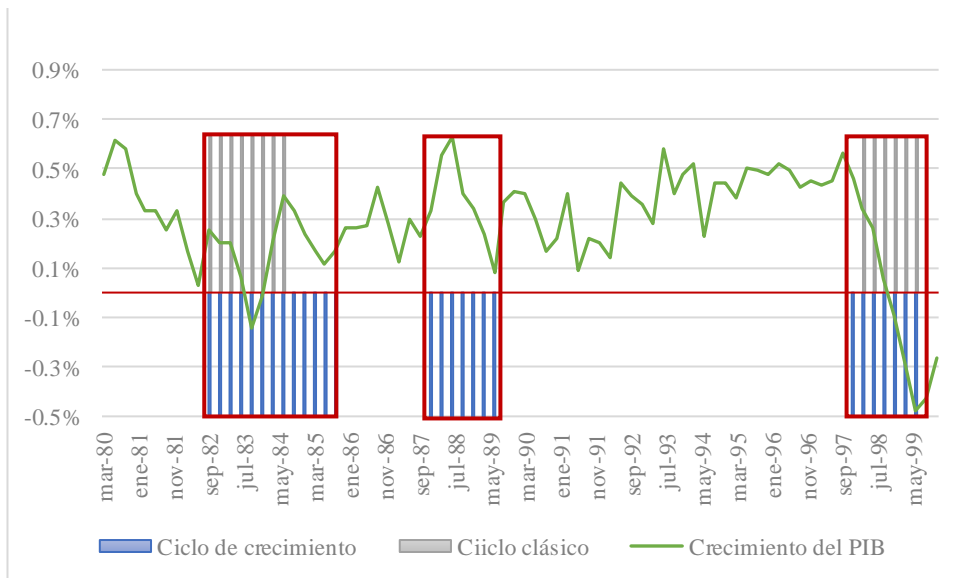
La persistencia del ciclo negativo del IDA* durante 1984–86 y 1988–91 también coincide con episodios ampliamente documentados de deterioro macroeconómico: contracción prolongada del crédito real y del empleo, debilitamiento del comercio y desaceleración de la inversión, aun cuando el PIB anual no registraba caídas equivalentes. De manera similar, entre 2002 y 2005 el IDA* permaneció por debajo de su tendencia durante catorce trimestres, revelando una desaceleración intensa y prolongada que el PIB solo reflejó parcialmente. En conjunto, estos episodios muestran

que el repunte del PIB no implica necesariamente una recuperación del ciclo subyacente, que puede permanecer en fase negativa durante un período prolongado y seguir difundiendo señales de deterioro hacia múltiples dimensiones de la actividad económica.

En consecuencia, el ciclo de crecimiento —a través del componente cíclico del IDA*, es decir, su brecha respecto de la tendencia— puede ofrecer alertas, en ocasiones tempranas, que el ciclo clásico no tiene por qué captar. Detecta episodios de desaceleración amplia, persistente y multiescala (cíclicos t tendenciales), que pueden anticipar fases contractivas en los niveles o incluso manifestarse sin que el PIB o el IDA en niveles entren en terreno negativo, lo cual es crucial para el objetivo de diseñar y aplicar con oportunidad medidas de política fiscal y monetaria.

Figura 2

Crecimiento anual del PIB real trimestral y Cronologías Clásica del IDA y de Crecimiento del IDA* (1979:T4-1999:T4)



Fuente: Elaboración propia

La Figura 2 ilustra, nuevamente con fines estrictamente motivacionales, un tramo en el que se presentan simultáneamente (i) la cronología clásica del IDA en

niveles, obtenida mediante el algoritmo Bry–Boschan (BB), y (ii) la cronología de picos y valles del ciclo de crecimiento del IDA*, identificada mediante CFEAT aplicado a su componente cíclico. Aunque estas metodologías no son comparables —pues BB opera sobre niveles y CFEAT sobre componentes cíclicos sin tendencia—, la visualización permite apreciar con claridad las diferencias en las señales que producen. Entre 1982T4–1985T2, el ciclo de crecimiento del IDA* identifica una fase negativa prolongada (pico–valle) durante la cual el crecimiento anual del PIB cae de forma efectiva en 1982–83 (recesión clásica), se recupera temporalmente en 1983–84, y luego vuelve a debilitarse entre finales de 1984 y mediados de 1985, mostrando una desaceleración profunda, aunque ya no negativa en términos anuales. En contraste, la cronología clásica del IDA solo registra una recesión mucho más breve, que finaliza en 1984T2, es decir, antes de que el deterioro vuelva a intensificarse según el componente cíclico.

Estas diferencias son especialmente reveladoras, porque la desaceleración de 1987–1989, captada por el ciclo de crecimiento del IDA*, constituye la antesala inmediata de la fuerte desaceleración macroeconómica de 1988–1991, ampliamente documentada en la literatura académica y sectorial. En contraste, durante 1998T3–1999T4, en el contexto de la crisis de finales de los noventa, ambas metodologías sí coinciden: tanto la cronología clásica del IDA en niveles como la cronología de crecimiento del IDA* identifican una contracción profunda que afectó tanto el nivel agregado como la difusión cíclica. El mensaje central es claro: el ciclo clásico es más estricto y se limita a identificar recesiones en los niveles de la actividad, mientras que el ciclo de crecimiento detecta brechas negativas persistentes y difundidas, ofreciendo una anticipación clave para la evaluación macroeconómica y el diseño oportuno de la política económica.

Como se mostrará en la Sección 6, la evidencia preliminar observada en estas figuras encuentra respaldo riguroso en el análisis multiescala, en la anatomía temporal del componente cíclico del IDA* —duración, amplitud, energía y persistencia— y en la evidencia macroeconómica y laboral asociada a cada episodio de desaceleración. Esa sección constituye la formalización econométrica de las señales intuitivas que surgen de esta motivación empírica y explica, con mayor detalle, por qué el ciclo de crecimiento aporta información adicional frente al ciclo clásico.

Pregunta rectora del artículo:

¿Qué características del ciclo económico colombiano —desde la perspectiva del ciclo de crecimiento— permanecen insuficientemente documentadas y aportan información operativa y accionable para la política económica?

Introducción

El enfoque tradicional del ciclo clásico en niveles, adoptado por el NBER desde Burns y Mitchell (1946), cumple un propósito estrictamente descriptivo: identificar recesiones como contracciones absolutas, generalizadas y persistentes del nivel de actividad (NBER Business Cycle Dating Committee, 2010). Para preservar la coherencia histórica de esta cronología, dicho enfoque trabaja deliberadamente con series en niveles y evita descomposiciones que requieren supuestos sobre la tendencia o el crecimiento potencial, dado que procedimientos como Hodrick–Prescott o Baxter–King pueden inducir puntos de giro espurios y son sensibles a parámetros y puntos extremos (Harvey & Jaeger, 1993; Baxter & King, 1999).

Desde esta perspectiva, las fluctuaciones alrededor de una tendencia no constituyen un insumo para el análisis ni para los propósitos institucionales del ciclo clásico. En contraste, el ciclo de crecimiento caracteriza fases pico–valle asociadas a desviaciones negativas respecto a la tendencia o al potencial, aun cuando el nivel agregado no caiga. Estas fases reflejan episodios de crecimiento insuficiente, cuya

anatomía temporal —en términos de difusión, persistencia y amplitud— complementa, sin sustituir, la lectura del ciclo clásico. Aunque la literatura colombiana ha documentado con detalle la cronología clásica mediante metodologías de picos y valles, difusión e índices coincidentes, la identificación sistemática del ciclo de crecimiento y su relación con la dinámica macroeconómica y laboral ha recibido considerablemente menos atención. Esta brecha motiva la contribución del presente estudio.

En Colombia, el aporte más reciente al análisis del ciclo clásico es el de Arango et al. (2025), quienes documentan una cronología Bry–Boschan del PIB y del IDA en niveles y la proponen como cronología de referencia para el país. Como parte de su ejercicio de validación, los autores contrastan esta cronología clásica con las cronologías CFEAT aplicadas a los componentes cíclicos wavelet del PIB, el consumo y la FBK —presentadas en su Sección 3.4— aun cuando reconocen, siguiendo a Harding y Pagan, que “el enfoque clásico y el de los ciclos de crecimiento son conceptualmente diferentes y no son siempre compatibles; es importante saber cuán distantes están el uno del otro para el caso de Colombia” (Arango et al., 2025, p. 25). En este contraste, destacan que la fase pico–valle 1990–1993 de la cronología CFEAT para el PIB trimestral corresponde a una fase negativa de 14 trimestres, que a su juicio resulta poco probable bajo los criterios del ciclo clásico al no haberse registrado una recesión en niveles. Este contraste entre enfoques e interpretaciones motiva precisamente el presente trabajo: examinar de manera sistemática la dinámica y las propiedades del ciclo de crecimiento, la lógica que subyace a sus fases, la interpretación adecuada de sus duraciones y amplitudes, y la evidencia empírica que lo respalda como herramienta analítica y operativa para el seguimiento de la actividad económica y la política macroeconómica.

A diferencia del enfoque clásico, el ciclo de crecimiento se construye a partir de componentes cíclicos sin tendencia, lo que permite distinguir entre cambios persistentes en la tendencia, fluctuaciones cíclicas propiamente dichas y ruido de alta frecuencia. Esta separación es conceptualmente relevante porque proporciona una lectura más clara de la dinámica subyacente de la actividad económica. Las técnicas wavelet empleadas para extraer estos componentes permiten descomponer la variabilidad de las series por escalas temporales y aislar perturbaciones con contenido informativo persistente (Percival & Walden, 2000; Rua, 2010). Desde esta perspectiva, el ciclo de crecimiento complementa —sin sustituir— la lectura clásica en niveles y posibilita un análisis más estructurado de la dinámica macroeconómica que será desarrollado a lo largo del estudio.

Metodológicamente, este trabajo construye un Índice de Difusión Agregado Cíclico (IDA*) a partir de los componentes cíclicos wavelet de 41 series macroeconómicas, extraídos mediante un análisis multirresolución (MRA) con el filtro biortogonal 17/11 (bior6.8). A partir de estos componentes se estima la cronología del ciclo de crecimiento mediante el algoritmo CFEAT, diseñado para series sin tendencia, lo que permite comparar la dinámica del ciclo de crecimiento del PIB y del IDA* con sus respectivas cronologías clásicas. Asimismo, el MRA permite caracterizar la anatomía temporal del ciclo —en términos de duración, amplitud, intensidad cíclica y persistencia por escalas— y se aplican pruebas de dependencia de duración para evaluar si la probabilidad de salida de fase varía con el tiempo transcurrido.

En conjunto, los resultados muestran que el ciclo de crecimiento del PIB, del IDA* y de otros agregados identifica contracciones más prolongadas y expansiones más cortas que el ciclo clásico en niveles; que el IDA* exhibe anticipación respecto al componente cíclico del PIB; y que episodios relevantes para la economía colombiana —

incluidos algunos que no aparecen como recesiones en los niveles— corresponden a desaceleraciones ampliamente difundidas y persistentes. La ausencia de evidencia de dependencia de duración sugiere, además, que fases prolongadas del ciclo negativo —incluida la fase de 14 trimestres del PIB cíclico— son plausibles dentro del enfoque de crecimiento. Estos hallazgos aportan una nueva lectura de la dinámica cíclica y ofrecen insumos operativos para mejorar el diagnóstico coyuntural, la anticipación de deterioros y la calibración temporal de la política económica.

Finalmente, el documento se organiza así: la Sección 2 presenta el marco conceptual; la Sección 3 describe la estrategia empírica y las técnicas de extracción del componente cíclico; la Sección 4 documenta la metodología de fechado del ciclo de crecimiento; la Sección 5 presenta las cronologías de crecimiento en relación con el ciclo clásico; la Sección 6 resume la evidencia macroeconómica y las características adicionales del ciclo económico —incluida la evidencia multiescala y la no dependencia de duración—; y la Sección 7 concluye.

2. Aspectos teóricos: Convergencia Metodológica en la Estimación del Ciclo

Esta sección establece el marco conceptual que orienta la estrategia empírica del artículo. Se revisan los principales enfoques teóricos y metodológicos empleados en el análisis del ciclo económico, con énfasis en la distinción —y posible convergencia— entre el ciclo clásico y el ciclo de crecimiento. El objetivo no es privilegiar un paradigma sobre otro, sino clarificar las diferencias conceptuales que subyacen a cada enfoque y mostrar cómo estas se traducen en cronologías con propiedades distintas. Esta discusión resulta fundamental para interpretar los resultados empíricos y para sustentar la comparación sistemática entre ambas cronologías desarrollada en las secciones posteriores.

2.1 Diversidad Teórica y Enfoques del Análisis del Ciclo Económico

El análisis del ciclo económico constituye uno de los pilares de la macroeconomía moderna. Desde comienzos del siglo XX, los economistas han buscado comprender las causas, duración y sincronización de las fluctuaciones en la actividad económica. A lo largo de este proceso han emergido múltiples corrientes de pensamiento que ofrecen interpretaciones diferenciadas sobre la naturaleza, el origen y la dinámica de dichas fluctuaciones.

Esta diversidad teórica puede agruparse, de manera estilizada, en seis enfoques principales: la tradición clásica o neoclásica, la perspectiva keynesiana y neokeynesiana, el enfoque monetarista, la visión estructuralista, la aproximación político-financiera y la corriente empírico-estadística. Cada una de estas corrientes propone mecanismos causales distintos y privilegia herramientas analíticas específicas para la identificación y medición del ciclo económico. Esta pluralidad teórica ha dado lugar a un conjunto igualmente diverso de métodos empíricos, que van desde modelos estructurales formales hasta enfoques puramente estadísticos orientados a la identificación de regularidades históricas.

2.2 Convergencia Entre Paradigmas de Medición del Ciclo

A pesar de la diversidad teórica, la práctica empírica del análisis cíclico ha tendido a converger en dos paradigmas dominantes de medición: el ciclo clásico, basado en fluctuaciones en niveles, y el ciclo de crecimiento, definido como desviaciones respecto a una tendencia de largo plazo. Esta convergencia no implica una fusión conceptual, sino una articulación funcional que permite integrar perspectivas diversas en marcos analíticos operativos (Burns & Mitchell, 1946; Zarnowitz & Ozyildirim, 2000).

Un concepto central en la macroeconomía moderna y en la evaluación de la política macroeconómica es el output gap, definido como la diferencia entre el producto

real observado y el producto potencial de una economía. Este indicador actúa como una medida de la holgura cíclica y es fundamental para comprender las presiones inflacionarias, las brechas de empleo y la orientación de la política monetaria y fiscal. En modelos macroeconómicos contemporáneos, el output gap aparece explícitamente como variable de estado clave en reglas de política monetaria, como la regla de Taylor, en la que la tasa de interés reacciona tanto a las desviaciones de la inflación respecto a su meta como a las desviaciones del producto respecto a su nivel potencial (Taylor, 1993; Smets, 1998). En este sentido, el análisis del ciclo de crecimiento comparte una base conceptual directa con la medición del output gap, en la medida en que ambos se centran en fluctuaciones relativas a una trayectoria de largo plazo más que en variaciones absolutas del nivel de producción.

Ambos paradigmas persiguen el objetivo común de identificar movimientos recurrentes de la actividad económica, aunque difieren en la definición del fenómeno cíclico y en las técnicas empleadas. Mientras el ciclo clásico se orienta a la datación de expansiones y recesiones en niveles, el ciclo de crecimiento caracteriza aceleraciones y desaceleraciones relativas a la tendencia. La literatura identifica varios factores que explican esta convergencia metodológica: la necesidad de contar con instrumentos operativos que faciliten la comunicación del diagnóstico cíclico (Harding & Pagan, 2002), la evolución de los modelos macroeconómicos modernos hacia marcos integrados como los DSGE y los VAR estructurales, y la demanda institucional de organismos internacionales por enfoques duales que combinen cronologías históricas con indicadores derivados de filtros estadísticos (IMF, 2015; OECD, 2017).

2.3 El enfoque del Ciclo Clásico

Este enfoque, originado en los trabajos fundacionales del National Bureau of Economic Research (NBER), define el ciclo económico como una sucesión de

expansiones y contracciones en el nivel agregado de la actividad económica (Burns & Mitchell, 1946). Este paradigma se centra en la identificación de puntos de giro —picos y valles— en series macroeconómicas agregadas, tratando el crecimiento de largo plazo como una tendencia exógena. Su principal fortaleza radica en la interpretabilidad histórica de las fases cíclicas y en la construcción de cronologías consistentes mediante reglas explícitas, lo que ha permitido establecer comparaciones internacionales y análisis de largo plazo.

Con el desarrollo de la econometría moderna, el enfoque clásico ha incorporado herramientas cada vez más refinadas para reforzar la robustez de la datación cíclica. Entre sus principales instrumentos se encuentran los algoritmos extensiones contemporáneas de Bry y Boschan, en particular el algoritmo BBQ de Harding y Pagan (2002, 2005), que formaliza criterios de duración mínima, amplitud y alternancia. A estos avances se suman procedimientos de peak–trough detection basados en robustez local, como los utilizados por Chauvet y Hamilton (2006) en la construcción de índices coincidentes, que reducen picos y valles espurios mediante filtros locales. Asimismo, los índices de difusión modernizados —como los propuestos por Chauvet y Wright (2020)— extienden las ideas de Burns y Mitchell al contexto actual incorporando información sectorial, sincronización intertemporal y criterios combinados de amplitud. En conjunto, estas herramientas fortalecen la capacidad del enfoque clásico para producir cronologías más estables, interpretables y útiles como referencia institucional en el fechado oficial de recesiones.

En este sentido, el enfoque del ciclo clásico se consolida como un marco de referencia indispensable para la identificación histórica y comparativa de las fases del ciclo económico, particularmente cuando el interés se centra en la datación de recesiones amplias, profundas y difundidas en el nivel de actividad. No obstante, al

concentrarse en fluctuaciones en niveles, este enfoque presenta limitaciones para caracterizar desaceleraciones persistentes y variaciones relativas a la tendencia que no alcanzan la profundidad requerida para ser clasificadas como recesiones, lo que ha motivado el desarrollo de enfoques complementarios.

2.4 El enfoque del Ciclo de Crecimiento

Surge como respuesta a las limitaciones del análisis en niveles, particularmente en economías caracterizadas por crecimiento sostenido y cambios estructurales recurrentes. Este paradigma mide las fluctuaciones económicas como desviaciones respecto a una tendencia de largo plazo, integrando explícitamente el crecimiento como parte del análisis cíclico (Hodrick & Prescott, 1997; Baxter & King, 1999). Sus herramientas incluyen filtros estadísticos, métodos espectrales y multiescala —como el análisis multiresolución wavelet (MRA)—, modelos de componentes no observados y extensiones híbridas con modelos DSGE. En conjunto, estas metodologías permiten analizar no solo la ocurrencia de fases expansivas y contractivas, sino también propiedades clave del ciclo, como su sincronización, amplitud y persistencia, centrales para el diagnóstico macroeconómico y la evaluación de la política económica.

Con el avance de la literatura, el enfoque de ciclo de crecimiento ha evolucionado desde aplicaciones basadas en filtros estadísticos tradicionales hacia metodologías más flexibles, capaces de capturar la naturaleza no estacionaria y multiescala de las fluctuaciones macroeconómicas. En este contexto, Yogo (2008) argumenta que el análisis wavelet constituye una extensión natural del enfoque de ciclo de crecimiento, al permitir descomponer las series económicas en componentes asociados a distintas frecuencias sin imponer una estructura rígida sobre la tendencia. A diferencia del filtro Hodrick–Prescott, cuya utilización ha sido ampliamente cuestionada por su sensibilidad paramétrica y por la generación de dinámicas espurias, el enfoque

wavelet preserva mejor las propiedades espectrales del ciclo económico y facilita el análisis simultáneo de fluctuaciones de corto y mediano plazo.

Desde esta perspectiva, el enfoque del ciclo de crecimiento ofrece una lectura más granular de las fluctuaciones económicas en contextos de expansión sostenida. Al centrarse en desviaciones respecto a la tendencia de largo plazo, este paradigma permite identificar desaceleraciones persistentes, cambios en la amplitud del ciclo y variaciones en la duración relativa de sus fases, aspectos que no siempre se manifiestan como recesiones en niveles. La literatura destaca que esta información es particularmente relevante para el diagnóstico macroeconómico y el análisis de política, en tanto se vincula estrechamente con conceptos operativos como el output gap (Harding & Pagan, 2005; Yogo, 2008).

2.5 Complementariedad de los enfoques

La literatura subraya que la estimación del output gap y, en general, de los ciclos definidos como desviaciones respecto a la tendencia, es altamente sensible a la metodología empleada para separar los componentes de tendencia y ciclo. Diferentes técnicas de extracción de tendencia pueden producir estimaciones divergentes de la posición cíclica, con implicaciones relevantes para el diagnóstico macroeconómico y la formulación de política (Smets, 1998; Harding & Pagan, 2005).

Esta sensibilidad ha dado lugar a críticas recíprocas entre ambos enfoques. Mientras el ciclo clásico ha sido cuestionado por su carácter binario y su limitada capacidad para detectar desaceleraciones, el ciclo de crecimiento ha sido criticado por su dependencia de la extracción de tendencia y por la potencial generación de ciclos espurios (Harding & Pagan, 2002; Hamilton, 2018). No obstante, la práctica empírica contemporánea muestra que el enfoque clásico del ciclo responde por el reporte oficial de las recesiones, mientras que el ciclo de crecimiento funciona como mecanismo para

diagnosticar la posición cíclica respecto a la actividad económica potencial y las holguras macroeconómicas.

El Cuadro A.1.1 del Apéndice 2 presenta una panorámica comparativa de los paradigmas más influyentes de medición del ciclo económico, ofreciendo una guía para distinguir sus supuestos, alcances y limitaciones, y para situar los métodos empleados en este trabajo dentro del debate metodológico más amplio.

