

18. RELACIONES CREDITICIAS Y RIESGO DE CONTAGIO EN EL MERCADO INTERBANCARIO NO COLATERALIZADO COLOMBIANO

**Laura Capera Romero
Juan Lemus Esquivel
Dairo Estrada***

El mercado interbancario es un mecanismo importante de distribución de excedentes de liquidez entre las entidades financieras, ya que puede proveer cobertura frente a las dificultades que puedan presentar los participantes para cumplir con sus obligaciones de corto plazo (Bhattacharya y Gale, 1987), así como facilitar el cumplimiento de los requisitos de reserva bancaria. Un resultado usual de los modelos que analizan el mercado interbancario es que su correcto funcionamiento es importante no solo para garantizar que los intermediarios financieros puedan acceder a fuentes de liquidez, sino para permitir el acceso de hogares y empresas a un flujo de financiación estable e intermediado por el sistema financiero (Freixas *et al.*, 2011).

La asignación eficiente de recursos en el mercado interbancario es particularmente importante en momentos de crisis, en la medida en que varias entidades pueden tener una mayor demanda por recursos líquidos. No obstante, como muestran Acharya *et al.* (2012), los participantes del mercado interbancario pueden reducir su disponibilidad de atender la demanda de liquidez en escenarios de crisis, como el ocurrido en 2008, por lo que el mecanismo de asignación puede fallar en su objetivo de proveer liquidez, en particular a las entidades más afectadas. De esta forma, la asignación de recursos en este mercado puede depender del poder de negociación que tengan las entidades, es decir, del tipo de relaciones que se construyen entre sus participantes (deudores y acreedores).

En mercados donde se conocen de antemano las características de la contraparte, es decir, donde el mecanismo de negociación no es anónimo, las relaciones entre deudores y acreedores pueden tener efectos sobre la manera como se distribuyen los excedentes de

* Los autores son, en su orden, profesionales especializados del Departamento de Estabilidad Financiera del Banco de la República, e investigador principal de la Unidad de Investigaciones del Banco de la República. Las opiniones contenidas en este documento son exclusivas de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva, como tampoco a Finagro. Los autores son responsables de los errores y omisiones que persistan.

liquidez, dado que consideraciones sobre la idoneidad de la contraparte determinan las condiciones de la transacción, tales como el monto prestado y el costo de la financiación (Cocco *et al.*, 2009). Un ejemplo es el mercado interbancario no colateralizado (MINC), el cual se caracteriza por una interacción repetida entre un grupo reducido de agentes, lo que puede dar lugar a equilibrios distintos a los observados en un mercado anónimo, dado que los agentes actúan basándose en las estrategias que sus contrapartes pueden adoptar en el futuro. Lo anterior es de especial importancia en episodios de baja liquidez, donde las entidades deciden reducir su oferta de recursos a sus contrapartes. Al respecto, Carlin *et al.* (2007) señalan que en el MINC las estrategias de cooperación entre los agentes pueden reducir la frecuencia de las situaciones de baja liquidez; sin embargo, aumentan el riesgo de contagio, por el mayor número de conexiones.

El efecto de las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio en el MINC ha sido abordado por varios autores: Ladley (2010) utiliza un modelo teórico para mostrar los efectos que puede tener la estructura de este mercado sobre la vulnerabilidad de los bancos ante choques individuales o sistémicos. Una mayor cantidad de conexiones en el mercado permite compartir los efectos de los choques individuales, por lo que el número de entidades que entran en *default* disminuye. No obstante, ante choques de carácter sistémico, la conectividad óptima puede variar dependiendo del tamaño del choque; de esta forma, un mayor número de conexiones ayuda a prevenir el contagio si el choque es pequeño, pero podría tener el efecto contrario si es de gran magnitud. Por su parte, utilizando un enfoque empírico, Cocco *et al.* (2009) y Bräuning y Fecht (2012) concluyen que la existencia de estas relaciones permite explicar los diferenciales en la tasa de interés aplicada a las entidades que participan en el MINC.

En este documento se busca responder si las interacciones entre los agentes participantes en el MINC en Colombia conllevan a una mayor materialización del riesgo de contagio ante una situación de baja liquidez. Para tal fin se identifican las relaciones entre las entidades del MINC mediante indicadores que recogen el orden de preferencia de una entidad frente a sus acreedores y deudores en el tiempo, similares a los propuestos por Cocco *et al.* (2009). Posteriormente, se estima un modelo utilizando la técnica de regresión beta, con la cual se identifican los efectos que pueden tener sobre estos indicadores las consideraciones de tamaño, rentabilidad, liquidez y solvencia de las contrapartes. Finalmente, con el propósito de examinar el papel que tienen estas relaciones crediticias en la provisión de liquidez de las entidades, se realiza un ejercicio de riesgo de contagio similar al propuesto por Estrada y Morales (2009), donde las preferencias de los agentes con respecto a sus principales deudores y acreedores se incorporan mediante el costo de reducir la oferta de liquidez a las contrapartes¹. Las bases de datos utilizadas en esta investigación se construyeron a partir de los registros de transacciones del Sistema de Cuentas de Depósito (CUD), administrados por el Banco de la República.

