

Borradores de ECONOMÍA

¿Cómo y qué tanto impacta la deuda pública a las tasas de interés de mercado?

Por: Carlos David Ardila-Dueñas
Hernán Rincón-Castro

Núm. 1077
2019



Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia

¿Cómo y qué tanto impacta la deuda pública a las tasas de interés de mercado?*

Carlos David Ardila-Dueñas[†] Hernán Rincón-Castro[‡]

Las opiniones contenidas en el presente documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

Resumen

La relación entre la deuda pública y las tasas de interés de mercado ha sido un tema de amplia discusión en la literatura internacional, por sus implicaciones sobre los mercados financieros, las decisiones de ahorro e inversión de los agentes económicos y el agregado de la economía. En este artículo se analiza cómo y qué tanto impacta la deuda pública la pendiente o *spread* de la estructura a plazos de las tasas de interés en Colombia en el periodo 2003-2017. Para alcanzar su objetivo, primero se estima el *spread* a diferentes plazos, mediante un modelo de estado-espacio. Posteriormente, se determina el impacto de la deuda sobre aquel; utilizando modelos de series de tiempo univariados y multivariados. Por último, se realiza una descomposición histórica de choques del *spread*. Los principales resultados obtenidos muestran que la deuda pública tiene un efecto positivo sobre el *spread*, tanto la emitida a tasa fija como a tasa variable. Así mismo se encuentra que la emisión de deuda a tasa variable tiene un mayor efecto sobre el *spread* de las tasas de interés de corto plazo, mientras la de tasa fija, más sensible a las condiciones del mercado, tiene un mayor impacto sobre el *spread* de las tasas de interés de largo plazo. La implicación de política más importante es el llamado a la reducción del endeudamiento público, con el objetivo de aminorar su impacto no deseado sobre el mercado financiero y la actividad económica.

Clasificación JEL: E44, E62, H63, C22, C32

Palabras clave: deuda pública, estructura a plazos de las tasas de interés, *spread*, filtro de kalman, *VAR-X*, descomposición histórica

*Una versión del presente artículo fue presentada por el primer autor como tesis de grado de Maestría en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia (sede Bogotá). Los autores son responsables de cualquier error u omisión. Así mismo, agradecemos los valiosos comentarios de Andrea Carolina Vargás Paez y Lady Johana Rodríguez.

[†]Profesional, Departamento de Información Económica, Banco de la República. E-mail: cdardilad@unal.edu.co.

[‡]Investigador Principal de la Unidad de Investigaciones del Banco de la República de Colombia. E-mail: hrincoca@banrep.gov.co.

How and how much public debt impacts the market interest rates?¹

Carlos David Ardila-Dueñas² Hernán Rincón-Castro³

The opinions contained in this document are the sole responsibility of the authors and do not commit Banco de la República or its Board of Directors.

Abstract

The relationship between public debt and market interest rates has been a subject of wide discussion in the international literature, due to its implications for the financial markets, saving and investment decisions of economic agents and for the aggregate of the economy. This article analyzes how and how much public debt impacts the slope or spread of the term structure of interest rates in Colombia in the period 2003-2017. To reach its objective, the spread is estimated at different terms, using a state-space model. Subsequently, the impact of the debt on the spread is determined; using univariate and multivariate time series models. Finally, a historical decomposition of the spread shocks is carried out. The main results obtained show that the public debt has a positive effect on the spread, both debts issued at a fixed rate and at a variable rate. It is also found that the issuance of debt at a variable rate has a greater effect on the spread of the short-term interest rates, while the fixed-rate debt, which is more sensitive to market conditions, has a greater impact on the spread of long-term rates. The most important policy implication is the call for the reduction of public indebtedness, with the aim of reducing its undesired impact on the financial market and economic activity.

JEL code. E44, E62, H63, C22, C32

Key words. Public Debt, the term structure of interest rates, spread, Kalman filter, VAR-X, historical decomposition.

¹A version of this paper was presented by the first author as the thesis of the Master's degree in Economics to the Universidad Nacional de Colombia. The authors are responsible for any errors or omissions. We thanks Andrea Carolina Vargas Paez and Lady Johana Rodríguez for their comments.

²Professional, Statistics Department, Banco de la República. E-mail: cdardilad@unal.edu.co.

³Senior Researcher, Research Unit, Banco de la República. E-mail: hrincoca@banrep.gov.co.

1 Introducción

La relación entre la deuda pública y las tasas de interés de mercado ha sido un tema de amplia discusión en la literatura económica, por su impacto sobre el mercado financiero, las decisiones de ahorro e inversión de los agentes económicos y el agregado de la economía. Tal relación ha sido analizada desde diferentes enfoques, que van desde los clásicos y neoclásicos hasta keynesianos, y para distintas economías; sin embargo, los estudios empíricos no han logrado llegar a un consenso claro sobre la manera en que se relacionan y la magnitud y duración de los impactos (Aisen y Hauner, 2013). Por su evidente importancia, el presente artículo evalúa el efecto de la deuda pública sobre la prima de riesgo o spread de la estructura a plazos de las tasas de interés (ETTI) para la economía colombiana en el periodo 2003-2017.

Los estudios sobre la relación entre la deuda pública y las tasas de interés de mercado tomaron gran importancia, especialmente desde los años ochenta por cuenta de los responsables de la formulación de política económica, que querían entender mejor los posibles impactos que puede tener las acciones fiscales sobre la tasa de interés, y de ahí, sobre la inversión y el consumo privados, la estabilidad financiera y el crecimiento económico. Esto motivó el desarrollo de un conjunto de teorías, basadas en la literatura económica clásica y keynesiana, que explicaban el efecto de las decisiones de política fiscal sobre las tasas de interés de corto y largo plazo y sobre el ciclo y el crecimiento económico (Hu, 1993; Claeys et al., 2012).

Así, por un lado, se encuentra la teoría clásica que postula que un incremento del déficit público incrementa el costo del financiamiento del sector privado y produce una redistribución de recursos entre los sectores de la economía (Wachtel y Young, 1987; Bovenberg, 1988). En otras palabras, el aumento de la oferta de títulos de deuda pública para financiar el déficit provoca un desplazamiento de recursos desde el sector privado al público y perjudicando la inversión privada. Esto ocurre por el encarecimiento de las fuentes de fondeo del sector privado, hecho que se traduce en un incremento de las tasas de interés y en especial de las de largo plazo (Blanchard, 1984; Spencer y Yohe, 1971).

Por otro lado, la visión keynesiana, plasmada en el modelo estándar IS-LM, sostiene que el déficit fiscal impacta positivamente el nivel de la tasa de interés y negativamente la actividad económica. El mecanismo de transmisión es el siguiente: un incremento del gasto público en el corto plazo favorece la demanda agregada y con ello la actividad económica; de tal manera que, si se supone que no existe un cambio en la postura monetaria, el mayor ingreso de la economía presiona al alza la demanda por saldos monetarios reales, lo que produce un incremento de la tasa de interés y una caída del precio de los bonos; como consecuencia, la inversión y el consumo privado disminuyen (Hoelscher, 1986). Este mecanismo de transmisión difiere del planteamiento clásico, en la medida en que el impacto sobre la tasa de interés se realiza por medio de la demanda agregada, y no por el aumento directo de fondos prestables (Engen y Hubbard, 2004).

En contraste con las anteriores teorías, la nueva economía clásica, con su hipótesis de “Equivalencia Ricardiana”, predice un efecto neutro de la deuda pública sobre el producto y el empleo. La intuición

detrás de este planteamiento gira en torno a la racionalidad de los agentes económicos frente a sus decisiones presentes y futuras. Así, los agentes, al percibir que el gobierno está incurriendo en un déficit fiscal, anticiparán un incremento de sus obligaciones tributarias futuras, que se requerirán para cubrir el servicio de la deuda pública, aumentando su ahorro en el presente. De esta manera, el impacto del déficit fiscal es totalmente compensado por el aumento presente en el ahorro privado y, por ende, no se afectarán ni el ahorro, las tasas de interés, la producción ni el ingreso nacional (Barro, 1974).

Recientemente, la literatura ha provisto una explicación sobre el vínculo entre la deuda pública y las tasas de interés, conocida como la “hipótesis de expectativas”. Esta corriente sostiene que la pendiente de la curva de rendimientos, esta última denominada también estructura a plazos de las tasas de interés, es un reflejo de las expectativas del mercado sobre la trayectoria futura de la tasa de interés de corto plazo, y son precisamente éstas, las tasas que se suponen que son afectadas por el comportamiento fiscal⁴.

El mecanismo de transmisión, según la “hipótesis de expectativas”, consiste en que los agentes privados, al anticipar un incremento del nivel de la deuda pública, esperarán un aumento de la tasa de interés futuras de corto plazo y con ello, una disminución del precio de los títulos de deuda. Esto provocará una inclinación hacia arriba de la pendiente de la curva de rendimientos en su tramo de largo plazo (Macaulay, 1938; Hicks, 1939; Lutz, 1940). En otras palabras, un aumento en la colocación de títulos de deuda por parte del gobierno inducirá un cambio en la prima de rendimiento o spread de las tasas de interés que exigen los inversionistas por adquirir dichos títulos. Así, los agentes incitarán un cambio en el spread; o lo mismo, un cambio en el diferencial entre los rendimientos de corto y largo plazos. La consecuencia es una modificación de la estructura de la curva de rendimientos, que afecta las expectativas de inflación, las tasas de interés de mercado y la actividad económica. Como respuesta, se espera que cambie la postura de política monetaria y financiera (Kim y Limpaphayom, 1997; Hu, 1993; Fama, 1986; Harvey, 1988).

Para lograr su objetivo, en el artículo primero se estima el spread, mediante un modelo de estado-espacio (*Filtro de Kalman*), y posteriormente se determina el efecto de la deuda sobre el mismo, utilizando modelos de series de tiempo. Entre los modelos de regresión utilizados se cuenta con modelos univariados con componentes dinámicos para cada tramo de la curva. Como complemento, se realizan diferentes análisis de causalidad, funciones de impulso respuesta generalizadas y descomposición histórica de choques del spread, provistos por los modelos multivariados de vectores autorregresivos con variables exógenas (*VAR-X*).

Los diferentes modelos de regresión que se utilizan incorporan dos grupos de variables. Por un lado, variables de control, consideradas en la literatura económica como determinantes del comportamiento de la curva de rendimientos. Por otro, distintas medidas de la deuda pública, de acuerdo con las características de las tasas de interés de los títulos emitidos: deuda a tasa fija y deuda a tasa variable. La motivación es poder identificar de manera más precisa los efectos que vinculan las decisiones fiscales con las tasas de interés del mercado. Adviértase que a lo largo del artículo se utilizan indistintamente

⁴La sección 2 define y discute las características e importancia de la curva de rendimientos.

las palabras “deuda del gobierno”, “deuda del gobierno nacional central”, “deuda del GNC” o “deuda pública” para referirse al mismo nivel de la administración pública.

La principal contribución del estudio es la cuantificación y estimación de la dinámica del impacto del nivel y composición de la deuda pública sobre el spread de la estructura a plazos de las tasas de interés en Colombia. Por tanto, el artículo proporciona nuevas herramientas y resultados para el análisis y toma de decisiones de política, pues identifica y cuantifica el impacto que tienen las decisiones de endeudamiento público sobre las tasas de interés de mercado, tanto de corto como de largo plazo, y, de ahí, sobre el sistema financiero, las decisiones de ahorro e inversión de los agentes económicos y la actividad económica.

Los principales resultados obtenidos muestran un efecto positivo, tanto de la deuda pública emitida a tasa fija como a tasa variables, sobre el spread de la ETTI. Así mismo se encuentra que la emisión de deuda a tasa fija, que tiene mayor sensibilidad a las condiciones del mercado, tiene un mayor efecto sobre el spread que la deuda a tasa variable. Estos resultados coinciden con los obtenidos por la literatura internacional, especialmente para las economías avanzadas. La principal implicación de política es que la autoridad fiscal debe reforzar el saneamiento de las finanzas públicas y establecer estrategias de endeudamiento público que mitiguen los impactos negativos sobre la actividad económica y el mercado financiero.

El artículo contiene seis secciones luego de esta introducción. La segunda define la ETTI, resalta su importancia para el análisis económico y financiero y describe sus determinantes, de acuerdo con la literatura teórica. La tercera realiza una revisión de literatura local e internacional sobre el tema de estudio. La cuarta caracteriza el mercado de deuda pública interna colombiano, a partir de las estadísticas reportadas por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público y el Banco de la República. La quinta introduce la metodología de estimación. La sexta describe las estadísticas utilizadas y presenta y analiza los resultados econométricos. La última sección resume las principales conclusiones y destaca la implicación de política.

2 La estructura a plazos de las tasas de interés, su importancia y forma funcional

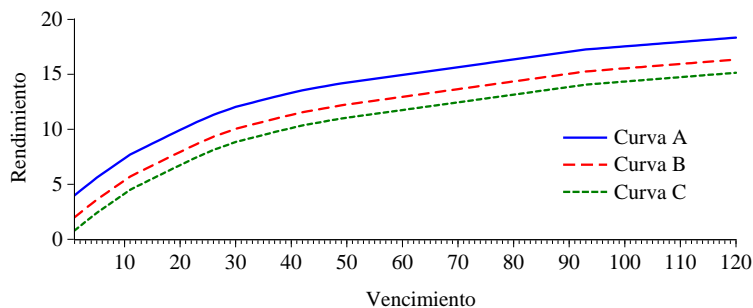
La ETTI, o curva de rendimientos, es un término utilizado para describir la relación entre los rendimientos al vencimiento de activos financieros de la misma calidad crediticia, regularmente libres de riesgo⁵, y sus respectivos periodos de vencimiento (gráfico 1). La curva se construye utilizando los bonos del gobierno debido, entre otros factores, a su amplia gama de vencimientos, su gran volumen de negociación en los mercados secundarios y su bajo riesgo de insolvencia.

La importancia de la ETTI para el análisis económico y financiero consiste, primero, en la capacidad de proveer información sobre las expectativas del mercado con respecto al comportamiento económico,

⁵Preferiblemente, son activos sometidos a la misma legislación tributaria.

financiero e inflacionario futuros. Segundo, en ser fuente para la valoración de la mayoría de activos financieros. Tercero, ser un indicador base para el diseño de estrategias de gestión de riesgo y toma de decisiones de inversión y financiamiento (Fernández y Robles, 2005).

Gráfico 1: Curva de Rendimientos



Fuente: diseño propio. La ETTI tradicional es ascendente, indicando que los rendimientos aumentan (disminuyen) a medida que aumentan (disminuyen) los plazos. Así, si se supone que todos los factores que afectan la curva de rendimientos son constantes, la curva A contiene títulos con una menor calificación crediticia, pues en comparación con los títulos B y C para el mismo plazo, los inversionistas demandan un mayor rendimiento.

En cuanto a la primera razón de su importancia, la literatura argumenta que la ETTI recoge información que permite explicar la evolución del sistema financiero, el nivel de la actividad económica, la tasa de inflación, los precios de los activos y los patrones de inversión y consumo; así mismo, la ETTI permite predecir cambios de las expectativas de inflación, de la postura de la política monetaria y de las tasas de interés de mercado (Mishkin, 1981; Fama, 1984; Miles y Wilcox, 1991; Fuhrer, 1993). Por ejemplo, la lectura del comportamiento de la ETTI puede incidir en la postura de política monetaria, en la medida en que le permite al banco central extraer información sobre la reacción de los agentes económicos en el corto plazo, ante cambios en la tasa de interés de política; y, en el largo plazo, sobre su credibilidad y su compromiso con la estabilidad de precios (Goodfriend, 1998)⁶.

Antes de continuar, es bueno responder dos interrogantes, implícitos en las afirmaciones anteriores. ¿Por qué la ETTI recoge información sobre las expectativas del mercado sobre el comportamiento de la economía? Porque los precios de los activos son el valor presente de los flujos de fondos que se espera recibir en el futuro por los mismos. Como el valor presente utiliza en su construcción un factor de descuento basado en una tasa de retorno nominal (i), esta tasa recoge las expectativas que tienen los agentes sobre el comportamiento económico en relación a la tasa de interés real y las expectativas de inflación.

Así, el precio de un activo se define como:

⁶Arango y Florez (2005) resumen algunos resultados obtenidos por la literatura con relación al contenido informativo de la ETTI sobre la actividad económica: el tramo corto refleja las acciones de la autoridad monetaria y, en alguna medida, las condiciones reales y financieras de la economía. El tramo medio manifiesta las expectativas de inflación de mediano plazo y, por tanto, los cambios esperados de postura monetaria. El tramo largo es influenciado por las percepciones de crecimiento potencial de la economía, las expectativas de inflación de largo plazo y la credibilidad del banco central.

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+i)^t} + \frac{VN}{(1+i)^n}$$

Donde P es el precio del activo, digamos de un bono o título público, C es el monto del cupón o rendimiento periódico del bono, i es la tasa de retorno que el inversionista espera obtener, llamada rendimiento requerido (*required yield*), VN es el valor nominal del bono, t es el número de periodos y n es el periodo de vencimiento del título⁷.

Ahora, ¿cómo se relacionan las expectativas de los agentes económicos con la forma de la ETTI? Un aplanamiento de la curva de rendimientos, producto de la caída de las tasas de interés futuras indicará, por ejemplo, una contracción económica futura. Cuando los agentes que intervienen en el mercado de deuda pública advierten una desaceleración del crecimiento económico, cambian sus inversiones de corto plazo por inversiones de largo plazo, con el fin de obtener mayores beneficios futuros del aumento del precio de los bonos por la caída esperada de las tasas de interés. El mecanismo es el siguiente: los inversionistas al vender sus títulos de corto plazo inducen una caída de su precio, o un aumento en las tasas de interés de corto plazo, y al adquirir títulos de largo plazo generan un aumento de su precio, o una disminución en las tasas de interés, obteniéndose así la forma aplanada de la curva de rendimientos (Arango et al., 2004; Estrella, 2005; Estrella y Trubin, 2006).

La segunda razón por la cual se considera importante el estudio de la ETTI para los mercados financieros es su utilidad como herramienta para la valoración de portafolios conformados por activos de renta fija (bonos, letras y obligaciones). Es claro que un incremento o disminución de la valoración de dichos activos tiene un efecto directo sobre el valor de riqueza de sus propietarios.

La tercera razón, la ETTI es relevante para la evaluación y puesta en marcha de estrategias de gestión de riesgo y valoración de derivados, convirtiéndose así en un instrumento que contribuye a la toma de decisiones de inversión y financiamiento. Valga mencionar que, de acuerdo con el plazo y el volumen de las inversiones de las entidades que intervienen en el mercado financiero, su interés puede estar concentrado en ciertos tramos de la curva de rendimientos, como lo argumentan Melo Becerra et al. (2013). Por ejemplo, las entidades bancarias tienden a inclinar su atención en la parte media y corta de la curva de rendimiento, mientras que los fondos de pensiones y cesantías y las compañías de seguros se concentran en el tramo largo de la curva (gráfico 5).

Ahora, ¿qué explica la forma funcional de la ETTI? A continuación, se resumen las principales teorías.

Teoría pura de las expectativas (Fisher, 1896; Hicks, 1939): plantea que las tasas de interés de largo plazo son un reflejo de las expectativas del mercado sobre la trayectoria futura de las tasas de interés de corto plazo; es decir, las tasas de interés de largo plazo son iguales al promedio aritmético de las tasas de corto plazo vigentes y esperadas. Lo anterior supone que los agentes son neutrales al riesgo e indiferentes a la liquidez de los títulos, que no existe segmentación de mercado, que no hay costos de transacción y que las expectativas sobre las tasas de interés futuras son óptimas e insesgadas.

⁷Para más detalle ver Arango et al. (2002)

Esta teoría implica que en el futuro todos los activos financieros de la misma calidad crediticia, sin importar sus fechas de vencimiento, deberían ofrecer la misma rentabilidad. Este resultado es consecuencia del comportamiento de los inversionistas quienes, en su búsqueda de obtener oportunidades de arbitraje, eliminan paulatinamente cualquier diferencial de rentabilidad entre los títulos⁸. Por ejemplo, la tasa de interés de un título con vencimiento en seis meses debe ser igual al promedio de la tasa de interés actual de un título con vencimiento en tres meses y al pronóstico óptimo de la tasa de interés de un título con vencimiento a tres meses dentro de tres meses.

Hipótesis de expectativas (Cochrane, 2001): sugiere que la forma de la curva de rendimientos depende de dos componentes: las expectativas⁹ y la prima de riesgo. En otras palabras, las tasas de interés de largo plazo se determinan por las expectativas sobre las tasas de interés de corto plazo, más un término constante asociado con la presencia de riesgo por liquidez¹⁰.

Teoría del hábitat preferido (Modigliani y Sutch, 1966): propone que la trayectoria de la estructura a plazo es un reflejo tanto de las expectativas como de una prima de riesgo, que no necesariamente crece con la madurez, ya que los inversionistas pueden estar interesados en tramos de vencimiento particulares, en donde se elimina el riesgo sistemático, por que la vida media de sus activos coincide con la de sus pasivos. Así, para disuadir a los inversionistas a demandar fondos fuera de su hábitat preferido, los emisores de bonos deberán ofrecer tasas de interés mayores que incorporen una prima de riesgo para lograr equilibrar la oferta y la demanda de fondos para un mismo plazo.

Teoría de la segmentación del mercado (Culbertson, 1957): la idea detrás de esta teoría es que los inversionistas tienen hábitats preferidos dependiendo de la naturaleza de sus obligaciones. Por lo tanto, a diferencia del caso anterior, tanto prestamistas como prestatarios se limitan a ciertos segmentos de la curva de rendimientos, siendo indiferentes a las primas de riesgo ofrecidas por el emisor. En este sentido, la tasa de interés de los títulos con diferentes plazos de maduración se determina independientemente de las condiciones de la oferta y la demanda en cada segmento del mercado.

Teoría de las preferencias por la liquidez (Hicks, 1939): según este planteamiento, en un ambiente de incertidumbre y aversión al riesgo, los inversionistas prefieren poseer títulos de corto plazo, pues tienen una menor sensibilidad a los cambios en las tasas de interés y ofrecen una mayor liquidez que las inversiones en títulos de largo plazo. De esta forma, los inversionistas aceptarían tener títulos de largo plazo en sus portafolios únicamente si dichos activos ofrecen una compensación, representada en una tasa de interés mayor, que debe procurar que el rendimiento de estos títulos sea mayor al promedio de las tasas de interés de corto plazo esperadas.