2.6 Extracción de Tendencia

Desde una perspectiva metodológica, la estimación del ciclo de crecimiento exige seleccionar técnicas de extracción de tendencia que aislen las fluctuaciones cíclicas sin distorsionar sus propiedades dinámicas. En la literatura —y particularmente en la exposición detallada de Baxter y King (1999)³— los filtros pasa-banda se han consolidado como referencia estándar, al ofrecer una aproximación explícitamente espectral del ciclo económico y preservar, bajo supuestos bien definidos, las frecuencias asociadas a las oscilaciones de corto y mediano plazo. Estas características explican su uso extendido tanto en estudios internacionales como en aplicaciones para economías emergentes.

No obstante, diversos trabajos han señalado que los filtros pasa-banda tradicionales imponen restricciones paramétricas que pueden resultar limitantes en contextos marcados por no estacionariedad, cambios estructurales o variaciones en la amplitud del ciclo. En este marco, el análisis wavelet multirresolución constituye una extensión natural del enfoque de ciclo de crecimiento, al permitir una descomposición

³ No se incluye aquí la derivación formal del filtro pasa-banda de Baxter y King (1999), pues su explicación excede el propósito de esta sección y ya ha sido abordada con suficiente profundidad por Flores (2001). En lugar de ello, se centra la atención en evaluar empíricamente sus propiedades frente a la descomposición wavelet multirresolución, que constituye el foco metodológico del presente trabajo.

conjunta en el dominio del tiempo y de la frecuencia sin asumir estacionariedad local ni imponer una estructura rígida sobre la tendencia.

Metodológicamente se reconoce que distintas técnicas capturan propiedades complementarias del ciclo, pero también generan diferencias sustantivas en términos de volatilidad, persistencia y sincronización. Con el fin de sustentar la elección del filtro biortogonal wavelet 17/11 —caracterizado por simetría y fase lineal— para la obtención de los componentes cíclicos, en el Apéndice 2 se presenta una evaluación comparativa con el filtro de Baxter y King basada en criterios empíricos estándar, tales como la estabilidad temporal del componente cíclico, su volatilidad relativa, su proximidad a una media cero y la coherencia de sus fases con episodios macroeconómicos históricamente identificados.

Este razonamiento motiva la metodología expuesta en la sección siguiente, donde se describen formalmente la descomposición wavelet multirresolución y el algoritmo CFEAT para la datación del ciclo de crecimiento.

3. Metodología

Esta sección describe la estrategia empírica adoptada para la estimación del ciclo de crecimiento en Colombia. Se presentan, en primer lugar, los datos y variables utilizadas; en segundo lugar, las técnicas de extracción del componente cíclico —filtro pasa-banda de Baxter y King (1999) y el biortogonal multirresolución 17/11—; y, finalmente, el procedimiento de datación del ciclo de crecimiento. La exposición busca un equilibrio entre rigor formal y claridad operativa, con el objetivo de facilitar la replicabilidad y promover el uso futuro de estas metodologías en la literatura aplicada colombiana.

3.1 Datos y Variables

El análisis se basa en el PIB trimestral, el consumo total y de los hogares, la formación bruta de capital fijo y en el mismo conjunto de series utilizado en la ESPE 110 para la construcción del Índice de Difusión Agregado (IDA). Esto permite situar la cronología alternativa del ciclo de crecimiento estimada en este trabajo en relación con la cronología clásica de referencia establecida en Arango et al. (2025). En particular, se emplea un panel de 41 series macroeconómicas mensuales desestacionalizadas, representativas de la actividad real, el mercado laboral, la producción industrial, el comercio y otros indicadores coincidentes.

A partir de estas series se construye un Índice de Difusión Agregado Cíclico (IDA*) calculado sobre los componentes cíclicos, y no sobre los niveles, de cada serie individual. Estos componentes cíclicos se obtienen aplicando el filtro biortogonal multirresolución wavelet 17/11 a los niveles de cada una de dichas series. De manera complementaria, se analizan los componentes cíclicos wavelet del PIB trimestral, del consumo total, del consumo de los hogares y de la formación bruta de capital, con el propósito de evaluar la coherencia y la difusión del ciclo de crecimiento entre los principales agregados macroeconómicos.

La construcción del IDA* como un índice de difusión a partir de componentes cíclicos homogéneos es consistente con la tradición internacional en el análisis de ciclos económicos. Stock y Watson (1991, 1999, 2002) desarrollan indicadores coincidentes basados en componentes cíclicos filtrados antes de la agregación; el NBER utiliza índices coincidentes contruidos sobre señales previamente suavizadas; y la OCDE emplea indicadores compuestos (CLI) a partir de series estandarizadas y filtradas para capturar únicamente el contenido cíclico.

En la misma línea, Aguiar-Conraria y Soares (2011) aplican wavelets para comparar ciclos agregados, y en Europa es común aplicar variantes del algoritmo Bry–

Boschan sobre componentes cíclicos previamente extraídos. Esta práctica está documentada por los comités de fechado del ciclo del CEPR (2003, 2012), por los manuales de indicadores coincidentes de la OCDE (2008, 2016) y por estudios empíricos como los de Artis, Kontolemis y Osborn (1997), que recomiendan identificar puntos de giro sobre series sin tendencia o filtradas para evitar distorsiones provenientes de la tendencia.

Estas prácticas comparten una lógica fundamental: primero se extraen los ciclos individuales en una escala comparable; luego se construye el índice de difusión que sintetiza la señal transversal; y solo después se aplican técnicas de análisis más avanzadas, como el MRA o los algoritmos de fechado. En consecuencia, el IDA* representa una extensión natural y metodológicamente sólida de esta tradición para el caso colombiano.

3.2 Enfoque General de Eliminación de Tendencia y Criterios de Selección

La estimación del ciclo de crecimiento requiere separar cada serie observada en un componente de tendencia de largo plazo y un componente cíclico. Desde un punto de vista general, esta descomposición puede representarse como:

$$y_t = y_t^g + y_t^c \quad (1)$$

y_t , en la ecuación (1), es la serie observada, y_t^g representa el componente de tendencia de largo plazo y y_t^c el componente cíclico que captura las fluctuaciones transitorias alrededor de dicha tendencia.

Esta decisión metodológica no es neutral: distintas técnicas de extracción de tendencia pueden producir componentes cíclicos con propiedades muy diferentes en términos de volatilidad, persistencia y sincronización (Harding & Pagan, 2005; Hamilton, 2018). Siguiendo la práctica recomendada por la literatura internacional y por organismos multilaterales (OECD, 2017), este estudio adopta un enfoque comparativo

que aplica en una primera etapa el filtro pasa-banda de Baxter y King (1999) y luego el filtro biortogonal multiresolución 17/11 wavelet, teniendo en cuenta las ventajas de estas dos metodologías señaladas en múltiples estudios.

La selección final del método principal se basa criterios empíricos explícitos: estabilidad temporal del componente cíclico, volatilidad relativa, simetría alrededor de una media cercana a cero y coherencia con episodios macroeconómicos identificados históricamente.

3.3 Filtro Biortogonal Multiresolución Wavelet 17/11

Este tipo de filtro wavelet separa las funciones de descomposición y reconstrucción de la serie original, combinando suavidad en la tendencia con adecuada localización temporal del ciclo⁴. El filtro permite descomponer la serie en tendencia, ciclo y ruido, operando simultáneamente en los dominios temporal y frecuencial, lo que aporta riqueza analítica para evaluar volatilidad, coherencia y espectro cruzado. A diferencia del análisis espectral clásico, no requiere imponer estacionariedad ni algoritmos adicionales para definir bandas de frecuencia.

En el Apéndice 2 se presenta una breve descripción conceptual del análisis wavelet multiresolución que sirve de base para este filtro 17/11. Desde el trabajo seminal de Yogo (2008), esta categoría de filtros se aplica recurrentemente en estudios de ciclos económicos por su capacidad para focalizarse en bandas relevantes y ofrecer información tiempo-frecuencia, constituyendo una alternativa superior a Hodrick-Prescott y Baxter-King⁵. En este trabajo se replica el procedimiento de Yogo

⁴ Hace parte de una gran variedad de filtros del análisis Wavelet, el cual se utiliza en varias disciplinas, tales como física, finanzas y economía.

⁵ Ahamada y Jolivaldt (2010) encuentran que es más potente que el filtro de Hodrick- Prescott y el de Baxter-King gracias a la información adicional que suministra sobre las propiedades del ciclo a lo largo del tiempo y su capacidad para describir los cambios recientes del ciclo.

⁵ Según Yogo (2008): “Al analizar las series de tiempo económicas, el momento de los acontecimientos en varias frecuencias es importante. Esto motiva el uso de Filtros wavelet biortogonales, en lugar de ortogonales, que tienen fase lineal (fase cero cuando están centrados).

(2008) con el filtro biortogonal 17/11, cuyos resultados son consistentes con los obtenidos mediante Baxter-King. La elección responde a criterios conceptuales y empíricos: (i) compromiso entre suavidad y localización; (ii) componentes cíclicos con media cercana a cero; y (iii) menor volatilidad relativa, atributos especialmente relevantes en economías emergentes con cambios estructurales recurrentes. Yogo (2008) argumenta que el análisis wavelet constituye una extensión metodológicamente superior del enfoque de ciclo de crecimiento, al preservar las propiedades espectrales y evitar los problemas asociados a Hodrick-Prescott descritos en la literatura, tales como sensibilidad paramétrica y sesgo en los extremos.

Siguiendo a Yogo (2008), una serie $x(t)$ puede expresarse como tendencia de largo plazo $x_0(t)$ —suma de ciclos con periodicidad >3 trimestres—más la agregación de ciclos de periodicidad inferior $y_j(t)$:

$$x(t) = x_0(t) + \sum_{j=0}^3 y_j(t) \quad (6)$$

En (6), $y_j(t)$ capta bandas de $[2^{(4-j)}]$ y $[2^{(5-j)}]$ trimestres: $y_0(16 - 32)$, $y_1(8 - 16)$ y $y_2(4 - 8)$ representan variaciones de ciclo económico, mientras que $y_3(< 4)$ recoge alta frecuencia/ruido.

La descomposición wavelet discreta (DWT) de nivel J en posición k para $x(t)$ se define como:

$$x(t) = \sum_k \tilde{a}_{0k} \tilde{\phi}_{jk}(t) + \sum_{j=0}^{J-1} \sum_k \tilde{b}_{jk} \tilde{\psi}_{jk}(t) \quad (7)$$

donde \tilde{a}_{0k} son coeficientes de escalado y \tilde{b}_{jk} de detalle⁶; $\tilde{\phi}_{jk}(t)$ y $\tilde{\psi}_{jk}(t)$ son las funciones de análisis de escalado y wavelet⁷. La primera etapa (análisis) aplica un banco

Con base en la experiencia y comenzando con filtros más cortos, se ha encontrado que el 17/11 funciona bien en la práctica”.

⁶ Donde $\tilde{a}_{0k} = \int x(t) \tilde{\phi}_{0k}(t) dt$ y $\tilde{b}_{jk} = \int x(t) \tilde{\psi}_{jk}(t) dt$

⁷ $\tilde{\phi}_{jk}(t) = 2^{j/2} \tilde{\phi}(2^j t - k)$ y $\tilde{\psi}_{jk}(t) = 2^{j/2} \tilde{\psi}(2^j t - k)$

de filtros paso-bajo $\{h_{0k}\}$ y paso-alto $\{h_{1k}\}$ para obtener aproximaciones y detalles a distintas resoluciones. Sea $H_0(\omega)$ y $H_1(\omega)$ $H_0(\omega)$ y la respuesta en frecuencia de esos filtros; el paso-bajo equivalente de orden J que vincula \tilde{a}_{0k} con $x(t)$ es:

$$A_0(\omega) = \prod_{l=0}^{J-1} H_0(2^l \omega) \quad (8)$$

(expresado en ciclos por período; la periodicidad es el inverso de la frecuencia)⁸³. En la práctica, el nivel 0 de aproximación se comporta como un paso-bajo con banda de parada ≈ 32 períodos. La segunda etapa (síntesis) reconstruye con filtros $\{f_0(k)\}_{k=0}^N$ y $\{f_1(k)\}_{k=0}^{\tilde{N}}$.

Los detalles $j = 0, 1, 2$ corresponden a filtros pasa-banda de 16–32, 8–16 y 4–8 períodos, respectivamente, determinados por la respuesta:

$$B_j(\omega) = H_1(2^{J-j-1}\omega) \prod_{l=0}^{J-j-2} H_0(2^l \omega) \quad (9)$$

El detalle $j = 3$ actúa como paso-alto (banda de parada ≈ 4 períodos). Con una descomposición de 4 niveles se obtiene: tendencia (> 32), ciclo (4 – 32) y ruido (< 4), cuya agregación reproduce $x(t)$ por (6). En economía suelen emplearse (3 – 6) niveles; por encima, los “ciclos” pueden reflejar periodicidades (> 28) observaciones y perder relevancia empírica⁹.

Asimismo, la descomposición multiresolución (MRA) permite caracterizar propiedades dinámicas del ciclo —como duración, persistencia y volatilidad— desde una perspectiva multiescala, lo que resulta especialmente útil para el análisis empírico desarrollado en secciones posteriores.

Una evaluación comparativa detallada entre ambos procedimientos, incluyendo criterios empíricos de estabilidad, volatilidad relativa, simetría y coherencia con

⁸ La respuesta $A_0(\omega)$ se expresa en ciclos por período (frecuencia en radianes normalizada por 2π periodicidad = 1/frecuencia).

⁹ Yogo (2008) enfatiza que el análisis wavelet ofrece mejor resolución temporal al usar bases localizadas en tiempo (y escala), lo que ayuda a capturar volatilidad cambiante del ciclo económico.

episodios macroeconómicos históricos, se presenta en el Apéndice 2. Con base en dicha evidencia, este estudio adopta el filtro wavelet biortogonal 17/11 como método principal para la obtención del componente cíclico.

4. Cronologías del Ciclo de Crecimiento: Aplicación del Algoritmo CFEAT de Kholodilin (2009) a Componentes Cíclicos Wavelet.

Esta sección presenta la construcción de las cronologías del ciclo de crecimiento para la economía colombiana a partir de los componentes cíclicos extraídos mediante el filtro wavelet biortogonal multirresolución 17/11. A diferencia de la cronología clásica basada en series en niveles, el fechado del ciclo de crecimiento requiere un procedimiento diseñado para identificar puntos de giro en señales continuas centradas y libres de tendencia. Con este propósito, se emplea el algoritmo no paramétrico *Cyclically Flexible Extraction of Approximate Turning-Points* (en adelante CFEAT), cuya lógica general se expone a continuación¹⁰.

CFEAT está específicamente orientado al análisis del ciclo de crecimiento, ya que opera sobre componentes cíclicos previamente extraídos y centrados en torno a cero, lo que permite interpretar los puntos de giro como desviaciones respecto a la tendencia de largo plazo, en lugar de como cambios en el nivel de la actividad económica, lo cual Ello permite analizar episodios de desaceleración persistente que no necesariamente se reflejan como recesiones en niveles. Esta característica introduce una diferencia conceptual fundamental respecto a los métodos aplicados a series en niveles —como Bry–Boschan y sus extensiones por Harding y Pagan—, cuyo ámbito natural es la identificación de recesiones amplias y difundidas en la actividad agregada.

¹⁰ Teniendo en cuenta que CFEAT no ha sido documentado en la literatura académica ni incluido en surveys internacionales estándar sobre datación de ciclos (por ejemplo, Camacho & Gadea, 2002), su aplicación en este estudio resulta pionera, al menos en Colombia.

Una descripción formal de los pasos operativos del algoritmo —criterios de magnitud, reglas de alternancia y medición de duraciones y amplitudes— se presenta en el Apéndice 3, donde se documenta su funcionamiento detallado y las diferencias operativas más relevantes con respecto a Bry–Boschan. Esto garantiza transparencia metodológica y facilita la reproducibilidad de los resultados.

4.1 CFEAT en el Contexto de la Datación del Ciclo Económico

CFEAT se sitúa dentro de la tradición no paramétrica de datación del ciclo económico, cuyo referente clásico es el procedimiento de Bry y Boschan (1971) y sus extensiones posteriores por Harding y Pagan (2002, 2005). Al igual que estos métodos, define el ciclo como una sucesión alternante de picos y valles identificados mediante reglas sistemáticas aplicadas a la información observada, privilegiando criterios operativos claros por encima de supuestos estructurales fuertes.

No obstante, introduce un elemento adicional clave para el análisis del ciclo de crecimiento: la relevancia de los extremos se evalúa mediante un umbral explícito de magnitud proporcional a la volatilidad del componente cíclico. De este modo, solo se aceptan picos y valles que representen fluctuaciones suficientemente significativas, más allá de la geometría local de los datos.

Esta combinación de reglas geométricas y criterios de magnitud sitúa al algoritmo en una posición intermedia entre los enfoques puramente determinísticos y los métodos basados en modelos probabilísticos, sin imponer una estructura estocástica explícita, pero permitiendo caracterizar de manera sistemática propiedades como duración y amplitud de las fases.

La aplicación del procedimiento depende directamente de la estrategia de extracción del componente cíclico presentada en la Sección 3. El uso de wavelets garantiza que las series de entrada cumplan los requisitos operativos del algoritmo —

ausencia de tendencia sistemática, media cercana a cero, estabilidad temporal y adecuada localización de los extremos—. En este sentido, el preprocesamiento wavelet constituye un elemento central del diseño metodológico y no un paso accesorio, asegurando la coherencia entre el enfoque de ciclo de crecimiento y el mecanismo de fechado.

Desde una perspectiva analítica, CFEAT permite establecer un vínculo claro entre la cronología clásica y la del ciclo de crecimiento. Mientras los métodos de fechado en niveles resultan particularmente informativos para identificar episodios recesivos amplios, la cronología alternativa aporta información adicional sobre la intensidad, persistencia y dinámica de las fluctuaciones en torno a la tendencia. El examen comparativo desarrollado en la Sección 5 permite evaluar la robustez de los resultados empíricos ante definiciones alternativas del ciclo y enriquecer la interpretación para el caso colombiano.

En suma, la cronología resultante —estimada para el IDA*, el PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la FBCF— constituye la base empírica sobre la cual se desarrolla el análisis presentado en la sección siguiente.

5. Cronologías del Ciclo de Crecimiento

Esta sección presenta los resultados empíricos del estudio del ciclo de crecimiento y los contrasta con la cronología clásica basada en series en niveles documentada por Arango et al. (2025). El análisis se organiza en dos partes: primero, se examinan las cronologías CFEAT y Bry–Boschan para el PIB trimestral y varios agregados reales; luego, se analizan las cronologías obtenidas para el IDA* y el IDA. Esta estructura permite identificar similitudes y diferencias entre ambas perspectivas de medición del ciclo económico.

Un principio central del enfoque adoptado consiste en presentar únicamente cronologías derivadas de agregados de la misma naturaleza económica y estadística. Así, la cronología CFEAT del PIB se muestra en relación únicamente con la cronología BB del PIB, y la cronología CFEAT del IDA* con la cronología BB del IDA. El objetivo no es comparar metodologías conceptualmente inconmensurables —pues una fase Pico-Valle del ciclo de crecimiento puede prolongarse más allá del punto en el que el PIB en niveles ha dejado de caer—, sino establecer correspondencias temporales que permitan una lectura equilibrada y rigurosa del comportamiento cíclico. Esta aproximación evita interpretaciones erróneas y, al mismo tiempo, ofrece información útil para evaluar la persistencia de brechas que son relevantes para la política económica.

5.1 Componentes Cíclicos y Cronologías del PIB Trimestral y Agregados Reales

Esta sección presenta los resultados empíricos del ciclo de crecimiento y los pone en relación con la cronología clásica basada en series en niveles. El análisis se organiza en dos partes: (i) PIB trimestral y agregados reales (consumo total, consumo de los hogares y formación bruta de capital fijo) y (ii) el Índice de Difusión Agregado Cíclico (IDA*) frente al IDA en niveles. Esta estructura permite identificar similitudes y diferencias relevantes entre dos representaciones conceptualmente distintas del ciclo económico.

Un principio central del enfoque adoptado consiste en poner en relación únicamente cronologías derivadas de agregados de la misma naturaleza económica y estadística: la cronología CFEAT del PIB se contrasta con la cronología Bry–Boschan (BB) del PIB, y la cronología CFEAT del IDA* con la cronología BB del IDA. El objetivo no es comparar metodologías inconmensurables, sino establecer correspondencias temporales entre objetos distintos (niveles vs. componentes cíclicos)

para obtener una lectura más equilibrada, rigurosa y operativa del comportamiento cíclico.

Aunque los enfoques de ciclo clásico (en niveles) y de ciclo de crecimiento (desviaciones respecto a tendencia) no son estrictamente equivalentes, es posible examinar correspondencias en términos de fechas y duraciones de fases —dimensiones comunes a cualquier regla de fechado basada en puntos de giro— bajo supuestos generales de suavidad de la tendencia y predominio de frecuencias de negocio. En esa clave, la coincidencia parcial o total entre episodios de desaceleración detectados por CFEAT y las recesiones datadas por BB constituye un ejercicio de coherencia temporal que matiza o refuerza las señales del ciclo clásico, sin forzar equivalencias conceptuales.

5.1.1 Dinámica de los Componentes Cíclicos Wavelet

El Gráfico 1 presenta los componentes cíclicos del PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la formación bruta de capital fijo, estimados mediante el filtro¹¹ wavelet biortogonal multirresolución 17/11. Sobre estos últimos se superpone la cronología CFEAT del ciclo de crecimiento.