1 A diferencia de lo propuesto por estos autores, y como se explicará en más detalle, en este ejercicio se supone que este costo (reducir la oferta de liquidez a una contraparte) no es aleatorio, sino que obedece al grado de dependencia que tienen las entidades frente a sus acreedores más importantes. Los resultados se comparan con el escenario de costos aleatorios de reducir la liquidez, con lo que es posible analizar el efecto de las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio.

Una ventaja importante del presente trabajo es el uso del indicador de riesgo de liquidez (IRL), introducido por la Superintendencia Financiera de Colombia en 2009², el cual permite conocer el descalce entre los requerimientos netos de corto plazo y los activos de alta liquidez. Esta medida permite monitorear el riesgo de liquidez de fondeo de las entidades del sistema financiero, aportando ventajas importantes frente a los indicadores que pueden construirse con base en información de balance, ya que permite conocer con precisión las necesidades de liquidez que tienen las entidades en el corto plazo y los recursos con que estas cuentan para respaldar sus obligaciones. En contraste, la información de balance no se encuentra discriminada según vencimientos.

Adicionalmente, al considerar los flujos de egresos e ingresos contractuales y no contractuales, el IRL permite identificar y clasificar las fuentes de fondeo según su importancia, lo cual, para propósitos de esta investigación, es valioso en la medida en que permite aislar los flujos provenientes y destinados al MINC. En segundo lugar, esta desagregación permite incorporar un escenario de baja liquidez en el mercado, lo que es más realista en comparación con aquellos que se pueden obtener utilizando información de balance.

Los resultados de los ejercicios empíricos de este trabajo muestran que las entidades del MINC tienden a concentrar sus operaciones con un número reducido de acreedores y deudores, al tiempo que algunos participantes actúan recurrentemente como demandantes u oferentes netos. La decisión de una entidad de realizar transacciones con determinado acreedor o deudor depende de diferentes factores, por ejemplo, del nivel de los activos y de la rentabilidad de la contraparte. Al introducir las relaciones crediticias observadas en un ejercicio que mide el impacto del riesgo de contagio, se encuentra que la materialización de este riesgo es mayor en comparación con un escenario donde las entidades son indiferentes frente a sus fuentes de fondeo, tanto en términos del monto que se deja de ofrecer en el interbancario como en relación con el número de entidades con oferta y demanda de liquidez insatisfechas. Lo anterior indica que la estructura presente en el MINC lo hace más vulnerable al riesgo de contagio, pues las entidades dependen de un número limitado y específico de acreedores.

El documento se divide en cinco partes, luego de esta introducción. En la primera sección se presenta una breve revisión de la literatura sobre el MINC. La segunda describe las principales características del MINC en Colombia. En la tercera se presentan algunas medidas que permiten identificar las relaciones crediticias presentes en el mercado interbancario y haciendo uso de la metodología de regresión beta, explicarlas mediante características financieras de las entidades. Posteriormente, se presenta un modelo de riesgo de contagio, similar al propuesto por Estrada y Morales (2009), donde se tienen en cuenta las interacciones de las entidades. El documento termina con algunos comentarios finales a partir de los resultados.

2 Este indicador permite medir el descalce de liquidez que presenta la entidad en determinado horizonte de tiempo, de manera similar al *liquidity coverage ratio* (LCR) propuesto por el Comité de Basilea. Aspectos relacionados con el cálculo y reporte de este indicador pueden consultarse en el Anexo II del capítulo VI de la Circular Básica Contable y Financiera, y en la Circular Externa 044 de diciembre de 2011, expedidas por la Superintendencia Financiera de Colombia.

1. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Los mercados interbancarios son de gran importancia para el sistema financiero porque permiten redistribuir los excedentes de liquidez entre las entidades superavitarias y deficitarias, suavizando los choques a los que estas pueden verse expuestas en el desarrollo de su actividad de intermediación financiera. Su importancia, estructura y funcionamiento han sido abordados por una literatura creciente, en particular luego de la crisis financiera más reciente.

Siguiendo a Allen *et al.* (2011), en el caso de aquellas entidades con la capacidad de suministrar liquidez al mercado, la importancia del mercado interbancario radica en que el costo de oportunidad de mantener recursos que garantizan liquidez inmediata en su balance es muy alto frente a la alternativa de poderlos prestar y obtener rendimientos, mientras que por el lado de las entidades que demandan liquidez, este mercado resulta fundamental en la medida en que brinda la posibilidad de lidiar con choques idiosincrásicos sin renunciar a proyectos de inversión que podrían garantizar condiciones óptimas de rentabilidad en el largo plazo (Acharya *et al.*, 2012).

Como señalan Freixas *et al.* (2011), la última crisis financiera global mostró la estrecha relación entre el funcionamiento de este mercado y la transmisión de la política monetaria, e impuso nuevos retos acerca del papel que debe desempeñar el banco central en cuanto a promover la estabilidad del sistema financiero. En efecto, la intervención de un prestamista de última instancia limita el precio que las entidades pueden cobrar por proveer liquidez en el mercado interbancario, incluso puede reducir la demanda de recursos líquidos por parte de las entidades en este mercado. Dado a lo anterior, los autores señalan la importancia de este mecanismo de negociación, debido a que la tasa de interés que se forma por la interacción de todos los participantes determina: i) decisiones de composición de portafolio *ex ante*, así como, ii) las estrategias que pueden tomar las entidades ante choques individuales de liquidez.