Por último, nótese que, de acuerdo con Campbell y Shiller (1989), la pendiente de la curva de la

⁸Si la tasa de largo plazo estuviera por encima del promedio esperado de las tasas de corto plazo futuras, los inversores preferirían tener un bono a largo plazo en lugar de una secuencia de bonos a corto plazo. Sin embargo, ese cálculo por parte de los inversores provocaría un aumento del precio de los bonos hasta que la tasa de interés a largo plazo cayera lo suficiente como para equiparar los rendimientos esperados de las dos estrategias de inversión.

⁹Las expectativas sugieren que las tasas *forward* actuales son predictores insesgados de las tasas *spot* futuras.

¹⁰Para más detalle ver Sangvinatsos (2008)

ETTI debe ser proporcional a la prima de rendimientos o spread, la cual se estima como el diferencial del retorno de títulos que vencen en dos horizontes diferentes de tiempo. De esta manera, el spread se entiende como un indicador de la prima de riesgo exigida por los inversionistas por adquirir, por ejemplo, títulos de deuda pública a diferentes plazos y, como tal, incorpora todas las fluctuaciones de la tasa de interés de negociación, consecuencia de las variaciones en las condiciones de mercado y de la economía.

3 Revisión de la literatura empírica

En las últimas décadas la literatura ha evaluado el vínculo entre la deuda pública y las tasas de interés y ha obtenido resultados dispares. Por un lado, se ubica aquella que soporta las predicciones de una asociación entre estas variables y, por el otro, la que apoya los planteamientos propios de la hipótesis de neutralidad o equivalencia ricardiana que predice que no existe tal asociación.

Entre los primeros se destacan trabajos como los de Cohen y Olivier (1991), Canzoneri et al. (2002), Engen y Hubbard (2004), Gale y Orszag (2004), Laubach (2009) y Afonso (2010), quienes utilizan proyecciones del déficit fiscal y la deuda pública de Estados Unidos como variable de análisis. Esta rama de la literatura utiliza los déficits proyectados porque, según sus autores, pronostican la posición fiscal de largo plazo y permiten una mejor aproximación sobre el comportamiento de las expectativas de los inversores frente al eventual nivel de deuda pública en el futuro. Así, estas medidas de las expectativas de los inversionistas ofrecen la posibilidad de evaluar la relación causal entre las variables fiscales y la tasa de interés de largo plazo. En general, los estudios encuentran que un aumento de cien puntos básicos en el déficit fiscal, medido como porcentaje del PIB, aumenta entre 18 y 35 puntos básicos la tasa de interés de largo plazo.

Las razones por las cuales la literatura y los analistas centran su interés en el comportamiento de las tasas de interés de largo plazo son dos. La primera, la alta sensibilidad de las decisiones de inversión del comportamiento de las tasas de interés de largo plazo (Arora y Dua, 1995; Cebula, 1997; Hoelscher, 1986). La segunda, la relación entre los flujos y stocks fiscales y las expectativas del mercado. Se argumenta que cambios en los déficits fiscales y la deuda pública causan un ajuste en las tasas futuras de corto plazo y, estas últimas, se manifiestan, según la hipótesis de las expectativas, en un cambio inmediato de las tasas de largo plazo (Tzavalis y Wickens, 1997; Evans y Lewis, 1994; Gale y Orszag, 2004; Afonso y Martins, 2012).

En línea con lo anterior, Afonso y Martins (2012) encuentran que para Estados Unidos el efecto de las variables fiscales sobre el diferencial de tasas de interés es mayor, en comparación con el caso de Alemania, durante el periodo comprendido entre 1981 al 2009. Este resultado se explica por el mejor comportamiento de los ingresos públicos, la rápida recuperación del fisco ante perturbaciones negativas y la fuerte credibilidad del régimen fiscal alemán durante aquel periodo. Estos hallazgos son consistentes con los obtenidos por Ardagna (2009) quien, por medio de un panel de datos de los países de la OCDE y para una muestra de 42 años que inicia en 1960, concluye que las tasas de

interés disminuyen, particularmente las correspondientes a los de bonos de mediano plazo, cuando la situación fiscal de los países mejora; y aumenta, alrededor de los períodos de deterioro fiscal. Esto permite concluir que el mercado financiero valora de una manera importante la disciplina fiscal.

Sinha (2015), por su parte, hace uso de un modelo de vectores autorregresivos (VAR) y examina el efecto de los cambios en las tenencias de deuda pública de corto y largo plazos sobre la ETTI; para su ejercicio utiliza los rendimientos nominales de los bonos del tesoro de los Estados Unidos a tres y diez años. Sus resultados van en la misma dirección, porque encuentra, al igual que la literatura referenciada enseguida, que un aumento de la deuda pública incrementa los rendimientos nominales a diferentes plazos en Estados Unidos (Reinhart y Sack, 2000; Engen y Hubbard, 2004; Barnes, 2008; Kiani, 2009). Por otro lado, otros autores encuentran que aumentos de la deuda de largo plazo afectan el spread de la ETTI, mientras que los aumentos de la deuda a corto plazo afectan las expectativas de inflación (Park, 1999; Benigno y Missale, 2004; Greenwood y Vayanos, 2014).

Los anteriores resultados son reforzadas por Aisen y Hauner (2013) quienes concluyen que el efecto de los déficits fiscales sobre la tasa de interés entre los años 1970 al 2006 es del orden de 26 puntos básicos para el panel completo; sin embargo, muestran que los efectos varían según el grupo de países analizados, siendo mayores y más sólidos en los mercados emergentes que en las economías avanzadas. Los autores acuden a estadísticas mensuales de las tasas de interés a 3 y 12 meses y un panel de 60 países clasificados entre economías avanzadas y emergentes. Adicionalmente, Aisen y Hauner (2013) reconocen un efecto más claro para aquellas economías que cuentan con altos grados de endeudamiento público, con un alto porcentaje de financiamiento interno y con un bajo grado de apertura financiera.

De manera similar, Kameda (2014) examina el caso del Japón, con series trimestrales para el período 1981-2008. El autor utiliza proyecciones del déficit fiscal y la deuda pública como indicadores de las expectativas del mercado y, con base en la metodología de cointegración, el autor encuentra que un aumento de un punto porcentual de la deuda como porcentaje del PIB eleva la tasa de interés real a 10 años entre 26 a 34 puntos básicos. De igual modo, Strauch et al. (2006) encuentran, mediante un modelo estructural de vectores autorregresivos y una muestra del periodo 1983-2003, un efecto similar entre la acumulación de deuda pública y las tasas de interés de largo plazo para Alemania e Italia. Por su parte, da Silva et al. (2014) y Guillén y Tabak (2009) estudian los efectos de la deuda pública sobre el spread de la ETTI para el caso de Brasil. Sus resultados indican que un aumento de la emisión de bonos de tasa fija conduce a un incremento en los diferenciales de rendimientos, efecto que se amplifica entre mayor es el plazo de la deuda.

Si bien la mayoría de la literatura que relaciona la evolución fiscal con las tasas de interés se concentra en los tramos largos de la curva de rendimiento, algunos documentos consideran otros segmentos de la curva. Por ejemplo, Elmendorf y Reifschneider (2002) comparan los efectos de corto plazo de varias medidas de la política fiscal para Estados Unidos. Los autores encuentran un efecto positivo sobre las tasas de fondos federales y sobre el rendimiento de los bonos del tesoro, y concluyen que, si bien una política fiscal expansiva tiene un impacto positivo y significativo sobre la actividad económica en el corto plazo, este efecto es reducido por los ajustes que los mercados financieros realizan sobre las

tasas de interés. En otros estudios, Canzoneri et al. (2002) llegan a resultados similares utilizando los efectos de las proyecciones de déficits presupuestarios sobre el diferencial entre los rendimientos del Tesoro a 5 años (o 10 años) y 3 meses.

En contraste con los argumentos y resultados anteriores, otra parte importante de la literatura objeta la existencia de un efecto significativo y positivo de la deuda pública sobre las tasas de interés. Particularmente, se resaltan los estudios seminales realizados por Hoelscher (1983), Kormendi (1983), McMillin (1986), Evans (1987), Aschauer (1989), Gupta (1989), Darrat (1989) y Findlay (1990), quienes por medio de modelos teóricos y empíricos, aplicados en su mayoría a la economía estadounidense, muestran evidencia estadística que apoya la hipótesis ricardiana.

Estudios más recientes, como el realizado por García y Ramajo (2005), quienes siguen las distintas especificaciones propuestas por Evans (1985), Hoelscher (1986), Correia-Nunes y Stemitsiotis (1995) y Raymond Bara y Mauleón Torres (1997)¹¹, notan la ausencia de un efecto significativo del comportamiento fiscal sobre las tasas de interés para la economía española durante los años 1964 a 2000. En el mismo sentido, los resultados de Mukhtar y Zakaria (2008), revelan la existencia de neutralidad ricardiana, mediante un modelo de cointegración para el caso de Pakistán en el periodo 1960-2005

Desde un punto de vista más general, Evans y Marshall (2007) concentran su atención en identificar los choques macroeconómicos que pueden afectar la curva de rendimientos en Estados Unidos, mediante el uso de un modelo de equilibrio general y series mensuales desde enero de 1959 hasta diciembre de 2000. Los autores hallan que perturbaciones de carácter tecnológico y de la tasa marginal de sustitución producen un fuerte efecto sobre el nivel de la curva de rendimientos. Las razones de estos resultados son adjudicadas a los efectos que tienen estas variables sobre las tasas de interés real, la inflación esperada y la demanda agregada. Análogamente, los autores encuentran que un choque de la deuda pública tiene un impacto reducido sobre la tasa de interés.

Por otro lado, muchos estudios que analizan los efectos de la deuda o los déficits del gobierno federal de los Estados Unidos sobre las tasas de interés no incorporan los efectos potenciales producto de la integración de los mercados financieros internacionales. Barro y Sala-i Martin (1990) y Barro (1991) proporcionan estimaciones de los efectos que tienen las variables de política económica, fiscal y monetaria sobre las tasas de interés esperadas en diez grandes economías desarrolladas, incluyendo los Estados Unidos. Los autores utilizan un enfoque estructural, donde la tasa de interés mundial está determinada por la demanda de inversión y el ahorro. Si bien, concluyen que la deuda o déficit gubernamentales actuales no desempeñan un papel importante sobre la determinación de las tasas de interés reales esperadas en estos países, su análisis empírico no utiliza variables que consideren las expectativas sobre la deuda pública, lo que se convierte en una debilidad de sus estudios.

¹¹Según Evans (1985), la tasa de interés depende del déficit presupuestario, del gasto público, de la oferta monetaria real y de la tasa de inflación esperada. Hoelscher (1986), por su parte, introduce la tasa real de interés de corto plazo esperada y la tasa de crecimiento económico. Correia-Nunes y Stemitsiotis (1995) añade a la ecuación anterior una variable de deuda pública como proporción del PIB. Finalmente, Raymond Bara y Mauleón Torres (1997) evalúan la tasa de largo plazo en función del ahorro público, una medida de presión fiscal (la relación entre los ingresos públicos y el PIB), la inflación esperada, el crecimiento económico y el tipo de interés nominal a largo plazo en el extranjero.

Ahora, ¿qué rol juega la integración de los mercados financieros internacionales en la relación estudiada? Claeys et al. (2012) argumentan que en un mercado de bonos globalizado los diferenciales de tasas de interés que surgen de un incremento de la deuda pública pueden ser compensados por la integración financiera internacional, que reduce el impacto fiscal sobre las tasas de interés, mediante el flujo de fondos entre mercados. Para el caso de los mercados emergentes, el estudio determinó que, debido a la baja integración global de sus mercados de capital, el efecto es más fuerte en comparación con las economías avanzadas. Vale mencionar que los autores utilizan un panel de países pertenecientes a la OCDE y algunas economías emergentes para el comprendido entre 1990 y 2005.

Afonso y Martins (2012) resumen los resultados obtenidos en la literatura internacional destacando tres aspectos fundamentales: primero, existe un impacto significativo de los déficits fiscales y la deuda pública sobre las tasas de interés de largo plazo, resultado especialmente encontrado por los estudios que utilizan series de déficits fiscales y proyecciones de deuda. Segundo, la mayoría de los análisis se concentran en la relación entre los factores latentes de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura) y la política monetaria, la inflación y la actividad real. Tercero, la mayoría de estudios que evalúan el efecto fiscal sobre la tasa de interés han centrado su análisis en el tramo largo de la curva de rendimientos.

En cuanto a la literatura colombiana, los estudios realizados son escasos, si se compara con la literatura internacional. Ramos y Rodríguez (1995) hacen una primera aproximación empírica y consideran directamente una tasa de interés pasiva (la tasa de interés efectiva anual de los CDT a 90 días) como la variable endógena y, como variables exógenas, utilizan el déficit fiscal, el índice de precios al consumidor (IPC), el financiamiento externo, el financiamiento monetario y no monetario del sector público, la tasa de cambio real y el PIB, para el periodo entre 1987 y 1993. Con base en un modelo VAR y algunas pruebas de causalidad, los autores no encontraron evidencia que soporte un efecto causal del déficit fiscal a la tasa de interés. Este resultado lo atribuyen al bajo tamaño del déficit fiscal para el periodo de estudio, al igual que a la naturaleza del financiamiento, caracterizada principalmente por la emisión de deuda interna colocada en manos del mismo sector público.

Recientemente, Melo Becerra et al. (2013) evalúan el impacto que tienen diversas perturbaciones económicas tanto internas como externas sobre la pendiente de la ETTI ¹² y la rentabilidad y estabilidad del sistema bancario colombiano entre los años 2003 a 2013. Entre los resultados más destacables se encuentra que la inflación, la tasa de interés de política y el indicador del apetito de riesgo internacional tienen un impacto negativo y significativo sobre las tasas de interés de corto plazo. Por su parte, se destaca que el déficit fiscal y su financiamiento tienen un efecto contemporáneo nulo sobre las tasas de interés de los bonos. De acuerdo con los autores, esto se debe al bajo déficit fiscal del periodo y al comportamiento del sistema financiero que ha mantenido una visión de corto plazo en sus decisiones de inversión en títulos de deuda del gobierno y no consideran relevante el tamaño del déficit fiscal.

¹²Para construir la pendiente de la curva de rendimientos, los autores utilizaron la diferencia entre la tasa mensual promedio de los bonos con vencimiento a diez años y la tasa mensual promedio de los bonos a un año.

4 El Mercado de Deuda Interna en Colombia

El mercado de deuda pública interna en Colombia, al igual que en la mayoría de países de América Latina, registró un importante crecimiento desde inicios de la última década del siglo pasado. La literatura colombiana ha señalado las siguientes razones: *i)* el desarrollo del mercado de capitales estimulado por la disminución de los controles a las tasas de interés, *ii)* la apertura económica y financiera, *iii)* la prohibición del financiamiento monetario directo al gobierno por parte del banco central, excepto en casos excepcionales y por decisión unánime de la Junta Directiva del Banco de la República, decisión que hasta ahora no ha ocurrido, *iv)* el encarecimiento del acceso al financiamiento externo, consecuencia de la inestabilidad cambiaria de finales del siglo XX¹³, *v)* los compromisos suscritos con el Fondo Monetario Internacional a finales de los años 90, luego de la peor crisis económica del país en un siglo, *vi)* la adopción de un esquema de inflación objetivo a partir de octubre del año 2000¹⁴ *vii)* el crecimiento de los fondos de pensiones privados creados por la Ley 100 de 1993 y *viii)* el establecimiento del programa de creadores de mercado¹⁵, junto con la estructuración de un calendario para las subastas de TES y el desarrollo de los inversionistas institucionales como demandantes finales de títulos¹⁶ (Echavarría y Vásquez, 2008; Moreno et al., 2015).

Los anteriores factores le dieron un gran dinamismo al mercado de deuda pública interna colombiano, al punto de superar el desarrollo del mercado monetario privado (Uribe, 2006). El nuevo esquema cambió el panorama de riesgo de los mercados financieros locales e hizo que los inversionistas concentraran su atención en la adquisición de títulos de deuda pública; por dos razones principales. La primera, porque las instituciones financieras podían utilizar los títulos de deuda pública como colateral para acceder préstamos de corto plazo del banco central. La segunda, porque la adquisición de títulos de deuda pública representó una alternativa de inversión de bajo riesgo, que les permitió canalizar recursos desde sus fuentes tradicionales de inversión y crédito al mercado de deuda pública (Melo Becerra et al., 2013). Este comportamiento se intensificó en periodos de desequilibrios macroeconómicos, como los ocurridos en Colombia durante las crisis de 1999 en internacional de 2007-2009, cuando las entidades financieras tomaron los títulos de deuda como una estrategia para disminuir el riesgo de sus inversiones.

En el contexto internacional, la crisis financiera internacional de 2007-2009 favoreció la colocación de deuda pública interna en manos de extranjeros, por las bajas tasas de interés internacionales, la menor aversión al riesgo por parte de inversionistas del exterior, el incremento en el costo de financiamiento

¹³De acuerdo a los datos del Banco de la República, entre enero de 1992 y diciembre de 2003 el peso colombiano registró una depreciación de 335.7% frente al dólar, cambiando su nivel promedio desde \$644 a \$2.806 por dólar.

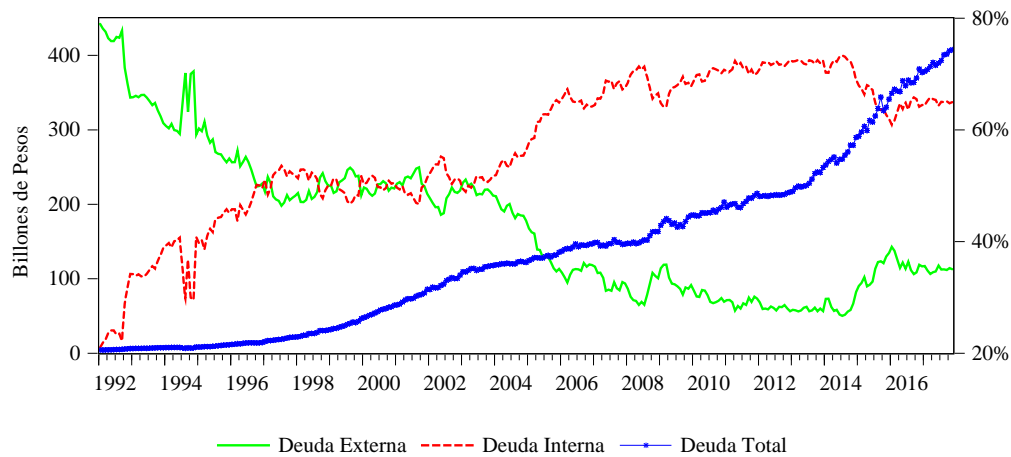
¹⁴La inflación se redujo de niveles del 22% en la décadas de los 80 y 90 a niveles del 6% entre los años 2000 y 2010. Esto permitió que el Banco de la República tuviese un mayor estímulo sobre la economía a través de la disminución de las tasas de interés y la expansión de la oferta monetaria.

¹⁵El Programa de Creadores de Mercado instaurado en 1997, son un grupo de agentes (establecimientos bancarios, corporaciones financieras y sociedades comisionistas de bolsa) encargadas principalmente de las labores de compra y comercialización de los títulos de deuda pública colombiana. Estas entidades son las únicas autorizadas en participar en las subastas de TES programadas por el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, cuyo objetivo es garantizar la compra y venta de los títulos de deuda pública interna.

¹⁶Los TES son títulos de deuda pública interna, emitidos por el gobierno central y administrados por el banco central (Banco de la República).

de la deuda pública en el exterior -a raíz de las mayores expectativas de depreciación del peso¹⁷- y el exceso de liquidez mundial liderado por los países asiáticos que, al no poder colocar la totalidad de sus recursos en los países industrializados, dirigieron sus excedentes a las economías de América Latina y el Caribe (Izquierdo y Talvi, 2011). Así, se hizo notoria la intención de estas economías por priorizar la colocación de deuda interna sobre la deuda externa, promoviendo a su vez las emisiones a largo plazo, a tasa fija o indexada a inflación, sustituyendo así a los títulos vinculados al comportamiento de la tasa de cambio. Estos fenómenos se manifestaron en una fuerte entrada de capitales a los países emergentes, entre ellos Colombia, y en un aumento de la calificación de los títulos de deuda emitidos por sus gobiernos (Moreno et al., 2015). Así, factores tanto internos como externos resultaron en un proceso de crecimiento y desarrollo de los títulos y mercados de deuda pública en la mayoría de países de América Latina¹⁸.

Gráfico 2: Composición por fuente de la deuda pública del gobierno nacional central



Fuente: Ministerio de Hacienda y Crédito Público y Banco de la República. Cálculos propios.

Para el caso colombiano, el financiamiento del gobierno nacional central (GNC) hasta mediados de los años noventa consistía principalmente de deuda externa, esencialmente préstamos sindicados y con agencias multilaterales. El financiamiento interno comenzó un proceso acelerado de crecimiento desde 1992, al pasar de una participación sobre la deuda total de 21% a 50% en 1998, con un crecimiento promedio anual de 53%. En los años siguientes a la crisis internacional de 2007-2009, el crecimiento se redujo a 10%, pero luego el nivel alcanzó un nivel máximo de 73% en el año 2014 (gráfico 2).

De igual forma, es de notar que el nivel de la deuda total del GNC ha presentado un incremento importante en las últimas tres décadas, tanto en términos nominales como en proporción del producto interno bruto: en diciembre de 1992 el saldo se ubicó en 6,2 billones de pesos (15,8% del PIB), valor

¹⁷De acuerdo con Albrieu y Fanelli (2009) “los gobiernos latinoamericanos, que a principios de 2008 pagaban por sus pasivos una tasa de entre dos y tres puntos por encima de la tasa que paga el Tesoro de los Estados Unidos, vieron duplicarse dicha tasa en los tres trimestres siguientes”.