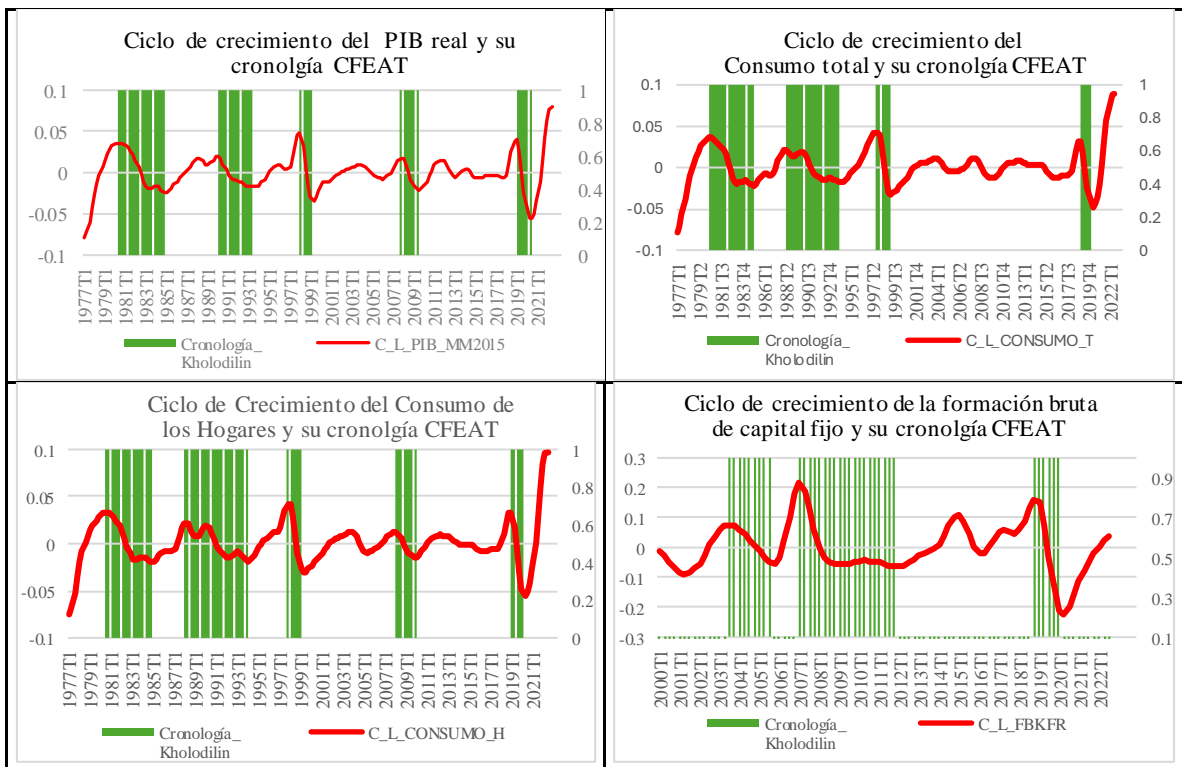
Los resultados evidencian coherencia histórica de los componentes cíclicos, los cuales concentran la variabilidad en el rango de periodicidades asociado al ciclo económico y exhiben oscilaciones centradas en cero. Además, la datación de las fases mediante CFEAT coincide de manera más estrecha con episodios de desaceleración y recuperación documentados para la economía colombiana (Alfonso et al., 2011 y 2013; Alfonso, 2015; Martínez, 2008; Arango et al., 2016). Estos, los componentes wavelet presentan menor sensibilidad a la incorporación de nuevas observaciones en los

¹¹ Implementado en el *toolbox* Wavelet de MATLAB. Se incluyen gráficos de impulso-respuesta, del filtro de síntesis y de respuesta en distintas frecuencias, con el fin de ilustrar la descomposición multiescala

extremos de la muestra, lo que reduce problemas de inestabilidad temporal característicos de los filtros pasa-banda finitos y resulta especialmente relevante para el seguimiento continuo del ciclo económico.

Los resultados permiten evaluar de manera intuitiva la coherencia histórica de los movimientos cíclicos identificados. En filtro wavelet 17/11 concentran la variabilidad en el rango de frecuencias asociado al ciclo económico. En particular, los componentes cíclicos wavelet exhiben oscilaciones con media cero y una datación de las caídas y recuperaciones más consistente con los episodios de desaceleración y recuperación generalmente documentados para la economía colombiana (Alfonso et al., 2011 y 2013; Alfonso, 2015; Martínez, 2008 y Arango et al., 2016).

Gráfico 1
Componentes cíclicos Wavelet y
Cronologías CFEAT (Series Trimestrales)



Fuente: Cálculos del autor.

Adicionalmente, el componente cíclico obtenido mediante wavelets presenta menor sensibilidad a la incorporación de nuevas observaciones en los extremos de la muestra, reduciendo los problemas de inestabilidad temporal que suelen afectar a filtros pasa-banda finitos, aspecto especialmente relevante para el monitoreo continuo del ciclo económico.

5.1.2 Cronologías del Ciclo de Crecimiento del PIB y Agregados Reales

Sobre la base de los componentes cíclicos estimados mediante análisis wavelet, se construyen las cronologías del ciclo de crecimiento del PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la formación bruta de capital. El cuadro A.3.1 del Apéndice 3 reporta las fechas de inicio y finalización de las fases expansivas y contractivas, así como sus duraciones y amplitudes.

Los resultados muestran patrones coherentes entre los distintos agregados reales, aunque con diferencias relevantes en términos de duración, amplitud y persistencia. En particular, el ciclo de crecimiento del PIB presenta expansiones más cortas y recesiones más prolongadas que las identificadas bajo el enfoque clásico (Cuadro 1), mientras que el consumo —especialmente el consumo de los hogares— exhibe una mayor persistencia en las fases expansivas. La formación bruta de capital fijo, por su parte, muestra ciclos de mayor volatilidad y amplitud, reflejando su comportamiento marcadamente procíclico.

Estas diferencias resaltan la capacidad del enfoque de ciclo de crecimiento para capturar la heterogeneidad en la dinámica cíclica entre agregados macroeconómicos y para identificar episodios de desaceleración prolongada que no necesariamente se traducen en recesiones en niveles. Tales episodios, al reflejar la persistencia de la brecha respecto al potencial, proporcionan señales útiles para los responsables de política económica en la evaluación del grado de consolidación de la recuperación y del

momento en el que resulta prudente comenzar a retirar gradualmente el sesgo expansivo de las intervenciones macroeconómicas.

Las fechas exactas de picos y valles, así como las duraciones y amplitudes de las expansiones y desaceleraciones del ciclo de crecimiento para el PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la formación bruta de capital fijo se documentan de manera detallada en el cuadro A.3.1 del Apéndice 3. Estos cuadros constituyen el soporte empírico de los patrones resumidos en esta subsección y permiten una comparación directa entre agregados reales.

5.1.3 Cronología del ciclo de crecimiento del PIB trimestral y de su ciclo clásico

Antes de examinar los resultados del PIB, conviene precisar la implicación práctica de trabajar con dos objetos distintos. La cronología clásica en niveles identifica contracciones absolutas del PIB, mientras que la cronología del ciclo de crecimiento captura desviaciones respecto al potencial; en consecuencia, una fase recesiva del componente cíclico puede prolongarse más allá del punto en que el PIB en niveles ha dejado de caer. Esta prolongación no debe interpretarse como sobrealerta o “recesión artificialmente extendida”, sino como evidencia de persistencia de la brecha (output gap) y, por ende, como señal útil sobre la fragilidad de la recuperación y el riesgo de reversión. Desde la perspectiva de política, esta lectura conjunta previene la relajación prematura de los instrumentos macroeconómicos y orienta una calibración temporal más prudente durante la fase de cierre del gap.

Con este marco, se presentan los componentes cíclicos wavelet 17/11 y la cronología CFEAT del ciclo de crecimiento del PIB trimestral, junto con la cronología BB en niveles. El interés recae en (i) establecer correspondencias temporales entre picos y valles; (ii) caracterizar duraciones, amplitudes, persistencia y asimetrías; y (iii) evaluar desfases (lead/lag) en los puntos de giro. Esta evidencia permite distinguir

episodios en los que la señal cíclica anticipa o prolonga la lectura en niveles, aportando insumos para el monitoreo coyuntural y la gestión del riesgo macroeconómico. La lectura de los resultados del ciclo de crecimiento a la luz del ciclo clásico se ilustra con particular claridad en el caso del PIB trimestral. Según la cronología clásica estimada mediante el algoritmo Bry–Boschan aplicado al PIB en niveles (Cuadro 1), para el período 1977:01–2022:03 se identifican tres recesiones de muy corta duración — alrededor de tres trimestres— y expansiones extraordinariamente prolongadas, cercanas a 72 trimestres en promedio. En este enfoque, la razón Valle-Pico/Pico–Valle alcanza valores próximos a 24, reflejando una marcada asimetría, plenamente consistente con la definición del ciclo clásico adoptada por el NBER y el CEPR.

Cuadro 1
Cronología del PIB Trimestral con Enfoque Clásico (BB en Niveles)

Pico (P)	Valle (V)	P→P (T)	V→V (T)	P→V (T)	V→P (T)	Cronología Anual
1982:T2	1982:T4	—	—	2	—	1983
1998:T2	1999:T2	64	66	4	62	1998–1999
2019:T3	2020:T2	85	84	3	81	2020
Promedio	—	75	75	3	72	—

Notas: (i) P→P = duración de ciclo pico a pico; V→V = ciclo valle a valle; P→V = recesión; V→P = expansión. (ii) Los promedios de 75, 75, 3, 72 están declarados en el cuadro. Fuente: Arango et al. (2025).

En contraste, la cronología del ciclo de crecimiento del PIB (Cuadro 2), identifica recesiones de mayor duración —en torno a diez trimestres en promedio— y expansiones considerablemente más cortas, del orden de 28 trimestres. Como resultado, la asimetría del ciclo se reduce sustancialmente, con una razón Valle-Pico/Pico–Valle cercana a 2.7.

Un resultado particularmente relevante es la identificación de una fase de desaceleración entre 1990:01 y 1993:03, que no es detectada bajo el enfoque clásico.

Como señalan Arango et al. (2025), esta fase no pudo ser identificada ni mediante la datación en niveles ni a partir de la revisión de análisis de coyuntura de la época, por lo que no califica como recesión clásica. No obstante, desde la óptica del ciclo de crecimiento, este episodio refleja un alejamiento negativo persistente respecto a la tendencia de largo plazo. Esta lectura es consistente con trabajos para Colombia que documentan una recesión de la actividad económica a comienzos de los años noventa (Alfonso et al., 2011; Alfonso, 2013; Alfonso et al., 2015 y Arango et al., 2016) y con la desaceleración de la cronología propuesta por Mejía (2020), quien describe un debilitamiento del crecimiento entre 1988 y 1991 sin contracciones absolutas del nivel de actividad.

Cuadro 2

Cronología del Componente Cíclico del PIB Trimestral (Ciclo de Crecimiento)

Pico (P)	Valle (V)	Pico siguiente (P')	P→P (T)	V→P (T)	V→V (T)	P→V (T)
1980:T2	1985:T1	1990:T1	39	20		19
1990:T1	1993:T3	1998:T1	32	18	34	14
1998:T1	1999:T2	2007:T4	39	34	23	5
2007:T4	2009:T3	2019:T1	45	38	41	7
2019:T1	2020:T3	—	44	—	—	6
Promedio	—	—	39	28	36	10

Nota: El promedio de P→P=39, V→P=28, V→V=36 y P→V=10.

Fuente: Cálculos el autor.

Estos resultados ilustran con claridad las diferencias conceptuales entre ambos enfoques y su complementariedad. Además, ofrece información adicional sobre la duración, intensidad y persistencia de las fluctuaciones del PIB.

5.2 Cronología del ciclo de crecimiento del IDA* y del ciclo clásico del IDA en niveles

Un razonamiento análogo se aplica a las cronologías del IDA. El IDA en niveles sintetiza la dinámica coincidente de un conjunto amplio de indicadores y su cronología BB registra contracciones en niveles de esa actividad agregada. Por su parte, el IDA* —construido sobre componentes cíclicos wavelet— captura desviaciones respecto a la tendencia común, por lo que su cronología CFEAT puede permanecer en fase recesiva aun cuando algunas series en niveles ya muestren recuperación. Estas diferencias no son inconsistencias metodológicas, sino representaciones alternativas del mismo fenómeno: el IDA* provee una lectura de la difusión y persistencia de las brechas cíclicas en múltiples mercados, útil como indicador de alerta temprana sobre la amplitud y resiliencia de los episodios de desaceleración.

En este contexto, se presentan los componentes cíclicos subyacentes al IDA* y su cronología CFEAT, junto con la cronología BB del IDA en niveles. Se analizan (i) fases y duraciones; (ii) amplitudes e intensidad cíclica (energía); (iii) persistencia multiescala; y (iv) la coherencia con episodios macroeconómicos ampliamente documentados. La lectura conjunta permite identificar cuándo la señal de difusión cíclica anticipa el deterioro o la mejora en el agregado, y cuándo permanece en territorio contractivo aun tras el giro en niveles, aportando criterios de priorización y vigilancia intensiva para la toma de decisiones.

5.2.1 Cronología del IDA* y Características Generales del Ciclo de Crecimiento Agregado

La cronología del ciclo de crecimiento del IDA* identifica cinco fases contractivas entre 1980 y 2022 (Cuadro 3). Cuatro de ellas se ubican en los mismos episodios de debilitamiento documentados por la cronología clásica del IDA, aunque

con delimitaciones temporales más amplias. La fase adicional corresponde al período 1987–1989, caracterizado por una desaceleración económica de amplia difusión que ha sido señalada por diversos trabajos, pero que en niveles no alcanza la profundidad suficiente para clasificarse como recesión.

Las duraciones del ciclo de crecimiento del IDA* muestran fases contractivas prolongadas y fases expansivas relativamente más breves y simétricas. Este patrón revela episodios de debilidad persistente en un conjunto amplio de indicadores, cuya dinámica no siempre se traduce en contracciones del nivel de actividad, pero sí en una pérdida sostenida de tracción respecto a su tendencia.

Cuadro 3

Cronología IDA*: Enfoque de Ciclo de Crecimiento

Ciclo	Pico (P)	Valle (V)	Pico siguiente (P')	Pico→ Valle	Valle→ Pico	Pico→ Pico	Valle→ Valle
1	1982-06	1985-06	1987-08	36	26	62	44
2	1987-08	1989-02	1997-10	18	104	122	120
3	1997-10	1999-02	2006-10	16	92	108	121
4	2006-10	2009-03	2019-03	29	120	149	134
5	2019-03	2020-05	2022-08	14	27	41	-
Promedios	—	—	—	22,6	≈73,8	96,4	≈104.8

Fuente: Cálculos del autor.

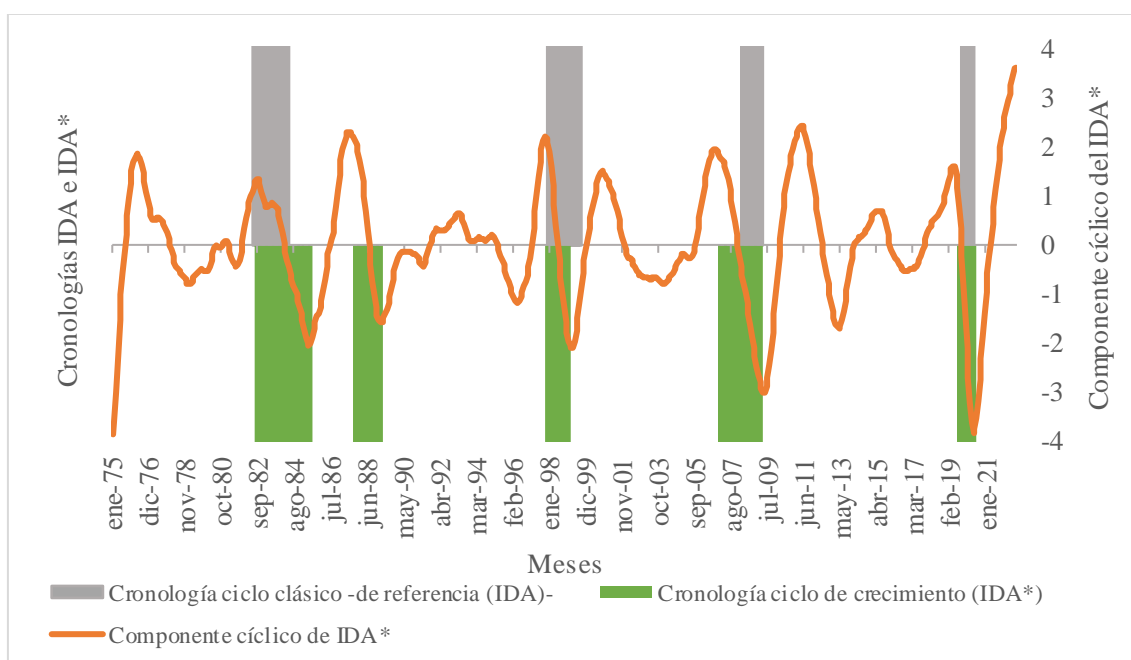
5.2.2 Cronología del ciclo de crecimiento del IDA* frente a la Cronología Clásica del IDA

El contraste entre la cronología del ciclo de crecimiento del IDA* y la cronología clásica del IDA (Gráfico 2; Cuadros 3 y 4) revela diferencias significativas en la delimitación de episodios contractivos. Bajo el enfoque clásico, las recesiones del IDA son concentradas y de corta duración, seguidas por expansiones muy prolongadas y

altamente asimétricas, en línea con los referentes internacionales reportados por el NBER, la OCDE y el CEPR (Cuadro 5). En cambio, el IDA* muestra que estos episodios suelen estar precedidos y seguidos por fases de desaceleración persistente, durante las cuales un número considerable de series exhibe desviaciones negativas respecto a la tendencia.

Gráfico 2

Cronologías del Ciclo Clásico del IDA (BB) y del Ciclo de Crecimiento del IDA* (CFEAT)



Fuente: Arango et al. (2025) y cálculos del autor.

Esta divergencia es coherente con la interpretación del ciclo económico como un fenómeno de difusión transversal, más que como una sucesión de caídas puntuales en el nivel de actividad. Tal como documentan Arango et al. (2025), existen períodos en los que el crecimiento del PIB es positivo pese a una contracción ampliamente difundida entre sectores, así como episodios en los que caídas puntuales del PIB no alcanzan suficiente difusión para ser clasificadas como recesiones amplias. El IDA*, al

construirse sobre componentes cíclicos, permite identificar estos procesos de deterioro generalizado, visibles como desviaciones persistentes respecto a la tendencia común.

El Cuadro 4 documenta que las fases expansivas del ciclo clásico son muy largas, mientras que las expansiones del ciclo de crecimiento del IDA* se encuentran acotadas por una tendencia más estable. Esta diferencia permite distinguir entre expansiones prolongadas asociadas a crecimiento tendencial elevado y períodos de avance moderado con una brecha aún abierta.

Cuadro 4

Cronología IDA Enfoque Clásico

Ciclo	Pico (P)	Valle (V)	Pico siguiente (P')	Pico→ Valle	Valle→ Pico	Pico→ Pico	Valle→ Valle
1	1982-06	1984-03	1997-12	21	165	186	185
2	1997-12	1999-08	2008-02	20	102	122	115
3	2008-02	2009-03	2019-10	13	127	140	133
4	2019-10	2020-04	2022-08	6	28	34	—
Promedios	—	—	—	15	106	121	≈144

Nota: Cronología de referencia del Índice de Difusión Agregado (IDA)

Fuente: Arango et al. (2025)

Cuadro 5

Referentes Internacionales de Duración en Meses

Referencia	Expansión	Recesión	Ciclo	Notas
NBER EE. UU. (1945–2020)	~64.2 meses	~10.3 meses	~75 meses	Recesión COVID: 2 meses (feb–abr 2020).
IMF/World Bank (global)	s. o.	~12 meses	s. o.	Recesiones globales: 1975, 1982, 1991, 2009.nbery 1 más
OCDE	≈106	≈15	≈121	Cronologías mensuales con <i>turning points</i> por país.
CEPR (Zona Euro)	≈60	≈15–18	≈75–90	-

Fuente: Elaboración propia con base en referencias internacionales citadas en el texto.

Un resultado particularmente relevante es la mayor coherencia entre las cronologías de crecimiento del PIB y del IDA*. A diferencia del ciclo clásico, en el que el número de fases y sus duraciones difieren entre ambos agregados, las cronologías CFEAT identifican un número similar de fases y duraciones promedio relativamente próximas (≈ 30 meses para contracciones y $\approx 74-84$ meses para expansiones). Esta convergencia sugiere que, una vez removida la tendencia, ambos agregados capturan de manera más homogénea la difusión, persistencia y amplitud de las fluctuaciones.

Asimismo, se observa un desalineamiento temporal sistemático en algunos episodios. La fase contractiva del IDA* entre 1987:08 y 1989:02 antecede a la fase Valle-Pico del ciclo de crecimiento del PIB entre 1990:T1 y 1993:T3, lo que puede interpretarse como un mecanismo de anticipación: el deterioro amplificado entre sectores que recoge el IDA* precede al ajuste del PIB. Un patrón similar ocurre en la crisis de finales de los noventa, donde la desaceleración del IDA antecede la contracción del PIB trimestral. Estos hechos refuerzan el papel del IDA* como indicador adelantado del ciclo de crecimiento, más que como un generador espurio de recesiones.

Finalmente, el detalle completo de las características del IDA* —duraciones, amplitudes, asimetrías y persistencias— se presenta en el Apéndice 3, lo que permite evaluar con mayor precisión las diferencias cuantitativas entre ambos enfoques.

En conjunto, los resultados de esta sección muestran que la perspectiva de ciclo de crecimiento aporta información adicional sobre la dinámica cíclica en Colombia. A nivel de variables individuales, permite caracterizar diferencias sistemáticas en la duración, amplitud y volatilidad de las fases; y, a nivel agregado, capta con mayor nitidez la difusión y la persistencia de las desaceleraciones económicas a través del IDA*. En contraste con la cronología clásica, las diferencias en las duraciones de las

fases resultan relevantes para el seguimiento coyuntural y la evaluación de riesgos macroeconómicos.

Dado lo anterior, resulta necesario examinar la plausibilidad económica de los episodios de mayor brecha negativa identificados entre 1987 y 1993 para el IDA* y el PIB en sus componentes cíclicos. La siguiente sección revisa evidencia macroeconómica y laboral independiente sobre este período y, posteriormente, evalúa si la duración de las fases constituye un criterio estadístico útil para validar o descartar estos episodios a la luz de la descomposición multiescala.