Aunque los mercados interbancarios, por lo general, distribuyen los excedentes de liquidez entre sus participantes de manera eficiente, la evidencia empírica muestra que en escenarios de crisis los bancos con excedentes tienen ventajas en la negociación sobre los deficitarios, lo que conduce a que estas últimas entidades se enfrenten a dificultades para fondearse. Los trabajos de Freixas *et al.* (2011) y Allen y Gale (2000) muestran que el funcionamiento del mercado interbancario en épocas de crisis está determinado por su estructura y por las asimetrías en la información. Acharya *et al.* (2012), por su parte, sostienen que cuando la distribución de los excesos está altamente sesgada en beneficio de algunas entidades, y las opciones de financiación fuera del interbancario son pocas para los deficitarios, las entidades superavitarias puede racionar la liquidez a otros bancos con el objetivo de participar en una eventual liquidación.

El mercado interbancario recoge dos tipos de transacciones: aquellas que tienen un colateral y los préstamos directos entre bancos. Las primeras representan una fuente de fondeo de mayor importancia para las entidades en la medida en que la presencia de un colateral puede reducir significativamente los costos de financiación, al igual que mitiga el riesgo crediticio para las contrapartes; adicionalmente, las transacciones en el mercado colateralizado pueden estar relacionadas con estrategias de recomposición de portafolio y no con la demanda de liquidez suscitada por un choque, por lo que normalmente el volumen de

las operaciones es mayor que en el mercado no colateralizado. No obstante, Heider y Hoerova (2009) encuentran que en momentos de crisis las tensiones generadas en el mercado no colateralizado pueden tener efectos sobre el colateralizado, generando altas volatilidades de las tasas de los repos, en particular si hay escasez de títulos que se consideren suficientemente líquidos en el mercado; por lo que el estudio de las interacciones de los agentes en este escenario de negociación es de gran importancia.

Es necesario resaltar que los mecanismos de negociación son distintos en ambos mercados: en el colateralizado puede ser anónima y canalizada en una central de contraparte, mientras que en el segundo los préstamos son directos y las condiciones se pactan caso por caso, lo que hace que en este último la información sobre el riesgo de crédito de la contraparte tenga un papel fundamental. Carlin *et al.* (2007), por ejemplo, señalan que los participantes en el mercado no colateralizado interactúan con pocos agentes y de manera repetida, lo que puede conducirlos a buscar estrategias de cooperación en momentos de alta liquidez en los mercados. En momentos de baja liquidez, dichas estrategias pueden cambiar y las interacciones entre los agentes pueden tener efectos sobre el riesgo de contagio, distintos a los que se observarían en un escenario de negociación anónimo.

Para el caso canadiense, Allen *et al.* (2011) encuentran que durante la crisis financiera más reciente las primas de los *credit default swaps* (CDS) de las entidades participantes en el mercado interbancario no colateralizado en Canadá mostraron incrementos importantes, siendo esto una señal de aumento generalizado en la probabilidad implícita de quiebra de las contrapartes de dicho mercado. Sin embargo, entre el segundo semestre de 2007 y finales de 2008 no se observaron incrementos en las necesidades de liquidez por parte de estas entidades. En efecto, el mercado privilegió a aquellos agentes pequeños y con mejor desempeño crediticio frente a las entidades grandes y con un desempeño clasificado como inferior. En el interbancario no colateralizado las estrategias de las entidades para interactuar con sus contrapartes, al igual que la percepción de confianza existente en este mercado, parecen ser consideraciones más relevantes para analizar/identificar situaciones de estrés en el nivel individual de los participantes, frente al monitoreo de otras variables de seguimiento permanente, como por ejemplo el nivel de los CDS.

Este trabajo se encuentra altamente relacionado con las contribuciones de Bräuning y Fecht (2012), quienes, a su vez, al igual que en el presente trabajo, toman como referentes empíricos y teóricos, entre otros trabajos, lo planteado y discutido en Cocco *et al.* (2009). Los autores señalan que la interacción frecuente entre los agentes del mercado interbancario no colateralizado —es decir, que entre estos se celebren transacciones de manera repetida y periódica—, garantiza el acceso a información privada (que por definición es costosa y pocos agentes tienen la oportunidad de contar con ella), permitiendo hacer una evaluación del riesgo crediticio de la contraparte. Un acreedor le otorgará un costo de financiación más bajo a aquellas contrapartes con las que frecuentemente interactúa si las considera un buen deudor con respecto a las demás entidades del mercado.

Para el caso alemán, mediante un enfoque empírico que cubre el período en el cual tuvo lugar la crisis financiera más reciente en los países desarrollados (*i. e.*: 2007-2008), los autores explican la intensidad de las relaciones entre parejas de los agentes que participan en el mercado interbancario no colateralizado, mediante características específicas medibles haciendo uso de información de balance (tales como tamaño, liquidez, entre otras). Los autores encuentran que la cercanía entre un acreedor y un deudor permite

reducir los problemas de asimetría de información que surgen al momento de determinar la idoneidad de este último, particularmente en situaciones de estrés.