¹⁸De acuerdo con los datos de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Argentina pasó de concentrar el 24% de la deuda internas en 1991, al 66% en 2011; México pasó del 20% en 1995 al 78% en 2011 y Chile del 57% en 1991 al 82% en 2011.

que ascendió a 407 billones de pesos al cierre del año 2017 (43,7% del PIB). Como lo muestra el gráfico 2, la deuda tuvo un cambio drástico de tendencia a partir del año 2012, que se explica por el deterioro del balance primario desde 2013 explicado, entre otros, por el impacto negativo de la fuerte caída en los precios del crudo a mediados de 2014 sobre las finanzas del GNC¹⁹ y la histórica depreciación del peso²⁰. Debe recordarse que el choque petrolero negativo redujo drásticamente las exportaciones y aumentó el déficit de la cuenta corriente, desaceleró el crecimiento del PIB y redujo de manera significativa los ingresos fiscales del GNC provenientes de la economía y del sector petrolero (los ingresos del GNC provenientes de esta fuente llegaron a representar el 30%) (Toro-Córdoba et al., 2015). El aumento del déficit fiscal se convirtió así en mayores necesidades de financiamiento con recursos del crédito. Así mismo, el crecimiento de la inflación producto de la subida de los precios de los alimentos por el fenómeno de El Niño, el paro de transporte y la depreciación del peso, de acuerdo con las autoridades monetarias, junto con las mayores tasas de interés interna y externa, elevaron el costo de la deuda pública (Maya et al., 2016).

Así, la caída del crecimiento económico, el desbalance en cuenta corriente y el riesgo de un mayor déficit fiscal, se manifestaron en una reducción en la perspectiva de calificación de riesgo por parte de agencias calificadoras²¹. Vale mencionar que este cambio no fue exclusivo para Colombia, pues incluyó a varios países de la región, afectando así el costo de financiamiento externo. En Colombia, si bien el comunicado generó incertidumbre en los mercados financieros, la tasa de cambio no se vio afectada, ya que el grado de inversión del país no se modificó (Maya et al., 2016; Maya y Másmela, 2016). Lo que sí ocurrió fue que algunos indicadores de percepción de riesgo país como el EMBI registraron un incremento considerable al aumentar de 204 en febrero de 2015 a 371 en febrero de 2016, con una variación del 82%.

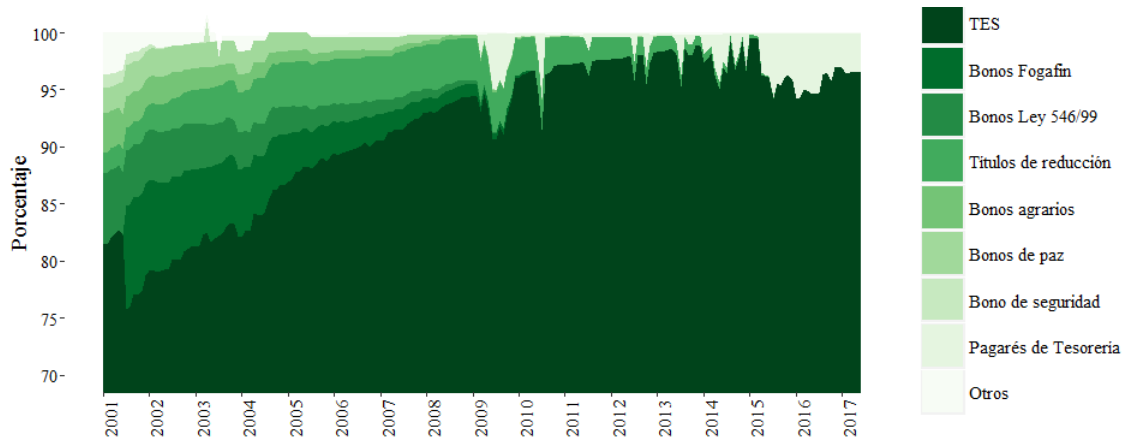
Sin embargo, el cambio de la composición de la deuda pública colombiana entre externa e interna contribuyó a la disminución de la exposición al riesgo cambiario, ya que los TES se posicionaron como el instrumento principal de financiación interna del gobierno (gráfico 3). Recuérdese que para 1992, año de su primera emisión, las colocaciones de TES participaban con el 38% del saldo de la deuda interna. Conforme se fue desarrollando el mercado de títulos públicos, su porcentaje de participación aumentó a 81% en 2001 y más tarde, en el año 2017, superó el 95%.

¹⁹De acuerdo con Toro-Córdoba et al. (2015), el flujo de ingresos provenientes de la actividad petrolera representó en promedio el 15,6% de la renta del GNC entre 2011 y 2014. Así mismo, la participación de la actividad petrolera dentro del PIB total aumentó de 3.9% a 5.2% entre 2005 y 2014. En cuanto a las entidades territoriales, esta actividad alcanzó una participación en sus ingresos por concepto de regalías de un nivel de 7,5% en 2005 a 18,7% en 2012.

²⁰Entre julio del 2014 y enero del 2016, la depreciación del peso fue de 76.03%, con un incremento promedio mensual de 3.27%. Como se espera, este suceso aumentó el nivel en el saldo de la deuda externa, medido en moneda local.

²¹De acuerdo al escalafón seguido por *S&P* y *Fitch Ratings*, se considera grado de inversión cualquier calificación igual o superior a *BBB-*, por el contrario, calificaciones inferiores se denominan como inversiones especulativas.

Gráfico 3: Composición por fuente - deuda interna del GNC

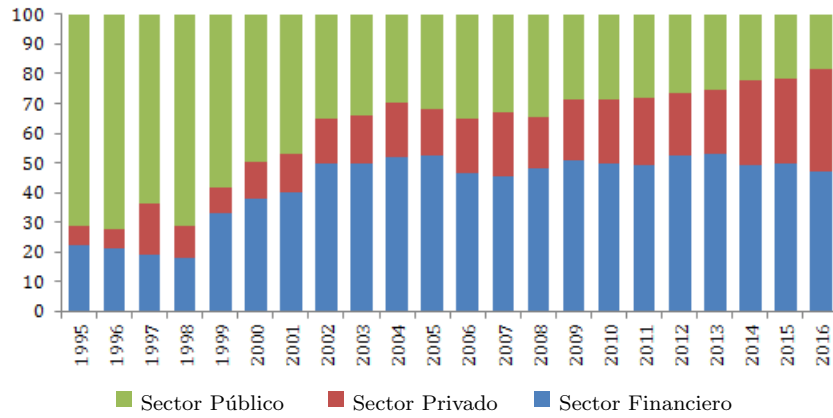


Fuente: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Cálculos propios.

Como parte del desarrollo y dinámica del mercado de deuda pública y, por los distintos cambios económicos, se presentó una transformación en su estructura de propiedad, que impactó el comportamiento de los inversionistas y el mercado de capitales como un todo. De acuerdo con la información correspondiente a los saldos de capital de los TES clase B²² desagregados por plazos y tenedores, se observa que del total de la deuda interna del GNC para el año 1995, el 71,3% de los TES estaban en poder de entidades públicas, el 22,3% del sector financiero y el 6,4% del sector privado. En contraste, para septiembre del 2017, el 47,9% de los títulos estaban en manos del sector financiero, seguido por el sector privado con el 35% y el sector público con el 17,1%. En el caso de los bancos y para esta última fecha, el 69% de sus tenencias de TES se encontraban invertidas en títulos con vencimientos de 1 a 10 años, mientras que en el caso de los “auxiliares financieros” (almacenes generales de depósito, sociedades fiduciarias, sociedades administradoras fondos cesantías y pensiones, etc.), alrededor del 73% se encontraban invertidos en TES con vencimientos superiores a 11 años (gráficos 4 y 5).

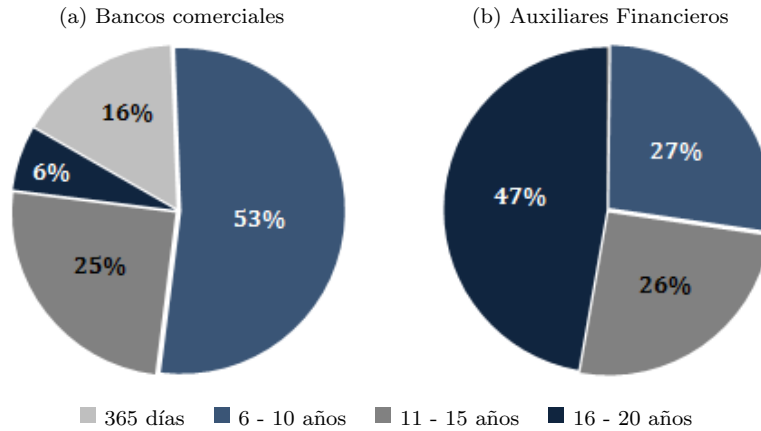
²²Los TES Clase B fueron creados por la Ley 51 de 1990, y constituyen la principal fuente presupuestal para el financiamiento del Gobierno Nacional; así mismo, estos títulos se convirtieron en el instrumento por excelencia del mercado de capitales local.

Gráfico 4: Distribución de los TES clase B por poseedor



Fuente: Banco de la República. Cálculos propios

Gráfico 5: Porcentaje de participación por plazo de los TES clase B



Fuente: Banco de la República. Cálculos propios

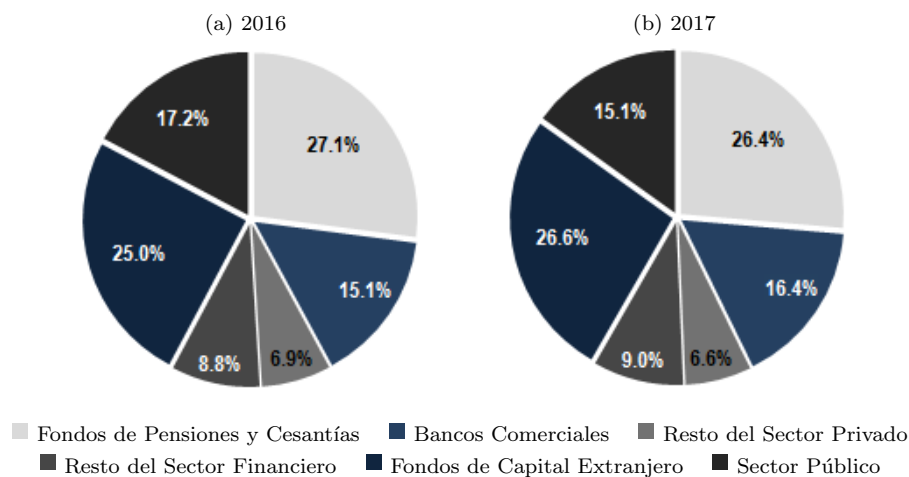
Según el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, al cierre de 2017 el saldo de los TES en circulación fue de \$255,03 billones, superando en \$24,7 billones el registro de 2016. Del último registro, el 26,5% estaban en poder de los fondos de pensiones y cesantías, el 26,6% en fondos de capital extranjero, el 16,4% en el sistema bancario local y el 15,1% en entidades públicas (gráfico 6)²³.

Es importante resaltar que los fondos de inversión extranjera se han convertido desde 2013 en grandes compradores de títulos de deuda interna del GNC, en particular, desde que JP Morgan los introdujo en su indicador del portafolio óptimo, atrayendo la atención de los inversionistas internacionales e incrementando la demanda de TES clase B. Entre los años 2016 y 2017 tal dinámica se fortaleció

²³La participación de estos fondos paso del 19,1% (\$ 41.8 bill) en abril del 2016 a 26,56% (\$ 67,7 bill) en diciembre del 2017.

gracias a las condiciones favorables de los mercados internacionales y las ventajas comparativas de la economía colombiana frente a otros países de la región²⁴.

Gráfico 6: Tenedores de Títulos de Tesorería



Fuente: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Cálculos propios.

A pesar de la importancia de la ampliación del mercado de capitales local mediante la mayor participación de los fondos extranjeros, esto trae consigo algunos riesgos para la economía colombiana, como lo resaltan Maya et al. (2016): 1) cambios en las condiciones macroeconómicas en caso de salidas importantes de recursos, 2) efectos negativos sobre la liquidez del mercado local, 3) un impacto sobre el financiamiento interno del GNC y fuentes alternativas de recursos y 4) dificultad en las actividades de control por parte de las entidades de vigilancia. Adicionalmente, un alto flujo de fondos de capital extranjero invertidos en deuda pública local puede afectar la relación entre la tasa de interés de referencia fijada por la autoridad monetaria y las tasas de interés de negociación de los TES²⁵.

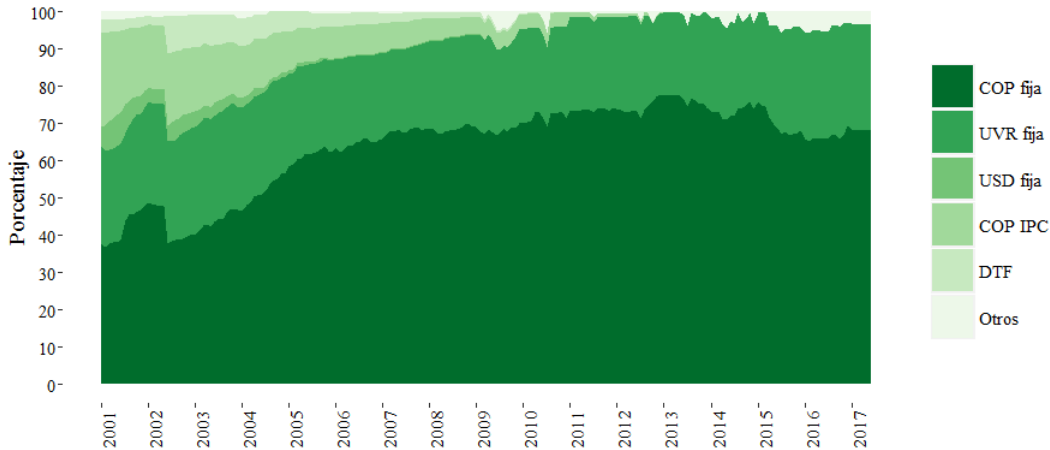
Finalmente, con relación a la composición por tipo de interés de la deuda pública, los títulos indexados a tasa fija tienen una participación mayoritaria sobre el total. Para enero de 2004, tanto para la deuda interna como para la deuda externa, el 80% de los títulos de deuda pública estaban expresados a tasa fija, mientras que el 20% estaban a tasa variable. Sin embargo, para establecer una posición más favorable respecto a la volatilidad inherente de los mercados financieros, el gobierno modificó su participación durante los siguientes periodos. Para el año 2017, los títulos de deuda interna a tasa fija alcanzaron el 99.9% del saldo de deuda interna (gráfico 7); por su parte, para la deuda externa este porcentaje se ubicó en 68.75%. Así, del total de deuda del GNC al final del año, el 89% estaba emitida

²⁴A pesar que la economía colombiana registró un proceso de desaceleración en su tasa de crecimiento a partir del 2014 hasta 2017, sus resultados frente a la variación en el crecimiento de países como Brasil (-3.5% en 2016), Argentina (-1.8%) y Chile (1,7%), favoreció la entrada de capital extranjero.

²⁵Un ejemplo de este fenómeno se evidenció en el año 2016, cuando el Banco de la República de Colombia incrementó la tasa de intervención de 5,75% a 7,50%, sin embargo, las tasas de interés de los TES transados en el mercado secundario muestran, por el contrario, una tendencia decreciente de las tasas, y en especial las de largo plazo.

a tasa fija.

Gráfico 7: Composición por tipo de interés de la deuda interna del GNC.



Fuente: Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Cálculos propios.

5 Metodología

El análisis del efecto que tiene la deuda pública sobre el spread de la ETTI se desarrolla en dos etapas: en la primera se emplea un modelo de estado-espacio (*Filtro de Kalman*) para descomponer la ETTI en dos, el nivel y el spread, entendiendo este último como un indicador de la prima exigida por los inversionistas para adquirir títulos de deuda pública. El modelo y procedimiento del Filtro de Kalman se explica en el anexo 1. En la segunda etapa se cuantifica el efecto de la deuda pública sobre el spread por medio de modelos de regresión de series de tiempo. Entre los modelos utilizados se incluye un modelo de regresión univariado con componentes dinámicos para cada tramo de la ETTI, que se complementa con diferentes análisis de causalidad, funciones de impulso respuesta generalizadas, descomposición de varianza y descomposición histórica de choques; provistas por modelos multivariados de vectores autorregresivos con variables exógenas (*VAR-X*). Este modelo se explica en el anexo 2.

6 Datos y estimaciones

El estudio utiliza series de tiempo mensuales entre enero de 2003 y diciembre de 2017. Las variables son la tasa de interés cero cupón de los títulos del GNC a los siguientes plazos (n) 3, 6, 9, 12, 36, 60 y 120 meses ($r_{n,t}$), que son calculadas a partir de la información de los precios de mercado de los TES en pesos - se utiliza el modelo de *Nelson & Siegel* para su obtención²⁶, la tasa de interés de referencia del Banco de la República (i_t), el spread de la ETTI de los bonos del tesoro de Estados Unidos a 1 y 10 años

²⁶En este documento se considera como corto plazo los nodos de la curva de rendimiento menores a 1 año.

($spdUSA_t$)²⁷, la tasa de crecimiento de los títulos de deuda del GNC denominados a tasa fija ($tcTF_t$) y tasa variable ($tcTV_t$)²⁸, el indicador del “spread” de los bonos de mercados emergentes ($Embi_t$), el índice de volatilidad del mercado de opciones PUT de Chicago (Vix_t), la tasa de crecimiento de la actividad económica ($tcPIB$)²⁹, una medida de las expectativas de la tasa de cambio ($expTC_t$) y la inflación local (π_t). El anexo 3 describe las series y las fuentes de información y el 4 las estadísticas descriptivas.

Las variables seleccionadas en este documento corresponden a las utilizadas por la literatura que evalúa el comportamiento de las tasas de interés tanto en el corto como en el largo plazo. Por ejemplo, Evans (1985) propone un estructura funcional donde la tasa de interés depende de factores internos como: el déficit presupuestario, el gasto público, la oferta monetaria real y la tasa de inflación; Hoelscher (1986) por su parte, incorpora en su análisis los efectos del crecimiento económico, como una medida de la capacidad de demanda por fondos prestables. Adicionalmente, Edwards y Khan (1985) fundamentados en la ecuación de Fisher y la paridad de tasas de interés para una economía pequeña y abierta, introducen variables como la tasa de interés externa y las expectativas de depreciación de la tasa de cambio³⁰. Recientemente, se han incorporado en este tipo de modelos variables que reflejan la percepción de riesgo de los inversionistas sobre el comportamiento de la economía. Esto se debe a la influencia que tienen estos indicadores sobre el comportamiento de los flujos de capitales y con ello, sobre las tasas de interés (Whaley, 2000; Cox, 2008)³¹.

²⁷Las variables son: 1-Year Treasury Constant Maturity Rate y 10-Year Treasury Constant Maturity Rate

²⁸Las variables correspondientes a los títulos emitidos a tasa fija y tasa variable fueron transformadas en términos reales para evitar problemas asociados al crecimiento del nivel de precios.

²⁹Para desagregar los datos trimestrales del Producto Interno Bruto (PIB), se utilizó el Método de Denton-Cholette. Este método está basado en un proceso de optimización cuadrático lineal y tiene como finalidad estimar una serie de alta frecuencia utilizando restricciones de agregación, dada por la serie observada de menor frecuencia (para un mayor detalle ver Sax y Steiner (2013)).

³⁰Estas variables son de especial relevancias en las economías emergentes, pues cada vez existe una mayor influencia de los eventos internacionales sobre las decisiones de inversión de los agentes financieros. Tanto los anuncios como los ajustes en las tasas de interés de las economías avanzadas, incrementan la movilidad de capitales a nivel mundial. Estos cambios provocan ajustes en el precio de los bonos soberanos de las economías emergentes, afectando el *spread* de la ETTI (Melo Becerra et al., 2013).

³¹Considerando que las tasas de interés de los títulos de deuda están determinadas por las condiciones económicas del mercado, en la mayoría de estudios sobre el comportamiento de la curva de rendimientos se introducen las variables propuestas en estos estudios (Ang y Piazzesi, 2003; Barnes, 2008; Claeys et al., 2012; Aisen y Hauner, 2013).

6.1 Spread de la ETTI

De acuerdo con da Silva et al. (2014), el comportamiento del spread de la curva de rendimientos o ETTI se puede especificar mediante el siguiente modelo de estado – espacio:

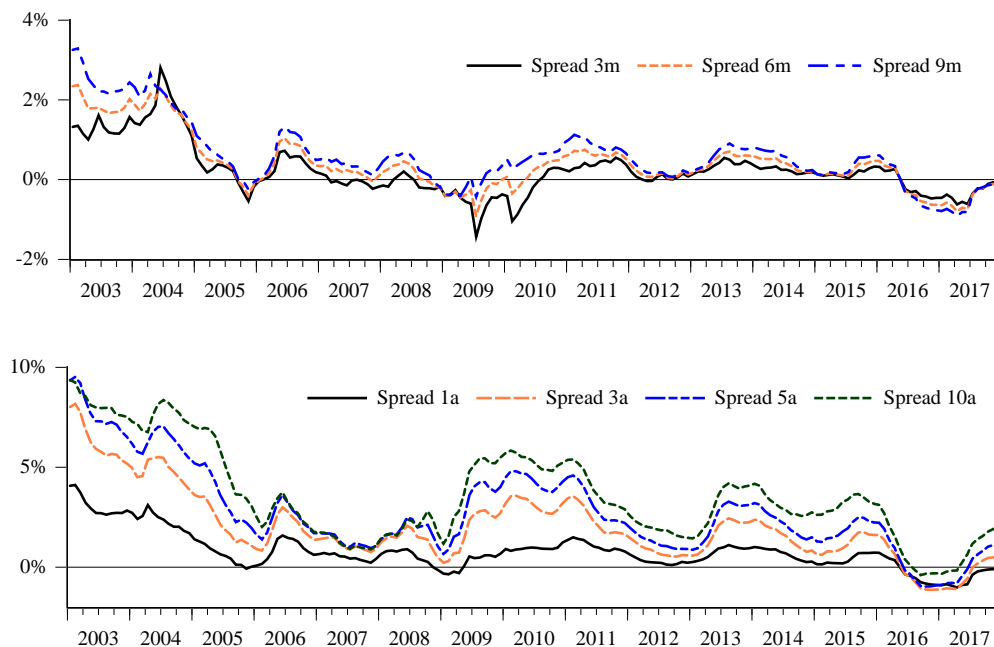
$$r_{n,t} = i_t + spd_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

$$spd_t = spd_{t-1} + \eta_t \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \quad (2)$$

donde $r_{n,t}$ es la tasa cero cupón de los TES con maduración a 3, 6, 9, 12, 36, 60 y 120 meses, i_t es la tasa de interés de intervención del Banco de la República, spd_t es la variable de estado o dependiente no observada, que mide el spread para cada uno de los tramos de la ETTI en el tiempo, ε_t refleja los efectos de las perturbaciones del spread y η_t muestra los efectos de las perturbaciones sobre el diferencial del mismo, relacionadas con los cambios en el comportamiento y perfil de los inversores.