5.2.3 Evidencia Macroeconómica y Laboral y Cronologías del Ciclo de Crecimiento

La fase contractiva identificada por el IDA* entre 1987:08 y 1989:02 es plenamente coherente con el deterioro macroeconómico documentado para finales de los ochenta. Aunque el PIB real no registra una recesión técnica en 1990–1992 según la base 2015 del DANE y Banco de la República, el PIB per cápita sí muestra un episodio contractivo: su crecimiento pasa de 3,7 % en 1986 a –0,12 % en 1991, en línea con la trayectoria descendente descrita por Martínez (2008)¹². Este deterioro se asocia a las tensiones del régimen de mini devaluaciones —que se volvió marcadamente procíclico y culminó en una devaluación del 50 % en 1985—, a las dificultades de esterilización y a la prociclicidad del crédito y del endeudamiento externo señaladas por Villar et al. (2005). En este contexto, la cronología del IDA* anticipa adecuadamente la pérdida de

¹² La literatura sobre ciclos económicos señala que una recesión se identifica con una caída de la actividad durante dos trimestres consecutivos o más (variación negativa del PIB real), mientras que una desaceleración alude a una reducción persistente en el ritmo de crecimiento sin que necesariamente se registren contracciones consecutivas. Por su parte, la contracción per cápita se refiere a caídas en el PIB por habitante aun cuando el PIB agregado continúe creciendo. Con la base 2015 del DANE, el PIB real de 1990–1992 muestra una desaceleración marcada, pero no una recesión técnica; en contraste, el PIB per cápita documentado por Martínez (2008) sí presenta un episodio contractivo, coherente con el deterioro anticipado por el IDA.

dinamismo económico de finales de la década, evidenciando su utilidad como indicador adelantado del ciclo.

La cronología del IDA* constituye, además, una señal adelantada¹³ del deterioro macroeconómico que desembocó en la desaceleración de 1990–1991. La fase contractiva iniciada en 1987:08 habría funcionado como una alerta temprana para los responsables de política, pues anticipa en más de dos años la caída del PIB y coincide con el inicio de las tensiones procíclicas documentadas por Martínez (2008) y Villar et al. (2005).

Consistentemente, la cronología “a la NBER” de Alfonso et al. (2011) y Alfonso et al. (2013) —construida mediante un índice de difusión acumulado basado en Bry–Boschan aplicado a niveles mensuales— ubica para 1980–2010 cinco ciclos completos, incluyendo la fase recesiva de comienzos de los noventa. En particular, identifican los quiebres pico 1988/abril → valle 1988/diciembre y pico 1990/abril → valle 1991/marzo, fechas que coinciden con la fase contractiva detectada por el IDA* hacia 1987:08–1989:02, la cual antecede y se superpone con la dinámica recesiva encontrada por los autores. Las versiones de 2011 y 2013 mantienen la misma metodología y las mismas fechas para este período, si bien la segunda extiende el horizonte a 1975–2011 e incorpora un conjunto más amplio de series.

Arango et al. (2008) aplican la metodología de Bry y Boschan (1971) a series mensuales de nivel y muestran, para el caso de Estados Unidos, que la datación basada

¹³ Una objeción posible es si el IDA habría anticipado la desaceleración de 1990–1991 usando únicamente la información disponible hasta finales de los ochenta. Este punto es importante: la fase contractiva identificada desde 1987:08 no depende de información posterior a 1990, sino de señales que ya estaban presentes en tiempo real —términos de intercambio, flujos de capital, prociclicidad cambiaria y monetaria, y ciclos del crédito— y que describen el deterioro documentado por Martínez (2008) y Villar et al. (2005). Dado que el IDA* sintetiza estas señales, su capacidad anticipatoria no es un artefacto ex post, sino una consecuencia de la sincronización de variables que efectivamente se deterioraron antes de dicha desaceleración.

en el Índice de Producción Industrial (IPI-US) reproduce con gran precisión la cronología oficial del NBER, con diferencias de uno o dos meses a lo sumo, mientras que el PIB trimestral omite fases recesivas breves debido a su menor frecuencia y a revisiones posteriores. Con esta validación, los autores estiman una cronología para Colombia entre 1980 y 2007 usando el IPI, identificando cinco ciclos completos y recesiones en 1988:06–1988:11 y 1990:04–1991:03, con ciclos asimétricos donde las expansiones superan en duración a las recesiones y con caídas “pico-valle” promedio de –11 % (mínimo –24 %). Cuando utilizan el PIB trimestral, sólo se detectan dos recesiones, lo que confirma que el IPI es más informativo para la datación, coherente con la lógica que subyace al uso de series mensuales en la cronología por difusión de Alfonso et al. (2011) y Alfonso et al. (2013).

Con base en esa cronología, Arango et al. (2008) identifican hechos estilizados relevantes para anticipar recesiones: variables como la inversión (total y por componentes), las importaciones, el consumo privado, la industria, el comercio, los agregados monetarios (M1, M3) y la cartera exhiben un comportamiento claramente procíclico, mientras que la tasa de desempleo es contracíclica. También encuentran que M1 lidera al PIB con signo positivo y que el consumo público lo lidera con signo negativo. Para el episodio de abril de 1990–marzo de 1991, documentan un deterioro previo en el consumo e inversión públicos, la base monetaria, las licencias de construcción, los precios internacionales, en particular del café, y en el PIB de Estados Unidos. Estas señales tempranas resultan coherentes con el deterioro descrito por Martínez (2008) para finales de los ochenta y con la secuencia de picos y valles estimada por Alfonso et al. (2011) y Alfonso et al. (2013) para inicios de los noventa.

En suma, la evidencia proveniente de la aplicación de Bry–Boschan a series mensuales en Arango et al. (2008), la cronología basada en el IPI y en difusión

acumulada, y los precursores asociados al deterioro de la demanda pública, los agregados monetarios, las licencias de construcción y los términos externos se articulan con el deterioro per cápita descrito por Martínez (2008) y con la fase contractiva identificada en el período 1987–1989 por el indicador compuesto de crecimiento (IDA*). En conjunto, estos elementos ofrecen una lectura consistente del episodio de finales de los años ochenta y comienzos de los noventa.

El mercado laboral también reflejó tempranamente este deterioro. Alfonso (2015) muestra que, incluso antes de 1990, existían rigideces estructurales y que el empeoramiento del mercado laboral entre 1990 y 1993 obedeció principalmente al aumento de la tasa de separación, a diferencia de crisis posteriores donde predominó la caída en la colocación. A su vez, Arango et al. (2016), utilizando la cronología de Alfonso et al. (2013), encuentran que durante la fase contractiva de comienzos de los noventa la participación laboral aumentó, la ocupación se mantuvo relativamente estable y el desempleo repuntó por la combinación de mayor oferta laboral y deterioro macroeconómico; además, los cesantes aumentaron sistemáticamente, confirmando que los despidos y la búsqueda de reinserción laboral son los hechos más regulares de los episodios contractivos. Esta evidencia laboral es plenamente consistente con la fase contractiva captada por el IDA* entre 1987:08 y 1989:02 y con el deterioro per cápita documentado por Martínez (2008) y la secuencia de picos y valles estimada por Alfonso et al. (2011) y Alfonso et al. (2013).

Desde el enfoque clásico, la literatura identifica dos episodios Pico-Valle breves en este intervalo: una de baja difusión en 1988 y otra moderada en 1990–1991, con una duración cercana a once meses y difusión aproximada del 68% (Arango et al., 2008; Alfonso et al., 2013). Estas recesiones se insertan en un ciclo más largo: expansiones moderadas en 1983–1988 y 1991–1995 y reformas estructurales que alteraron

gradualmente la dinámica económica del país. En conjunto, el período 1987–1993 se caracteriza por una desaceleración acumulada y transiciones cortas entre fases contractivas y expansivas.

Dentro de este contexto, la fase Pico-Valle de 1987–1989 señalada por el IDA* y la de 1990–1993 en el componente cíclico del PIB aparecen como fases formalmente coherentes: reflejan brechas negativas persistentes, anticipadas en el índice de difusión y posteriormente observadas en el nivel de actividad. La coincidencia con deterioros en empleo, participación laboral, producto per cápita y entorno externo refuerza su plausibilidad económica y su correspondencia con episodios descritos por la literatura nacional.

Adicionalmente, la prueba de dependencia de duración confirma que las transiciones entre fases del ciclo colombiano son consistentes con un hazard constante; en consecuencia, la probabilidad de cierre o inicio de una fase no depende de su longevidad. Esta propiedad implica que la duración de las expansiones que enmarcan los episodios de 1987–1989 (IDA*) y de 1990–1993 (PIB cíclico) no constituye un criterio estadístico válido para descartarlos. Por el contrario, refuerza la plausibilidad temporal de ambas fases, especialmente tratándose de indicadores diseñados para capturar desviaciones persistentes respecto al potencial antes de que el nivel de actividad registre caídas netas.

6. Características Adicionales del Ciclo Económico

Una vez analizadas las cronologías del ciclo clásico y del ciclo de crecimiento, esta sección profundiza en propiedades del ciclo de crecimiento que no se derivan exclusivamente de la datación de picos y valles. En particular, se evalúa la consistencia temporal de una de las fases de mayor brecha negativa mediante una prueba de dependencia de duración. Este enfoque interpreta las fluctuaciones económicas como

desviaciones persistentes respecto a una trayectoria tendencial de largo plazo, permitiendo aproximar holguras macroeconómicas relevantes para el análisis de política monetaria y fiscal.

El uso de componentes cíclicos wavelet, centrados en cero y exentos de tendencia, permite además examinar el comportamiento del ciclo desde una perspectiva multiescala, capturando tanto movimientos persistentes de baja frecuencia como oscilaciones cíclicas de mediano plazo. Esta lectura resulta especialmente pertinente en economías con crecimiento tendencial positivo, donde episodios de desaceleración pueden manifestarse como brechas negativas prolongadas aun cuando el PIB continúe aumentando en niveles.

6.1 El ciclo de Crecimiento Como Aproximación Operativa del Producto Potencial

El enfoque de ciclo de crecimiento interpreta las fluctuaciones económicas como desviaciones del producto respecto a una trayectoria tendencial de largo plazo o nivel potencial, proporcionando una aproximación operativa del output gap. Esta perspectiva es central para la evaluación macroeconómica, en tanto el producto potencial sirve de referencia para analizar presiones de demanda, holguras en el mercado laboral, riesgos inflacionarios y la composición cíclica o estructural de los ingresos fiscales.

Esta interpretación es consistente con la tradición del National Bureau of Economic Research (NBER) y con la metodología de la OCDE, que conciben el ciclo de crecimiento como oscilaciones alrededor de la tendencia de largo plazo, en contraste con el ciclo clásico basado en caídas absolutas del nivel de actividad (Burns & Mitchell, 1946; OECD, 1997, 2002; Zarnowitz, 1992). En economías que exhiben crecimiento tendencial positivo, como la colombiana, esta distinción es especialmente relevante: los

episodios de desaceleración pueden traducirse en brechas negativas persistentes incluso cuando el PIB continúa aumentando en términos absolutos.

Como señalan Mintz (1969), Zarnowitz (1992) y Harding y Pagan (2005), esta mayor sensibilidad implica que el ciclo de crecimiento puede detectar deterioros incipientes antes de que el ciclo clásico los identifique. En este trabajo, la construcción del IDA* a partir de componentes cíclicos wavelet, permite interpretar las fases contractivas como periodos en los que una proporción significativa de variables opera por debajo de su referencia de largo plazo. En consecuencia, el IDA* sintetiza información sobre la difusión transversal de estas brechas, proporcionando una medida agregada de holgura macroeconómica coherente con el enfoque de ciclo de crecimiento.

Esta lectura establece el marco interpretativo para analizar la plausibilidad en términos de dependencia de duración —en particular, la fase Pico-Valle de del IDA* finales de los años ochenta y la del PIB trimestral entre 1990 a 1993 que se examina en las subsecciones siguientes.

6.2 Dependencia de Duración y plausibilidad de las fases Pico-Valle y Valle-Pico del IDA* y del PIB trimestral

En primer lugar, es importante enfatizar que las pruebas de dependencia de duración —incluida la verificación de la exponencialidad y el análisis del *hazard*— no constituyen herramientas de pronóstico ni de causalidad: no permiten anticipar la entrada o salida de una fase expansiva ni la duración futura de una fase contractiva. Su utilidad reside, más bien, en determinar si la probabilidad de abandonar la fase actual depende del tiempo transcurrido en ella. Cuando no se rechaza la hipótesis de ausencia de dependencia de duración y, por ejemplo, se está en una fase contractiva, ello implica que la probabilidad de recuperación es independiente de la duración de la fase. En este escenario, el responsable de la política no debe asumir ni que la salida será inminente

porque “las recesiones duran poco”, ni que la fase se perpetuará por un supuesto incremento mecánico de persistencia. Por el contrario, la ausencia de dependencia de duración indica que solo la acción oportuna de la política económica puede facilitar y acelerar la salida de la fase descendente.

En segundo lugar, cuando sí se identifica dependencia de duración y, por ejemplo, se está en una fase expansiva, este resultado tampoco debe interpretarse como garantía de que la expansión continuará indefinidamente. La presencia de dependencia indica que la dinámica de la fase no es atemporal, pero no convierte esa regularidad en un mecanismo de predicción. Su valor radica en que ayuda a descartar interpretaciones excesivamente sensibles al ruido de alta frecuencia, evitando que una expansión madura sea considerada vulnerable por pequeñas fluctuaciones transitorias que no corresponden a cambios genuinos del ciclo. Con ello se previene una reacción de política prematura o procíclica basada en señales espurias.

Finalmente, el resultado de la prueba de no dependencia de duración (Cuadro 6) contribuye a que el responsable de la política pueda distinguir entre fluctuaciones transitorias y riesgos cíclicos reales, proporcionando una lectura más estructural del estado del ciclo. Si no hay dependencia de duración, se requiere una intervención decidida y eficiente para reducir la profundidad y la duración de la fase contractiva; si la hay, no debe asumirse que una expansión larga está “por terminar”, ni se debe sobre-reaccionar a variaciones de corto plazo que no alteran la tendencia. Así, lejos de ser un tecnicismo estadístico, la dependencia de duración constituye un insumo esencial para calibrar expectativas, evitar errores de diagnóstico y orientar intervenciones de política más precisas y eficientes.

Dado lo anterior, la identificación de una fase contractiva del ciclo de crecimiento entre 1987:08 y 1989:02 plantea la pregunta de si su duración es coherente

con la estructura histórica del ciclo colombiano o si, por el contrario, corresponde a una oscilación transitoria. Para evaluar esta plausibilidad temporal se aplica el contraste no paramétrico de dependencia de duración propuesto por Brian y Shapiro (1993), implementado según la metodología de Diebold y Rudebusch (1990). Este contraste verifica si la probabilidad de abandonar una fase depende del tiempo transcurrido en ella, lo cual equivale a contrastar si las longitudes de las fases siguen una distribución exponencial con tasa de salida constante.

Bajo la hipótesis nula de ausencia de dependencia de duración (hazard constante), la estadística definida en (10)

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \tilde{Y}_{i+1}}{\sum_{i=1}^{N-1} Y_{i+1} [\sum_{i=1}^{N-1} \tilde{Y}_{i+1}^2 / N(N-1)]^{1/2}} \quad (10)$$

se distribuye asintóticamente $N(0,1)$, tal como describen McDermott y Scott, 1999.

Cuadro 6

Estadística Brain-Shapiro para Series Mensuales y sus (*p*-Valores)

	Brain-Shapiro (<i>t</i> ₀ en meses)			Brain-Shapiro (<i>t</i> ₀ en trimestre)		
	Z (<i>t</i> ₀ = 13)	Z (<i>t</i> ₀ = 15)	Z	Z (<i>t</i> ₀ = 7)	Z (<i>t</i> ₀ = 5)	Z
Valle-Pico						
IDA*	1.020	1.23	0.836	-1.018	-0.91	0.070
	(0.307)	(0.186)	(0.403)	(0.238)	(0.263)	(0.398)
	Z (<i>t</i> ₀ = 7)	Z (<i>t</i> ₀ = 5)	Z	Z (<i>t</i> ₀ = 5)	Z (<i>t</i> ₀ = 3)	Z
Pico-Valle						
IDA*	-0.030	0.30	1.237	0.000	1.07	0.600
	(0.399)	(0.382)	(0.216)	(0.399)	(0.226)	(0.333)
	Z (<i>t</i> ₀ = 18)	Z (<i>t</i> ₀ = 22)	Z	Z (<i>t</i> ₀ = 9)	Z (<i>t</i> ₀ = 13)	Z
Pico-Pico						
IDA*	-0.384	-0.19	0.052	-1.658	-1.59	-1.361
	(0.371)	(0.392)	(0.398)	(0.097)	(0.112)	(0.173)
	Z (<i>t</i> ₀ = 18)	Z (<i>t</i> ₀ = 22)	Z	Z (<i>t</i> ₀ = 9)	Z (<i>t</i> ₀ = 13)	Z
Valle-Valle						
IDA*	-0.459	-0.32	-0.801	-0.770	-0.63	-0.666
	(0.359)	(0.379)	(0.290)	(0.297)	(0.328)	(0.320)

Fuente: Cálculos del autor

6.3 Evidencia Multiescala del Ciclo de Crecimiento

Los resultados para el IDA* (Cuadro 7) muestran que las estadísticas Z asociadas a expansiones, contracciones y ciclos completos no son significativas para ninguno de los valores de duración mínima considerados. El mismo resultado se obtiene para el PIB trimestral: ni para expansiones, ni para contracciones ni para ciclos pico–pico o valle–valle se rechaza la hipótesis nula de hazard constante. En consecuencia, la duración de las fases no proporciona evidencia para descartar el episodio 1987–1989 o la fase recesiva del PIB entre 1990:T1 y 1993:T3 como transiciones temporales atípicas.

La ausencia de dependencia de duración implica que las probabilidades de cambio de fase en el ciclo colombiano no dependen del tiempo ya transcurrido, lo que refuerza la plausibilidad temporal de ambos episodios y confirma que su extensión no constituye, por sí misma, un criterio estadístico para invalidarlos.

A diferencia de los enfoques que imponen tendencias excesivamente suavizadas —como los filtros penalizados tipo Hodrick–Prescott— la trayectoria de largo plazo no se concibe aquí como una curva determinista o rígidamente creciente. La literatura ha mostrado que imponer suavidad estricta puede absorber cambios estructurales, inducir sesgos en los extremos de la muestra y distorsionar la identificación del componente cíclico (Hamilton, 2018; Harvey & Jaeger, 1993; Canova, 1998; Phillips & Jin, 2021). En contraste, la descomposición wavelet multirresolución (MRA) permite que la tendencia evolucione de forma flexible, separando de manera clara la información de baja, mediana y alta frecuencia sin asumir una forma predeterminada de la trayectoria tendencial.

Desde una perspectiva conceptual, el ciclo económico es intrínsecamente multiescala: combina fluctuaciones rápidas (asociadas a ruido y choques de corto

plazo), oscilaciones de mediana frecuencia vinculadas al ciclo de negocios y variaciones lentas de baja frecuencia relacionadas con cambios graduales en la capacidad productiva. Esta estructura de frecuencias, ampliamente documentada en la literatura teórica y empírica (Lucas, 1980; King et al., 1988; Zarnowitz, 1992), ayuda a interpretar la heterogeneidad de las desaceleraciones y recesiones: no todas las caídas responden al mismo proceso ni exigen la misma respuesta de política.

El análisis MRA proporciona un marco operativo que descompone la serie de manera local en el tiempo, separando ruido, ciclo y tendencia sin imponer supuestos globales sobre toda la muestra (Percival & Walden, 2000; Ramsey & Lampart, 1998a, 1998b; Gençay et al., 2002; Aguiar-Conraria & Soares, 2011). Esta propiedad permite evitar dos errores comunes: (i) sobrerreaccionar a fluctuaciones de alta frecuencia y (ii) detectar con rezago deterioros persistentes de mediana frecuencia. En síntesis, el MRA ofrece una lectura accionable del ciclo, preservando la morfología de los puntos de giro y la estructura dinámica de la serie.

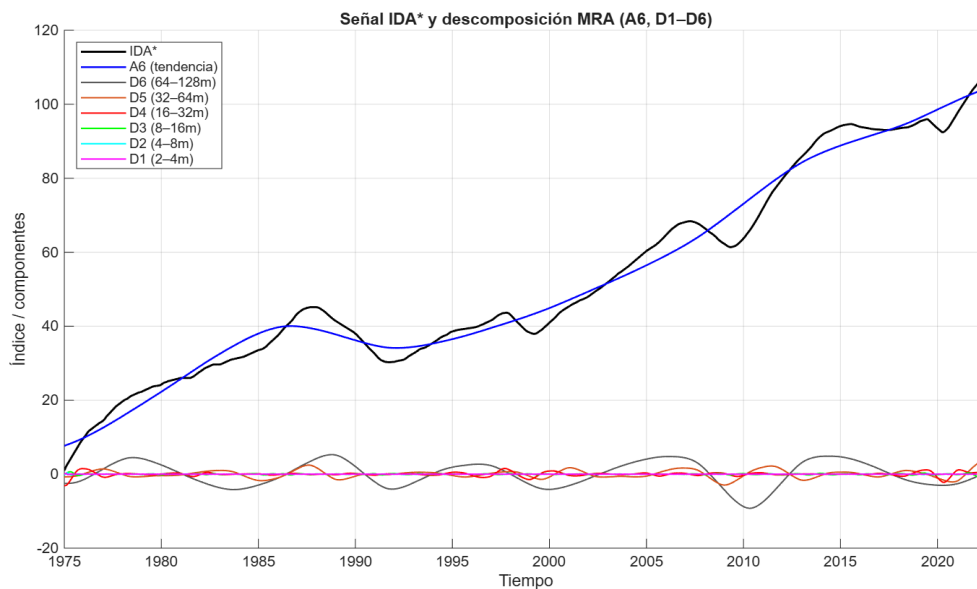
Para los responsables de política económica, la descomposición MRA del IDA* ofrece una ventaja crucial: permite diferenciar qué parte del movimiento agregado corresponde a ruido transitorio y cuál refleja verdaderos cambios en el ciclo económico. La evidencia del Gráfico 3 muestra que las bandas de alta frecuencia (D1–D3), asociadas a variaciones mensuales muy rápidas o ruidosas, prácticamente desaparecen en el IDA*. Esto indica que, al combinar 41 series macroeconómicas, las fluctuaciones accidentales de corto plazo se cancelan entre sí, evitando falsas alarmas o interpretaciones exageradas de eventos menores. Por el contrario, las oscilaciones relevantes para el ciclo de negocios se concentran en las bandas D4–D5 (visibles en el Gráfico 3), que capturan fluctuaciones persistentes de mediana frecuencia típicas de expansiones y recesiones. Esta estructura permite distinguir entre deterioros pasajeros y

episodios de desaceleración más profundos y sostenidos, que son precisamente aquellos que requieren atención temprana de política.