Adicionalmente, los resultados de Bräuning y Fecht (2012) muestran que durante la crisis financiera global más reciente se observó que la naturaleza de las relaciones que forman los participantes del mercado interbancario no colateralizado permite que los acreedores netos identifiquen de mejor manera a aquellas contrapartes con menores niveles de riesgo de crédito y así cobrarles una tasa de interés inferior frente a otras entidades con necesidades de liquidez. A mayor intensidad de la relación entre un acreedor y un deudor, en especial si en el pasado estos se han caracterizado por realizar transacciones frecuentemente, entonces la probabilidad de que este último reciba un crédito por parte del primero será cada vez más alta. De esta forma, los autores muestran que la solidez de las relaciones del interbancario no colateralizado, lo cual depende de su historia y naturaleza, puede afectar la distribución y disponibilidad de los recursos transados. Sin embargo, a su vez, es importante resaltar que la quiebra de una entidad importante en dicho mercado, en especial de un acreedor, puede ser perjudicial para el sistema, pues aquellos deudores con quienes realizaba con frecuencia transacciones, podrían percibir un incremento importante en su costo de fondeo, llevándolos eventualmente a un posible *default*.

Finalmente, es importante hacer un recuento de los aportes que se han hecho en Colombia sobre el mercado interbancario. El documento de Cardozo *et al.* (2012) incluye una descripción detallada del manejo de la liquidez por parte del Banco de la República (banco central de Colombia) y de los mecanismos que tienen las entidades para redistribuir sus excedentes de recursos líquidos. Luego, los autores presentan un modelo donde se analizan los determinantes de la tasa del mercado interbancario no colateralizado y se estudia el papel del banco central como proveedor de liquidez.

González (2013) y González *et al.* (2013), por su parte, analizan el papel de la incertidumbre en la interacción presente en el mercado interbancario y estudian los efectos de otras facilidades de liquidez provistas por el banco central sobre el diferencial entre la tasa de política y la que se forma en el interbancario. Por último, examinan la eficiencia de este mercado a partir de comprobar si la tasa de interés resultante sigue un proceso de Martingala. Por otro lado, González (2013) construye un modelo teórico sobre el mercado interbancario no colateralizado, donde se proponen dos tipos de contratos de financiación (diferenciados por la tasa de interés), los cuales permiten que los participantes revelen su verdadero perfil de riesgo de crédito.

Martínez y León (2014), mediante un enfoque empírico con base en el análisis de redes utilizando econometría espacial, explican el margen de intermediación de las transacciones colateralizadas³ (como *proxy* de interconectividad del mercado interbancario) en función de variables idiosincrásicas de las entidades (apalancamiento financiero, tamaño y monto de recursos ofertados/demandados en el mercado interbancario). El documento realiza aportes en la descripción de los mercados monetarios, utilizando el análisis de redes y en reconocer la importancia de los efectos indirectos de redes en el costo de financiación del mercado interbancario colateralizado para el caso colombiano.

3 Los autores se limitan a analizar únicamente aquellas transacciones cuyo colateral corresponde a títulos de deuda pública (TES).

2. DATOS

En esta sección se describen las bases de datos utilizadas en el documento y se realiza un análisis preliminar de las variables y las observaciones mediante componentes principales. En la primera parte se describen algunas características de la interacción que mantienen los participantes en el MINC utilizando los registros del CUD de 2012. Posteriormente, se analizan otras variables que permiten medir la situación de liquidez y rentabilidad de los participantes del mercado, con el fin de investigar el efecto que tienen sobre las preferencias crediticias de las entidades.

2.1 Transacciones en el MINC

En Colombia las entidades financieras utilizan varios mecanismos para captar o colocar recursos en el corto plazo, entre los que se destacan el Sistema Electrónico de Negociación (SEN) y el mercado electrónico colombiano (MEC), en los que pueden pactar operaciones repo y simultáneas, y los fondos interbancarios no colateralizados.

En este documento se consideran únicamente las transacciones de fondos interbancarios no colateralizados. Este escenario de negociación no es el mecanismo de liquidez más importante para las entidades en términos de monto transado: entre 2012 y 2013 se ubicó entre COP0,38 billones (b) y COP0,5 b, mientras que en el mercado de simultáneas alcanzó valores de COP3 b y COP5,1 b. No obstante, el MINC es de especial interés para los propósitos de este documento, en primer lugar, porque el tipo de negociación que se realiza en este escenario favorece la existencia de relaciones con más información entre acreedores y deudores, dado que son directas (*i. e.*: no son anónimas, pues se conoce la contraparte) y que no existen cupos de crédito; en segundo lugar, porque las operaciones de simultáneas realizadas en el SEN y el MEC pueden estar motivadas por razones de rentabilidad y manejo de portafolio, en lugar de cubrir exclusivamente una necesidad de liquidez, como señalan Cardozo *et al.* (2012). Finalmente, como sostienen Heider y Hoerova (2009), las tensiones generadas en el MINC pueden extenderse con facilidad a mercados con colateral, generando altas volatilidades en la tasa de interés.

Los registros de las transacciones del MINC están contenidos en el CUD, que es el sistema de pagos de alto valor del país, administrado y operado por el Banco de la República. Estos corresponden a los desembolsos que se generan al momento de otorgar un préstamo o hacer la respectiva retrocesión⁴. La base de datos utilizada en este documento contiene información de las transacciones registradas entre el 1.º de diciembre de 2009 y el 31 de diciembre de 2012, en particular, incluye las contrapartes que intervienen en la operación, la fecha y su monto.