Esta metodología de estimación permite, por un lado, separar el efecto generado por la variabilidad del spread de su comportamiento tendencial. Esto favorece el análisis del efecto de las variables macroeconómicas sobre el spread; puesto que tales variables, al ser extraídas de un espectro de menor frecuencia, no son capaces de explicar las variaciones de corto plazo de la ETTI. Por otro lado, la metodología utilizada permite comparar y analizar la estructura completa de la curva, incluyendo las fluctuaciones de corto plazo, proporcionando un mayor detalle de las relaciones entre las variables que miden el comportamiento del mercado y los movimientos de la ETTI.

Gráfico 8: Spread de la curva de rendimientos



El gráfico 8 muestra la evolución histórica de los spread estimados de la ETTI para Colombia. Se observa que el spread es siempre mayor conforme aumenta el plazo de vencimiento de los títulos del GNC, como se espera en condiciones normales del mercado, ya que los inversionistas exigen mayores rendimientos para vencimientos de más largo plazo. Es de notar el descenso pronunciado de los spread en los primeros tres años de la muestra, hecho que parece reflejar la recuperación del precio de los títulos de deuda pública, luego de su turbulencia de 2002. Así mismo, se resaltan los valores negativos observados entre los periodos 2007-2009 y 2016-2017, probablemente atribuidos al aumento en la tasa de interés de política monetaria: entre septiembre de 2005 y julio de 2008 la tasa aumentó 400 puntos básicos y entre julio de 2015 y agosto de 2016 aumentó 325 puntos básicos. La pregunta natural que emerge del gráfico anterior es, ¿qué determina el comportamiento del spread?, y en particular, ¿cuál es el rol de la deuda pública en la explicación de dicho comportamiento? El presente documento se encarga de responderla.

6.2 Determinantes del spread de la ETTI

Esta subsección se cuantifica y analiza el impacto que tiene la deuda pública sobre el spread o prima de rendimientos a diferentes plazos. Con el fin de lograr este objetivo se controla por todos aquellos factores internos y externos que inciden sobre el comportamiento de las tasas de interés y el spread.

Antes de presentar los resultados se realiza un ejercicio exploratorio, que consiste en evaluar si existe causalidad entre los spread de corto y largo plazo. El ejercicio permite excluir las variaciones en el spread producto de cambios en la estructura interna de la ETTI. Así, se estimó la respuesta de los spread en los diferentes tramos de la curva de la ETTI ante una perturbación positiva del spread de más corto plazo. El modelo *VAR-X*, especificado es el siguiente:

$$Y_t = (spd_{3,t}, spd_{6,t}, spd_{9,t}, spd_{12,t}, spd_{34,t}, spd_{60,t}, spd_{120,t})$$

$$X_t = (\pi_t, Embi_t, spdUSA_t, Vix_t, TcPIB_t, expTC_t)$$

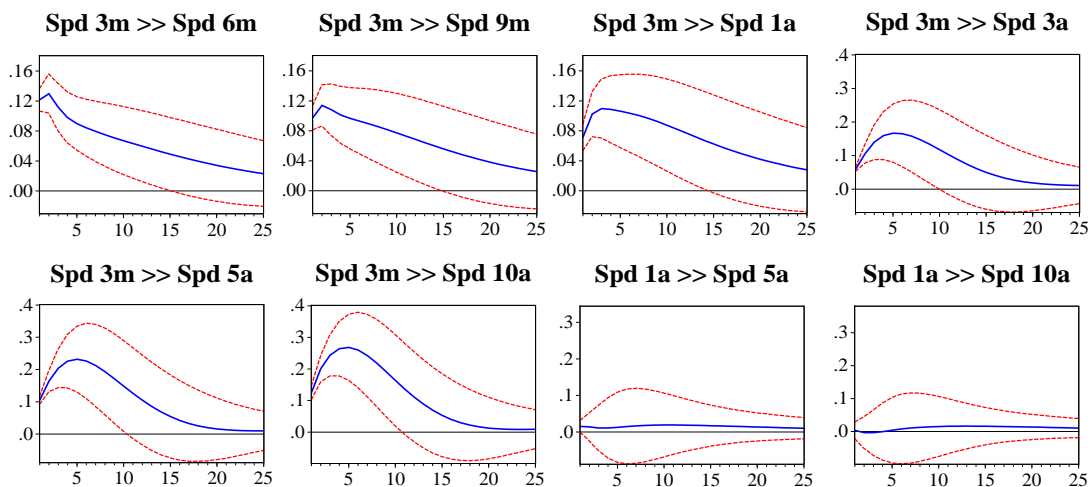
Y_t y X_t representan los conjuntos de variables endógenas y exógenas, respectivamente. La variable $spdUSA_t$ como se mencionó, define el spread de los bonos del tesoro de los Estados Unidos a 1 y 10 años. Las demás variables corresponden a las series definidas con anterioridad.

Como lo ordena la teoría y práctica econométrica, primero se evalúa si las series utilizadas se comportan o no como procesos estacionarios. Las pruebas de raíz unitaria de Dickey Fuller y Phillips-Perron indican que las series seleccionadas son estacionarias, excepto la inflación y el spread de los bonos de EEUU, las cuales se comportan como procesos no estacionarios de orden 1 (ver anexo 5). Con el fin de evitar estimaciones espurias por la presencia de series no estacionarias, se incluyen las primeras diferencias de las series mencionadas.

El modelo *VAR-X* considera los valores contemporáneos y rezagados de las variables exógenas; así

mismo, incluye dos rezagos de las variables endógenas, de acuerdo con los rezagos óptimos determinados por los criterios de información de Schwarz y Hannan-Quinn. Las funciones de impulso respuesta, por su parte, se construyeron a partir de la descomposición de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas.

Gráfico 9: Impulso - respuesta del *spread* de corto plazo sobre la curva de rendimientos



Fuente: estimaciones propias

La línea sólida del gráfico 9 representa la trayectoria de la función de impulso respuesta de los spread de los títulos a los plazos restantes ante una perturbación positiva y transitoria de los spread de corto plazo (sobre títulos a 3 meses). Las líneas punteadas representan el intervalo de confianza de dos desviaciones estándar ($\pm 2S.E.$). El eje de las X representa el horizonte de pronóstico en meses, mientras que el eje de las Y indica el nivel de respuesta medido en desviaciones estándar.

Lo primero que se observa es que el impacto es heterogéneo, si se comparan los tramos de corto y largo plazos. De acuerdo con los resultados, las innovaciones del spread de corto plazo producen un aumento estadísticamente significativo de los spread, tanto de corto como de largo plazos: los impactos son más rápidos y de menor tamaño, pero de más duración, sobre los spreads de menor plazo. Por el contrario, son más lentos y de mayor tamaño, pero de menor duración, sobre los spreads de mayor plazo. Por tanto, los resultados permiten concluir que existe un componente de transmisión interna que relaciona las tasas de interés de corto y largo plazos³². Los resultados que se presentan enseguida controlan por tales efectos.

³²Para un análisis más completo, se estimó el impacto del *spread* a un año y se encontró, que su efecto es no significativo para el caso de los plazos a 3, 5 y 10 años.

6.2.1 Análisis de regresión univariado

En esta subsección se estima el impacto que tiene la deuda pública y las demás variables macroeconómicas sobre el spread de la ETTI, mediante un modelo de regresión univariado. En este modelo se incluyen las variables internas y externas sugeridas por la literatura económica, identificadas anteriormente. En el caso de las internas se incorporan las siguientes: depreciación esperada de la moneda local, inflación, ciclo económico y, por supuesto, las variables de interés: la deuda pública interna, desagregada entre aquella emitida a tasa fija y la emitida a tasa variable. El propósito es determinar si la reacción de los agentes es o no independiente de la composición de la deuda pública. Las variables externas consideradas son: medidas del riesgo global y la incertidumbre económica y el spread de la ETTI de los bonos del tesoro de Estados Unidos a 1 y 10 años³³. Con el fin de incorporar los resultados del ejercicio exploratorio, se incorpora también como variable explicativa el spread a tres meses, con el fin de controlar por los efectos del spread de corto plazo sobre los spread de plazos mayores.

Así, el modelo de regresión del spread se especifica como:

$$\begin{aligned}
 spd_{n,t} = & \beta_p tcTF_{t-p} + \alpha_p tcTV_{t-p} + \gamma_p \pi_{t-p} + \delta_p Embi_{t-p} + \varpi_p Vix_{t-p} + \beta_{exp} TC_t + \mu_p TcPIB_{t-p} + \\
 & + \phi_p spdUSA_{t-p} + \varphi spd_{3,t} + \varepsilon_t \quad n = 6, 9, 12, 36, 60, 120
 \end{aligned}$$

Donde spd_3 es el spread de los títulos de deuda pública a tres meses y ε_t es el termino de error, que se supone que se distribuye normal $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Con el objetivo de controlar por el posible sesgo de endogeneidad entre el spread, la inflación y el crecimiento económico, se utilizan los rezagos de estas últimas dos variables como instrumentos, en lugar de sus valores contemporáneos³⁴.

Los resultados de las estimaciones se muestran en el cuadro 1. La selección de la estructura de rezagos del modelo se realizó con base en un proceso recursivo de estimación por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) y teniendo en cuenta varios criterios de selección, entre ellos, los criterios de información de Akaike (AIC) y de Schwarz (SBC), la significación estadística del último bloque de rezagos y el cumplimiento de los supuestos estadísticos sobre los términos de error (las pruebas sobre los términos de error son reportadas en el anexo 6).

³³El lector puede consultar la investigación realizada por Guarín López et al. (2014) sobre el vínculo entre el *spread* de los títulos del Tesoro de Estados Unidos y el *spread* de los títulos del GNC.

³⁴De acuerdo con la literatura, los cambios inesperados o innovaciones en el spread están asociados positivamente con el crecimiento de las expectativas de inflación y la actividad económica (Hu, 1993; Campbell y Ammer, 1993; Shiller y Beltratti, 1992; Harvey, 1988; Fama, 1986). Para el caso colombiano, esta hipótesis fue contrastada por Arango et al. (2004) y Arango y Arosemena (2003) quienes demostraron que la estructura a plazo de las tasas de interés contiene información sobre el desempeño futuro de la actividad económica y contribuye a predecir las expectativas de inflación.

Cuadro 1: Resultados de las regresiones para cada *spread* de la curva de rendimientos

Variab les	<i>spd</i> _{6,t}	<i>spd</i> _{9,t}	<i>spd</i> _{12,t}	<i>spd</i> _{36,t}	<i>spd</i> _{60,t}	<i>spd</i> _{120,t}
<i>Constante</i>	-1.2023*** (0.000)	-1.1820*** (0.000)	-0.3397** (0.029)	-0.0108 (0.973)	0.3390 (0.382)	0.9800** (0.021)
<i>tcTF_t</i>	-0.0065 (0.156)	-0.0036 (0.442)	0.0059 (0.130)	0.0223*** (0.006)	0.0393*** (0.000)	0.0660*** (0.000)
<i>tcTV_t</i>	0.0027*** (0.000)	0.0060*** (0.000)	0.0098*** (0.000)	0.0226*** (0.000)	0.0270*** (0.000)	0.0262*** (0.000)
<i>tcPIB_{t-1}</i>	0.4231*** (0.000)	0.4522*** (0.000)	0.2101*** (0.001)	0.4021*** (0.002)	0.4658*** (0.004)	0.4539*** (0.009)
<i>tcPIB_{t-2}</i>	-0.4841*** (0.000)	-0.4880*** (0.000)	-0.1583 (0.148)	-0.3733* (0.095)	-0.4377 (0.110)	-0.4411 (0.139)
<i>tcPIB_{t-3}</i>	0.2881*** (0.000)	0.3007*** (0.000)	0.2241** (0.043)	0.2555** (0.042)	0.2681* (0.080)	0.2339 (0.161)
<i>π_{t-1}</i>	0.1688** (0.044)	0.2070*** (0.017)	0.1191* (0.094)	0.2805* (0.054)	0.3084* (0.084)	0.3506* (0.071)
<i>π_{t-2}</i>	-0.2282*** (0.006)	-0.2810*** (0.001)	-0.1764** (0.014)	-0.5357*** (0.000)	-0.6893*** (0.000)	-0.8664*** (0.000)
<i>Embi_t</i>	0.00500*** (0.000)	0.0053*** (0.000)	0.0024*** (0.002)	0.0067*** (0.000)	0.0096*** (0.000)	0.0128*** (0.000)
<i>Embi_{t-1}</i>	-0.0010 (0.338)	-0.0014 (0.185)	-0.0015* (0.090)	-0.0022 (0.226)	-0.0024 (0.288)	-0.0024 (0.328)
<i>Embi_{t-2}</i>	0.0009 (0.217)	0.0011 (0.161)	0.0008 (0.202)	0.0024* (0.068)	0.0032** (0.051)	0.0035*** (0.050)
<i>Vix_t</i>	-0.0327*** (0.000)	-0.0338*** (0.000)	-0.0131*** (0.001)	-0.0297*** (0.000)	-0.0403*** (0.000)	-0.0545*** (0.000)
<i>expTC_t</i>	0.0002 (0.940)	0.0003 (0.905)	0.0005 (0.776)	0.0091*** (0.010)	0.0120*** (0.006)	0.0086* (0.068)
<i>spdUSA_t</i>	0.2516* (0.095)	0.3411* (0.092)	0.3243* (0.086)	0.6997*** (0.000)	0.8603*** (0.000)	0.9524*** (0.000)
<i>spd_{3,t}</i>			0.6588*** (0.000)	0.7471*** (0.000)	0.7253*** (0.000)	0.6059*** (0.000)
<i>R²_{ajust.}</i>	0.7550	0.8016	0.9006	0.8861	0.8864	0.8907
Obs.	177	177	177	177	177	177

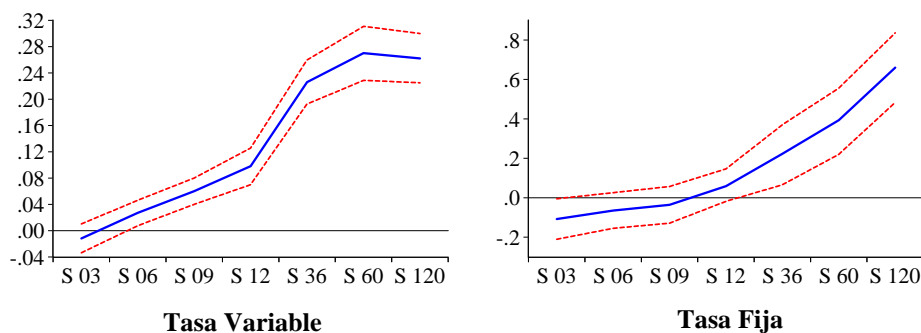
Fuente: estimaciones propias

Entre paréntesis se encuentra el *p-valor* de la prueba de significancia individual
 Nivel significancia estadística al 10% (*), 5% (**) y 1% (***)

El resultado más importante del cuadro 1 indica, de acuerdo con nuestra variable de interés, que la deuda del GNC tiene un efecto positivo y significativo sobre el spread. Así, aumentos en la emisión de títulos a tasa fija y variable producen un incremento en los spread de las tasas de interés de los títulos de todos los plazos, en el caso de los de tasa variable; y de los spread de los títulos de deuda de largo plazo, en el caso de los de tasa fija, ocasionando un desplazamiento de la curva ETTI. Vale resaltar que el impacto de los títulos a tasa fija es relativamente más fuerte en los spread a 3, 5 y 10 años. Como lo ilustra el gráfico 10, una perturbación positiva del 10% de la emisión de deuda interna

a tasa variable está asociado con un incremento de los spread en los últimos tres nodos de 0,22%, 0,27% y 0,26%. En contraste, una perturbación positiva del 10% de la emisión de deuda interna a tasa fija incrementa los spread de los plazos equivalentes en 0,22%, 0,39% y 0,66%, respectivamente. ¿Qué explica este resultado? Probablemente, que los títulos a tasa fija son más sensibles a las condiciones y perturbaciones que reciba el mercado; no obstante, estos títulos son menos riesgosos para el gobierno.

Gráfico 10: **Efectos de la emisión de títulos vinculados a tasa fija y tasa variable sobre el spread**



Fuente: cuadro 1. Impacto de una variación de 10% de la deuda indexada a tasa fija o a tasa variable sobre el spread. Los intervalos de confianza fueron construidos con un nivel del 95%.

Por su parte, es de notar que un incremento de la actividad económica tiene un efecto rezagado de carácter positivo y estadísticamente significativo sobre todos los spread, correspondientes a cada tramo de la curva de rendimientos. Este hecho, es consistente con la literatura, que plantea que la brecha entre las tasas de interés a corto y largo plazo tienden a moverse con el ciclo económico, es decir, el spread se reduce antes de una desaceleración en la actividad económica y se amplía antes de una expansión económica. Este comportamiento se debe, generalmente, a que los inversionistas son más reacios al riesgo en las recesiones que en los auges (Kessel, 1965).

La inflación tiene un efecto negativo sobre el spread dos periodos adelante, lo cual sugiere que un aumento del nivel de precios impacta positivamente las tasas de interés de corto plazo de los títulos del gobierno y genera así una reducción del spread. En particular, se estima que, para los plazos de 3, 5 y 10 años, un aumento de 10% en la inflación genera una caída del spread de 5.3%, 6.8% y 8.6%, respectivamente. Con base en estos resultados, surge la pregunta de si este comportamiento entre las tasas de corto y largo plazos ante un aumento de la inflación se mantiene a lo largo del tiempo; la siguiente subsección responde este interrogante.

En términos del indicador de percepción del riesgo soberano, medido por el EMBI, se observa un efecto contemporáneo de carácter positivo sobre todos los plazos de la ETTI. Por tanto, se estima que una perturbación en el EMBI genere un desplazamiento y empinamiento de la curva ETTI, lo cual evidencia una reacción negativa por parte de los inversionistas que, al percibir un mayor riesgo, exigirán un spread mayor. Con respecto al VIX, se encuentra que aumentos en esta variable produce una caída

contemporánea en el spread, resultado contrario al esperado. Melo Becerra et al. (2013) argumentan que este resultado es consecuencia de la correlación entre el EMBI y el VIX, que es dominada por el comportamiento del EMBI. Adicionalmente, estos mismos autores sugieren la hipótesis de que un aumento del VIX tiene una mayor repercusión en el corto plazo, consecuencia de los ajustes en las perspectivas sobre el desempeño de la economía mundial, que repercuten en la demanda de bonos de las economías emergentes.

Por último, los resultados muestran la existencia de una relación positiva, significativa y relativamente alta entre los spread de los títulos del Tesoro de los Estados Unidos y los spread de la deuda del GNC. De acuerdo con las estimaciones, el efecto de esta variable es más significativo estadísticamente para los tramos de largo plazo, sugiriendo que las tasas de interés de los títulos de deuda del GNC a más de 3 años son más sensibles a variaciones en las tasas de interés de los títulos del gobierno estadounidense. Como lo explican Guarín López et al. (2014), ante incrementos de las tasas de interés de los títulos de largo plazo del gobierno de Estados Unidos, los inversionistas en el mercado colombiano se ven incentivados a vender los títulos de deuda locales con el objetivo de obtener mayores rendimientos en el exterior. Este comportamiento presiona al alza de las tasas de interés de los títulos locales, como una medida para incentivar su demanda, y genera un incremento en el spread de los títulos de largo plazo del GNC.

6.2.2 *Análisis de regresión multivariado*

Ahora se evalúa de manera simultánea el impacto dinámico de las perturbaciones de las variables macroeconómicas, en particular de las perturbaciones de la deuda pública, sobre el spread de la ETTI. Se emplearon los contrastes de causalidad de Granger, funciones de impulso respuesta generalizadas, basadas en la metodología propuesta por Pesaran y Shin (1998) y descomposiciones de varianza e histórica de choques de un modelo de vectores autorregresivos con variables exógenas (*VAR-X*). Los anexos 7 y 9 explican cada una de las metodologías.

La estimación contempló seis modelos *VAR-X* (uno por cada *spread*):

$$Y_t = (Embi_t, tcTV_t, tcTF_t, expTC_t, \pi_t, TcPIB_t, spd_{n,t})$$

$$X_t = (spdUSA_t, Vix_t, spd_{3,t}) \quad n = 6, 9, 12, 36, 60, 120$$

Y_t y X_t representan los conjuntos de variables endógenas y exógenas del sistema VAR. Al igual que en los anteriores casos, la estructura de rezagos se obtuvo a partir de la minimización de los criterios de información de Akaike y Schwarz. La exogeneidad de las variables incluidas en X se asumen estrictamente exógenas, ya que Colombia es una economía pequeña.

Los resultados obtenidos de los contrastes de causalidad de Granger³⁵, indican que el conjunto de

³⁵La idea de Granger (1969) consiste en que, si después de extraer toda la información contenida en los propios valores pasados de una variable, la adición de otra variable como regresor reduce la varianza del error de predicción de la variable

variables seleccionadas tiene un efecto causal sobre el spread en los diferentes tramos de la curva ETTI, con un nivel de significación estadística del 1% (ver anexo 8). Por su parte, la descomposición de varianza del error de pronóstico de los modelos *VAR-X* permiten concluir la existencia de cierto grado de dependencia en el comportamiento futuro de los spread, ante movimientos de las variables del sistema; es decir, según esta metodología, ninguna de las variables endógenas del sistema se puede considerar estrictamente “exógena”.

Como se puede apreciar en los cuadros del anexo 10, el error de estimación de los spread es principalmente explicado por sus propias innovaciones. La importancia relativa de las innovaciones de las otras variables se incrementa especialmente después del mes 4. Así, en el corto plazo, un poco menos de la mitad de la variación de los errores de pronóstico del spread es explicado en su orden por: *TcPIB*, π , *Embi*, *tcTF*, *tcTV*, y *expTC* indicando las que las condiciones económicas locales, entre las cuales se encuentran los títulos de deuda del GNC, tienen una alta influencia sobre el comportamiento de las tasas de interés. En otras palabras, las innovaciones en el comportamiento de la economía, la inflación, el EMBI y la deuda del gobierno explican en mayor medida la trayectoria de corto plazo de los spread. Por otro lado, las variables que más impactan el spread de largo plazo son: *tcTF*, *Embi*, *TcPIB*, *expTC*, π y *tcTV*, lo cual sugiere que las innovaciones correspondientes a la deuda del gobierno a tasa fija participan de manera importante en la explicación del comportamiento de los spread de largo plazo.