Finalmente, la banda D6 y la aproximación A6 recogen los movimientos de muy baja frecuencia asociados a la tendencia de largo plazo, lo que ayuda a evaluar no solo la coyuntura, sino también cambios graduales en la capacidad productiva de la economía. En conjunto, esta lectura multiescala entrega un instrumento intuitivo y robusto para anticipar deterioros, evitar sobrereacciones y calibrar mejor el momento y la intensidad de las respuestas de política monetaria y fiscal.

Gráfico 3

IDA* y su descomposición MRA en tendencia (A6), ciclo económico (D4–D5) y otras frecuencias (D1–D3, D6).



Fuente: elaboración propia.

La descomposición MRA del IDA* (Gráfico 3) muestra que su comportamiento está dominado por la aproximación A6, que recoge la tendencia de largo plazo. Las bandas D4–D5 concentran la señal cíclica relevante para el ciclo de negocios, mientras que D1–D3 recogen fluctuaciones de alta frecuencia y ruido (aunque existen imperceptibles en la gráfica), y D6 captura variaciones lentas adicionales que no forman parte del ciclo operativo. En conjunto, esta estructura confirma que la información útil

para el análisis cíclico proviene fundamentalmente de las oscilaciones de mediana frecuencia.

Este comportamiento multiescala se aprecia con claridad en el período 1987–1993. Durante esos años, la economía colombiana enfrentó una combinación de presiones externas, un régimen de minidevaluaciones que se volvió procíclico, un deterioro gradual de las condiciones externas tras el auge de 1986 y un proceso de reformas que modificó lentamente la estructura productiva (Martínez, 2008). Ninguno de estos factores generó caídas abruptas inmediatas del PIB en niveles; de hecho, la actividad siguió creciendo en varios trimestres. Sin embargo, la capacidad productiva comenzó a perder tracción de forma progresiva.

Precisamente este tipo de debilitamiento lento aparece reflejado en la banda D6 y en la aproximación A6:

- A6 muestra una desaceleración persistente del crecimiento tendencial;
- D6 recoge variaciones lentas compatibles con ajustes estructurales en productividad, comercio exterior y empleo;
- mientras que D4–D5 captan la fase de desaceleración cíclica que antecedió el episodio Pico-Valle clásico del PIB de 1990–1991 documentado en la literatura y mencionado con anterioridad. El Gráfico 4 lo muestra más claramente

Para los responsables de política económica, esta lectura distingue entre:

- fluctuaciones accidentales de corto plazo (D1–D3),
- deterioros cíclicos relevantes (D4–D5),
- y cambios estructurales de más larga duración (A6 y D6).

Esto permite anticipar episodios de riesgo, evitar sobrerreacciones y calibrar oportunamente respuestas de política.

Una consideración importante es que la estructura multiescala observada en el IDA* no podría recuperarse aplicando el MRA directamente al PIB o al IDA en niveles. En series de niveles, la tendencia de crecimiento domina la señal y se filtra hacia todas las bandas, contaminando las oscilaciones de mediana frecuencia y aplastando el ciclo económico. En cambio, el IDA* es construido como la agregación de componentes cíclicos previamente centrados y libres de tendencia, de modo que la tendencia resultante (A6) proviene de la sincronización agregada y no de la acumulación mecánica de niveles. Por esta razón, las bandas D4–D5 aparecen aisladas y limpias — representando el ciclo de negocios— mientras que D1–D3 prácticamente desaparecen debido a la cancelación del ruido idiosincrático. Esta propiedad permite a los responsables de política distinguir entre fluctuaciones accidentales, deterioros cíclicos persistentes y cambios estructurales de largo plazo, facilitando un diagnóstico macroeconómico más oportuno y menos susceptible a falsas alarmas o lecturas incompletas del ciclo.

Método y definiciones operativas: Sea x_t el IDA* mensual. El Análisis MRA representa la serie como:

$$x_t = A_j(t) + \sum_{j=1}^J D_j(t) \quad (11)$$

donde $A_j(t)$ es la aproximación (baja frecuencia; tendencia) y los $D_j(t)$ son los detalles que capturan oscilaciones en ventanas diádicas de tiempo¹⁴. Con frecuencia

¹⁴ Segmentos o intervalos de tiempo cuya longitud es una potencia de dos (2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 meses, etc.) es decir, ventanas de tamaño 2^j . La descomposición wavelet clásica (especialmente la Deterministic wavelet transform –DWT– ortogonal) se construye dyádicamente, esto es: cada nivel j representa oscilaciones cuya periodicidad aproximada está entre 2^j y $2^{(j+1)}$. Por tanto, cada escala “vive” en una ventana temporal proporcional a 2^j . Así, en este trabajo D1: 2–4 meses (ruido de muy alta frecuencia), D2: 4–8 meses (fluctuaciones rápidas), D3: 8–16 meses (ciclo corto), D4: 16–32 meses (1,3–2,7 años), D5: 32–64 meses (2,7–5,3 años), D6: 64–128 meses (5,3–10,6 años; componente de baja frecuencia) y A6: >64 meses (tendencia). Esta estructura coincide con la literatura, que para datos mensuales ubica el ciclo de negocios entre aproximadamente 1 y 5 años.

mensual y seis niveles $j = 6$ el mapeo orientativo es $D1$: 2–4 meses (ruido de muy alta frecuencia), $D2$: 4–8 meses (fluctuaciones rápidas), $D3$: 8–16 meses (ciclo corto); $D4$: 16–32 meses; $D5$: 32–64 meses, $D6$: 64–128 meses (baja frecuencia cíclica lenta); $A6$: ≥ 128 meses (tendencia). Se utiliza la familia biortogonal bior6.8, que garantiza reconstrucción perfecta y buena preservación de forma (menor distorsión de fase)¹⁵, dos atributos valiosos para fechado y comparación de episodios (Percival & Walden, 2000; Gençay et al., 2002).

Algunas definiciones clave:

- Ciclo central: $C(t) = D4(t) + D5(t) \rightarrow (16 - 64 \text{ meses})$
- Ciclo ampliado: $C^+(t) = D3(t) + D4(t) + D5(t) \rightarrow (8 - 64 \text{ meses})$
- Ruido alta frecuencia (HF): $HF = D1(t) + D2(t) (\leq 8 \text{ meses})$
- Tendencia: $A_6(t) (\geq 128 \text{ meses})$

En el análisis multiescala, la contribución de cada banda de frecuencia a la dinámica de la serie se sintetiza en una medida conocida en la literatura wavelet como energía. En términos económicos, esta puede interpretarse como la intensidad cíclica o el peso relativo del movimiento dentro del conjunto total de oscilaciones. Esta intensidad refleja qué proporción de la variabilidad de la serie proviene de cada escala (por ejemplo, qué tanto aportan las oscilaciones de mediana frecuencia al ciclo económico) y no el tamaño absoluto del movimiento. Así, una banda puede tener baja magnitud (oscilaciones pequeñas) pero alta intensidad económica si explica la mayor

¹⁵ Su aplicación en MATLAB corresponde al filtro wavelet biortogonal (bior6.8). La notación “bior6.8” describe el número de momentos de anulación y no debe confundirse con la notación alternativa basada en la longitud de los filtros (por ejemplo. 17/11), utilizada ocasionalmente en ingeniería; ambas pertenecen a la misma familia de wavelets biortogonales.

parte de la variación cíclica relevante, como sucede típicamente con las bandas D4–D5 en el ciclo de negocios.

Por su parte, la magnitud se refiere al tamaño de la oscilación en la escala original de la serie —por ejemplo, una desaceleración equivalente a una caída pico-valle del 2 % del PIB o a varios puntos del IDA*— y debe evaluarse directamente sobre los componentes filtrados o mediante las métricas de fechado (duración, amplitud).

La intensidad o contribución de una banda específica al ciclo puede cuantificarse mediante la proporción de su intensidad cíclica (energía) respecto al total de la fase analizada. Para un ¹⁶componente $C(t)$ en un episodio $[\tau_0, \tau_1]$ se define la contribución del ciclo, mediante la energía relativa a partir de:

$$E_p(C) = 100 \times \frac{\sum_{t \in [\tau_0, \tau_1]} c(t)^2}{\sum_t c(t)^2} \quad (12)$$

Esta medida resume de forma intuitiva qué tan importante es cada escala en la dinámica observada: no indica cuánto cayó o subió la actividad (magnitud), sino cuánto contribuyó esa escala a la variación total del ciclo durante el episodio analizado¹⁷. Por ello, el Cuadro 8 presenta intensidades relativas (pesos) y no magnitudes, mientras que la magnitud debe inferirse de la forma de los componentes D4–D5 o de las amplitudes pico-valle derivadas del fechado CFEAT.

¹⁶ La energía, definida por: $E = \sum_t (D4(t) + D5(t))^2$, área del valle al cuadrado (para hacerlo matemáticamente aditivo por componentes). Es un indicador válido de intensidad —pero intensidad en el sentido de “cuánto se movió el ciclo dentro de la banda MF durante ese episodio”, no intensidad económica en general. captura:

- cuán ancho fue el episodio (duración),
- cuán alto o bajo fue (amplitud),
- y cuánta actividad oscilatoria acumuló (integral de cuadrados).

¹⁷ Dos ideas para la lectura operativa: Al elevar al cuadrado, cuenta la magnitud de las desviaciones (no su signo): más energía = mayor peso del ciclo en esa banda/ventana. Además, al normalizar sobre el total, se obtiene una participación porcentual comparable entre episodios.

Así, la intensidad cíclica, o la cantidad de variación relativa que aporta una banda o un episodio dentro de la dinámica total de la serie, se calcula como la proporción de la varianza explicada del componente en la ventana $[\tau_0, \tau_1]$ según la ecuación (12). Esta medida resume el peso relativo de cada escala de frecuencia, no el tamaño absoluto del movimiento.

Para la formulación de política, la combinación de alta intensidad cíclica y amplitud pico–valle elevada indica un episodio de mediana frecuencia (MF), relevante y persistente, y por tanto una señal prioritaria de monitoreo (Percival & Walden, 2000; Ramsey & Lampart, 1998a, 1998b). Cuando la intensidad es baja, el episodio es de importancia marginal o transitoria.

Por su parte, la magnitud del ciclo en la ventana se define como la amplitud pico–valle (las magnitudes más representativas y fechadas por CFEAT se presentan en el cuadro A.3.1 del Apéndice 3) se define como:

$$\text{Amp}_{ep} = \max_{t \in [\tau_0, \tau_1]} C(t) - \min_{t \in [\tau_0, \tau_1]} C(t) \quad (13)$$

lo que permite cuantificar cuánto se desvía la serie de su nivel de referencia en esa fase específica.

Nota sobre bandas: El mapeo entre niveles de la descomposición y rangos de meses es aproximado debido a las ventanas diádicas, la longitud muestral, la familia wavelet, el nivel J y los efectos de borde. No obstante, ello no altera la conclusión sustantiva: para datos mensuales, la información cíclica operativa para el análisis del ciclo de negocios se concentra en el rango de 16 a 64 meses, correspondiente a las bandas D4 + D5, que contienen la oscilación MF relevante.

Complementariedades y Resultados Cuantitativos Principales, complementariedad entre la cronología CFEAT y Wavelet MRA:

fechas vs. anatomía del ciclo, este algoritmo identifica cuándo ocurren las fases Pico-Valle y Valle-Pico del ciclo de crecimiento, es decir, identifica las fechas con precisión de los tramos en los que el componente cíclico del IDA* entra en contracción y cuándo retorna a un crecimiento positivo. Wavelet-MF (D_4+D_5) describe cómo se desarrolla esa dicha fase Pico-Valle: duración de la brecha por debajo del potencial, energía, magnitud (amplitud pico–valle) y presencia de choques de alta frecuencia (HF) cuando estos existen.

Lectura conjunta: las dos herramientas no son sustitutas sino complementarias, una entrega la cronología de la fase contractiva, en tanto que la otra revela la anatomía completa del episodio (persistencia total, profundidad y estructura multiescala). Por ejemplo, el episodio Pico-Valle de 1987:08–1989:02 concentra 4.668% de la energía MF y amplitud 3.98, pero la MF wavelet muestra que este deterioro se inscribe en un valle más amplio (1988–1991), de ≈ 39 meses y 2.71% de energía. No existe contradicción: el mecanismo de datación marca la subfase de contracción, mientras wavelet captura toda la brecha por debajo del potencial. Patrones similares se observan en 1998–1999, 2008–2010 y 2019–2021, donde la MF distingue episodios breves pero intensos, fases prolongadas de debilidad o choques duales (MF profunda + HF visible).

Implicación para política: en conjunto, datación y MRA-MF permiten una lectura más rica y robusta del ciclo del IDA*, fechas claras para documentación y caracterización completa de la severidad, persistencia y naturaleza del episodio (wavelet). Esta combinación mejora el monitoreo, la anticipación de deterioros genuinos y la comunicación de por qué solo se actúa ante brechas MF persistentes, y no ante variaciones de alta frecuencia.

Resultados cuantitativos se distinguen dos aspectos fundamentales:

Reconstrucción y fidelidad: La descomposición bior6.8 (J=6) reproduce exactamente la señal original del IDA*, con un error máximo absoluto de orden 10^{-11} , lo que confirma que el componente cíclico $C(t)$ y sus métricas (energía, amplitud, duración) provienen de la señal económica real y no de distorsiones numéricas. Este control es clave para la validez de los episodios MF usados más adelante.

Participación energética por escalas: el Cuadro 7 muestra que la variabilidad del IDA* está dominada por la tendencia A_6 ($\approx 99.64\%$), lo que refleja la presencia de un componente de muy baja frecuencia asociado a transformaciones estructurales y al carácter suavizado del índice.

En contraste, la señal útil para el diagnóstico coyuntural se concentra en la banda 16–64 meses, donde el ciclo central $C = D_4 + D_5$ aporta $\approx 0.042\%$ de la varianza total; la versión ampliada $C^+ = D_3 + D_4 + D_5$ aporta apenas un incremento marginal ($\approx 0.0422\%$), reforzando que D_3 añade poco a la MF, el ruido $HF = D_1 + D_2$ es prácticamente nulo ($\approx 0.00005\%$), descartando que fluctuaciones de alta frecuencia deban influir en decisiones de política.

Cuadro 7
Participación Intensidad cíclica (Energética): A_6 , HF, C, C^+

Componente	Definición	Participación
A6	Tendencia (≥ 128 meses)	99.635900
HF	Alta frecuencia = $D_1 + D_2$ (≤ 8 meses)	0.000053
C	Ciclo central = $D_4 + D_5$ (16–64 meses)	0.041693
C^+	Ciclo ampliado = $D_3 + D_4 + D_5$ (8–64 meses)	0.042180

Fuente: Elaboración propia

Dentro de la MF, la banda D_5 (32–64 meses) concentra la mayor parte de la intensidad cíclica (energía), seguida por D_4 (16–32 meses), lo que coincide con la

caracterización internacional del ciclo de crecimiento en horizontes 1–5 años (OCDE, 2017; Zarnowitz, 1992).

Desde el punto de vista de la interpretación para política conviene aclarar que, aunque el peso porcentual de C y C⁺ es pequeño, la MF condensa la señal económicamente relevante. En efecto, identifica fases de debilitamiento persistente, distingue ruido transitorio de desviaciones genuinas respecto al potencial y complementa la lectura de la brecha del producto. Además, como C está contenido en C⁺, ambos representan la misma dinámica de mediana frecuencia y no deben interpretarse como contribuciones aditivas.

Episodio de referencia 1987:08–1989:02 (Gráfico 4): El Gráfico 4 muestra que, durante este episodio, el ciclo central acumula 4.668% de su energía total y alcanza una amplitud de 3.98 unidades IDA*. El componente cíclico (MF) presenta una fase negativa pronunciada y persistente, que se inscribe dentro de un valle más amplio entre 1988 y 1991, aun cuando la fase Pico-Valle entre 1987:08 y 1989:02 delimita solo la subfase contractiva.

Patrones de Mediana Frecuencia (MF) para Comunicación y Decisiones de Política (Cuadro 8 y Gráfico 5): El inventario completo del Apéndice 4 (Cuadro A.4.1) contiene información detallada sobre la anatomía del componente cíclico del IDA*. Sin embargo, tanta información en detalle podría no ser ágil para comunicación y toma de decisiones de política. Por lo tanto, se presenta en esta subsección una síntesis de cuatro formas o patrones representativos del ciclo, basados en sus duraciones, energías, amplitudes y coincidencias con la cronología (Cuadro 8 y Gráfico 5):

1. 1984–1986 — MF clara, recesión “canónica”: la MF coincide parcialmente con la fase Pico-Valle identificada por el algoritmo, permitiendo explicar la

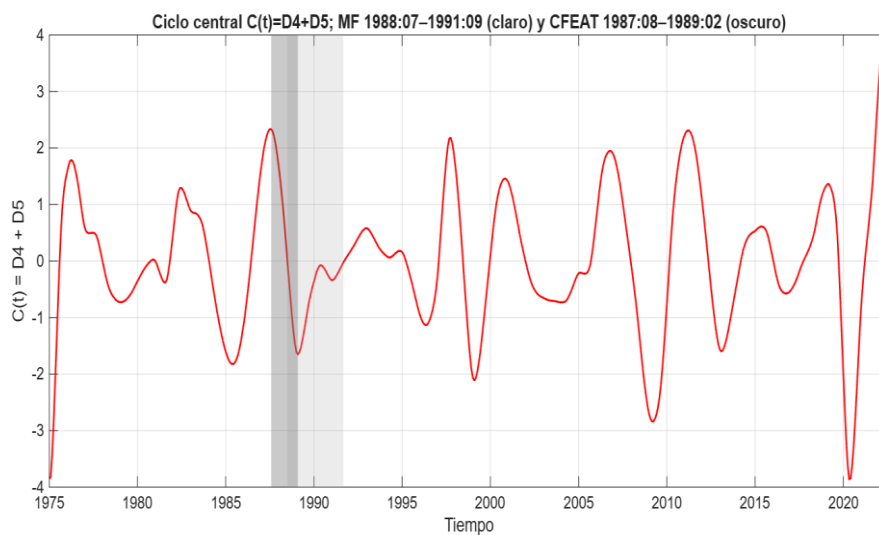
diferencia entre esta y la brecha asociada al componente cíclico de MF negativa prolongada (wavelet).

2. 1988–1991 — valle MF amplio con subfase incluida: Duración MF \approx 39 meses; la recesión es una subfase interna. La MF persiste más allá del mínimo del ciclo, mostrando un periodo prolongado de debilitamiento del crecimiento (Gráfico 4).

Gráfico 4

Componente cíclico del IDA* — $C(t)=D4+D5$ - con Sombreados:

Mediana Frecuencia 1988:07–1991:09 (Gris Claro) y Pico-Valle 1987:08–1989:02 (Gris Oscuro).



Fuente: Elaboración propia

3. 1998–1999 — crisis doméstica pronunciada: MF intensa y coincidente con la fase Pico-Valle identificada por el algoritmo; en otras series suele venir acompañada de HF, parcialmente suavizada por la naturaleza compuesta del IDA*.
4. 2019–2021 — choque extremo: MF profunda + HF visible: Fase MF muy profunda (una de las mayores energías del ciclo) y episodios HF asociados a la

pandemia; coincide con recesión identificada por ciclo clásico y con la fase Pico-Valle CFEAT y revela la dualidad del choque (real + financiero).

Cuadro 8

Lectura Para Cada Crisis

Episodio	Lectura MF–HF
1984–1986	MF claro → Pico-Valle CFEAT del IDA*; caída del crecimiento sostenida.
1988–1991	MF largo → brecha amplia; CFEAT captura subfase contractiva.
1998–1999	MF pronunciada; si HF apareciera, sería choque financiero, pero tu IDA* lo suaviza.
2019–2021	MF muy profunda + HF fuerte → naturaleza dual de la pandemia.

Fuente: Elaboración propia

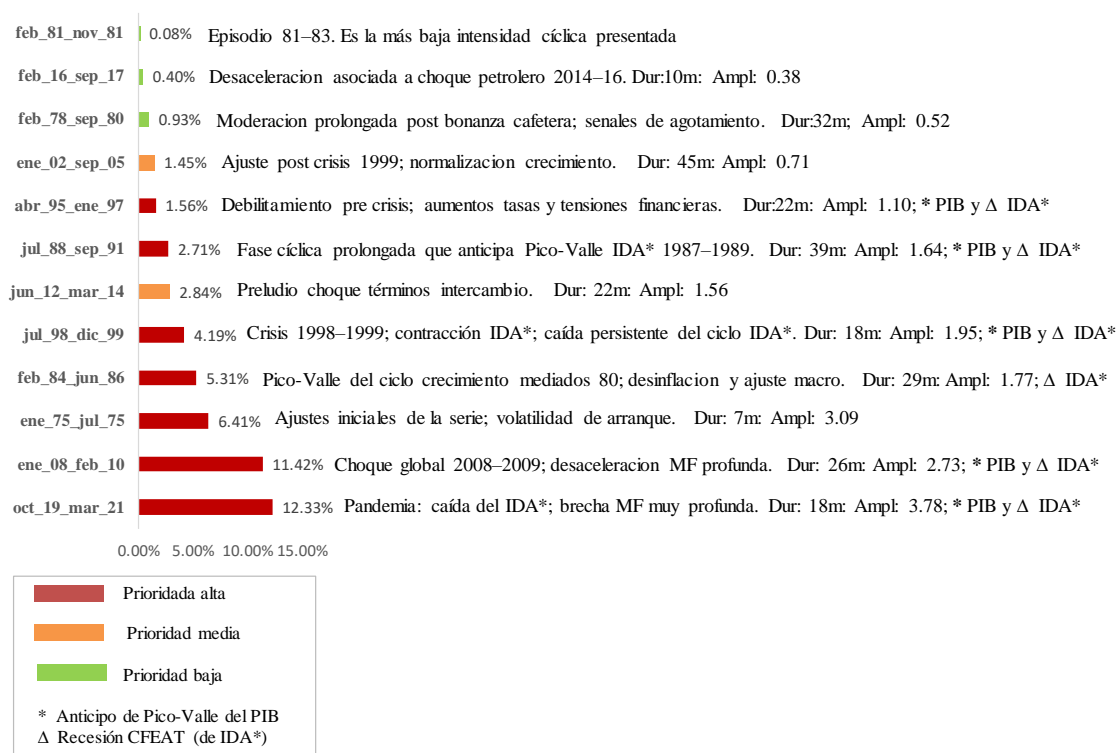
Estos patrones o arquetipos permiten clasificar episodios en tiempo real, anticipar su posible duración y severidad, y comunicar su naturaleza económica de manera simple. El cuadro presenta cuantitativamente la duración $MF < 0$, la energía relativa del ciclo, la amplitud pico–valle, y el solapamiento con cronología, para cada episodio desde 1975. La variación entre episodios es amplia: algunos muestran MF extensas, pero de baja energía, otros episodios breves pero intensos (1998–1999, 2019–2021). Estas métricas son útiles para calibrar umbrales internos de alerta y para contextualizar episodios nuevos respecto a precedentes históricos comparables.