El Cuadro 1 presenta el número de entidades y su representatividad promedio en el monto transado en el MINC. Los más numerosos y quienes más transan son los bancos, seguidos por las entidades de segundo piso, las corporaciones financieras, las compañías de financiamiento comercial, los fondos de inversión y las entidades financieras especiales.

4 Siguiendo el *Manual de Operación* del Depósito Central de Valores, la retrocesión es la liquidación de una operación en la cual el deudor retorna al acreedor el monto prestado cumpliendo con las condiciones pactadas; es decir, con intereses y en pesos colombianos.

Cuadro 1
Número de entidades en el MINC

Tipo de entidad	Número de entidades	Participación (porcentaje)
Bancos	24	78,7
Entidades de segundo piso	4	9,7
Corporaciones financieras	5	8,3
Compañías de financiamiento	22	2,3
Comisionistas de bolsa	15	0,9
Sociedades fiduciarias	15	0,1
Fondos de pensiones y cesantías	5	0,0
Otros	8	0,0
Total	98	100,0

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Se restringe el análisis únicamente a aquellas transacciones en las que ambas contrapartes corresponden a bancos y corporaciones financieras. Lo anterior, debido a que para estas entidades se cuenta con mayor información acerca de la liquidez y rentabilidad con respecto a otros casos⁵. Las transacciones resultantes representan aproximadamente el 85% de los registros del CUD para el mercado interbancario durante el período de análisis.

La base del CUD contiene información de las transacciones efectivas y de algunas retrocesiones, las cuales no están debidamente identificadas. Por lo anterior, se depuró la base, con lo cual se extrajeron las transacciones que, desde varios parámetros, podrían considerarse como una retrocesión de una transacción registrada con anterioridad. Los criterios utilizados fueron: la cercanía temporal de las transacciones, la coincidencia de las contrapartes y el monto de la transacción. Se identificaron, también, posibles pagos parciales o conjuntos de préstamos anteriores entre las contrapartes. Este proceso es necesario e importante para evitar problemas de doble contabilización de la información, teniendo en cuenta que la retrocesión podría tomarse como el desembolso de un crédito, mas no como la liquidación de una operación. De esta forma se utilizarán cerca de 23.400 registros de la base original.

Los participantes del MINC pueden ser acreedores o deudores netos de recursos, según sus preferencias por otorgar o recibir liquidez. Al distinguir la base del CUD, según estos dos tipos de agentes, se encuentra que son diferentes en términos de liquidez, tamaño, riesgo de crédito y rentabilidad. El Cuadro 2 presenta algunas estadísticas de

5 En este documento, como medida de liquidez, en particular como *proxy* de riesgo de liquidez de fondeo, se hará uso del IRL. Dicho indicador es calculado por la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC) y solo está disponible desde 2009 para bancos y corporaciones financieras, razón por la cual este documento se concentrará en estudiar aquellas entidades pertenecientes a estos dos grupos y que entre 2009 y 2012 hayan participado en el MINC.

estas variables por tipo de entidad. Cabe anotar que las entidades analizadas son quince, que corresponden a trece bancos comerciales y dos compañías de financiamiento.

Cuadro 2
Estadísticas descriptivas (periodicidad semanal)

	Promedio	Desviación estandar	Mediana	Percentil 25	Percentil 75
Mercado interbancario					
Monto transado (miles de millones de pesos)	1.448	536	1.390	1.027	1.815
Número de transacciones	146	27	146	125	170
Acreedores					
Monto prestado (miles de millones de pesos)	1.091,4	426,7	1.051,2	775,1	1.354,2
Monto prestado promedio por operación (miles de millones de pesos)	9,0	0,8	8,6	6,4	11,2
Monto adeudado (miles de millones de pesos)	430,7	283,0	363,8	224,8	584,8
Monto adeudado promedio por operación (miles de millones de pesos)	10,0	1,4	8,5	5,2	13,5
Número de operaciones como deudor	43,2	14,4	43,0	33,0	54,5
Número de operaciones como acreedor	121,1	22,9	122,0	103,5	136,5
IRL sobre activos (porcentaje)	16,9	2,7	16,7	15,0	18,8
ROA (porcentaje)	1,5	1,4	1,0	0,6	2,1
Activos (miles de millones de pesos)	16.130,9	2.327,9	16.432,0	14.443,1	18.121,4
IM (porcentaje)	3,4	0,9	3,8	3,3	4,4
Deudores					
Monto prestado (miles de millones de pesos)	1.017,8	407,9	920,8	702,6	1.294,1
Monto prestado promedio por operación (miles de millones de pesos)	41,1	2,9	40,0	28,4	52,3
Monto adeudado (miles de millones de pesos)	357,0	304,7	256,3	125,0	239,8
Monto adeudado promedio por operación (miles de millones de pesos)	3,5	0,8	2,5	1,2	6,3
Número de operaciones como deudor	102,6	18,9	102,0	88,0	114,0
Número de operaciones como acreedor	24,8	11,8	23,0	16,0	33,0
IRL sobre activos (porcentaje)	23,9	4,4	23,8	21,1	26,4
ROA (porcentaje)	2,5	1,5	0,9	0,8	2,2
Activos (miles de millones de pesos)	17.356,8	4,0	19.219,1	18.592,9	25.215,3
IM (porcentaje)	2,4	3,1	0,7	2,9	3,8