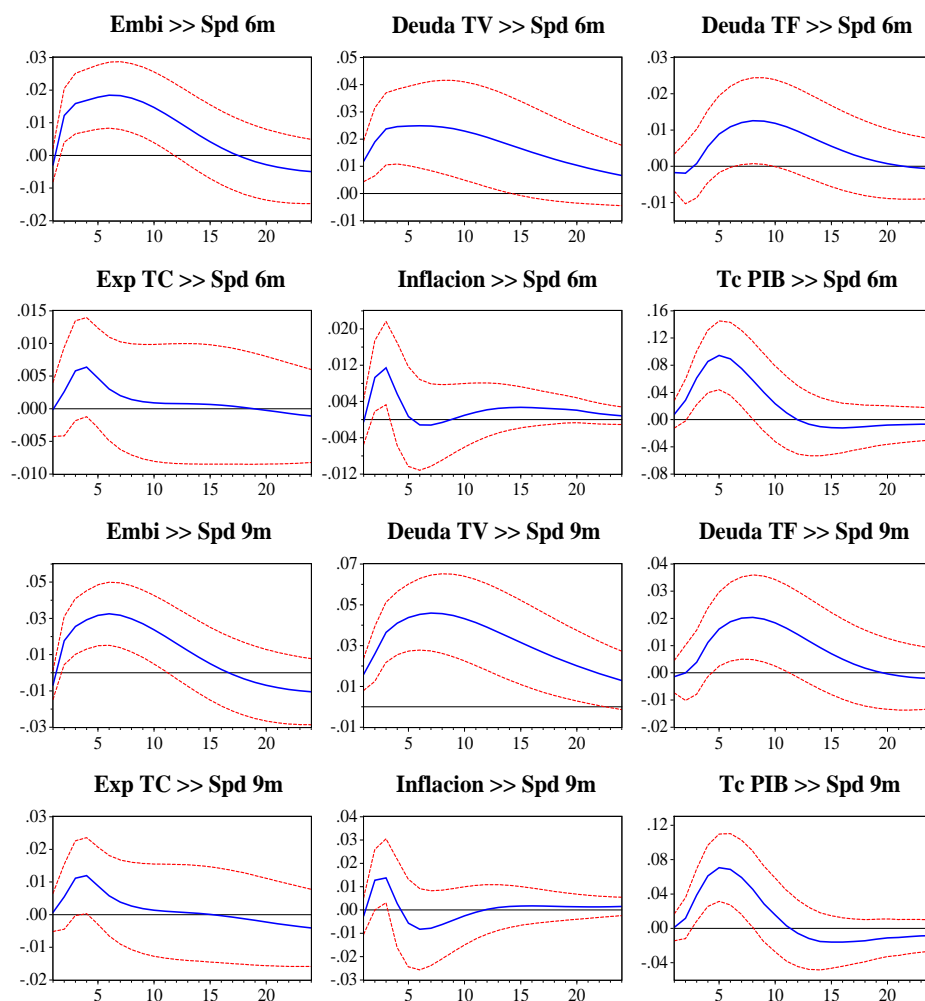
Los gráficos 11, 12 y 13 muestran las funciones de impulso respuesta de los spread para los diferentes tramos de la ETTI ante una perturbación de una desviación estándar de las diferentes medidas de la deuda pública, obtenidas de la estimación de los modelos *VAR-X*. Nótese que una desviación estándar de la deuda a tasa fija equivale a una variación real de 7,4% y a tasa variable de 33%. Se observa que una perturbación de una desviación estándar de la deuda a tasa variable tiene un efecto positivo y significativo al impacto y rezagado sobre los spreads de los títulos a todos los plazos de la curva, y su magnitud aumenta conforme se incrementa el plazo. En contraste, el impacto de la deuda a tasa fija es positivo, significativo, pero rezagado, en especial sobre los spread de los tramos de largo plazo, generando un empinamiento de la curva ETTI. Es de notar que, al igual que en los resultados de los modelos univariados, el impacto sobre los spread por la emisión de títulos a tasa fija es mayor en los tramos de largo plazo de la ETTI, en comparación con los títulos a tasa variable. Vale la pena repetir que estos resultados corroboran lo que ha argumentado la literatura, que las tasas de interés de corto y largo plazos se ven afectadas por los cambios en las expectativas de mercado que surgen del aumento en la emisión de títulos de deuda pública (Evans, 1985; Hoelscher, 1986; Raymond Bara y Mauleón Torres, 1997; Aisen y Hauner, 2013).

La respuesta de los spread ante un choque del EMBI es negativo, pero no significativo al impacto, pero luego positivo y significativo para los spread de los títulos a corto plazo. Por el contrario, para los títulos de más largo plazo, su efecto es negativo y significativo al impacto, pero luego de unos meses su impacto se vuelve positivo y alcanza un mayor nivel en los nodos de más largo plazo. Como se

estudiada, entonces aquella variable sería causal de la primera. En el anexo 4 se detalla la idea de causalidad de Granger y se explica su metodología de estimación.

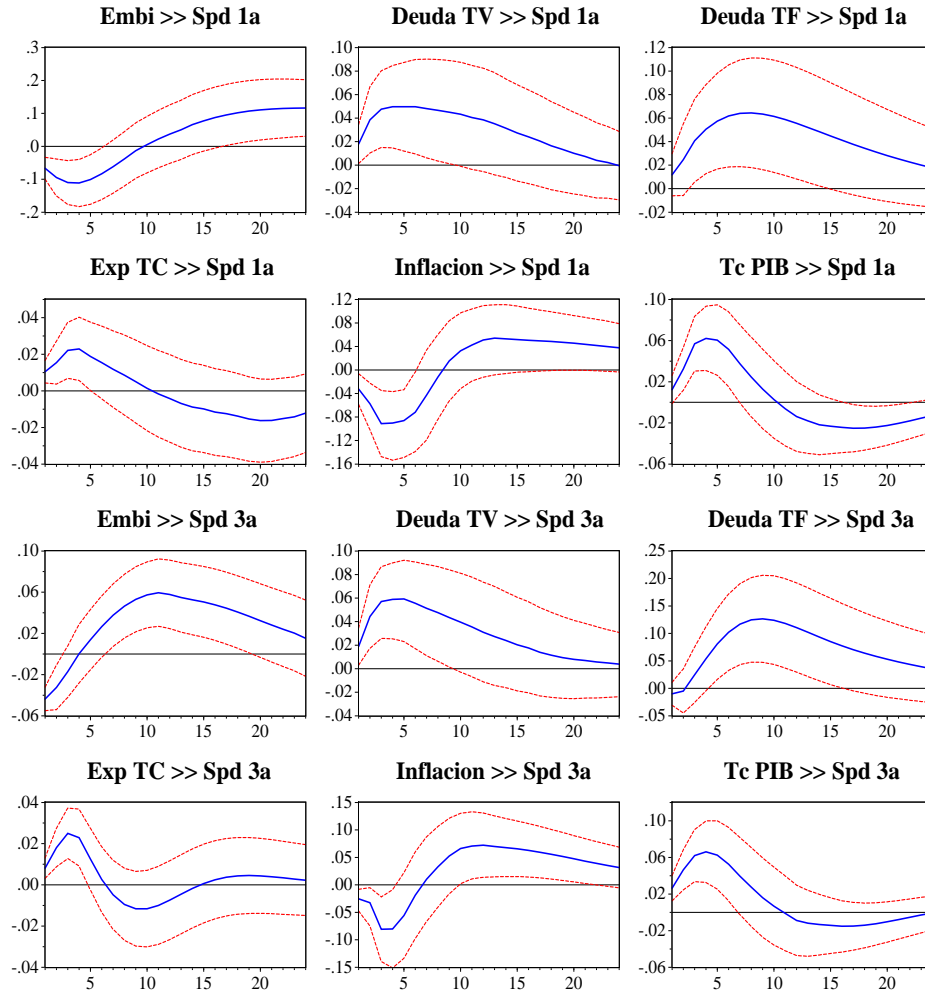
concluyó antes, los agentes requieren una mayor tasa de interés por el mayor riesgo que asumen al invertir en títulos de más largo plazo.

Gráfico 11: Funciones impulso respuesta ante una perturbación de una desviación estándar en las variables del sistema sobre el *spread* a 6 y 9 meses



Fuente: estimaciones propias. La línea sólida muestra la función de impulso respuesta de los *spread* ante choque positivo de una desviación estándar de las innovaciones estructurales de las variables del sistema, mientras que las líneas punteadas representan los intervalos de confianza (± 2 S.E.). El eje X es el horizonte de pronóstico, mientras que el eje Y muestra el nivel de respuesta medido en desviaciones estándar.

Gráfico 12: Funciones impulso respuesta ante una perturbación de una desviación estándar en las variables del sistema sobre el *spread* a 1 y 3 años



Fuente: estimaciones propias. La línea sólida muestra la función de impulso respuesta de los *spread* ante choque positivo de una desviación estándar de las innovaciones estructurales de las variables del sistema, mientras que las líneas punteadas representan los intervalos de confianza (± 2 S.E.). El eje X es el horizonte de pronóstico, mientras que el eje Y muestra el nivel de respuesta medido en desviaciones estándar.

El impacto de las innovaciones de las expectativas de la tasa de cambio sobre el *spread* de la ETTI también es positivo y significativo para el tramo de largo plazo, es decir, un cambio de las expectativas de depreciación causa un empinamiento de la curva de rendimientos. En particular, la función de impulso respuesta muestra que para los *spread* de los títulos a 3, 5 y 10 el efecto tarda alrededor de 5 a 8 meses. Este comportamiento puede ser explicado por dos razones: la primera, por el incremento en las expectativas sobre el crecimiento económico consecuencia del posible fortalecimiento del balance en cuenta corriente, resultante de la depreciación del peso³⁶. La segunda, por los incentivos que tienen

³⁶El canal de trasmisión que vincula la tasa de cambio con la inversión, el empleo y el crecimiento económico en

los inversionistas de colocar su capital en el exterior para obtener mayores beneficios, ante mayores expectativas de depreciación de la moneda local. Esto ocasiona una disminución en la demanda por títulos de deuda pública, por tanto, se reducen los sus precios y se incrementa la tasa de interés.

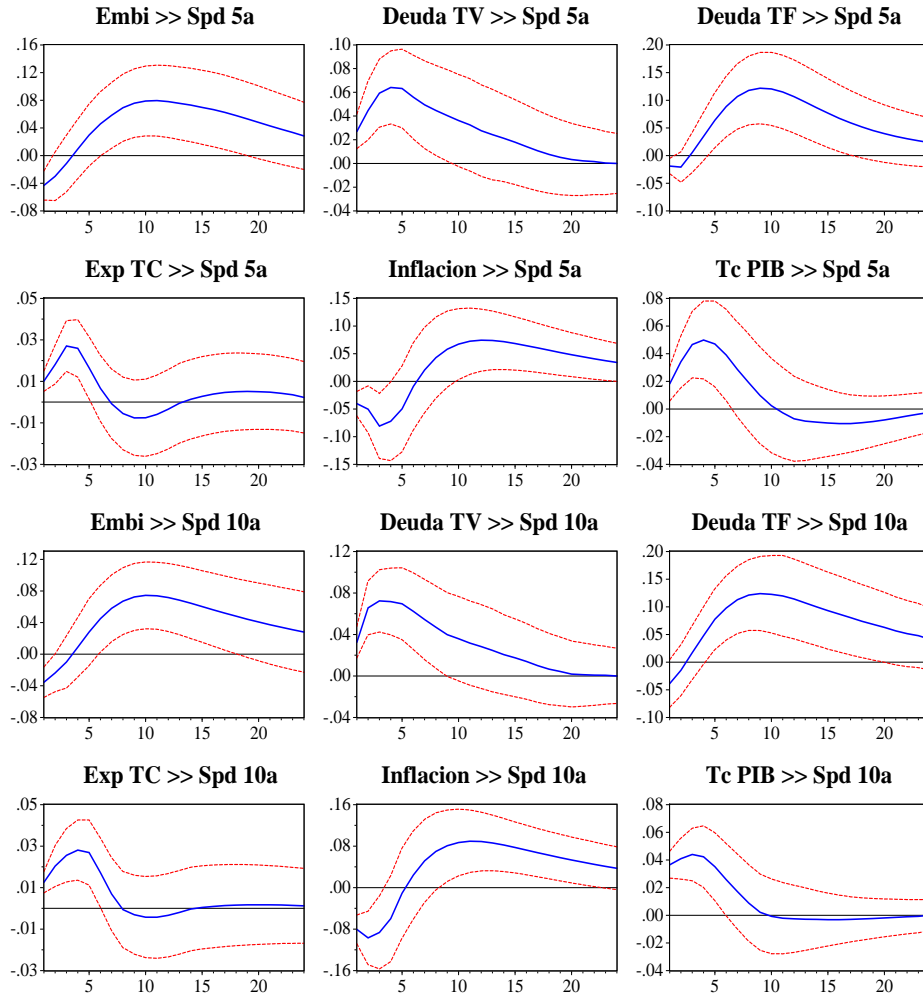
Las innovaciones de la inflación tienen un efecto positivo sobre los spread de los títulos de los tramos de corto plazo, y negativo sobre los de largo plazo. Esto sugiere que la inflación presiona al alza las tasas de interés de corto plazo, lo cual aplana la pendiente de la curva ETTI y genera un comportamiento negativo de los spread de su tramo de largo plazo. Como lo explican Melo Becerra et al. (2013), este fenómeno es transitorio mientras se ajustan las tasas de interés de los bonos del gobierno a largo plazo; después de ello, el efecto se torna positivo, corroborando los resultados y análisis teóricos propuestos en la literatura. Por tanto, cuando la inflación comienza a aumentar, el banco central reacciona e incrementa la tasa de interés de política, movimiento que se reflejará, con algún rezago, sobre las tasas de interés del mercado, incluida las tasas de rendimiento de los títulos de deuda pública de corto plazo³⁷. Por otro lado, en el largo plazo, y en un escenario de credibilidad de la política monetaria, se espera que se disminuyan las expectativas de inflación del mercado y la tasa de interés.

Por último, pero no menos importante, una innovación sobre el crecimiento de la economía tiene dos efectos sobre el spread. El primero, un cambio positivo en los primeros 10 meses luego del choque para cada tramo de la curva ETTI, excepto para el tramo más corto, que actúa con un rezago de cerca de dos meses. El comportamiento de corto plazo puede ser explicado por el efecto de las mejores condiciones económicas y, en el largo plazo, por el incremento de las expectativas de crecimiento de los agentes ante un incremento del producto actual. Segundo, si bien el efecto es positivo, las magnitudes del impacto disminuyen conforme aumenta el plazo de los títulos; así, el aumento del producto afecta en mayor medida los tramos de mediano y corto plazo. Este resultado puede ser atribuido a las expectativas de los agentes con relación a lo posible cambio de postura monetaria por parte del banco central, ya que un crecimiento de la actividad económica en el futuro puede inducir un incremento de la tasa de interés de política, con el fin de contrarrestar las posibles presiones inflacionarias. En resumen, los agentes anticiparán el alza de las tasas de interés del mercado y, por tanto, el crecimiento del producto tendrá un menor impacto sobre las tasas de interés y los spread de largo plazo.

Colombia, ha sido estudiado por varios autores, quienes sostienen que la devolución y/o apreciación del tipo de cambio ejerce un efecto positivo (negativo) sobre la competitividad de la industria nacional, sobre la demanda agregada y sobre el producto (Echavarría y Arbelaez, 2005; Sierra y Manrique, 2014).

³⁷Arango et al. (2006) analizan los efectos de los movimientos de las tasas de intervención del Banco de la República en la estructura a plazo, y encuentran que las decisiones de política monetaria inciden en el comportamiento de las tasas de retorno de los títulos de deuda pública. Este resultado es explicado como un efecto de la credibilidad de la autoridad monetaria en el mercado, ya que los agentes anticipan las medidas que serán adoptadas.

Gráfico 13: Funciones impulso respuesta ante una perturbación de una desviación estándar en las variables del sistema sobre el *spread* a 5 y 10 años



Fuente: estimaciones propias. La línea sólida muestra la función de impulso respuesta de los *spread* ante choque positivo de una desviación estándar de las innovaciones estructurales de las variables del sistema, mientras que las líneas punteadas representan los intervalos de confianza (± 2 S.E.). El eje X es el horizonte de pronóstico, mientras que el eje Y muestra el nivel de respuesta medido en desviaciones estándar.

6.2.3 Descomposición histórica de choques

Como un ejercicio final, a continuación se presenta y analiza la descomposición histórica (HD) de las perturbaciones para cada uno de los spreads extraídos de la ETTI³⁸. Recuérdese que la HD “es una aproximación a la magnitud de la contribución de cada perturbación [estructural] al valor no predicho de cada una de las variables endógenas en el sistema VAR, para cada momento a lo largo de la muestra” (Rincon-Castro et al., 2017). En otras palabras, y para el caso que atañe a este estudio, la HD permite cuantificar la importancia relativa de choques de las variables endógenas del sistema *VAR-X* sobre el comportamiento del spread para cada momento del tiempo³⁹.

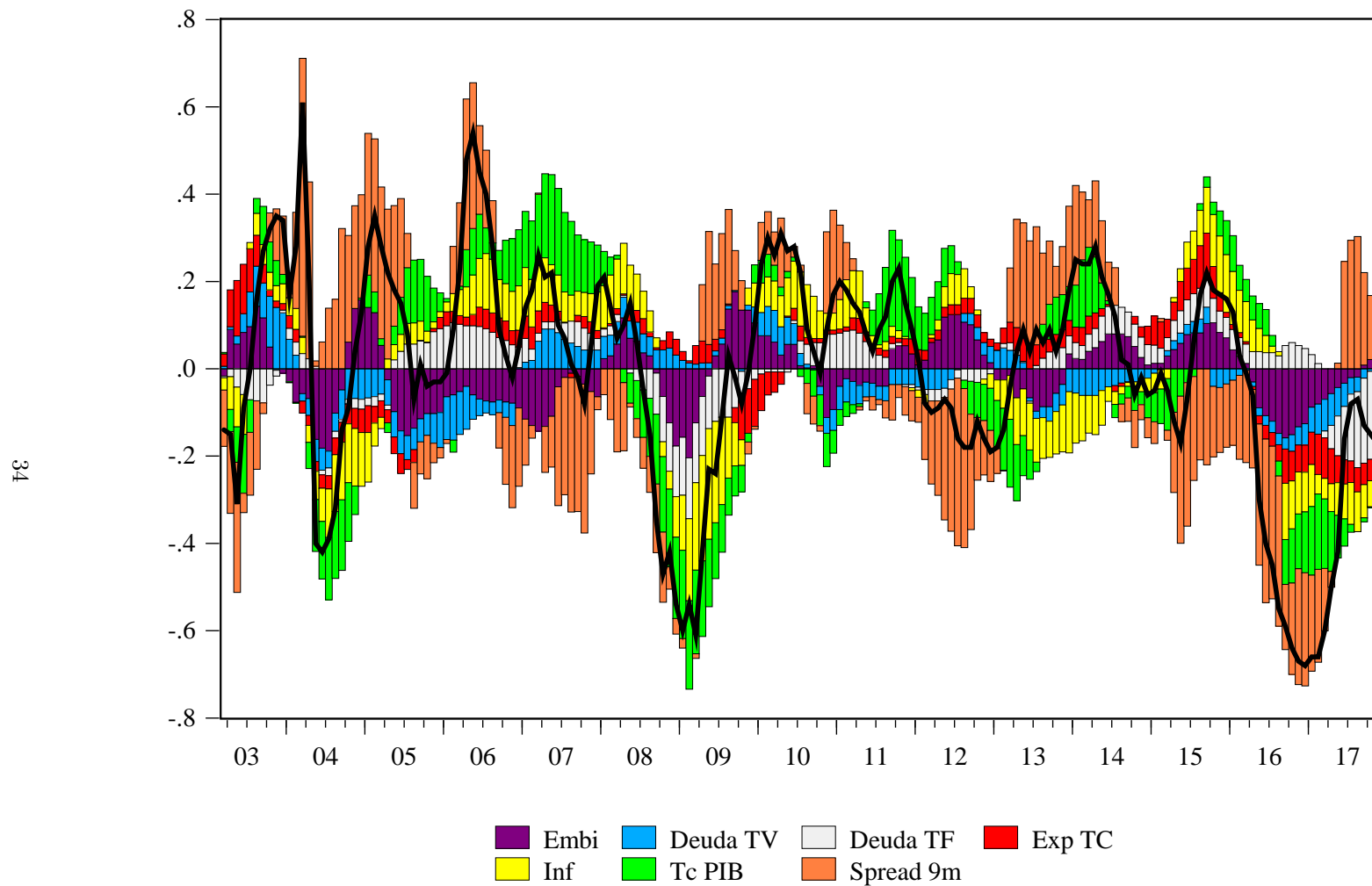
La línea sólida en los gráficos 14, 15 y 16 es el spread estimado para plazos a nueve meses, un año y cinco años, descontada su proyección base, y las barras la contribución concerniente de las perturbaciones de las demás variables endógenas del sistema (las HD para los demás plazos pueden ser requeridas a los autores). Por tanto, un valor positivo de una perturbación o choque de cualquiera de las variables del sistema significa que tal perturbación influyó positivamente sobre el respectivo spread en dicho momento del tiempo. Si el valor es negativo, la interpretación es la contraria.

El gráfico 14 muestra las HD del spread a 9 meses. Los resultados permiten concluir que tanto la deuda a tasa fija como a tasa variable impactan el spread en el corto plazo, claro, en menor magnitud que otras perturbaciones macro; sin embargo, la deuda a tasa variable tiene un impacto relativamente mayor y con mayor duración, por lo menos en algunos años de la muestra, resultado coherente con los anteriores. En los periodos comprendidos entre 2004 y 2006, 2010 y 2011 y 2017, cuando se observó una caída de la deuda a tasa variable, la HD muestra un efecto negativo de aquella sobre el spread; así mismo en periodos de crecimiento, como los observados entre 2009 y 2010 y en 2012 y 2015, la deuda a tasa variable tuvo un efecto positivo. Sin embargo, nótese el destacable impacto positivo de las perturbaciones de la deuda a tasa fija en 2006, entre 2010 y 2011 y 2016, y negativo entre 2008 y 2009 y 2017.