En conjunto, el análisis multiescala confirma que el IDA* contiene una señal cíclica estructurada y coherente con los hechos estilizados de la economía colombiana. La identificación precisa de la mediana frecuencia (16–64 meses), la separación del ruido de alta frecuencia, y la caracterización de duración, energía y amplitud de cada episodio ofrecen una anatomía cuantitativa del ciclo que no es observable en la

cronología tradicional en niveles. La complementariedad entre la cronología y las wavelet-MF (persistencia e intensidad) permite entender no solo cuándo se produce una contracción, sino cómo evoluciona, qué tan profunda es, cuánto dura la brecha frente al potencial y si coexisten choques rápidos. Este marco multiescala amplía el alcance diagnóstico del IDA* y deja lista la transición hacia las conclusiones generales del estudio.

Gráfico 5

Episodios cíclicos -MF- (D4+D5) del IDA*: Intensidad (energía %) ordenada y metadatos clave



Fuente: Elaboración propia

Finalmente, el Gráfico 5 presenta las métricas de intensidad cíclica (energía) de mediana frecuencia -MF- (D4+D5) y las alertas que permite priorizar episodios por relevancia macro: COVID (2019–21), crisis global (2008–10), crisis 98–99, y la fase 1988–91 que anticipa el episodio Pico-Valle del PIB 1990–91. Por lo tanto, constituye una herramienta útil de comunicación para el análisis y diseño de política económica.

Cuadro 9

Priorización de política según episodio de caída en tendencia. Métricas de señal tendencial A6 y D6 (baja frecuencia)

Fecha inicial	Fecha final	Duración (meses)	Amplitud A6	Amplitud (%)	Pendiente prom_mes	Curvatura	Energía MF win	Energía D6 win	Score A6	Prioridad A6
Oct 86	Feb 92	65	5.92	14.78	-0.09	0.24	89.65	791.33	0.00	Baja

Fuente: Elaboración propia

Los Cuadros 9 y 10 muestran que entre 1986 y 1992 se presenta para IDA* un episodio de caída de tendencia (A6↓) que coincide con un deterioro cíclico (MF) ente 1988 y 1991 → episodio mixto. De haber contado con esta herramienta y análisis si hubiera tenido, con base en esta combinación de efectos, una alerta de prioridad global alta para la política económica, es decir, medidas de estabilización de corto plazo y otras estructurales para recomponer la actividad económica potencial.

Dado lo anterior, la integración de la señal cíclica MF (D4+D5) con la señal tendencial A6 y D6 (baja frecuencia) presentada en el Cuadro 10 permite distinguir con nitidez entre desaceleraciones transitorias y deterioros estructurales del IDA*. En el inventario de MF, los episodios 1984–1986, 1988–1991, 1998–1999, 2008–2010 y 2019–2021 se solapan con fases Pico →Valle identificadas por CFEAT, confirmando que captura los puntos de giro macroeconómicos y su intensidad (energía y amplitud) a partir del IDA*.

Por su parte, el descenso tendencial 1986-10→1992-02 indica un proceso prolongado de caída tendencial (A6↓) que se superpone con el deterioro cíclico (MF) entre 1988 y 1991 y coincidiendo con la fase Pico →Valle identificada por CFEAT para IDA* entre 1987–1989, señalando que el episodio de finales de los ochenta fue mixto: cíclico y estructural a la vez (generando alarma “roja”). Operativamente, esto se refleja en la prioridad global = máxima prioridad de MF y prioridad A6. Por lo tanto, cuando

MF↓ y coincide con A6↓, la prioridad sube; si MF↓ y ocurre con A6 estable, se habla de gestión contracíclica; y si A6↓ aparece sin MF profunda, con lo cual prima una respuesta estructural. En consecuencia, el esquema multiescala no solo valida la cronología CFEAT, sino que añade diagnóstico accionable, es decir, cuáles episodios requieren estabilización de corto plazo, cuáles exigen reformas contracíclica, cuáles requieren medidas estructurales, y cuáles ameritan la aplicación de ambas.

Cuadro 10

Integración de episodios de señal cíclica MF (D4+D5) con señal tendencial A6 y D6 (baja frecuencia) y alertas de priorización de política

Fecha inicial	Fecha final	Duración (meses)	Energía (%)	Amplitud	Se solapa con CFEAT	Score de MF	Prioridad según MF	Dominado por tendencia	Prioridad global
1975-01	1975-08	8	6.41	3.80	No	44.02	Alta	No	Media
1978-02	1980-09	32	0.93	0.70	No	-41.90	Baja	Si	Baja
1981-02	1981-11	10	0.08	0.38	No	-87.39	Baja	Si	Baja
1984-02	1986-06	29	5.31	1.77	Si	19.26	Alta	Si	Media
1988-07	1991-09	39	2.71	1.64	Si	24.98	Alta	Si	Alta
1995-04	1997-01	22	1.56	1.10	No	-41.18	Alta	Si	Baja
1998-07	1999-12	18	4.19	1.95	Si	-2.90	Alta	Si	Baja
2002-01	2005-09	45	1.45	0.71	No	-18.69	Media	Si	Baja
2008-01	2010-02	26	11.42	2.73	Si	94.97	Alta	Si	Alta
2012-06	2014-03	22	2.84	1.56	No	-18.90	Media	Si	Baja
2016-02	2017-09	20	0.40	0.52	No	-67.48	Baja	Si	Baja
2019-10	2021-03	18	12.33	3.78	Si	115.19	Alta	Si	Alta

Fuente: Elaboración propia

7. Conclusiones

Aportes metodológicos y empíricos del estudio

Medición del ciclo de crecimiento con fundamento moderno. Se implementó de forma consistente el filtro wavelet biortogonal 17/11 para extraer componentes cíclicos centrados y sin tendencia, preservando localización temporal, reduciendo sesgos en bordes y evitando volatilidad espuria. Sobre estas señales se construyó el IDA* (índice de difusión cíclico) y se fechó el ciclo con CFEAT, algoritmo diseñado para series

centradas y sin tendencia, obteniendo una cronología de crecimiento replicable y coherente.

Evidencia multiescala informativa. La descomposición MRA mostró que la señal cíclica relevante se concentra en D4–D5 (16–64 meses), que las componentes de alta frecuencia (D1–D3) son marginales en el agregado y que A6/D6 capturan variación lenta/tendencial, aportando una anatomía operativa del ciclo.

Validez temporal de las fases. La prueba no paramétrica de dependencia de duración (tipo Brian–Shapiro) no rechazó el hazard constante, indicando que la longevidad de una fase no es criterio estadístico para invalidarla.

Hechos estilizados para Colombia (1975–2021). Las cronologías de ciclo de crecimiento (PIB, IDA*, agregados reales) exhiben contracciones más largas y expansiones más cortas que las cronologías clásicas en niveles y revelan episodios de desaceleración persistente no visibles como recesiones en niveles.

Lecciones sustantivas sobre el ciclo económico colombiano

Dos objetos, dos realidades. El componente cíclico del IDA* y el componente cíclico del IDA en niveles son objetos estadísticos distintos. El IDA (en niveles) refleja contracciones del nivel; el IDA* captura difusión de brechas negativas (desaceleración transversal). Sus cronologías no son comparables uno-a-uno: se leen conjuntamente porque informan dimensiones diferentes del mismo fenómeno.

Anticipación sistemática. Las oscilaciones MF (D4–D5) del IDA* actúan como indicador adelantado: anticiparon la fase Pico-Valle del PIB 1990–1991 (fase 1987–1989), la crisis 1998–1999 (señales 1995–1997), la desaceleración 2008–2009 (señales 2006–2008) y la recesión 2020 (señales desde 2019). La secuencia “difusión cíclica → materialización en niveles” es un patrón recurrente.

Lo que el PIB no muestra a tiempo. El ciclo de crecimiento detecta deterioros acumulativos (por ejemplo, 1984–1986; 1987–1989; 2012–2014) que no emergen como recesiones clásicas, reduciendo el riesgo de lecturas optimistas cuando el PIB crece por debajo del potencial.

Duración \neq evidencia para descartar episodios. La no-dependencia de duración implica que una fase extensa (como 1987–1989) no es, por sí misma, “no cíclica”. Esta es una lección clave para el debate nacional: la construcción del episodio debe juzgarse por difusión y persistencia, no por su sola longitud.

Implicaciones para política económica

Sistema de vigilancia con dos lentes. La cronología clásica sigue siendo la referencia para recesiones profundas en niveles; la cronología de crecimiento (en especial el IDA*) ofrece señales tempranas de debilitamiento difuso. Su uso conjunto mejora el diagnóstico y la calibración temporal de respuestas monetarias, fiscales y macroprudenciales.

Evitar errores recurrentes. Las señales MF ayudan a no sobrereaccionar al ruido (D1–D3) y a no relajar prematuramente la política cuando la brecha permanece abierta. En términos operativos: intensidad MF alta + amplitud grande = episodio prioritario de monitoreo.

Comunicación y priorización. La lectura multiescala permite explicar con claridad a audiencias no técnicas qué parte del movimiento es transitorio, cuál es cíclica y cuál es tendencial/estructural, habilitando semáforos de riesgo y protocolos de acción por umbrales (intensidad, amplitud, duración).

Agenda de investigación y desarrollo futuro

Estabilidad y actualización. Evaluar la estabilidad temporal del ciclo de crecimiento y del IDA* con nuevas observaciones, ventanas móviles y tratamientos de borde/extendido.

Puente con modelos estructurales. Contrastar episodios y brechas con modelos DSGE que incorporen fricciones laborales y financieras, y con estimaciones alternativas del producto potencial.

IDA* mensual y tiempo real. Explorar una versión mensual y en nowcasting del IDA* para vigilancia continua, y desarrollar reglas operativas (umbral de intensidad/amplitud) para alerta temprana y comunicación de riesgos.

Extensión comparada. Replicar el enfoque en otras economías emergentes y comparar cronologías de crecimiento vs. clásicas para documentar patrones regionales de difusión y persistencia.

Cierre: La evidencia presentada demuestra que no hay sustitución, sino complementariedad estratégica: el ciclo clásico responde a la pregunta “¿cuándo cayó el nivel?”, mientras el ciclo de crecimiento responde “¿cuándo se abrió y cuánto persiste la brecha?”. Integrar ambas lecturas —con extracción wavelet, MRA, CFEAT y prueba de duración— eleva el estándar del monitoreo macroeconómico en Colombia y mejora la oportunidad de las decisiones de política.

Referencias

- Aguiar-Conraria, L., & Soares, M. J. (2011). Business cycle synchronization and the Euro: A wavelet analysis. *Journal of Macroeconomics*, 33(3), 477–489. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2011.02.005>
- Ahamada, I., & Jolivaldt, P. (2010). *Filtres usuels et filtre fondé sur les ondelettes: étude comparative et application au cycle économique*. *Économie & Prévision*, 195–196(4), [Filtres usuels et filtre fondé sur les ondelettes : étude comparative et application au cycle économique | Cairn.info](#)
- Alfonso, V. A., Arango, L. E., Arias, F., & Pulido, J. D. (2011). Ciclos de negocios en Colombia: 1980-2010. *Borradores de Economía*, (651), 1–55. [borra651_0.pdf](#)
- Alfonso, V., Arango, L., Arias, F., Cangrejo, G., & Pulido, J. (2013). Ciclos de negocios en Colombia, 1975-2011. *Lecturas de Economía*, (78), 115–149. [Lecturas de Economía 78.indd](#)
- Alfonso, V. A. (2015). The cyclical behavior of separation and job finding rates in Colombia (Borradores de Economía No. 910). Banco de la República. Disponible en content.
- Arango, L. E., Arias, F., Flórez, L. A., & Jalil, M. (2008). Cronología de los ciclos de negocios recientes en Colombia. *Lecturas de Economía*, (68), 9–37. [REVISTA OK MOD.indd](#)
- Arango, L. E., Parra-Escobar, F. F., & Pinzón-Giraldo, Á. J. (2016). El ciclo económico y el mercado de trabajo en Colombia: 1984-2014. *Ensayos sobre Política Económica*, 34, 206–228. [content](#)

- Arango, L. E., & Ospina-Tejeiro, J. J. (Coords.). (2025). *Características cuantitativas de los ciclos económicos en Colombia* (No. 110). Ensayos Sobre Política Económica (ESPE). [Revista Ensayos Sobre Política Económica - Características cuantitativas de los ciclos económicos en Colombia | Portal de Investigaciones Económicas](#)
- Artis, M. J., Kontolemis, Z. G., & Osborn, D. R. (1997). Business cycles for G7 and European countries. *Journal of Business*, 70(2), 249–279.
<https://doi.org/10.1086/209720>
- Baxter, M., & King, R. G. (1999). Measuring business cycles: Approximate band-pass filters for economic time series. *Review of Economics and Statistics*, 81(4), 575–593. <https://doi.org/10.1162/003465399558454>
- Brain, C. W., & Shapiro, S. S. (1983). A regression test for exponentiality: Censored and complete samples. *Technometrics*, 25(1), 69–76.
<https://www.jstor.org/stable/1267728>
- Bry, G., & Boschan, C. (1971). Cyclical analysis of time series: Selected procedures and computer programs. National Bureau of Economic Research.
- Burns, A. F., & Mitchell, W. C. (1946). Measuring business cycles. National Bureau of Economic Research. [c2980.pdf](#)
- Bruzda, J. (2020). *The wavelet scaling approach to forecasting: Verification on a large set of noisy data*. *Journal of Forecasting*, 39(3), 353–367.
<https://doi.org/10.1002/for.2634>

- Camacho, M., & Gadea, M. D. (2022). *Econometric methods for business cycle dating: A practical guide* (Working paper). University of Murcia & University of Zaragoza. <https://www.um.es/econometria/Maximo/articulos/BCDating.pdf>
- Canova, F. (1998). Detrending and business cycle facts. *Journal of Monetary Economics*, 41(3), 475–512. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(98\)00006-3](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(98)00006-3)
(preprint/versión de autor: <http://hassler-j.iies.su.se/COURSES/MacroII/Papers/Canova1998.pdf>)
- CEPR Euro Area Business Cycle Dating Committee. (2003). *The Euro Area Business Cycle Dating Procedure*. Centre for Economic Policy Research.
<https://cepr.org/what-we-do/policy-initiatives/cepr-committees/business-cycle-dating-committee>
- CEPR Euro Area Business Cycle Dating Committee. (2012). *Chronology of Euro Area Business Cycles*. Centre for Economic Policy Research.
<https://cepr.org/what-we-do/policy-initiatives/cepr-committees/business-cycle-dating-committee/euro-area-business-cycle-dating>
- Chauvet, M., & Hamilton, J. D. (2006). Dating business cycle turning points in real time. In *Nonlinear time series analysis of business cycles* (pp. 1–27). Elsevier.
[paper body.PDF](#)
- Chauvet, M., & Wright, J. H. (2020). A new approach to measuring business cycle synchronicity. *Journal of Econometrics*, 219(2), 219–241.
<https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2020.01.021>

- Clarida, R., Galí, J., & Gertler, M. (1999). The science of monetary policy: A New Keynesian perspective. *Journal of Economic Literature*, 37(4), 1661–1707.
<https://doi.org/10.1257/jel.37.4.1661>
- Crowley, P. M. (2010). *Long cycles in economic and financial time series: A wavelet analysis*. *Journal of Economic Surveys*, 24(5), 873–906.
<https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.2010.00633.x>
- Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM). [Ten Lectures on Wavelets | SIAM Publications Library](#)
- Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (1990). *A nonparametric investigation of duration dependence in the American business cycle*. *Journal of Political Economy*, 98(3), 596–616. [A Nonparametric Investigation of Duration Dependence in the American Business Cycle on JSTOR](#)
- Flores, M. (2001). El filtro de Baxter & King: Metodología y aplicaciones. *Economía y Sociedad*, (16), 61–78. [ResearchGate](#)
- Galí, J. (2008). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: An introduction to the New Keynesian framework*. Princeton University Press.
<https://www.jstor.org/stable/41795582>
- Gamboa-Estrada, F. (2023). *The role of foreign investors and local agents in the derivatives market and their impact on the exchange rate in Colombia: A wavelet analysis* (Graduate Institute of International and Development Studies, International Economics Department, Working Paper No. HEIDWP12-2023).
<https://doi.org/10.71609/iheid-1wvq-th23>
https://repec.graduateinstitute.ch/pdfs/Working_papers/HEIDWP12-2023.pdf

- Gençay, R., Selçuk, F., & Whitcher, B. (2002). *An introduction to wavelets and other filtering methods in finance and economics*. Academic Press. [An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics - 1st Edition | Elsevier Shop](#)
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384.
<https://doi.org/10.2307/1912559>
- Hamilton, J. D. (2018). Why you should never use the Hodrick–Prescott filter. *Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831–843.
https://doi.org/10.1162/rest_a_00706
- Harding, D., & Pagan, A. (2002). Dissecting the cycle: A methodological investigation. *Journal of Monetary Economics*, 49(2), 365–381. [https://doi.org/10.1016/S0304-3932\(01\)00108-8](https://doi.org/10.1016/S0304-3932(01)00108-8)
- Harding, D., & Pagan, A. (2005). A suggested framework for classifying the modes of cycle research. *Journal of Applied Econometrics*, 20(2), 151–159. [A Suggested Framework for Classifying the Modes of Cycle Research on JSTOR](#)
- Harvey, A. C., & Jaeger, A. (1993). Detrending, stylized facts and the business cycle. *Journal of Applied Econometrics*, 8(3), 231–247.
<https://doi.org/10.1002/jae.3950080302>
- Hodrick, R. J., & Prescott, E. C. (1997). Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), 1–16.
<https://doi.org/10.2307/2953682>

- International Monetary Fund. (2015). Where are we headed? Perspectives on potential output. World Economic Outlook. [Chapter 3. Where Are We Headed? Perspectives on Potential Output, and Chapter 4, Private Investment: What's the Holdup? - World Economic Outlook, April 2015](#)
- Kholodilin, K. A. (2009). *CFEAT.SRC* Cyclically Flexible Extraction of Approximate Turning-points [archivo de código fuente para WinRATS]. No publicado. [RATS Procedure Browser](#)
- King, R. G., Plosser, C. I., & Rebelo, S. T. (1988). *Production, growth and business cycles: I. The basic neoclassical model*. Journal of Monetary Economics, 21(2–3), 195–232.
<https://www.kellogg.northwestern.edu/academics-research/research/detail/1988/production-growth-and-business-cycles-i-the-basic-neoclassical/>
- Krüger, J. (2023). Time-frequency analysis of leading indicators using wavelets. Empirical Economics, 65(2), 345–370. [Time–frequency signal processing: Today and future - ScienceDirect](#)
- Long, J. B., Jr., & Plosser, C. I. (1983). *Real business cycles*. Journal of Political Economy, 91(1), 39–69. [Real Business Cycles](#)
- Lucas, R. E. (1980). Methods and problems in business cycle theory. *Journal of Money, Credit and Banking*, 12(4, Pt. 2), 696–715. [Methods and Problems in Business Cycle Theory on JSTOR](#)

- Mallat, S. (2009). *A wavelet tour of signal processing: The sparse way* (3rd ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374370-1.X0001-8>
- Mandler, M., & Scharnagl, M. (2022). *Financial cycles in euro area economies: A cross-country perspective using wavelet analysis*. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 84(3), 569–593. <https://doi.org/10.1111/obes.12481>
- Martínez, G. C. (2008). Anatomía de los ciclos económicos en Colombia 1970-2007. *Borradores de Economía*, (496). [PORTADA 2008 colorREal](#)
- Mejía, L. F. (2020, noviembre 24). Fedesarrollo establece que el primer mes de recesión económica sucedió en marzo de 2020 [Comunicado de prensa]. [Comunicado de prensa: Pronóstico de crecimiento 2019-III](#)
- McDermott, C. J., & Scott, A. (1999). Concordance in business cycles (IMF Working Paper No. 99/37). International Monetary Fund. [Concordance in Business Cycles](#)
- Mintz, I. (1969). Deviation cycles. En *Dating postwar business cycles: Methods and their application to Western Germany, 1950–67* (pp. 12–14). National Bureau of Economic Research. [c2152.pdf](#)
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., & Poggi, J.-M. (2007). *Wavelet toolbox for use with MATLAB: User's guide*. The MathWorks, Inc. [Wavelet Toolbox User's Guide](#)
- Murray, C. J. (2003). Cyclical properties of Baxter–King filtered time series. *Review of Economics and Statistics*, 85(2), 472–476. <https://doi.org/10.1162/003465303765299882>

National Bureau of Economic Research. (2010, September 20). Business Cycle Dating Committee announcement: September 20, 2010.