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Como se puede observar, el promedio semanal del monto transado por bancos y corporaciones financieras en este mercado fue de COP 1,4 b, mientras que el número de transacciones promedio por semana fue de 146. Cuando se comparan las características de las operaciones de los acreedores netos con las de los deudores netos, se observa que para los primeros el monto adeudado en cada operación es mayor; no obstante, el número de operaciones en las que solicitan fondos en el interbancario es significativamente menor que para los deudores netos. Una entidad de este grupo presta en promedio COP 9 mil millones (mm) por operación. Por su parte, se observa que los deudores netos realizan pocas operaciones como acreedores, aunque estas tienen un monto promedio alto (COP 41 mm). En contraste, el monto promedio de las transacciones en las que demandan liquidez es bajo (COP 3,5 mm).

Al analizar las diferencias en indicadores de tamaño, rentabilidad y liquidez, se observa que las entidades que actúan como acreedoras son más pequeñas, menos rentables y menos líquidas que las que demandan recursos. De la misma forma, al comparar el indicador de mora (IM) de ambos grupos se observa que los deudores netos tienen un menor nivel de riesgo de crédito en su cartera. Estos resultados son similares a los obtenidos por Cocco *et al.* (2009), quienes afirman que los bancos más pequeños y menos rentables encuentran más atractivo prestar fondos en el mercado interbancario, dado que sus oportunidades de inversión son más limitadas.

Para medir la liquidez de las entidades se utilizó el indicador de riesgo de liquidez (IRL), el cual se construye como una brecha entre los activos líquidos que posee la entidad y el requerimiento neto de liquidez calculado para un horizonte de siete días⁶. En vista de que los niveles de liquidez de la entidad dependen de su oferta neta en el mercado interbancario, se utiliza un indicador en el que se deduce dicho monto. Finalmente, dado que la brecha de liquidez puede depender del tamaño de la entidad analizada, se hace uso del IRL escalado por activos totales:

$$IRL_{7\text{días}} = \frac{\text{activos líquidos} - \text{requerimiento neto de liquidez} - \text{flujos provenientes del interbancario}}{\text{activos totales}}$$

Como se observa en el Cuadro 2, las entidades que actúan como acreedores netos en el interbancario tienen niveles de liquidez inferiores a los observados en los deudores netos. En promedio, el IRL ajustado para el grupo de acreedores netos es de 16,9%, mientras que para los deudores netos es de 23,9%.

6 Aunque el indicador se calcula también para los horizontes de quince y treinta días, se empleará aquí el de siete días ya que durante todo el período analizado se ha mantenido la restricción, por parte de la SFC, de que este indicador sea siempre positivo, pues esto denota una situación idónea de liquidez. En el caso del indicador a treinta días, la regulación solo exige a las entidades mantenerlo en niveles superiores a cero desde diciembre de 2011.

2.2 Preferencias de acreedores y deudores en el mercado interbancario

Uno de los objetivos de esta investigación es calcular indicadores que midan la intensidad de las relaciones de los agentes que participan en el mercado interbancario, las cuales pueden medirse a partir del nivel de liquidez que otorga o recibe cada contraparte. Siguiendo a Cocco *et al.* (2009), en este trabajo se construyen dos indicadores para el caso colombiano: el IPD y el índice de preferencia del acreedor (IPA). Estos indicadores permiten identificar las preferencias que tienen las entidades a la hora de prestar o pedir prestado en el mercado interbancario.

Estos índices se calculan para dos entidades i y j que pueden encontrarse relacionadas o no. El primero de estos índices (IPD) mide la preferencia de la entidad i para solicitar fondos, el cual se construye como la proporción de recursos demandados por esta y que fueron otorgados por la entidad j en el año.

$$IPD_{ij} = \frac{\sum_{m \in t} F_m^{i \leftarrow j}}{\sum_{m \in t} F_m^{i \leftarrow K}}, K = 1, \dots, j, \dots, n$$

Donde K es el conjunto de las entidades que participan en el MINC, $F_m^{i \leftarrow j}$ es el monto que la entidad j presta a i en este mercado y $F_m^{i \leftarrow K}$ es el monto total demandado por i .

Por su parte, el IPA se construye como la proporción de fondos prestados por i en el mercado interbancario, que son destinados a la entidad j . Se define como:

$$IPA_{ij} = \frac{\sum_{m \in t} F_m^{i \rightarrow j}}{\sum_{m \in t} F_m^{i \rightarrow K}}, K = 1, \dots, j, \dots, n$$

donde $F_m^{i \rightarrow j}$ es el monto que la entidad i presta a j en este mercado y $F_m^{i \rightarrow K}$ es el monto total ofertado por i .

Aunque la variación en los indicadores puede deberse no solo a un cambio de preferencias de la entidad, sino a un cambio en las necesidades de liquidez de sus deudores y acreedores, puede observarse cierta persistencia en las proporciones IPD e IPA durante 2012. Lo anterior sugiere que las entidades prefieren recurrir a ciertas contrapartes como acreedoras cuando tienen necesidades de liquidez, en vez de seleccionar aleatoriamente sus fuentes de financiación.