³⁸En palabras de Kilian y Lutkepohl (2017), la descomposición de la varianza del error de pronóstico y las funciones de impulso respuesta, como se analizaron en la subsección anterior, describen los movimientos promedio de los datos, es decir, representan expectativas no condicionadas. En contraste, las HD cuantifican qué tanto el efecto acumulado de una perturbación de una variable de un sistema VAR explica las fluctuaciones observadas de otra (s) variable (s) en cada momento dado del tiempo.

³⁹Para un mayor detalle de la estructura matemática y estadística empleada para construir la descomposición histórica ver Ocampo y Rodríguez (2011).

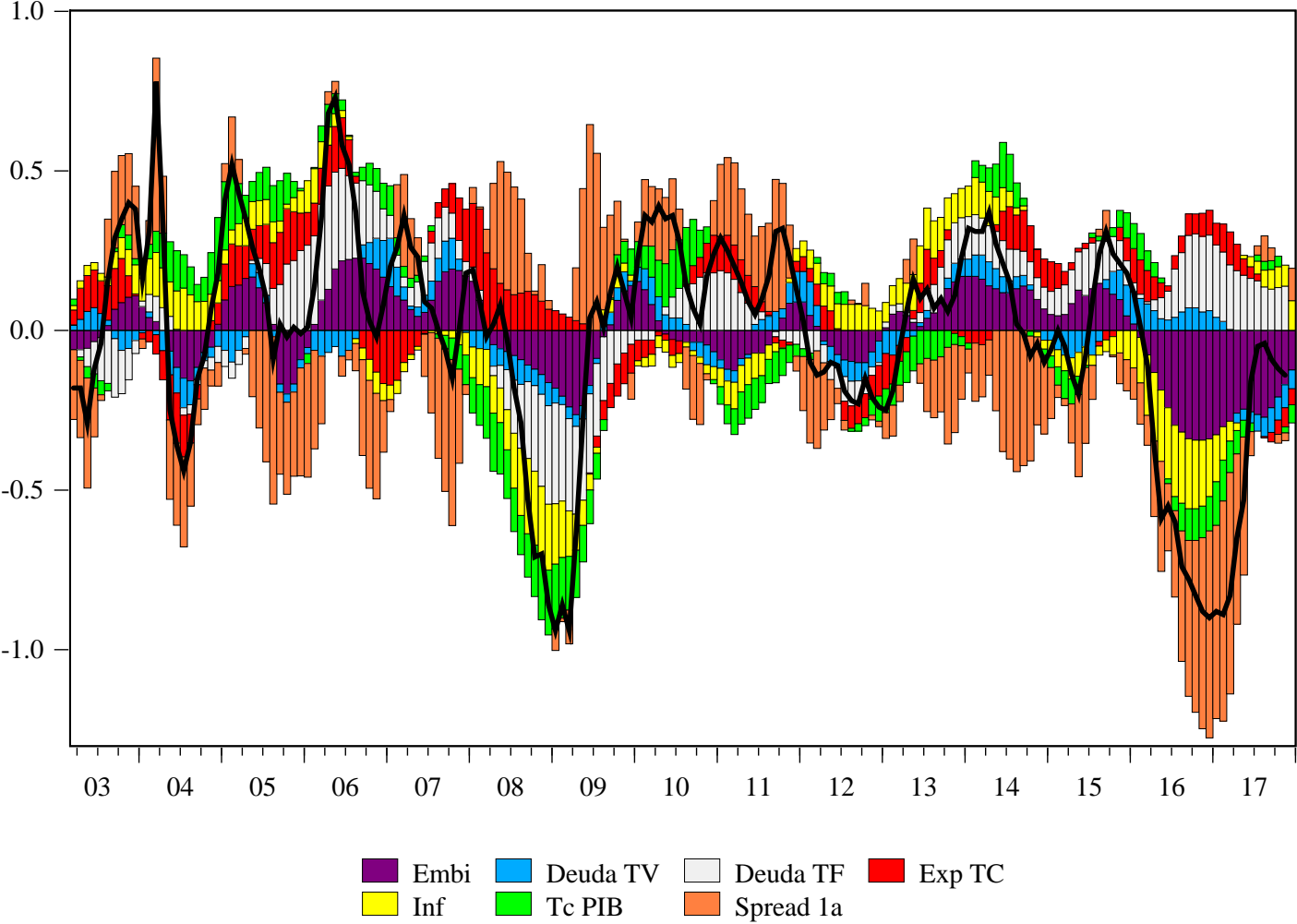
Gráfico 14: Descomposición histórica para el *spread* a 9 meses



Fuente: cálculo de los autores

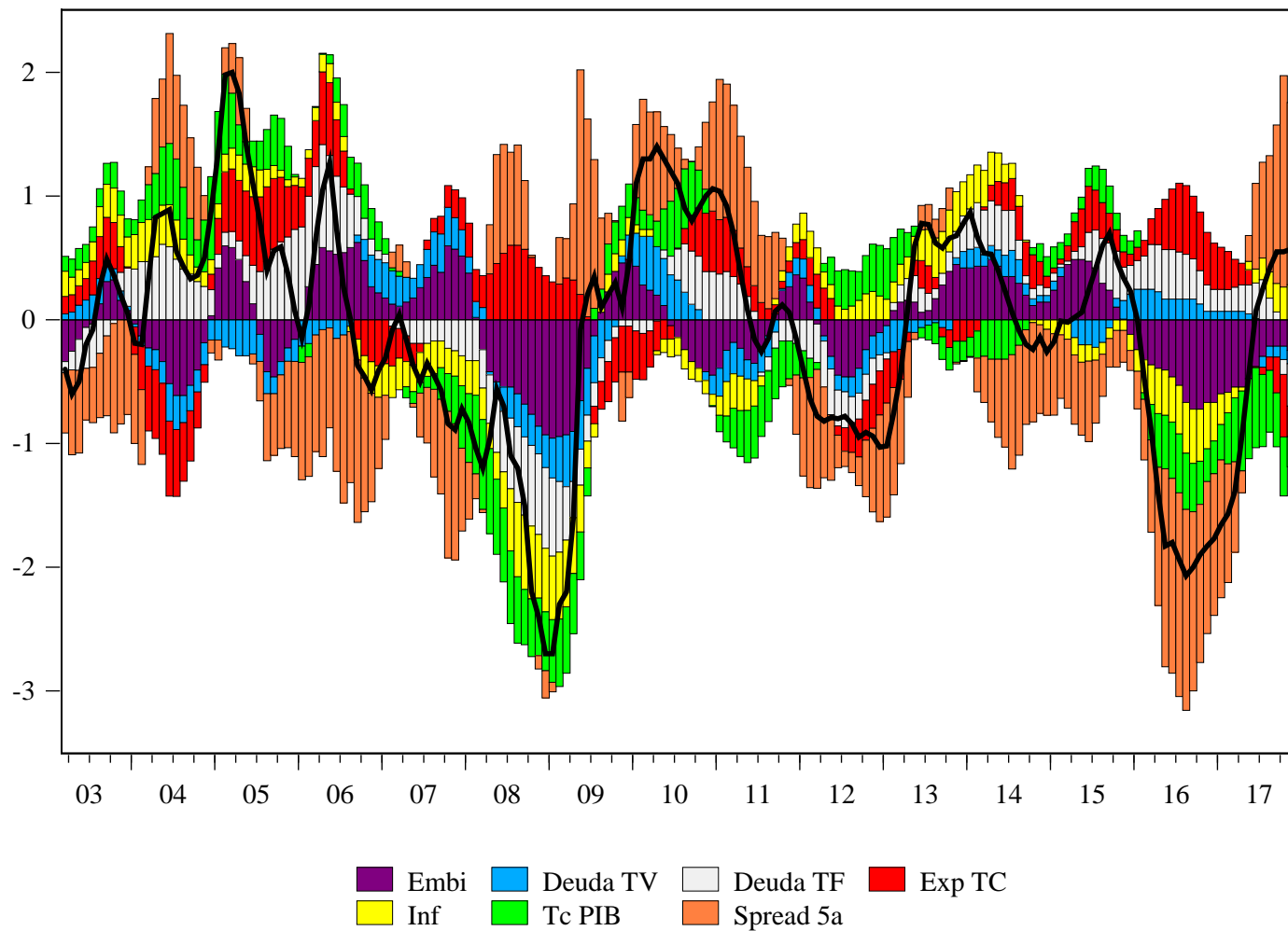
Gráfico 15: Descomposición histórica para el *spread* a 1 año

35



Fuente: cálculo de los autores

Gráfico 16: Descomposición histórica para el *spread* a 5 años



Fuente: cálculo de los autores

De acuerdo al gráfico los choques de $TcPIB$ y π son quienes ejercen la mayor influencia sobre el comportamiento del spread de corto plazo. En particular, se observa que las perturbaciones de la inflación presionaron el spread al alza en los periodos de significativos crecimientos del nivel de precios registrados entre mayo de 2006 y agosto de 2008 (4%), febrero de 2010 y octubre de 2011 (2%) y octubre de 2013 y marzo de 2016 (6.1%); lo contrario ocurrió en los periodos donde se presentó una disminución de la inflación⁴⁰. Como se mencionó, este comportamiento es coherente con las decisiones que tomó la autoridad monetaria, ya que en los periodos en los que se observó tal crecimiento del nivel de precios, se incrementó de manera acorde la tasa de interés de política, afectando las tasas de interés de corto plazo y por tanto el spread.

Por su parte, las perturbaciones de $TcPIB$ presionan al alza el spread de los títulos de corto plazo en los periodos de aceleración crecimiento económico, como los registrados entre el cuarto trimestre de 2005 y el primer trimestre de 2007, el tercero de 2010 y 2011, el primero de 2013 y el primero de 2014. Por otro lado, lo presionan a la baja en los periodos de desaceleración económica, como los ocurridos entre el primer trimestre de 2007 y el cuarto de 2008, el tercero de 2011 y 2012, el primero de 2014 y 2015 y durante el 2016. Este comportamiento es consistente con los resultados obtenidos a partir de las funciones de impulso respuesta, en donde se encontró que la variable $TcPIB$ ejerce un efecto positivo sobre el spread en el corto plazo.

En términos generales, se puede observar que antes de la crisis de 2008 las perturbaciones de la deuda a tasa fija, al crecimiento económico y la inflación presionaron el spread al alza⁴¹. Por el contrario, las perturbaciones del EMBI y, en menor medida, de la deuda a tasa variable presionaron el spread a la baja. En cuanto a los años de mayor caída del spread, 2008 y 2016, se observa que las perturbaciones de $TcPIB$, π , $tcTF$ y $Embi$ fueron quienes más contribuyeron a dicho comportamiento. Para los demás periodos de la muestra, no se puede identificar con plena claridad el efecto de las demás variables en el comportamiento del spread.

Ahora, las perturbaciones de las variables $TcPIB$, $Embi$, $tcTF$, y $expTC$ son las que explican en mayor medida los spread de los títulos a 1 y 5 años (gráficos 15 y 16). Las perturbaciones de la deuda pública emitida a tasa fija presionan el spread al alza, especialmente en los periodos de mayor crecimiento de la misma, ocurridos entre noviembre de 2004 y noviembre de 2005 (32%), agosto de 2008 y diciembre de 2010 (34%) y septiembre de 2012 y junio de 2014 (20%). Lo contrario se observa en los periodos de reducción de su crecimiento, observados entre diciembre de 2005 y marzo de 2007 (1.5%) y entre enero de 2011 y agosto de 2012 (2.7%).

Las perturbaciones del crecimiento $TcPIB$ presionan el spread de los títulos de largo plazo a la baja en los periodos de mayor crecimiento económico. Es decir, el aumento en las tasas de interés de los títulos del gobierno producto de las mejores condiciones económicas ocurren en mayor medida en el corto plazo. El $Embi$ por su parte, contribuyó en buena medida a la caída del spread en los periodos 2008-2009 y 2016-2017. Así mismo, se puede observar que el incremento de esta variable en el año

⁴⁰El desenso de la inflación tuvo lugar en los periodos comprendidos entre septiembre de 2008 y enero de 2010 (-5.4%), noviembre de 2011 y enero de 2013 (-2%) y julio de 2016 y junio de 2017 (-5%).

⁴¹Entre los años 2003 y 2006, la deuda a tasa fija se incremento de 3,5% a 16,1%.

2006 y 2015 presionaron al alza del spread y lo contrario ocurrió en 2004 y entre 2016 y 2017⁴².

Por su parte, los choques sobre las expectativas de la tasa de cambio corroboran la relación positiva con las tasas de interés de largo plazo, ya que en los periodos de alta depreciación, como los registrados entre febrero de 2006 y julio de 2006 (12%), abril de 2008 y marzo de 2009 (43%) y entre julio de 2014 y septiembre de 2015 (62%), se generó un incremento en el spread, contrario a lo ocurrido en los periodos de apreciación, observados entre marzo 2003 y octubre 2005 (-12.4%), agosto 2006 y julio 2007 (-18%), abril 2009 y marzo 2010 (-14%) y entre febrero de 2016 y febrero de 2017 (-13%). Por último, las perturbaciones a las variables π y $tcTV$ muestran un impacto relativamente bajo.

7 Conclusiones

Este documento estudió cómo y qué tanto los cambios de la deuda pública impactan el spread de la estructura a plazos de las tasas de interés en Colombia en el período 2003-2017. Para cumplir con sus objetivos, el artículo estimó primero el spread a diferentes plazos mediante un modelo de estado-espacio. Luego, el efecto de la deuda pública, diferenciando entre la emitida a tasa fija y a tasa variable. Las estimaciones utilizaron modelos de series de tiempo univariados y multivariados, en particular, un modelo de vectores autoregresivos con variables exógenas (*VAR-X*).

Los resultados indican que la deuda pública a tasa variable, lo mismo que las condiciones macroeconómicas locales como la inflación, la tasa de crecimiento de la actividad económica y externas como el riesgo internacional, son las que mayor influencia tienen sobre el comportamiento del spread en el corto plazo. Así mismo, la deuda del gobierno emitida a tasa fija, el riesgo soberano local, las expectativas sobre la tasa de cambio y el spread de los títulos del Tesoro de Estados Unidos son las que más impactan los spread de largo plazo.

La descomposición histórica de perturbaciones del spread para los distintos tramos de la curva de rendimientos revela que las perturbaciones de la deuda del gobierno, tanto a tasa variable como fija, la inflación y el crecimiento económico son las que mayor influencia tuvieron sobre el comportamiento del spread de corto plazo entre los años 2003 y 2017. De otro lado, las perturbaciones de la deuda pública, en especial a tasa fija, del EMBI, de las expectativas de depreciación fueron las que explican en mayor medida las variaciones de los spread de largo plazo.

La implicación de política fiscal más importante que se deriva del estudio es la necesidad de reforzar el saneamiento fiscal con el fin de reducir el impacto de la mayor deuda pública sobre las tasas de interés de mercado y la actividad económica.

La metodología desarrollada en este documento puede ser extendida en diferentes direcciones. Una de ellas comprende la evaluación y análisis de la volatilidad de los spread, que requeriría variables financieras y reales de alta frecuencia. Otra consiste en determinar el efecto de los cambios de la ETTI sobre la rentabilidad y estabilidad del sistema financiero. Una última es estudiar el impacto de la

⁴²Entre enero de 2016 y diciembre de 2017, el Embi cayó en 200 puntos.

participación de los fondos de capital extranjero sobre el comportamiento ETTI.

References

- Abril, J. C. (1997). *Análisis de Series de Tiempo basado en Modelos de Espacio de Estado*. Number EUDEBA, Buenos Aires.
- Abril, J. C. (2010). *Modelos para el Análisis de las Series de Tiempo*. Consejo na edition.
- Afonso, A. (2010). Long-term government bond yields and economic forecasts: evidence for the EU. *Applied Economics Letters*, 17(15):1437–1441.
- Afonso, A. y Martins, M. (2012). Level, slope, curvature of the sovereign yield curve, and fiscal behaviour. *Journal of Banking and Finance*, 36(6):1789–1807.
- Aisen, A. y Hauner, D. (2013). Budget deficits and interest rates: A fresh perspective. *Applied Economics*, 45(17):2501–2510.
- Albrieu, R. y Fanelli, J. M. (2009). América Latina frente a la crisis internacional: el desafío de la recuperación. *Centro de Estudios de Estado y Sociedad (CEDES)*.
- Ang, A. y Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics*, 50(4):745–787.
- Arango, L. y Arosemena, M. A. (2003). El Tramo Corto de la Estructura a Plazo como predictor de Expectativas de Inflación en Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Arango, L. y Florez, L. (2005). Tramo Corto de la Curva de Rendimientos, Cambio de Régimen Inflationario y Expectativas de Inflación en Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Arango, L., Florez, L., y Arosemena, A. M. (2004). El Tramo Corto de la Estructura a Plazo como Predictor de Expectativas de la Actividad Económica en Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Arango, L., Gonzalez, A., León Díaz, J., y Melo-Velandia, L. (2006). Efectos de los cambios en la tasa de intervención del Banco de la República sobre la estructura a plazo. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Arango, L., Melo-Velandia, L., y Vásquez, D. (2002). Estimación de la Estructura a Plazo de las Tasas de Interés en Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Ardagna, S. (2009). Financial markets’ behavior around episodes of large changes in the fiscal stance. *European Economic Review*, 53(1):37–55.

- Arora, H. K. y Dua, P. (1995). Long-run equilibrium between budget deficits and long-term interest rates. *International Advances in Economic Research*, 1(1):23–31.
- Aschauer, D. (1989). Does public capital crowd out private capital? *Journal of Monetary Economics*, 24(2):171–188.
- Barnes, B. J. (2008). A cointegrating approach to budget deficits and long-term interest rates. *Applied Economics*, 40(2):127–133.
- Barro, R. (1974). Are Government Bonds Net Wealth? *Journal of Political Economy*, 82(6):1095–1117.
- Barro, R. (1991). World Interest Rates and Investment. NBER Working Papers 3849, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Barro, R. y Sala-i Martin, X. (1990). World Real Interest Rates. NBER Working Papers 3317, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Benigno, P. y Missale, A. (2004). High public debt in currency crises: fundamentals versus signaling effects. *Journal of International Money and Finance*, 23(2):165–188.
- Blanchard, O. (1984). Current and Anticipated Deficits, Interest Rates and Economic Activity. In *European Economic Review 25 No. 1*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Bovenberg, L. (1988). Long-Term Interest Rates in the United States: An Empirical Analysis. *IMF Staff Papers*, 35(2):382–390.
- Campbell, J. y Ammer, J. (1993). What Moves the Stock and Bond Markets? A Variance Decomposition for Long-Term Asset Returns. *Journal of Finance*, 48(1):3–37.
- Campbell, J. y Shiller, R. (1989). Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View. NBER Working Papers 3153, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Canzoneri, M., Cumby, R., y Diba, B. (2002). Should the European Central Bank and the Federal Reserve be concerned about fiscal policy? *Proceedings - Economic Policy Symposium - Jackson Hole*, pages 333–389.
- Cebula, R. J. (1997). The impact of net international capital inflows on nominal long-term interest rates in France. *Atlantic Economic Journal*, 25(2):179–190.
- Claeys, P., Moreno, R., y Suriñach, J. (2012). Debt, interest rates, and integration of financial markets. *Economic Modelling*, 29(1):48–59.
- Cochrane, J. H. (2001). *Asset pricing*. Princeton University Press, Princeton [u.a.].
- Cohen, D. y Olivier, G. (1991). The Impact of Forecasts of Budget Deficits on Interest Rates in the United States and Other G7 Countries. *Board of Governors of the Federal Reserve System*.

- Commandeur, J. y Koopman, S. J. (2007). *An Introduction to State Space Time Series Analysis*. Oxford University Press, 1 edition.
- Correia-Nunes, J. y Stemitsiotis, L. (1995). Budget Deficit and Interest Rates: Is There a Link? International Evidence. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57(4):425–449.
- Cox, C. M. (2008). *Fights-to-Quality: The effects of Market Volatility on Short Term U.S. Treasury Yields*. PhD thesis.
- Culbertson, J. M. (1957). The Term Structure of Interest Rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 71(4):485–517.
- da Silva, C. G., de Castro Pires, M. C., y Bittes Terra, F. H. (2014). The effects of public debt management on macroeconomic equilibrium: An analysis of the Brazilian economy. *Economia*, 15(2):174–188.
- Darrat, A. F. (1989). Fiscal Deficits and Long-Term Interest Rates: Further Evidence from Annual Data. *Southern Economic Journal*, 56(2):363–374.
- Echavarría, J. y Arbelaez, M. (2005). Tasa de Cambio y crecimiento Económico en Colombia durante la Última Década. Borradores de economía, BANCO DE LA REPÚBLICA.
- Echavarría, J. y Vásquez, D. (2008). Expectativas, tasa de interés y tasa de cambio: paridad cubierta y no cubierta en Colombia, 2000-2007. *Ensayos sobre Política Económica*.
- Edwards, S. y Khan, M. S. (1985). Determinación de los tipos de interés en los países en desarrollo: Un marco conceptual. *Staff Papers*, 32(3):377–403.
- Elmendorf, D. W. y Reifschneider, D. L. (2002). Short-Run Effects of Fiscal Policy With Forward-Looking Financial Markets. *National Tax Journal*, 55(3):357–386.
- Engen, E. M. y Hubbard, R. (2004). Federal Government Debt and Interest Rates. NBER Working Papers 10681, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Estrella, A. (2005). Why Does the Yield Curve Predict Output and Inflation? *Economic Journal*, 115(505):722–744.
- Estrella, A. y Trubin, M. R. (2006). The yield curve as a leading indicator: some practical issues. *Current Issues in Economics and Finance*, 12(Jul):5.
- Evans, C. y Marshall, D. (2007). Economic determinants of the nominal treasury yield curve. *Journal of Monetary Economics*, 54(7):1986–2003.
- Evans, M. D. D. y Lewis, K. K. (1994). Do stationary risk premia explain it all? *Journal of Monetary Economics*, 33(2):285–318.