<https://www.nber.org/news/business-cycle-dating-committee-announcement-september-20-2010>

Organisation for Economic Co-operation and Development. (1997). Benchmarking for regulatory reform: Identification of appropriate standards for economic growth and employment (OCDE/GD(97)212). OECD Publishing.

[https://one.oecd.org/document/OCDE/GD\(97\)212/en/pdf](https://one.oecd.org/document/OCDE/GD(97)212/en/pdf)

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2002). OECD in figures 2002: Statistics on the member countries. OECD Publishing. [OECD in Figures 2002 | OECD](#)

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2008). *Handbook on Composite Leading Indicators*. OECD Publishing.

<https://doi.org/10.1787/9789264045820-en>

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2016). System of Composite Leading Indicators: Revised OECD Methodology. OECD Publishing.

<https://www.oecd.org/sdd/leading-indicators/>

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2017). OECD economic outlook: Long-term baseline projections. <https://www.oecd.org/economy/long-term-baseline-projections.html>

Percival, D. B., & Walden, A. T. (2000). Wavelet methods for time series analysis. Cambridge University Press. [Wavelet Methods for Time Series Analysis](#)

- Phillips, P. C. B., & Jin, S. (2021). *Business cycles, trend elimination, and the HP filter*. *International Economic Review*, 62(2), 469–520.
<https://doi.org/10.1111/iere.12494>
- Ramsey, J. B., & Lampart, C. (1998a). Decomposition of economic relationships by time scale using wavelets: Money and income. *Macroeconomic Dynamics*, 2(1), 49–71. [The Decomposition of Economic Relationships by Time Scale...](#)
- Ramsey, J. B., & Lampart, C. (1998b). The decomposition of economic relationships by time scale using wavelets: Expenditure and income. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 3(1), 1–22. <https://doi.org/10.2202/1558-3708.1039>
- Rua, A. (2010). *Measuring comovement in the time-frequency space*. *Journal of Macroeconomics*, 32(2), 685–691. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2009.12.005>
- Smets, F. (1998). Output gap uncertainty: Does it matter for the Taylor rule? BIS Working Papers, No. 60. Output gap uncertainty: does it matter for the Taylor rule? [Output gap uncertainty: does it matter for the Taylor rule? - BIS Working Papers No. 60 - November 1998](#)
- Smets, F., & Wouters, R. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area. *Journal of the European Economic Association*, 1(5), 1123–1175. [An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area](#)
- Smets, F., & Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in U.S. business cycles. *American Economic Review*, 97(3), 586–606. [Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach](#)

- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1991). Stochastic trends and economic fluctuations. *American Economic Review*, 81(4), 819–840.
<https://stock.scholars.harvard.edu/publications/stochastic-trends-and-economic-fluctuations>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1999). *Forecasting inflation*. *Journal of Monetary Economics*, 44(2), 293–335. <https://doi.org/10.3386/w7023>
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002). *Has the business cycle changed and why?* *NBER Macroeconomics Annual*, 17, 159–230.
https://www.nber.org/system/files/working_papers/w9127/w9127.pdf
- Taylor, J. B. (1993). Discretion versus policy rules in practice. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 195–214. PII: 0167-2231(93)90009-L
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016722319390009L>
- Torrence, C., & Compo, G. P. (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(1), 61–78. [A Practical Guide to Wavelet Analysis in: Bulletin of the American Meteorological Society Volume 79 Issue 1 \(1998\)](https://doi.org/10.1175/1520-0476(1998)079%3C0061:APGTA%3E2.0.CO;2)
- Villar Gómez, L., Salamanca Rojas, D. M., & Murcia Pabón, A. (2005). *Crédito, represión financiera y flujos de capitales en Colombia: 1974–2003*. *Desarrollo y Sociedad*, 55, 167–209. <https://www.redalyc.org/pdf/1691/169114664004.pdf>
- Yamada, H., & Honda, Y. (2005). Do stock prices contain predictive information on business turning points? A wavelet analysis. *Applied Financial Economics*

Letters, 1(1), 19–23. [\(PDF\) Do stock prices contain predictive information on business turning points? A wavelet analysis](#)

Yogo, M. (2008). Measuring business cycles: Wavelet analysis of economic time series. *Economics Letters*, 100(2), 208–212. [Empirical evaluation of the asset-allocation puzzle - ScienceDirect](#)

Zarnowitz, V. (1985). Recent work on business cycles in historical perspective: A review of theories and evidence. *Journal of Economic Literature*, 23(2), 523–580. <https://www.jstor.org/stable/2725624>

Zarnowitz, V. (1991). What is a business cycle? (NBER Working Paper No. 3863). National Bureau of Economic Research. [What is a Business Cycle? | NBER](#)

Zarnowitz, V. (1992). *Business cycles: Theory, history, indicators, and forecasting*. University of Chicago Press. [Business Cycles: Theory, History, Indicators, and Forecasting | NBER](#)

Zarnowitz, V., & Ozyildirim, A. (2000). Time series decomposition and measurement of business cycles, trends and growth cycles. *Journal of Monetary Economics*, [Time Series Decomposition and Measurement of Business Cycles, Trends and Growth Cycles | NBER](#)

Apéndice 1

Este apéndice contextualiza los ejercicios de estimación y comparación presentados en el trabajo mediante una síntesis de los principales enfoques sobre los ciclos económicos, sus mecanismos explicativos y el instrumental analítico asociado. Asimismo, se recapitulan brevemente los elementos centrales del debate —sobre todo empírico— en torno a las críticas y complementariedades entre el ciclo clásico y el ciclo de crecimiento.

Cuadro A.1.1

Paradigmas de Medición del Ciclo Económico

Dimensión	Ciclo Clásico	Ciclo de Crecimiento
Definición del ciclo	Fluctuaciones recurrentes en el nivel agregado de la actividad económica, caracterizadas por expansiones y contracciones absolutas (Burns & Mitchell, 1946; Harding & Pagan, 2002).	Fluctuaciones definidas como desviaciones respecto a una tendencia de largo plazo (aceleraciones y desaceleraciones del crecimiento) (Hodrick & Prescott, 1997; Baxter & King, 1999; Harding & Pagan, 2005).
Objeto empírico principal	Datación de recesiones y expansiones amplias, profundas y difundidas en el nivel de actividad (Burns & Mitchell, 1946; Zarnowitz & Ozyildirim, 2000).	Medición de la posición cíclica relativa, incluyendo desaceleraciones persistentes y fases de recuperación que no necesariamente implican contracciones en niveles (Baxter & King, 1999; Harding & Pagan, 2005).
Técnicas y herramientas	Algoritmos de datación Bry–Boschan y extensiones modernas; índices compuestos y de difusión; modelos de cambio de régimen tipo Markov (Bry & Boschan, 1971; Harding & Pagan, 2002; Hamilton, 1989).	Filtros pasa-banda (BK, CF); filtros HP; modelos de componentes no observados; métodos espectrales y multiescala, como wavelets (Hodrick & Prescott, 1997; Baxter & King, 1999; Yogo, 2008).
Tratamiento de la tendencia	La tendencia de largo plazo se considera exógena al análisis cíclico; el foco está en movimientos absolutos del nivel (Burns & Mitchell, 1946).	La tendencia es estimada explícitamente y el ciclo se define en relación con ella; el extracción de tendencia es parte central del análisis (Hodrick & Prescott, 1997; Harding & Pagan, 2005).

Dimensión	Ciclo Clásico	Ciclo de Crecimiento
Fortalezas analíticas	Alta interpretabilidad histórica; reglas explícitas y replicables; comparabilidad internacional; referencia institucional para la identificación oficial de recesiones (Harding & Pagan, 2002; OECD, 2017).	Mayor sensibilidad a variaciones cíclicas relevantes en economías con crecimiento sostenido; análisis de amplitud, persistencia y sincronización; vínculo directo con el output gap (Baxter & King, 1999; Harding & Pagan, 2005; Yogo, 2008).
Limitaciones principales	Menor sensibilidad a desaceleraciones prolongadas que no alcanzan la profundidad requerida para ser recesiones; carácter binario de la datación (Harding & Pagan, 2002).	Dependencia del método de extracción de tendencia y sensibilidad paramétrica; riesgo de ciclos espurios si no se contrastan metodologías (Harding & Pagan, 2005; Hamilton, 2018).
Rol analítico predominante	Cronología histórica del ciclo: identificación y comparación de episodios recesivos y expansivos en niveles (Burns & Mitchell, 1946; Zarnowitz & Ozyildirim, 2000).	Diagnóstico macroeconómico de la posición cíclica: evaluación de holguras, tensiones inflacionarias y dinámica sectorial (Clarida et al., 1999; Smets & Wouters, 2007; Yogo, 2008).
Relación con la política económica	Útil para la comunicación y el análisis ex post de recesiones; referencia institucional para episodios críticos (OECD, 2017).	vinculado al output gap y a reglas de política monetaria y fiscal; relevante para el monitoreo oportuno y la acción contracíclica (Taylor, 1993; Clarida et al., 1999; Galí, 2008).

Fuente: Elaboración propia.

Apéndice 2

A.2.1 Selección del Filtro para Componentes Cíclicos y Cronologías

La estimación del ciclo de crecimiento requiere la extracción de componentes cíclicos que cumplan propiedades específicas, tanto desde el punto de vista estadístico como desde su interpretación económica. En particular, los componentes utilizados para la datación del ciclo deben exhibir estabilidad temporal, volatilidad controlada, simetría alrededor de una media cercana a cero y coherencia con episodios macroeconómicos ampliamente documentados. Asimismo, dichos componentes deben ser adecuados para alimentar algoritmos de fechado como el usado en este trabajo, los cuales imponen restricciones explícitas sobre la duración y la amplitud de las fases del ciclo.

Siguiendo estos criterios, se evalúan el filtro pasa-banda de Baxter y King (1999) y el wavelet biortogonal multirresolución 17/11 descritos en subsecciones anteriores. Desde una perspectiva técnica y metodológica, la comparación entre el filtro Baxter–King y el análisis wavelet biortogonal multirresolución pone de manifiesto diferencias relevantes en las propiedades teóricas de los componentes cíclicos que ambos métodos generan. Mientras el filtro Baxter–King permite aislar fluctuaciones dentro de un rango específico de frecuencias, su implementación mediante una media móvil truncada conlleva pérdida de observaciones y potenciales distorsiones en los extremos de la muestra, lo que puede afectar la estabilidad del componente cíclico, especialmente en contextos de muestras finitas y presencia de quiebres estructurales.

En contraste, el análisis wavelet preserva simultáneamente la información temporal y la estructura por escala de las series económicas, lo que facilita la identificación de fluctuaciones cíclicas en presencia de choques transitorios y cambios en la volatilidad, sin imponer una separación rígida entre tendencia y ciclo. En particular, el uso de wavelets biortogonales con fase aproximadamente lineal y

reconstrucción perfecta resulta conceptualmente consistente con procedimientos de datación basados en señales continuas, como el algoritmo usado en este trabajo, al reducir problemas de desalineación temporal y favorecer una separación más precisa entre los distintos componentes de la serie.

Con base en estos criterios metodológicos, y con el fin de garantizar la consistencia de los componentes cíclicos empleados en la construcción de cronologías del ciclo de crecimiento, se adopta el filtro wavelet biortogonal multirresolución 17/11 como técnica principal para la extracción del componente cíclico de las variables que conforman el IDA*, así como del PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la formación bruta de capital fijo. La evidencia empírica que respalda esta elección, incluyendo la comparación sistemática entre ambos filtros y sus implicaciones para la datación del ciclo, se presenta y discute en detalle en las secciones de resultados.

Las propiedades metodológicas sintetizadas en el Cuadro A.2.1 se sustentan en la literatura sobre filtros pasa-banda y análisis wavelet aplicados al ciclo económico, particularmente en Baxter y King (1999), Murray (2003), Harding y Pagan (2002) y Yogo (2008). El filtro BK se basa en una aproximación pasa-banda con ventana truncada, lo que limita la localización temporal de las fases, introduce sesgos en los extremos y puede transmitir parcialmente componentes de baja frecuencia. En contraste, el análisis wavelet multirresolución conserva simultáneamente información temporal y espectral, permite un análisis local por nivel y genera componentes cíclicos más estables y centrados (Ahamada y Jolivaldt, 2010; Crowley, 2010; Yogo, 2008).

Estos criterios metodológicos respaldan la selección del filtro wavelet biortogonal multirresolución 17/11 como técnica principal de extracción del componente cíclico en este trabajo. Dicho componente constituye el insumo para construir las cronologías del ciclo de crecimiento mediante un procedimiento de

datación diseñado para señales continuas centradas y sin tendencia, descrito en la sección siguiente.

Cuadro A.2.1

Ventajas y desventajas Observadas en la Aplicación de los Filtros BK y Biortogonal Multiresolución Wavelet 17/11 para Estimar Componentes Cíclicos.

Criterio	Baxter–King (BK)	Wavelet Biortogonal 17/11
Dominio de operación	Frecuencia (pasa-banda aproximado)	Tiempo–escala (multirresolución)
Localización temporal	Limitada (sesgo en bordes por truncamiento)	Preservada (análisis local por nivel)
Media cero garantizada	No (sesgo por ventana y tendencia residual)	Sí (reconstrucción selectiva por niveles)
Sesgo en extremos	Alto (pierde 2K observaciones)	Bajo (extensión simétrica en bordes)
Robustez ante quiebres	Baja	Alta (captura irregularidades y shocks locales)
Flexibilidad en banda cíclica	Media (rango fijo: 6–32 trimestres)	Alta (selección de niveles según periodicidad)
Volatilidad del ciclo	Alta (oscilaciones artificiales)	Baja (ciclos más estables y menos ruidosos)
Aplicación práctica	Requiere parámetros correctos (K, banda)	Requiere definir niveles, pero más robusto

Fuente: Elaboración propia

A.2.2 Algunos Aspectos Conceptuales del Análisis Wavelet Multirresolución

Este apéndice presenta una descripción conceptual y formal del análisis wavelet multirresolución que sirve de base para el filtro biortogonal 17/11 utilizado en la Sección 3, con el único propósito de documentar sus fundamentos técnicos sin interrumpir la exposición metodológica principal.

El análisis wavelet es una técnica de descomposición tiempo–frecuencia que permite representar una serie temporal como la combinación de componentes asociados

a distintas escalas, propiedad especialmente útil para el análisis de fluctuaciones macroeconómicas. Sus aplicaciones incluyen la descomposición multiescala en tendencia, ciclo y ruido (Yogo, 2008), el estudio de indicadores líderes en el espacio tiempo-frecuencia (Krüger, 2023), la mejora de pronósticos (Bruzda, 2020) y el análisis de comovimientos y propiedades dinámicas como volatilidad y estacionalidad (Yamada & Honda, 2005; Mandler & Scharnagl, 2022; Gamboa, 2023).

Una de sus grandes ventajas es que, a diferencia de los filtros lineales clásicos, cuya interpretación requiere estacionariedad o tendencias deterministas estables, el análisis wavelet no exige esta condición, pues realiza una descomposición tiempo–escala que separa la tendencia del ciclo incluso en presencia de no estacionariedad. En efecto, la literatura reconoce que las wavelets no requieren estacionariedad porque su soporte temporal es compacto y la energía de la dinámica de la serie (de la señal) se distribuye en escalas que separan tendencia, ciclo y ruido sin mezclar fenómenos.

En este trabajo se utiliza la transformada wavelet discreta (DWT), que resulta más adecuada para series temporales económicas de longitud finita y permite una descomposición multirresolución consistente con el análisis empírico del ciclo económico.

Esta versatilidad se explica porque las wavelets permiten descomponer una serie en componentes asociados a distintas escalas temporales sin imponer una separación rígida entre tendencia y ciclo, operando simultáneamente en los dominios del tiempo y la frecuencia. A diferencia de los métodos tradicionales, ofrecen una representación multirresolución que capta modos dominantes y su evolución temporal (Torrence & Compo, 1998; Daubechies, 1992; Mallat, 2009).

Una descomposición wavelet¹⁸ multirresolución expresa una serie (x_t) como la suma de un componente de aproximación de baja frecuencia y varios componentes de detalle asociados a escalas progresivamente más cortas:

$$x_t = A_t + D_t \quad (\text{A.2.1})$$

Serie observada = (A_t) componente de aproximación + (D_t) suma de componentes de detalle por escala. Cada componente de detalle captura fluctuaciones dentro de un rango específico de frecuencias, lo que permite identificar ciclos de distinta duración de manera simultánea. Más precisamente, para la implementación en series económicas discretas, en la que se usa la transformada discreta wavelet (DWT) vía bancos de filtros, se define la descomposición multiescala por niveles en cada nivel j , con ($j = 1, 2, \dots, J$), así:

$$x(t) = A_j(t) + \sum_{j=1}^J D_j(t) \quad (\text{A.2.2})$$

- La aproximación A_j corresponde a la salida del filtro de paso-bajo (tendencia o componente de baja frecuencia).
- El detalle D_j : salida del filtro paso-alto (fluctuaciones de mayor frecuencia).

El componente cíclico se obtiene recombinando niveles D_j (y, en algunos casos, porciones de A_j) que corresponden a la banda típica del ciclo (6–32 trimestres). Esta representación tiempo–escala se construye mediante dos operaciones: escalado $\psi(t/s)$ que ajusta el ancho de la wavelet para capturar detalles finos o tendencias de baja frecuencia, y desplazamiento $\psi(t - k)$, que permite recorrer la serie para identificar

¹⁸ Según Percival y Walden (2000), las wavelets son ondículas que se originan y desaparecen en un punto finito específico del tiempo. Pueden tener diferentes formas y un número fijo de oscilaciones que duran un cierto período de espacio y tiempo. Además, permiten analizar los comportamientos diferentes en que adopta la serie en distintos períodos de tiempo, y con ello, capturar la variación local (Gamboa, 2023).

patrones locales. El análisis multirresolución descompone la señal en aproximaciones (cA , baja frecuencia) y detalles (cD , alta frecuencia) mediante la transformada discreta wavelet (DWT), aplicando filtros pasa-bajos y pasa-altos seguidos de reducción de resolución. Formalmente, la wavelet se define como:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{A.2.3})$$

con $a > 0$ el factor de escala. Estas propiedades permiten reconstruir la serie en distintas escalas sin pérdida de información, aislando el ciclo para su fechado posterior.

Las Figuras A.2.1 y A.2.2 ilustran cómo el parámetro de escala ajusta el ancho de la wavelet para capturar detalles finos o tendencias, mientras el desplazamiento permite recorrer la serie para identificar patrones locales. Estas propiedades sustentan el análisis multirresolución, que descompone la señal en niveles de aproximación (A_j) y detalle (D_j), esenciales para reconstruir el componente cíclico. En la primera etapa, la serie $S(t)$ se descompone usando la transformada discreta wavelet (DWT) en: (i) aproximaciones (cA), asociadas a baja frecuencia y tendencia; y (ii) detalles (cD), que capturan fluctuaciones rápidas. Este proceso aplica filtros pasa-bajos y pasa-altos, seguido de reducción de resolución, generando coeficientes que describen la señal en distintas escalas. Formalmente, la wavelet se define como:

Función de escalado $\tilde{\phi}(t)$, que define la base para las aproximaciones:

$$\tilde{\phi}(t) = \sum_{k=0}^N 2h_0(k) \tilde{\phi}(2t - k) \quad (\text{A.2.4})$$

Función wavelet madre $\tilde{\omega}(t)$ que genera los detalles:

$$\tilde{\omega}(t) = \sum_{k=0}^N 2h_1(k) \tilde{\phi}(2t - k) \quad (\text{A.2.5})$$

Donde $h_0(k)$ y $h_1(k)$ son los coeficientes del filtro pasa-bajos y pasa-altos, La señal original (S) se filtra en dos ramas: (i) cD (High Frequency): salida del filtro pasa-altos, que concentra las oscilaciones rápidas y (ii) cA (Low Frequency): salida del filtro pasa-bajos, que retiene la estructura global.

Figura A.2.1

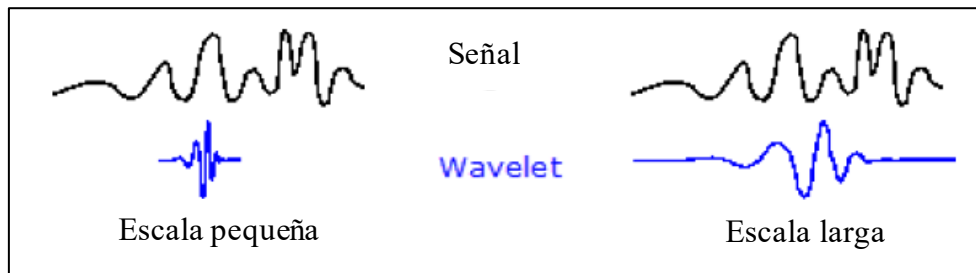
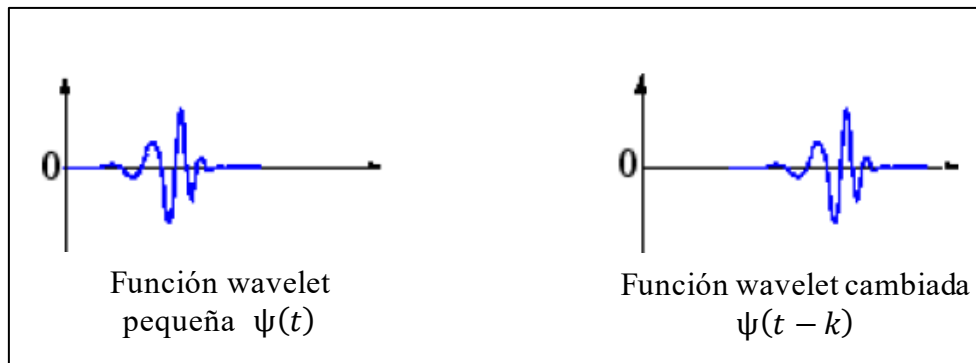


Figura A.2.2



Fuente: Adaptado de Misiti et al. (2007). Wavelet Toolbox, Getting Started Guide.

Cada rama aplica downsampling (reducir el número de muestras reteniendo solo una de cada M muestras—decimación) reduciendo el número de puntos (por ejemplo, de 1000 datos iniciales a ~500 coeficientes por nivel de la transformada wavelet discreta), lo que permite una representación compacta y eficiente.