El Cuadro 3 presenta información de cada entidad en relación con su principal deudor y acreedor. Como se aprecia, dos entidades aparecen recurrentemente como las acreedoras más importantes para las demás (6 y 9), mientras que los agentes 10 y 12 son los que demandan la mayor parte de los recursos ofrecidos por sus contrapartes.

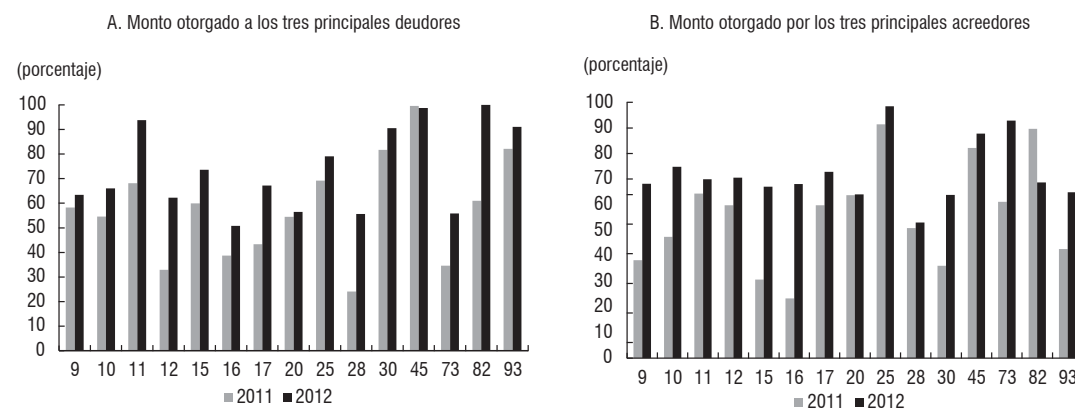
Para examinar la persistencia de las relaciones de las entidades con su principal contraparte, se calculó el número de semanas en 2012 en las que esta fue identificada como principal acreedora o deudora: el principal deudor de una entidad se mantiene en esta posición por 41 semanas en promedio, mientras que el acreedor más importante se

mantiene por 33 semanas en promedio⁷. Esto último obedece, principalmente, a que una de las entidades que participan en el MINC (la 10) tiene una alta demanda de recursos, que es atendida por todas las entidades del mercado, con lo que se convierte en la principal contraparte de la mayoría de las entidades semana tras semana.

Pese a que el principal acreedor se mantiene en esa posición por un número de semanas inferior al del principal deudor, los demás indicadores de la tabla sugieren que hay una mayor persistencia de la principal fuente de fondeo en comparación con el principal deudor. Cuando se analiza la proporción de recursos obtenida mediante el acreedor más importante, se encuentra que esta es mayor en promedio que la entregada al principal deudor. Además, la proporción de recursos que otorgan a una entidad sus tres principales acreedores (65%) es mayor a la proporción de recursos que la entidad dedica a sus tres deudores más importantes (49%).

El Gráfico 1 presenta la proporción de fondos obtenidos mediante los tres principales acreedores y destinados a los tres principales deudores para 2011 y 2012, según la participación de las contrapartes en 2012. Como se observa, en la mayoría de los casos estas entidades también fueron las principales contrapartes en 2011, dado que el monto promedio pedido o prestado fue alto.

Gráfico 1



Fuente: Banco de la República, cálculos de los autores.

Otro aspecto importante que se deriva de la información presentada en el Cuadro 3 es el hecho de que la red conformada por las transacciones del mercado dista de ser completa, es decir, que las entidades no transan frecuentemente con todos los participantes. El número de acreedores que tienen una participación inferior al 1% del monto que adeuda una entidad es en promedio de seis entidades. Esto quiere decir que la entidad se financia recurriendo apenas al 60% de las fuentes disponibles. Lo anterior ocurre de manera similar

7 La entidad 10 es la que aparece en la mayoría de los casos como el principal deudor de las demás. Este agente se mantuvo en esta posición por 45 semanas en promedio.

para el caso de los deudores. En promedio hay seis contrapartes a las que una entidad no les presta recursos⁸.

En el Anexo 1 se muestran los diagramas de red que representan la interacción de los agentes durante algunos días escogidos aleatoriamente entre 2009 y 2012, los cuales fueron contruidos utilizando el índice de centralidad propuesto por Saade (2008). En la red se ubican más cerca del centro aquellas entidades que tienen un menor nivel de sustituibilidad y sirven en mayor medida de puentes entre terceros. Por su parte, las entidades ubicadas en el área gris son entidades que tienen menor poder de negociación en la red actual que en un escenario aleatorio. Esto ocurre, por ejemplo, porque concentran sus operaciones con una única contraparte y, en consecuencia, pueden requerir de intermediarios para obtener liquidez o colocar sus excedentes en el mercado. En los diagramas presentados los nodos corresponden a las entidades y las líneas representan sus transacciones. La intensidad en el color del nodo hace referencia a la oferta neta de la entidad, y tanto el grosor como la intensidad del color de la línea al monto de la transacción.

Como se observa, las redes distan de ser completas, es decir, no se presentan conexiones entre todos los agentes del mercado. Se encuentra, además, que las entidades no recurren a un único acreedor, sino que un grupo de entidades provee el fondeo necesario. En las redes analizadas la entidad 20 actúa recurrentemente como acreedora, mientras que la entidad 28 es deudora. En cuanto al poder de negociación de las entidades, que se expresa como la distancia del nodo en relación con el centro de la red, se aprecia que hay una variación significativa. En algunas ocasiones las entidades pueden aparecer como el agente más central y en otras en la periferia. Hay que tener en cuenta que esto puede deberse no solo a cambios en las preferencias de los agentes en cuanto a sus contrapartes, sino a la necesidad de ofrecer o demandar recursos en el mercado en general.