- Evans, P. (1985). Do Large Deficits Produce High Interest Rates? *The American Economic Review*, 75(1):68–87.
- Evans, P. (1987). Do budget deficits raise nominal interest rates?: Evidence from six countries. *Journal of Monetary Economics*, 20(2):281–300.
- Fama, E. F. (1984). The information in the term structure. *Journal of Financial Economics*, 13(4):509–528.
- Fama, E. F. (1986). Term premiums and default premiums in money markets. *Journal of Financial Economics*, 17(1):175–196.
- Fernández, J. L. y Robles, D. (2005). Teoría de las Expectativas y Cambio Estructural: Nueva Evidencia en los tipos a Corto Plazo Españoles. (Tribuna de Economía No. 827).
- Findlay, D. W. (1990). Budget Deficits Expected Inflation and Short-Term Real Interest Rates: Evidence for the U.S. *International Economic Journal*, 4(3):41–53.
- Fisher, I. (1896). Appreciation and interest. *AEA Publications*, 3(11):331 – 442.
- Fuhrer, J. (1993). Commodity Prices, the Term Structure of Interest Rates and Exchange Rates: Useful Indicators for Monetary Policy. Technical report, Federal Reserve Bank of Boston.
- Gale, W. y Orszag, P. (2004). Budget Deficits, National Saving, and Interest Rates. *Brookings Papers on Economic Activity*, 35(2):101–210.
- García, A. y Ramajo, J. (2005). Fiscal policy and private consumption behaviour: The Spanish case. *Empirical Economics*, 30(1):115–135.
- Gómez, V. (2016). *Multivariate Time Series With Linear State Space Structure*. Springer.
- Goodfriend, M. (1998). Using the term structure of interest rates for monetary policy. *Economic Quarterly*, (Sum):13–30.
- Granger, C. (1969). Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. *Econometrica*, 37(3):424–438.
- Greenwood, R. y Vayanos, D. (2014). Bond supply and excess bond returns. *Review of Financial Studies*, 27(3):663–713.
- Guarín López, A., Moreno Gutiérrez, J., y Vargas-Herrera, H. (2014). An empirical analysis of the relationship between US and Colombian long-term sovereign bond yields. In Settlements, B. f. I., editor, *The transmission of unconventional monetary policy to the emerging markets*, volume 78, pages 129–158. Bank for International Settlements.
- Guillén, d. C. y Tabak (2009). Characterising the Brazilian term structure of interest rates. *International Journal of Monetary Economics and Finance*, 2(2):103–114.

- Gupta, K. L. (1989). Budget Deficits and Interest Rates in the United States. *Public Choice*, 60(1):87–92.
- Harvey, A. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Number Cambridge University. Cambridge University Press.
- Harvey, C. (1988). The real term structure and consumption growth. *Journal of Financial Economics*, 22(2):305–333.
- Hicks, J. R. (1939). Value and Capital. *Oxford University Press Oxford*.
- Hoelscher, G. (1986). New Evidence on Deficits and Interest Rates. *Journal of Money, Credit and Banking*, 18(1):1–17.
- Hoelscher, G. P. (1983). Federal Borrowing and Short Term Interest Rates. *Southern Economic Journal*, 50(2):319–333.
- Hu, Z. (1993). The Yield Curve and Real Activity. *IMF Staff Papers*, 40(4):781–806.
- Izquierdo, A. y Talvi, E. (2011). One Region, Two Speeds? Challenges of the New Global Economic Order for Latin America and the Caribbean.
- Kameda, K. (2014). Budget deficits, government debt, and long-term interest rates in Japan. *Journal of the Japanese and International Economies*, 32:105–124.
- Kessel, R. A. (1965). *The Cyclical Behavior of the Term Structure of Interest Rates*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Kiani, K. M. (2009). Federal budget deficits and long-term interest rates in USA. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 49(1):74–84.
- Kilian, L. y Lutkepohl, H. (2017). *Structural Vector Autoregressive Analysis*. Themes in Modern Econometrics. Cambridge University Press.
- Kim, K. y Limpaphayom, P. (1997). The effect of economic regimes on the relation between term structure and real activity in Japan. *Journal of Economics and Business*, 49(4):379–392.
- Koopman, S. J. (1997). Exact initial Kalman filter and smoother for non-stationary time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 92:1630–1638.
- Koopman, S. J. y Durbin, J. (2003). Filtering and smoothing of state vector for diffuse state-space models. *Journal of Time Series Analysis*, 24(1):85–98.
- Kormendi, R. (1983). Government Debt, Government Spending, and Private Sector Behavior. *American Economic Review*, 73(5):994–1010.
- Laubach, T. (2009). New Evidence on the Interest Rate Effects of Budget Deficits and Debt. *Journal of the European Economic Association*, 7(4):858–885.

- Lutkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*.
- Lutz, F. A. (1940). The Structure of Interest Rates. *The Quarterly Journal of Economics* 55, pages 36–63.
- Macaulay, F. R. (1938). *Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856*. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Maya, E. J., Alonso, G. A., y Thomas, J. C. (2016). Situación de la Deuda Pública 2016. *Contraloría General de la República*.
- Maya, E. J. y Másmela, G. A. (2016). Perspectivas de la deuda: necesidad de ajuste. *Boletín Macro Fiscal. Contraloría General de la República*.
- McMillin, W. (1986). Federal deficits and short-term interest rates. *Journal of Macroeconomics*, 8(4):403 – 422.
- Melo Becerra, L., Ramos Forero, J., y Zárate Solano, H. (2013). Sovereign bond markets and financial stability in an emerging economy: an application of directed acyclic graphs and SVAR models. *Macroeconomics and Finance in Emerging Market Economies*, 8(3):306–319.
- Miles, D. y Wilcox, J. (1991). The Money Transmission Mechanism. *Surveys on Monetary Economics*, pages 225–262.
- Mishkin, F. (1981). Monetary Policy and Short-Term Interest Rates: An Efficient Markets-Rational Expectations Approach. NBER Working Papers 0693, National Bureau of Economic Research, Inc.
- Modigliani, F. y Sutch, R. (1966). Innovations in Interest Rate Policy. *The American Economic Review*, 56(1/2):178–197.
- Moreno, J., Alejandro M, D., y Sebastián R, J. (2015). Evolución de la relación entre bonos locales y externos del gobierno colombiano frente a choques de riesgo.
- Mukhtar, T. y Zakaria, M. (2008). Budget deficits and interest rates: An empirical analysis for Pakistan. *Journal of Economic Cooperation Among Islamic Countries*, 29(2):1–14.
- Ocampo, S. y Rodríguez, N. (2011). An Introductory Review of a Structural VAR-X Estimation and Applications. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Park, C. W. (1999). Maturity structure of public debt and expected bond returns. *Journal of Banking & Finance*, 23(9):1407–1435.
- Pasricha, G. K. (2006). Kalman Filter and its Economic Applications. (University Library of Munich).
- Pesaran, M. y Shin, Y. (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters*, 58(1):17–29.

- Ramos, J. y Rodríguez, N. (1995). Déficit Fiscal y Tasas de Interés en Colombia. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Raymond Bara, J. L. y Mauleón Torres, I. (1997). Ahorro y tipos de interés en los países de la UE. *Papeles de Economía Española*, 70:196-204.
- Reinhart, V. y Sack, B. (2000). The Economic Consequences of Disappearing Government Debt. *Brookings Papers on Economic Activity*, 31(2):163-220.
- Rincon-Castro, H., Rodríguez-Niño, N., y Castro-Pantoja, J. (2017). Perturbaciones macroeconómicas, tasa de cambio y pass-through sobre precios. *Revista de Economía del Rosario*, 20(2):41-71.
- Sangvinatsos, A. (2008). The Expectations Hypothesis. *University of Southern California*.
- Sax, C. y Steiner, P. (2013). Temporal Disaggregation of Time Series. MPRA Paper 53389, University Library of Munich, Germany.
- Shiller, R. y Beltratti, A. E. (1992). Stock prices and bond yields: Can their comovements be explained in terms of present value models? *Journal of Monetary Economics*, 30(1):25-46.
- Sierra, L. P. y Manrique, K. (2014). Impacto del tipo de cambio real en los sectores industriales de Colombia: una primera aproximación. *Revista CEPAL*, 114.
- Sinha, A. (2015). Government debt, learning and the term structure. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 53:268-289.
- Spencer, R. W. y Yohe, W. P. (1971). *A Historical Analysis of the "crowding Out" of Private Expenditures by Fiscal Policy Actions*. Research Department, Federal Reserve Bank of St. Louis, Working Paper. Federal Reserve Bank of St. Louis, Research Department.
- Strauch, R., Paesani, P., y Kremer, M. (2006). Public debt and long-term interest rates: the case of Germany, Italy and the USA. Working Paper Series 656, European Central Bank.
- Toro-Córdoba, J. H., Garavito, A., López, D., y Montes-Uribe, E. (2015). El choque petrolero y sus implicaciones en la economía colombiana. Borradores de economía, Banco de la Republica de Colombia.
- Trivez, J. (1991). Causalidad de Granger en modelos multivariantes de series temporales. *Estadística Española*, 33(126):165-181.
- Tzavalis, E. y Wickens, M. R. (1997). Explaining the Failures of the Term Spread Models of the Rational Expectations Hypothesis of the Term Structure. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(3):364-380.
- Uribe, J. D. (2006). *El mercado monetario en Colombia*. Banco de la República de Colombia.

Wachtel, P. y Young, J. (1987). Deficit Announcements and Interest Rates. *American Economic Review*, 77(5):1007–1012.

Whaley, R. E. (2000). The Investor Fear Gauge. *The Journal of Portfolio Management*, 26(3):12–17.

Anexos

Anexo 1: Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un algoritmo que se basa en el modelo de estado espacio, y se caracteriza por ser un filtro lineal recursivo capaz de estimar y predecir una variable que no es observada directamente, pero cuyo efecto es medido por medio de otras variables (Commandeur y Koopman, 2007). La idea detrás del filtro es llegar a una función de densidad condicional de las variables de estado⁴³, con base en un sistema dinámico fundamentado en el teorema de Bayes, el cual utiliza la información observada hasta un momento del tiempo para *predecir* de manera óptima los estados del siguiente periodo, *recalculando* la solución cada vez que una nueva observación o medida es incorporada en el sistema (Pasricha, 2006).

El filtro de Kalman utiliza dos ecuaciones, una *ecuación de medida* (1), que describe la relación entre las variables observadas (y_t) y no observadas (x_t), y una *ecuación de transición* (2), que describe la dinámica de las variables no observadas con base en parámetros determinísticos (c_t) y estocásticos (η_t). Las dos ecuaciones se definen respectivamente como:

$$y_t = d_t + Z_t x_t + \epsilon_t \quad (3)$$

$$x_t = c_t + T_t x_{t-1} + R_t \eta_t \quad (4)$$

Donde $\epsilon_t \sim N(0, H_t)$ y $\eta_t \sim N(0, Q_t)$ y Z_t y T_t representan la matriz de estado en la medida y_t y la matriz de transición de estado en el tiempo t al estado en el tiempo $t-1$, respectivamente. El sistema de matrices Z_t , T_t , R_t , H_t y Q_t son no estocásticos, pueden variar en el tiempo y, en general, contienen parámetros desconocidos denotados por θ , llamados hiperparámetros, que son estimados por máxima verosimilitud. Los términos de error η_t y ϵ_t se asumen serialmente independientes e interdependientes entre sí en todo momento del tiempo ($E[\eta_t \epsilon_t^T] = 0$ para todo t). Para estimar el comportamiento de x_t con base en la información de y_t , el filtro de Kalman toma como base las expectativas condicionadas a y_t y por medio de ellas, construye un proceso recursivo para predecir los periodos siguientes:

$$a_{t-1} = E[x_{t-1} | y_0, \dots, y_{t-1}] \quad (5)$$

$$P_{t-1} = E[(x_{t-1} - a_{t-1}) | (x_{t-1} - a_{t-1})^T] \quad (6)$$

donde (3) y (4) son las estimaciones del vector de estado y su matriz de covarianzas en el tiempo t con información disponible en el momento $t-1$. En este sentido, $a_{t|t-1}$ y $P_{t|t-1}$ construyen la primera etapa del filtro, correspondiente a la *predicción*.

⁴³Hace referencia al comportamiento de todas aquellas variables que no son observadas.

$$a_{t|t-1} = T_t a_{t-1} + c_t \quad (7)$$

$$P_{t|t-1} = T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T \quad (8)$$

Posteriormente, en la etapa de *corrección*, si una nueva observación es introducida en el momento t , entonces $a_{t|t-1}$ y $P_{t|t-1}$ se pueden actualizar con base en las ecuaciones de actualización de medida.

Esto es, sea $F_t = Z_t P_{t|t-1} Z_t^T + H_t$ entonces:

$$a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} [y_t - Z_t a_{t|t-1} - d_t] \quad (9)$$

$$P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} Z_t F_t^{-1} Z_t^T P_{t|t-1} \quad (10)$$

Las ecuaciones (5)-(6) y (7)-(8) componen el filtro del Kalman⁴⁴. Sustituyendo (5) en (7) y (6) en (8), se obtienen un conjunto de ecuaciones que unen a_{t-1} y P_{t-1} a a_t y P_t .

$$a_t = T_t a_{t-1} + c_t + P_{t|t-1} Z_t^T F_t^{-1} [y_t - Z_t [T_t a_{t-1} + c_t] - d_t] \quad (11)$$

$$P_t = [T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T] - [T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T] Z_t F_t^{-1} Z_t^T [T_t P_{t-1} T_t^T + R_t Q_t R_t^T] \quad (12)$$

Para dar inicio a la iteración anterior, son necesarios los valores iniciales a_{-1} y P_{-1} ($a_{0|-1}$ y $P_{0|-1}$). Estos valores son frecuentemente estimados haciendo uso de métodos estadísticos (ver Harvey, 1989; Abril, 1997; Koopman, 1997; Koopman y Durbin, 2003).

Por tanto, cuando los errores y el vector de estado inicial están normalmente distribuidos, esto permite que la función de verosimilitud sea calculada por medio de la descomposición del error de predicción ($v_t = y_t - \mathbf{E}[y_t | Y_{t-1}]$). Este hecho, da paso a un proceso recursivo que emplea la distribución normal multivariada para calcular la distribución de x_t , condicional a la información establecida en el tiempo t . Lo anterior habilita la posibilidad de estimar cualquier parámetro desconocido en el modelo y también provee las bases para las pruebas estadísticas y de especificación del mismo (Abril, 2010).

El uso que se le ha dado al filtro de Kalman engloba un sin número de aplicaciones en la ingeniería y en economía (Pasricha, 2006). Entre ellos, se destaca su amplia funcionalidad en la estadística como método de estimación y predicción de las series temporales. En este aspecto, el filtro permite calcular los componentes no observados de una serie de tiempo tales como, la tendencia, el ciclo y la estacionalidad, así como estadísticos de diagnóstico que sirven para detectar observaciones atípicas y cambios estructurales.

⁴⁴Para un mayor detalle ver Gómez (2016).

Anexo 2: Modelo de Vectores Autorregresivos con Variables Exógenas (VAR-X)

Los modelos VAR-X han demostrado ser una herramienta de gran utilidad para describir el comportamiento dinámico de series temporales en el ámbito económico y financiero. Generalmente, los VAR-X son utilizados para caracterizar el comportamiento de un conjunto de variables de manera simultánea, de tal forma que permite bajo ciertos supuestos, describir, prever y determinar el impacto causal de choques o innovaciones inesperadas sobre cada una de las variables del sistema. Los impactos causales son extraídos y analizados mediante las funciones de impulso respuesta, la descomposición de varianzas del error de pronóstico y los contrastes de causalidad, propios de este tipo de especificaciones.

Sea $Y_t = (y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, \dots, y_{nt})'$ un vector con n variables endógenas y $X_t = (x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, \dots, x_{mt})'$ un vector con m variables exógenas, donde Y_t y X_t puede estar en niveles o en primeras diferencias, esto depende de la naturaleza - estacionaria o no estacionaria - de la serie de tiempo, de las características de los datos, del propósito del estudio y de la estrategia de identificación. La forma reducida del modelo estructural incluye los primeros p rezagos de las variables endógenas, los valores contemporáneos y los primeros q rezagos de las variables exógenas y un vector constante.

Un VAR-X(p, q) en su forma reducida se representa como:

$$Y_t = A_0 + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + B_0 X_t + B_1 X_{t-1} + \dots + B_q X_{t-q} + e_t \quad (13)$$

$$Y_t = A_0 + A(L) Y_t + B(L) X_t + e_t \quad (14)$$

$$Y_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + \sum_{j=0}^q B_j X_{t-j} + e_t \quad (15)$$

Según esta especificación, se supone que el modelo es estable y sus residuales son ruido blanco gaussianos $e_t \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, \Sigma)$, además, se supone que X_t no está correlacionado con e_t en sus valores contemporáneos y rezagados. A_0 es un vector de parámetros $n \times 1$, A_i es una matriz de coeficientes de $n \times n$, con $i = 1, \dots, p$ y B_j es una matriz de $n \times m$, con $j = 1, \dots, q$

Al ser $\Psi(L) = \Psi_0 + \Psi_1 L + \dots = [I - A(L)]^{-1}$ con $\Psi_0 = I$ un polinomio infinito de operadores de rezagos L , es posible obtener la representación VMA-X del modelo⁴⁵

$$Y_t = \Psi(1) A_0 + \Psi(L) B(L) X_t + \Psi(L) e_t \quad (16)$$

$$Y_t = \mu + C(L) \varepsilon_t + A(L) X_t \quad (17)$$

Donde ε son los valores actuales y pasados de los choques estructurales que se asumen ruido blanco gaussiano, con una matriz de varianzas y covarianzas igual a una identidad, $\varepsilon_t \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, I)$, μ es un vector de parámetros $n \times 1$, $C(L)$ y $A(L)$ son polinomios infinitos del operador de rezagos L donde cada

⁴⁵El modelo es estable si $\Psi(1) = [I - \sum_{i=1}^p A_i]^{-1}$ existe y es finito.

matriz es de tamaño $n \times n$, y $n \times m$ respectivamente. La representación $VMA-X$ del modelo $VAR-X$ permite construir la función impulso respuesta, la cual ilustra el comportamiento dinámico del modelo en donde se describe el efecto de un choque a una de las innovaciones sobre los valores actuales y futuros de las variables endógenas (Lutkepohl, 2005; Ocampo y Rodríguez, 2011). Los modelos $VAR-X$ descritos en esta subsección tienen como objetivo analizar el comportamiento dinámico de las variables macroeconómicas sobre el *spread* de la ETTI.

Anexo 3: Fuentes de información

VARIABLES	FUENTE
Tasas cero cupón de los títulos del gobierno a 3, 6, 9, 12, 36, 60 y 120 meses	Banco de la República de Colombia
Tasa de Interés de Referencia	Banco de la República de Colombia
Deuda interna denominada en tasa fija	Ministerio de Hacienda y Crédito Público
Deuda interna denominada en tasa variable	Ministerio de Hacienda y Crédito Público
Inflación	Banco de la República de Colombia
Indicador de Bonos de Mercados Emergentes (Embi)	Bloomberg
Índice de volatilidad del mercado de opciones PUT de Chicago (VIX)	Bloomberg
1-Year Treasury Constant Maturity Rate (FED)	Banco de la Reserva Federal de St. Louis
10-Year Treasury Constant Maturity Rate (FED)	Banco de la Reserva Federal de St. Louis
Producto Interno Bruto (PIB)	Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE)
Expectativas de la Tasa de Cambio	Encuesta realizada por el Banco de la República de Colombia

Anexo 4: Estadística descriptiva de las variables seleccionadas

VARIABLES	Mean	Median	Max	Min	Sd. Dev.	Skew	Kurt	JB test
$r_{3m,t}$	6.103	5.872	10.821	1.651	2.141	0.177	-1.077	0.009
$r_{6m,t}$	6.282	5.966	10.366	2.546	2.132	0.270	-1.227	0.001
$r_{9m,t}$	6.468	6.008	10.628	3.238	2.159	0.374	-1.244	0.000
$r_{12m,t}$	6.658	6.041	10.870	3.585	2.198	0.466	-1.205	0.000
$r_{36m,t}$	7.889	6.919	14.978	4.050	2.601	0.781	-0.529	0.000
$r_{60m,t}$	8.651	7.675	16.257	4.434	2.790	0.855	-0.256	0.000
$r_{120m,t}$	9.429	8.707	16.063	5.086	2.758	0.869	-0.295	0.002
i_t	5.882	6.000	10.000	3.000	1.990	0.364	-0.786	0.015
$tcTF_t$	8.750	7.051	32.390	-5.023	7.443	1.128	1.256	0.000
$tcTV_t$	-33.489	-31.643	63.961	-98.236	33.887	0.534	0.779	0.001
π_t	4.651	4.559	8.965	1.760	1.813	0.262	-0.922	0.017
$Embi_t$	250.039	209.500	664.00	120.000	108.027	1.324	1.313	0.000
Vix_t	18.814	16.315	59.890	9.510	8.263	2.114	5.660	0.000
$tcPIB_t$	4.239	4.011	8.208	0.054	1.954	0.090	-0.917	0.044
usa_{1t}	1.437	0.608	5.217	0.097	1.617	1.188	-0.001	0.000
usa_{10t}	3.195	3.186	5.110	1.504	1.047	0.115	-1.366	0.001
$expTC_t$	2.175	-0.874	55.059	-26.192	15.314	1.107	1.011	0.000

Anexo 5 Pruebas de Estacionariedad de las series utilizadas

Variables	ADF		Phillips-Perron	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
<i>spd</i> _{3m,t}	-2.707	0.006 ***	-2.471	0.013 **
<i>spd</i> _{6m,t}	-3.108	0.002 ***	-2.970	0.003 ***
<i>spd</i> _{9m,t}	-3.547	0.000 ***	-3.324	0.001 ***
<i>spd</i> _{12m,t}	-3.662	0.000 ***	-3.456	0.000 ***
<i>spd</i> _{36m,t}	-3.342	0.001 ***	-3.175	0.001 ***
<i>spd</i> _{60m,t}	-2.940	0.003 ***	-2.805	0.005 ***
<i>spd</i> _{120m,t}	-2.132	0.032 ***	-2.215	0.026 ***
<i>i</i> _t	-3.034	0.034 ***	-1.840	0.360
<i>tcTF</i> _t	-2.497	0.118	-3.025	0.035 ***
<i>tcTV</i> _t	-3.147	0.025 ***	-3.084	0.029 ***
<i>π</i> _t	-2.313	0.169	-1.251	0.194
<i>Embi</i> _t	-3.973	0.002 ***	-3.995	0.002 ***
<i>Vix</i> _t	-3.823	0.003 ***	-3.868	0.003 ***
<i>tcPIB</i> _t	-4.519	0.000 ***	-2.296	0.175
<i>spdUSA</i> _t	-1.289	0.181	-1.317	0.173
<i>expTC</i> _t	-2.085	0.036 ***	-3.026	0.003 ***

Para el contraste estadístico se usaron los valores críticos de MacKinnon (1996).