Este mecanismo constituye la base del análisis multirresolución, donde la señal se descompone en niveles sucesivos, separando tendencias y fluctuaciones para su posterior reconstrucción selectiva.

Dado lo anterior, se describe la segunda etapa: Filtrado y síntesis (reconstrucción wavelet): Una vez obtenidos los coeficientes de aproximación (cA) y detalle (cD) en la etapa de análisis, estos pueden reensamblarse para reconstruir la señal original sin pérdida de información. Este proceso se denomina síntesis y se implementa mediante la Transformada Wavelet Discreta Inversa (IDWT). Dicha reconstrucción wavelet consiste en dos operaciones principales:

- Upsampling: se incrementa la resolución del componente insertando ceros entre las muestras, lo que duplica la longitud del vector en cada nivel.
- Filtrado: se aplican filtros de reconstrucción (pasa-bajos y pasa-altos) para recomponer la señal a partir de los coeficientes.

Formalmente, la síntesis se basa en: Función de escalado $\phi(t)$ que reconstruye las aproximaciones:

$$\phi(t) = \sum_{k=0}^N 2f_0(k) \phi(2t - k) \quad (\text{A.2.6})$$

Y la función wavelet madre $\omega(t)$ que reconstruye los detalles:

$$\omega(t) = \sum_{k=0}^N 2f_1(k) \phi(2t - k) \quad (\text{A.2.7})$$

Donde $f_0(k)$ y $f_1(k)$ son los coeficientes de los filtros de síntesis. Cada componente (cA y cD) se aumenta el número de muestras de una señal mediante la inserción de ceros (en adelante upsampling) antes del filtrado y luego se filtra para producir $A1$ y $D1$, ambos con la misma longitud que la serie original S . La combinación de $A1$ y $D1$ permite reconstruir la señal completa, garantizando reversibilidad y conservación de información. Este mecanismo es esencial para la reconstrucción selectiva ya que, en lugar de usar todos los niveles, se pueden recombinar únicamente los detalles asociados a la banda cíclica (por ejemplo, 6–32 trimestres), obteniendo el componente cíclico que se utilizará en la datación del ciclo económico.

Para los componentes reconstruidos y la descomposición iterativa, el proceso de descomposición wavelet puede iterarse sobre las aproximaciones sucesivas, generando una estructura jerárquica de componentes en diferentes niveles de resolución. Así, la señal original $x(t)$ se expresa como:

$$x(t) = A_j(t) + \sum_{i=1}^j D_i(t) \quad (\text{A.2.8})$$

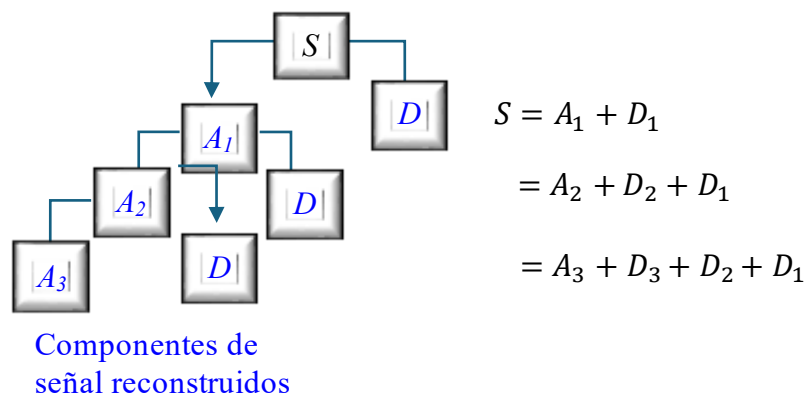
Donde: $A_j(t)$ es la aproximación en el nivel j , que concentra las componentes de baja frecuencia (tendencia global) y $D_i(t)$ son los detalles en cada nivel i , que capturan las fluctuaciones de mayor frecuencia.

La reconstrucción perfecta se logra sumando el último nivel de aproximación y todos los niveles de detalle. El parámetro j actúa como factor de dilatación, determinando la escala de las funciones wavelet en cada nivel. En términos de frecuencia, cada componente $D_j(t)$ funciona como un filtro de banda aproximado:

$$D_j \approx \text{Componentes de } x(t) \text{ con periodicidad entre } 2^j \text{ y } 2^{j+1}.$$

Figura A.2.3

Iteraciones Sucesivas en el Proceso de Descomposición



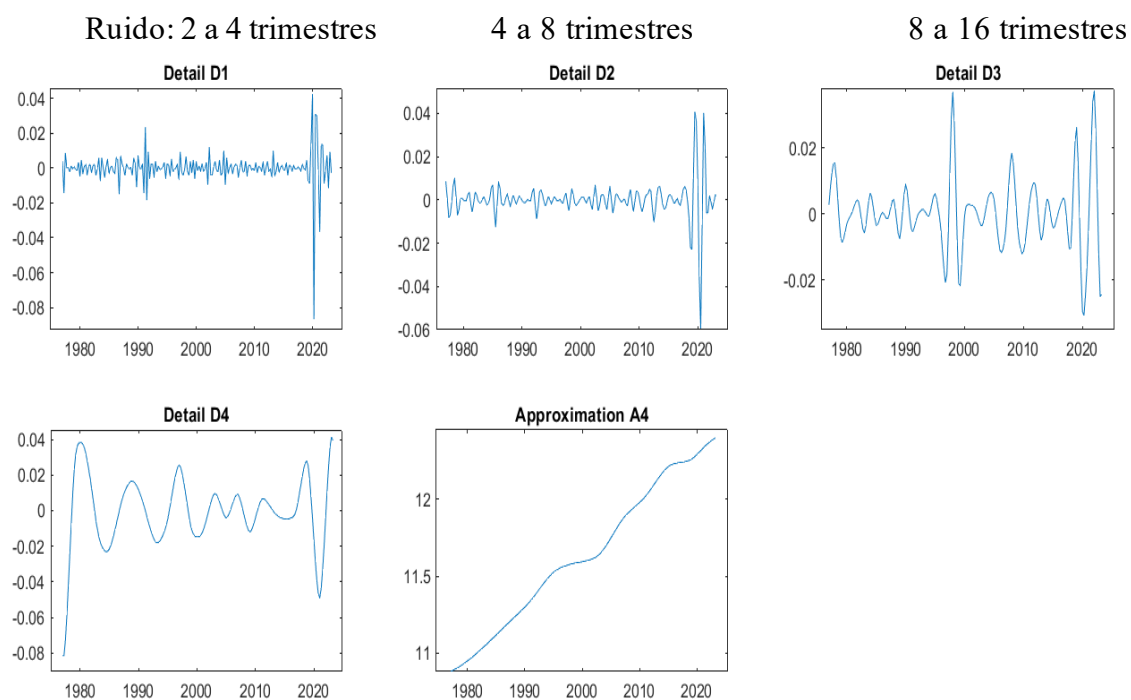
Fuente: Adaptado de Misiti et al. (2007). Wavelet Toolbox, Getting Started Guide.

Esto permite asignar a cada nivel una banda de periodicidad (en meses o trimestres), lo que resulta clave para seleccionar los niveles que conforman el componente cíclico. Por ejemplo, si el ciclo económico se define entre 6 y 32 trimestres, se seleccionan los niveles D_j cuya banda cubre ese rango. La figura A.2.3 ilustra esta estructura jerárquica. La Figura A.2.4 muestra la descomposición del PIB real en cuatro niveles: D1 (2–4 trimestres), que captura ruido y choques transitorios; D2 (4–8),

asociado a fluctuaciones menores; D3 (8–16), que concentra movimientos intermedios relevantes para la dinámica cíclica; y D4 (16–32), que recoge las oscilaciones más amplias del ciclo económico. La aproximación A4 (>32) representa la tendencia de largo plazo. La suma de detalles y aproximación permite reconstruir la serie sin pérdida de información. Este enfoque multirresolución facilita aislar el componente cíclico (p. ej., combinando D3 y D4) y aplicar el algoritmo de Kholodilin para fechar picos y valles.

Figura A.2.4

Descomposición de los Movimientos del PIB Trimestral



Fuente: Cálculos el autor.

Apéndice 3

El propósito de este apéndice es documentar de manera completa la implementación de CFEAT y presentar las cronologías detalladas del ciclo de crecimiento obtenidas a partir de los componentes cíclicos wavelet. La Sección A.3.1 expone la formalización paso a paso del método, mientras que la Sección A.3.2 reúne las fechas, duraciones y amplitudes de las fases cíclicas. En conjunto, este apéndice garantiza transparencia metodológica y facilita la reproducibilidad de los resultados.

A.3.1 Descripción Formal del Algoritmo

El algoritmo se aplica a una serie y_t que representa el componente cíclico de la variable de interés, previamente depurado de tendencia sistemática y centrado alrededor de cero. Esta condición es esencial, ya que en este algoritmo los puntos de giro se interpretan como desviaciones cíclicas positivas y negativas respecto a la tendencia de largo plazo, y no como cambios en el nivel de la actividad económica. Cabe señalar que, a diferencia de algoritmos de fechado ampliamente documentados en la literatura, este no ha sido descrito formalmente en artículos académicos ni incluido en surveys estándar sobre datación del ciclo económico, lo que motiva una exposición explícita de su lógica operativa en esta sección.

Paso 0. Preprocesamiento de la serie: El algoritmo se aplica exclusivamente sobre el componente cíclico previamente estimado, garantizando que la serie oscile alrededor de cero y satisfaga los supuestos requeridos.

Paso 1. Identificación preliminar de extremos locales: La detección inicial de puntos de giro se basa en un criterio estándar de máximos y mínimos locales definido sobre una ventana móvil simétrica de longitud m . Para cada período t , se evalúa el subconjunto así:

$$\{y_{t-d}, \dots, y_t, \dots, y_{t+d}\}, d = \frac{m-1}{2} \quad (10)$$

El período t se registra como pico (valle) candidato si y_t corresponde al máximo (mínimo) local dentro de dicha ventana. Este procedimiento es formalmente análogo al paso inicial del algoritmo de Bry–Boschan.

Paso 2. Criterio de significancia basado en la magnitud del extremo: El rasgo distintivo de este algoritmo es la introducción de un criterio explícito de relevancia estadística y económica. Un extremo candidato en el período t se acepta únicamente si: $|y_t| > \frac{\sigma_y}{r}$, (11) donde σ_y es la desviación estándar de la serie y r es un parámetro de tolerancia (por defecto $r = 1$). Este umbral reemplaza parcialmente las reglas rígidas de duración mínima empleadas en algoritmos clásicos.

Paso 3. Eliminación de extremos consecutivos homogéneos: Si aparecen dos picos consecutivos o dos valles consecutivos, el algoritmo conserva únicamente el extremo de mayor magnitud absoluta, garantizando la alternancia entre fases expansivas y contractivas.

Paso 4. Construcción de las fases cíclicas: La secuencia depurada de picos y valles define formalmente las fases del ciclo: la etiqueta como expansión corresponde al intervalo entre un valle y el pico siguiente (que corresponde a un alejamiento positivo máximo por encima de su tendencia), mientras que una recesión corresponde al intervalo entre un pico y el valle posterior (que como ya se mencionó corresponde a un alejamiento negativo máximo de la tendencia o potencial).

Paso 5. Medición de las propiedades del ciclo: Para cada fase se calcula su duración: $\text{Duración} = |t_2 - t_1|$, y su amplitud: $\text{Amplitud} = |y_{t_2} - y_{t_1}|$. A partir de estas medidas, CFEAT reporta promedios de duración y amplitud para expansiones, recesiones y ciclos completos, proporcionando una caracterización cuantitativa de la persistencia y severidad de las fluctuaciones.

Los pasos descritos corresponden a una metodología de fechado no paramétrica consistente en espíritu con Bry–Boschan, aunque adaptada explícitamente al enfoque de ciclo de crecimiento mediante la incorporación de un criterio de magnitud del extremo y el énfasis en la caracterización cuantitativa del ciclo.

A.3.2 Cronologías Detalladas del Ciclo de Crecimiento: Fechas, Duraciones y Amplitudes.

Este cuadro presenta la cronología detallada del ciclo de crecimiento estimada para el PIB trimestral, el consumo total, el consumo de los hogares y la formación bruta de capital fijo, incluyendo las fechas de picos y valles, así como las medidas de duración y amplitud de las fases cíclicas, que constituyen el soporte empírico de los resultados discutidos en la Sección 5.

Cuadro A.3.1

Cronologías del Ciclo de Varios Agregados Macroeconómicos y sus Características

Ciclo de Crecimiento del PIB real a Precios de 2015							
Valle-Pico				Pico-Valle			
Inicio	Fin	Duración	Amplitud	Inicio	Fin	Duración	Amplitud
1985:01	1990:01	20	0.045	1980:02	1985:01	19	0.061
1993:03	1998:01	18	0.065	1990:01	1993:0	14	0.038
1999:02	2007:04	34	0.051	1998:01	1999:02	5	0.081
2009:03	2019:01	38	0.062	2007:04	2009:03	7	0.038
				2019:01	2020:03	6	0.095
Duración promedio		28				10	
Amplitud promedio			0.06		0.06		
Ciclo de Crecimiento de Consumo Total							
Valle-Pico				Pico-Valle			
Inicio	Fin	Duración	Amplitud	Inicio	Fin	Duración	Amplitud
1985:01	1988:02	13	0.044	1980:02	1985:01	19	0.058
1994:01	1997:04	15	0.060	1988:02	1994:01	23	0.040
1999:02	2019:01	79	0.066	1997:04	1999:02	6	0.076
				2019:01	2020:02	5	0.079
Duración Promedio		35.670				13.3	
Amplitud promedio			0.06		0.06		

Ciclo de crecimiento de Consumo Hogares							
Valle-Pico				Pico-Valle			
Inicio	Fin	Duración	Amplitud	Inicio	Fin	Duración	Amplitud
1985:01	1988:	12	0.041191	1980:03	1985:01	18	0.051291
1994:01	19974	15	0.061116	1988:01	1994:01	24	0.041448
1999:02	2003	18	0.04311	1997:04	1999:02	6	0.072545
2010:01	2019	36	0.048072	2007:05	2010:01	9	0.027379
				2019:01	2020:02	5	0.0877
Duración promedio		20.3				12.4	
Amplitud promedio		0.05				0.06	
Ciclo de Crecimiento de la Formación Bruta de Capital Fijo							
Valle-Pico				Pico-Valle			
Inicio	Fin	Duración	Amplitud	Inicio	Fin	Duración	Amplitud
2001:02	2003:03	9	0.16	2003:03	2005:04	9	0.15
2005:04	2007:01	5	0.27	2007:01	2012:01	20	0.14
2012:01	2018:04	27	0.22	2018:04	2020:02	6	0.27
Duración promedio		13.7				12	
Amplitud promedio		0.22				0.27	
Cronología CFEAT de las Fases del Ciclo de Crecimiento colombiano Según el IDA*							
Valle-Pico				Pico-Valle			
Inicio	Fin	Duración	Amplitud	Inicio	Fin	Duración	Amplitud
1985:06	1987:08	26	4.2	1982:06	1985:06	36	3.1
1989:02	1997:10	104	3.8	1987:08	1989:02	18	4.0
1999:02	2006:10	92	3.6	1997:10	1999:02	16	4.3
2009:03	2019:03	120	2.7	2006:10	2009:03	29	4.8
2020:05	2022:08	28	-	2019:03	2020:05	14	5.2
Duración promedio		74		Duración promedio		23	
Amplitud promedio		3.56		Amplitud promedio		4.28	

IDAS* corresponde al índice de difusión agregado del componente cíclico de 41 variables económicas

Algoritmo CFEAT -Kholodilin(2009). (<https://estima.com/cgi-bin/procbrowser.cgi>)

Fuente: Cálculos del autor

Apéndice 4

Inventario de Episodios de Mediana Frecuencia (MF)

Este apéndice presenta el inventario exhaustivo de episodios en los que el ciclo de mediana frecuencia del IDA*, definido como $C(t)=D4+D5$, $C(t)=D_4+D_5$, permaneció por debajo del potencial. Para cada fase se reportan:

(i) su duración (meses con $C(t)<0$), (ii) la intensidad cíclica o energía relativa, (iii) la amplitud pico–valle, (iv) su coincidencia con recesiones identificadas mediante CFEAT, (v) un resumen de hechos económicos relevantes.

Este inventario documenta la anatomía completa de cada episodio MF, permitiendo distinguir debilitamientos transitorios de fases contractivas persistentes y complementando la cronología del ciclo de crecimiento presentada en el cuerpo principal del artículo.

Cuadro A.4.1

Inventario completo de fases MF negativas ($D4\{+\}D5 < 0$) del componente cíclico del IDA*, con fechas, energía y amplitud para cada episodio de 1975–2021.

Episodio MF $D4+D5<0$	Duración (m)	Energía ciclo (%)	Amplitud	Coincidencia CFEAT (IDA*)	Hechos Económicos Relevantes
ene-75 – jul-75	7	6.41	3.09	No	Ajustes iniciales de la serie; volatilidad de arranque.
feb-78 – sep-80	32	0.93	0.70	No	Moderación prolongada post-bonanza cafetería; señales de agotamiento.
feb-81 – nov-81	10	0.08	0.38	No	Episodio 81–83 reflejado más en tendencia (D6) que en MF.

Episodio MF D4+D5<0	Duración (m)	Energía ciclo (%)	Amplitud	Coincidencia CFEAT (IDA*)	Hechos Económicos Relevantes
feb-84 – jun-86	29	5.31	1.77	Sí, parcial (CFEAT 1982:06– 1985:06)	Pico-Valle del ciclo de crecimiento de mediados de los 80; desinflación y ajuste macro.
abr-95 – ene-97	22	1.56	1.10	Sí, parcial (CFEAT marca caída del IDA* en 1996–1999)	Debilitamiento pre-crisis; aumentos de tasas, tensiones financieras.
jul-98 – dic-99	18	4.19	1.95	Sí	Crisis 1998–1999; contracción del IDA*; caída persistente del ciclo MF.
ene-02 – sep-05	45	1.45	0.71	No	Ajuste post-crisis 1999; normalización del crecimiento.
ene-08 – feb-10	26	11.42	2.73	Sí (CFEAT: 2006:10 – 2009:03)	Choque global 2008–09; desaceleración MF pronunciada.
jun-12 – mar-14	22	2.84	1.56	No	Preludio del choque de términos de intercambio.
feb-16 – sep-17	20	0.40	0.52	No	Desaceleración asociada a choque petrolero 2014–16 y ajuste tributario.
oct-19 – mar-21	18	12.33	3.78	Sí (CFEAT: 2019:03 – 2020:05)	Pandemia: caída del IDA* y brecha MF muy profunda.
jul-88 – sep-91	39	2.71	1.64	Sí (CFEAT: 1987:08– 1989:02)	Fase MF amplia que contiene el Pico-Valle de 1987–1989; persistencia prolongada.

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados exhiben una **heterogeneidad marcada** en intensidad, duración y amplitud:

1. Brechas severas (alta intensidad, alta amplitud)

- 2008–2010 y 2019–2021 muestran las intensidades más altas ($\approx 11-12\%$) y amplitudes importantes, asociadas respectivamente a la crisis financiera global y a la pandemia.
- Estas fases representan choques macroeconómicos sistémicos y marcan episodios de alerta máxima para política.

2. Episodios abruptos pero intensos

- 1998–1999 combina intensidad elevada (4.19%) con amplitud significativa (1.95), reflejando la profundidad de la crisis doméstica y las tensiones financieras estructurales de la época.

3. Brechas prolongadas (persistencia alta)

- 1988–1991 dura ≈ 39 meses, aunque la fase Pico-Valle cíclica identificada por CFEAT (1987:08–1989:02) cubre solo la subfase inicial.
- Esto ilustra la diferencia entre:
 - *la caída cíclica puntual* (CFEAT),
 - *la brecha MF prolongada* (wavelet).

4. Ajustes graduales (intensidad moderada, duración larga)

- Episodios como 1995–1997, 2002–2005, 2016–2017 muestran caídas MF suaves pero persistentes, coherentes con fases de normalización postcrisis, choques externos moderados o ajustes tributarios/petroleros.

Relación entre CFEAT y Wavelet-MF: dos lentes complementarios. La comparación evidencia un patrón claro:

- CFEAT identifica *cuándo* el componente cíclico del IDA* entra en contracción y cuándo comienza la recuperación (turning points).
- Wavelet-MF revela *cuánto* tiempo la economía permanece por debajo del potencial y con qué intensidad (duración + amplitud + energía).

Ejemplo:

- La fase Pico-Valle 1987:08–1989:02 concentra una energía MF de ~4.67% y amplitud elevada.
- Pero la brecha MF wavelet (1988–1991), más prolongada, refleja el deterioro estructural que antecedió la fase Pico-Valle del PIB 1990–1991 documentada en la literatura.

No existe contradicción:

CFEAT identifica la subfase contractiva y Wavelet muestra la brecha MF completa

Patrón similar se observa en 1998–1999, 2008–2010 y 2019–2021:

- MF distingue entre episodios breves e intensos,
- fases prolongadas de debilidad,
- y episodios duales (MF profunda + HF visible en otros agregados).

Síntesis conceptual

El inventario confirma que la lectura multiescala del IDA* permite:

- diferenciar episodios contractivos intensos de moderaciones prolongadas,
- separar choques globales, domésticos y estructurales,
- identificar episodios con difusión transversal antes visibles en niveles,
- anticipar riesgos macroeconómicos mediante señales MF persistentes,
- y complementar de forma natural la cronología del ciclo de crecimiento basada en CFEAT.

Utilidad para política económica. Este marco integrado (CFEAT + MRA-MF + evidencias históricas) constituye una herramienta sólida para:

- monitorear el estado del ciclo,
- detectar deterioros antes de las caídas del PIB,
- prevenir relajaciones prematuras en fases de recuperación,
- y comunicar escenarios de riesgo con claridad a autoridades y analistas.

El inventario ofrece, en suma, un mapa histórico de episodios MF relevantes que ayuda a identificar, interpretar y priorizar señales de debilitamiento económico en Colombia.