El número de rezagos para el test de Dickey–Fuller (ADF) se hizo con base en el Criterio de Información de Schwarz.

Nivel significancia estadística al 10% (*), 5% (**) y 1% (***).

Anexo 6: Prueba de Robustez de los estimadores de MCO

Cuadro 2: Prueba de Especificación de Ramsey RESET

Variables	<i>spd</i> _{3m,t}		<i>spd</i> _{6m,t}		<i>spd</i> _{6m,t}	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
t - statistic	1.3375	0.1829	2.471	1.3375	2.471	1.3375
F - statistic	1.7891	0.1829	2.970	1.3375	2.970	1.3375
Likelihood ratio	1.9560	0.1619	3.324	1.3375	3.324	1.3375

Variables	<i>spd</i> _{12m,t}		<i>spd</i> _{36m,t}		<i>spd</i> _{60m,t}	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
t - statistic	1.3375	0.1829	2.471	1.3375	2.471	1.3375
F - statistic	1.7891	0.1829	2.970	1.3375	2.970	1.3375
Likelihood ratio	1.9560	0.1619	3.324	1.3375	3.324	1.3375

Variables	<i>spd</i> _{120m,t}	
	Test stats	p-valor
t - statistic	1.3375	0.1829
F - statistic	1.7891	0.1829
Likelihood ratio	1.9560	0.1619

La prueba de Ramsey está diseñada para detectar relaciones no lineales significativas en un modelo de regresión lineal. La hipótesis nula de la prueba de Ramsey dice que el modelo está correctamente especificado.

Nivel significancia estadística al 10% (*), 5% (**) y 1% (***)

Cuadro 3: Prueba de Estacionariedad de los residuales

Variables	ADF		Phillips-Perron	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
<i>res spd</i> _{3m,t}	-4.854	0.000 ***	-4.945	0.000 ***
<i>res spd</i> _{6m,t}	-5.080	0.000 ***	-5.008	0.000 ***
<i>res spd</i> _{9m,t}	-4.885	0.000 ***	-5.130	0.000 ***
<i>res spd</i> _{12m,t}	-5.783	0.000 ***	-5.719	0.000 ***
<i>res spd</i> _{36m,t}	-6.417	0.000 ***	-5.406	0.000 ***
<i>res spd</i> _{60m,t}	-7.322	0.000 ***	-5.293	0.000 ***
<i>res spd</i> _{120m,t}	-7.042	0.000 ***	-5.656	0.000 ***

Para el contraste estadístico se usaron los valores críticos de MacKinnon (1996).

El número de rezagos para el test de Dickey-Fuller (ADF) se hizo con base en el Criterio de Información de Schwarz.

Nivel significancia estadística al 10% (*), 5% (**) y 1% (***)

Cuadro 4: Pruebas de Normalidad de los residuales

Pruebas	<i>spd</i> _{6m,t}		<i>spd</i> _{9m,t}		<i>spd</i> _{12m,t}	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
Skweness test	-0.1294	0.462	0.1056	0.562	0.1026	0.565
Kurtosis test	3.0334	0.928	2.7602	0.480	3.7561	0.030
Jarque-Bera test	0.5025	0.758	0.7532	0.661	4.5279	0.070
Shapiro-Wilk test	0.9946	0.772	0.9959	0.921	0.9884	0.158
Lilliefors test	0.0312	0.943	0.0358	0.835	0.0437	0.559
Shapiro-Francia test	0.9938	0.587	0.9959	0.858	0.9859	0.069
Anderson-Darling test	0.2281	0.810	0.2043	0.873	0.4443	0.282

Pruebas	<i>spd</i> _{36m,t}		<i>spd</i> _{60m,t}		<i>spd</i> _{120m,t}	
	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor	Test stats	p-valor
Skweness test	0.1877	0.294	0.2168	0.218	0.2644	0.132
Kurtosis test	3.3841	0.248	3.1300	0.719	2.9867	0.970
Jarque-Bera test	2.1277	0.297	1.5114	0.416	2.0643	0.302
Shapiro-Wilk test	0.9892	0.199	0.9900	0.256	0.9935	0.627
Lilliefors test	0.0488	0.381	0.0586	0.145	0.0374	0.789
Shapiro-Francia test	0.9867	0.087	0.9884	0.142	0.9939	0.596
Anderson-Darling test	0.5006	0.205	0.5578	0.148	0.2422	0.766

Hipótesis nula para todas las pruebas presentadas es normalidad en los residuales.

Nivel significancia estadística al 10% (*), 5% (**) y 1% (***)

Anexo 7: Prueba de Causalidad de Granger

La noción de causalidad desarrollada por Granger (1969) ha sido de gran importancia tanto en la econometría teórica como aplicada, pues ha dado sustento a una gran diversidad de análisis empíricos. En su versión más simple, la idea central detrás de la definición de causalidad es comprobar si los resultados de una variable sirven para predecir el comportamiento de otra variable, de esta manera, se dice que una variable x causa a una variable y , si al añadir las observaciones pasadas de x a la ecuación de y , se genera un incremento en la capacidad explicativa, en otras palabras, x causa a y si x contribuye a la estimación de y .

Para definir si existe o no causalidad, se debe estimar dos modelos, en donde:

- El modelo no-restringido contiene todas las variables de la regresión.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_i x_{t-i} + \varepsilon_t$$

- El modelo restringido descarta la o las variables analizadas

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \eta_t$$

Posteriormente se compara la suma de residuos al cuadrado de ambos modelos, y por medio de una prueba de significancia grupas basado en los estadísticos de Wald para hipótesis conjuntas, se evalúa la hipótesis nula, que advierte la no causalidad entre las variables seleccionadas.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \dots = \beta_P = 0$$

$$H_1 : \text{Almenos un } \beta_i \neq 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots p$$

Por tanto, al no rechazar la hipótesis nula se está asumiendo estricta exogeneidad de las variables, es decir, se está asumiendo que una variable explicativa es estadísticamente independiente de los valores de todas las perturbaciones aleatorias del modelo para todos los periodos Sims(1972). En el marco multivariado, el concepto es similar, sin embargo el análisis se construye a partir de un bloque de variables utilizando estructuras vectoriales, el documento de Trivez (1991) explica en mayor detalle la construcción y desarrollo de la prueba de causalidad de Granger para modelos de ecuaciones simultaneas.

Anexo 8: Resultados de las pruebas multivariadas de Causalidad de Granger

Variables	<i>spd</i> _{6m,t}		<i>spd</i> _{9m,t}		<i>spd</i> _{12m,t}	
	Chi-sq	Prob	Chi-sq	Prob	Chi-sq	Prob
<i>Embi</i> _t	17.29145	0.0002	19.67008	0.0001	19.90862	0.0000
<i>tcTV</i> _t	6.978831	0.0305	6.891971	0.0319	7.054755	0.0294
<i>tcTF</i> _t	3.052948	0.2173	3.357907	0.1866	4.665398	0.0970
<i>expTC</i> _t	1.125113	0.5698	1.142857	0.5647	1.202919	0.5480
π_t	6.609577	0.0367	7.976182	0.0185	7.009888	0.0300
<i>tcPIB</i> _t	6.841386	0.0515	5.946859	0.0778	6.099669	0.0570
Total	40.11431	0.0001	42.45654	0.0000	41.98645	0.0001

Variables	<i>spd</i> _{36m,t}		<i>spd</i> _{60m,t}		<i>spd</i> _{120m,t}	
	Chi-sq	Prob	Chi-sq	Prob	Chi-sq	Prob
<i>Embi</i> _t	20.67574	0.0000	17.80249	0.0001	12.377234	0.0034
<i>tcTV</i> _t	6.234355	0.0443	5.652061	0.0611	9.503099	0.0086
<i>tcTF</i> _t	7.317100	0.0258	6.115700	0.0470	4.267139	0.0992
<i>expTC</i> _t	8.012925	0.0182	5.826391	0.0543	12.12207	0.0023
π_t	0.485523	0.7845	0.379596	0.8271	1.073472	0.5847
<i>tcPIB</i> _t	4.527530	0.1068	4.429214	0.1056	6.928760	0.0313
Total	42.04484	0.0000	42.99600	0.0000	43.61561	0.0000

Anexo 9: Descomposición de Varianza

La descomposición de varianza es un método alternativo a la función impulso respuesta que examina, en distintos horizontes del tiempo, el porcentaje de volatilidad del error de pronóstico de una variable consecuencia de sus propios choques y de los choques de las demás variables del sistema; en otras palabras, esta metodología permite identificar qué porcentaje del comportamiento futuro de una variable es atribuido a las otras variables del modelo. Por lo general, la mayor parte de la varianza del error de pronóstico es atribuido a los propios choques, sin embargo, de existir cierto grado de dependencia entre las variables, el comportamiento de una variable puede ser explicado por variaciones de las otras variables del VAR.

Teniendo en cuenta la representación MA de un modelo VAR:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \theta_i \varepsilon_{t-i}$$

para el caso de dos variables, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \theta_{11,i} & \theta_{12,i} \\ \theta_{21,i} & \theta_{22,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-i} \\ \varepsilon_{2t-i} \end{bmatrix}$$

por lo tanto, las ecuaciones correspondientes a la primera y segunda variable son:

$$y_{1t} = \varepsilon_{1t} + \theta_{11,1}\varepsilon_{1t-1} + \theta_{12,1}\varepsilon_{2t-1} + \theta_{11,2}\varepsilon_{1t-2} + \theta_{12,2}\varepsilon_{2t-2} + \dots$$

$$y_{2t} = \varepsilon_{2t} + \theta_{21,1}\varepsilon_{1t-1} + \theta_{22,1}\varepsilon_{2t-1} + \theta_{21,2}\varepsilon_{1t-2} + \theta_{22,2}\varepsilon_{2t-2} + \dots$$

La varianza del error de pronóstico de la primera variable un paso adelante es:

$$e_1(1) = y_{t+1} - E_t(y_{t+1})$$

$$y_{1t+1} = \varepsilon_{1t+1} + \theta_{11,1}\varepsilon_{1t} + \theta_{12,1}\varepsilon_{2t} + \theta_{11,2}\varepsilon_{1t-1} + \theta_{12,2}\varepsilon_{2t-1} + \dots$$

$$E_t(y_{1t+1}) = \theta_{11,1}\varepsilon_{1t} + \theta_{12,1}\varepsilon_{2t} + \theta_{11,2}\varepsilon_{1t-1} + \theta_{12,2}\varepsilon_{2t-1} + \dots$$

Luego

$$e_1(1) = \varepsilon_{1t+1}$$

$$Var(e_1(1)) = \sigma_1^2$$

Ahora, la varianza del error de pronóstico de la primera variable dos pasos adelante es:

$$y_{1t+2} = \varepsilon_{1t+2} + \theta_{11,1}\varepsilon_{1t+1} + \theta_{12,1}\varepsilon_{2t+1} + \theta_{11,2}\varepsilon_{1t} + \theta_{12,2}\varepsilon_{2t} + \dots$$

$$E_t(y_{1t+2}) = \theta_{11,2}\varepsilon_{1t} + \theta_{12,2}\varepsilon_{2t} + \dots$$

$$e_1(2) = \varepsilon_{1t+2} + \theta_{11,1}\varepsilon_{1t+1} + \theta_{12,1}\varepsilon_{2t+1}$$

$$Var(e_1(2)) = \sigma_1^2 + \theta_{11,1}^2\sigma_1^2 + \theta_{12,1}^2\sigma_2^2$$

Por lo tanto la descomposición de varianza es:

$$1 = \frac{\sigma_1^2 [1 + \theta_{11,1}^2]}{Var(e_1(2))} + \frac{\theta_{12,1}^2\sigma_2^2}{Var(e_1(2))}$$

de manera similar es el cálculo de la descomposición de varianza h pasos adelante.

Anexo 10: Resultados de la Descomposición de Varianza

Descomposición de varianza del *spread* a 6 meses

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 6m
1	23.88	0.271	0.195	0.094	0.000	0.095	4.397	94.946
2	31.61	1.843	0.691	0.077	0.080	0.671	5.843	90.793
3	36.49	3.035	1.095	0.054	0.300	4.362	5.875	85.278
4	40.45	3.995	0.927	0.214	0.467	6.816	7.602	79.977
5	43.81	4.954	0.796	1.565	0.505	9.183	8.164	74.832
6	46.65	5.898	0.753	2.021	0.489	10.892	9.647	70.297
7	49.07	6.762	0.733	2.519	0.466	11.831	11.081	66.605
8	51.16	7.502	0.714	3.017	0.444	12.151	12.451	63.719
9	52.98	8.094	0.691	3.475	0.427	12.084	13.731	61.496
10	54.57	8.527	0.668	3.863	0.413	11.841	14.899	59.787
11	55.96	8.805	0.648	4.169	0.403	11.562	15.938	58.473
12	57.18	8.951	0.632	4.391	0.394	11.321	16.844	57.466
13	58.25	8.991	0.619	4.539	0.388	11.139	17.621	56.700
14	59.19	8.962	0.610	4.629	0.383	11.009	18.281	56.123
15	60.03	8.894	0.604	4.674	0.379	10.920	18.836	55.691
16	60.76	8.813	0.598	4.691	0.376	10.855	19.298	55.367
17	61.40	8.736	0.594	4.687	0.373	10.806	19.682	55.120
18	61.97	8.674	0.590	4.675	0.370	10.766	19.996	54.925
19	62.48	8.634	0.587	4.659	0.368	10.732	20.251	54.767
20	62.94	8.615	0.584	4.642	0.366	10.703	20.454	54.633

Descomposición de varianza del *spread* a 9 meses

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 9m
1	23.83	0.586	0.271	0.026	0.006	0.003	3.232	95.876
2	31.44	1.623	0.619	0.009	0.136	0.169	4.175	93.267
3	36.29	2.783	0.756	1.047	0.424	3.132	5.198	86.658
4	40.20	3.857	0.570	1.293	0.615	6.763	5.151	81.748
5	43.46	4.929	0.574	1.687	0.644	8.439	7.061	76.663
6	46.21	5.926	0.663	2.135	0.616	9.688	8.930	72.038
7	49.57	6.769	0.735	2.585	0.580	10.375	10.744	68.209
8	50.62	7.432	0.771	3.007	0.549	10.589	12.462	65.187
9	52.43	7.916	0.779	3.371	0.523	10.508	14.051	62.850
10	54.04	8.230	0.769	3.659	0.503	10.301	15.481	61.054
11	55.46	8.394	0.752	3.867	0.487	10.086	16.740	59.671
12	56.73	8.437	0.734	4.001	0.474	9.919	17.825	58.607
13	57.86	8.396	0.718	4.074	0.463	9.813	18.744	57.790
14	58.86	8.304	0.704	4.102	0.454	9.754	19.515	57.164
15	59.76	8.191	0.692	4.101	0.446	9.727	20.156	56.685
16	60.55	8.081	0.682	4.083	0.440	9.714	20.684	56.312
17	61.26	7.988	0.675	4.058	0.436	9.707	21.116	56.017
18	61.90	7.922	0.668	4.031	0.433	9.701	21.467	55.775
19	62.98	7.885	0.663	4.007	0.432	9.693	21.748	55.569
20	62.98	7.877	0.659	3.986	0.434	9.685	21.969	55.386

Descomposición de varianza del *spread* a 1 año

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 12m
1	23.76	0.773	0.061	1.157	1.098	0.686	0.342	95.883
2	31.22	1.424	0.021	1.083	2.295	0.306	0.136	94.735
3	36.05	2.541	0.075	1.933	2.639	1.196	0.299	91.316
4	39.91	3.628	0.326	2.933	2.843	1.291	1.991	86.988
5	43.10	4.659	0.683	3.034	2.869	1.666	4.886	82.204
6	45.77	7.536	1.057	3.176	2.833	2.046	5.643	77.709
7	48.06	8.200	1.406	5.291	2.787	2.318	5.101	73.897
8	50.09	8.654	1.705	7.307	2.746	2.483	6.264	70.841
9	51.89	8.926	1.939	9.171	2.712	2.567	6.226	68.458
10	53.53	9.048	2.102	10.845	2.683	2.598	6.107	66.618
11	55.01	9.051	2.198	12.308	2.659	2.598	5.995	65.191
12	56.34	8.972	2.240	13.554	2.640	2.584	5.936	64.074
13	57.55	8.848	2.242	14.595	2.623	2.564	5.937	63.191
14	58.63	8.710	2.221	15.449	2.610	2.543	5.983	62.485
15	59.62	8.584	2.188	16.140	2.601	2.524	6.053	61.911
16	60.49	8.489	2.154	16.692	2.595	2.507	6.129	61.434
17	61.29	8.435	2.124	17.129	2.594	2.492	6.198	61.028
18	62.01	8.425	2.102	17.468	2.598	2.480	6.257	60.670
19	62.65	8.460	2.087	17.727	2.607	2.470	6.303	60.346
20	63.22	8.533	2.080	17.918	2.623	2.461	6.339	60.046

Descomposición de varianza del *spread* a 3 años

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 36m
1	24.11	0.643	1.524	0.348	6.813	0.319	2.623	87.731
2	31.56	0.282	1.565	0.131	2.245	0.724	2.861	92.192
3	36.50	0.652	1.671	0.390	1.217	1.143	2.629	92.299
4	40.51	1.836	1.637	1.252	1.220	1.760	2.325	89.971
5	43.81	3.293	1.529	2.623	1.632	2.333	2.099	86.492
6	46.51	4.546	1.436	4.348	2.114	2.789	1.985	82.781
7	48.74	5.464	1.380	6.261	2.484	3.112	1.983	79.317
8	50.65	6.066	1.361	8.198	2.681	3.305	2.092	76.298
9	52.30	6.418	1.370	10.028	2.719	3.384	2.312	73.769
10	53.78	6.593	1.403	11.658	2.651	3.374	2.637	71.684
11	55.11	6.652	1.452	13.041	2.541	3.307	3.045	69.961
12	56.31	6.642	1.515	14.163	2.450	3.211	3.504	68.516
13	57.41	6.594	1.589	15.037	2.418	3.111	3.976	67.275
14	58.40	6.527	1.673	15.694	2.469	3.024	4.428	66.185
15	59.30	6.453	1.769	16.171	2.606	2.957	4.834	65.210
16	60.11	6.378	1.875	16.505	2.822	2.915	5.181	64.324
17	60.83	6.306	1.992	16.730	3.100	2.895	5.466	63.511
18	61.48	6.239	2.121	16.873	3.423	2.892	5.692	62.760
19	62.05	6.176	2.261	16.956	3.775	2.902	5.867	62.063
20	62.56	6.118	2.410	16.996	4.140	2.919	6.001	61.416

Descomposición de varianza del *spread* a 5 años

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 60m
1	24.27	0.544	0.485	3.278	10.618	3.363	1.044	80.668
2	31.86	0.922	0.935	3.846	5.392	3.170	0.654	85.081
3	36.89	2.106	1.283	4.038	3.239	3.016	0.330	85.988
4	41.01	3.865	1.719	4.180	2.417	2.817	0.498	84.504
5	44.47	5.600	2.087	4.427	2.195	2.627	1.079	81.986
6	47.32	6.979	2.358	4.837	2.217	2.495	1.945	79.169
7	49.68	7.958	2.526	5.422	2.287	2.425	2.972	76.410
8	51.66	8.592	2.600	6.171	2.315	2.410	4.040	73.872
9	53.34	8.959	2.595	7.050	2.284	2.438	5.054	71.619
10	54.79	9.136	2.533	8.010	2.213	2.500	5.949	69.659
11	56.07	9.186	2.439	8.989	2.144	2.588	6.690	67.964
12	57.20	9.158	2.338	9.928	2.120	2.694	7.268	66.494
13	58.22	9.086	2.248	10.777	2.171	2.815	7.692	65.209
14	59.13	8.992	2.182	11.506	2.314	2.948	7.985	64.073
15	59.95	8.890	2.146	12.101	2.544	3.089	8.172	63.057
16	60.69	8.787	2.137	12.566	2.850	3.239	8.279	62.142
17	61.35	8.688	2.153	12.913	3.209	3.396	8.329	61.313
18	61.94	8.596	2.185	13.163	3.598	3.559	8.338	60.562
19	62.47	8.510	2.226	13.337	3.998	3.728	8.321	59.880
20	62.93	8.432	2.272	13.454	4.391	3.901	8.287	59.263

Descomposición de varianza del *spread* a 10 años

Period	S.E.	Embi	tcTV	tcTF	expTC	π	tcPIB	spd 120m
1	23.43	2.874	0.482	0.023	3.320	0.670	0.973	91.658
2	32.21	3.654	0.739	0.184	3.800	0.967	0.801	89.855
3	38.60	5.227	2.880	0.410	3.272	0.686	0.760	86.765
4	44.20	7.991	4.407	0.870	2.763	0.515	0.749	82.704
5	49.17	8.951	4.830	1.607	4.420	1.539	0.814	77.839
6	53.52	13.619	4.599	2.687	4.197	1.674	0.963	72.262
7	57.34	18.239	4.126	4.109	4.049	1.830	1.199	66.447
8	60.75	22.159	3.636	5.827	3.948	1.964	1.524	60.942
9	63.81	25.036	3.219	7.762	3.874	2.068	1.941	56.099
10	66.55	26.822	2.891	9.833	3.817	2.150	2.447	52.039
11	68.99	27.662	2.642	10.958	4.769	2.220	3.030	48.721
12	71.15	27.780	2.452	13.061	4.726	2.283	3.670	46.029
13	73.05	27.412	2.306	15.074	4.687	2.345	4.340	43.836
14	74.70	26.765	2.192	16.942	4.654	2.407	5.010	42.030
15	76.14	25.999	2.104	18.625	4.625	2.468	5.651	40.528
16	77.39	25.225	2.035	20.099	4.604	2.526	6.240	39.270
17	78.48	24.514	1.983	21.354	4.592	2.581	6.759	38.217
18	79.42	23.900	1.944	22.395	4.590	2.629	7.199	37.343
19	80.25	23.394	1.916	23.232	4.599	2.670	7.559	36.629
20	80.97	22.994	1.898	23.883	4.622	2.703	7.841	36.059