Por último, el Cuadro 4 presenta los indicadores IPD e IPA para las entidades analizadas que pertenecen a un mismo conglomerado. El panel A presenta el IPA promedio entre 2009 y 2012, y el panel B muestra esta información para el IPD. Como se observa, las entidades mantienen pocas relaciones con los participantes del MINC que pertenecen a su mismo conglomerado, salvo en el caso de la entidad 25 que es un acreedor importante para 20 y 17 y, a su vez, es uno de los deudores principales de dichas entidades. En el panel A se observa que los recursos destinados por la entidad 25, a 20 y a 17 fueron, en promedio, el 44,7% del total; por su parte, en el panel B se aprecia que estas entidades otorgaron el 60,8% de lo demandado por 25.

8 Un análisis preliminar de la base de datos muestra que en algunos casos las transacciones entre las entidades son de carácter esporádico, lo que da origen a una participación en el monto transado muy cercano a cero para algunas contrapartes. Por esta razón se contabilizaron aquellas cuya participación es superior a 1%.

Cuadro 3
Relaciones crediticias de los participantes del mercado interbancario

Entidad	Principal acreedor (monto)	Número de semanas en las que se mantuvo como principal acreedor	Proporción del monto adeudado al principal acreedor (promedio)	Concentración en los tres principales acreedores	Número de acreedores con participación inferior a 1% en el monto adeudado
1	6	28	22,5	69,0	4
2	1	46	49,3	76,5	6
3	2	31	34,1	67,8	4
4	6	22	28,9	70,7	8
5	9	40	24,0	73,4	6
6	11	25	20,4	63,8	4
7	9	52	51,6	78,6	7
8	9	42	37,6	69,8	5
9	1	22	20,5	39,7	9
10	11	41	31,6	57,1	5
11	1	27	20,4	42,2	6
12	2	50	43,5	78,4	8
13	6	32	33,1	94,2	7
14	3	24	17,3	38,8	7
15	2	18	19,7	55,1	7
		33,3	30,3	65,0	6,2

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Cuadro 4
IPD e IPA de entidades de un mismo conglomerado

A. IPA promedio entre 2009 y 2012					B. IPD promedio entre 2009 y 2012						
Prestamista					Prestamista						
	17	20	25	45		17	20	25	45		
Deudor	17	-	3,5	31,0	2,7	17	-	0,9	1,4	0,1	
	20	1,0	-	13,7	0,1	20	4,2	-	10,2	0,5	
	25	0,0	0,0	-	0,0	Deudor	25	32,9	27,9	-	-
	45	0,1	0,1	0	-	45	0,1	0,0	0,1	-	

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

3. RELACIONES CREDITICIAS Y SUS DETERMINANTES

Como se mostró en la sección anterior, las relaciones entre los participantes del MINC, lejos de ser aleatorias, presentan cierta persistencia en cuanto a las contrapartes que normalmente

Principal deudor	Número de semanas en las que se mantuvo como principal deudor	Proporción del monto prestado al principal deudor en promedio	Concentración en los tres principales deudores	Número de deudores con participación inferior a 1% en el monto prestado
10	52	48,7	73,2	6
10	52	28,5	67,0	4
10	35	22,2	51,8	6
15	23	15,9	33,3	4
4	36	30,7	47,5	5
10	35	27,3	55,8	2
10	52	58,3	76,7	5
7	29	21,9	52,3	4
7	51	41,1	76,6	5
12	27	17,5	38,2	6
8	46	11,5	20,9	6
15	52	31,6	47,0	12
12	52	9,6	27,7	5
3	37	4,0	6,5	12
12	52	16,1	72,8	8
	42,1	25,7	49,8	6,0

actúan como principales deudoras o acreedoras de una entidad. La interacción de los agentes en el interbancario no es completa y se restringe para la mayoría de entidades al 60% de las posibles contrapartes. En esta sección se identifican las características de las entidades que podrían explicar su decisión de prestar o pedir prestado a determinada contraparte en el interbancario no colateralizado. Para medir la intensidad de las relaciones crediticias se utiliza el índice de preferencia del deudor (IPD) y el índice de preferencia del acreedor (IPA), planteados en la sección anterior. Estos indicadores se explican en función de características de las entidades, haciendo uso de la metodología regresión beta.

Es necesario aclarar que en esta sección no se indaga acerca de los determinantes de la demanda o de la oferta de las entidades en el MINC. Para esto habría que tener en cuenta, en primer lugar, que las entidades cuentan con otros mecanismos para satisfacer sus necesidades de liquidez, y el análisis debería considerar el grado de sustituibilidad entre estos. En cambio, el análisis que se presenta a continuación busca identificar aspectos del deudor y del acreedor que sean relevantes a la hora de explicar el orden de preferencia que revelan las entidades en relación con sus contrapartes.

En esta sección seguimos el enfoque empírico utilizado por Cocco *et al.* (2009) y Heider y Hoerova (2009), quienes proponen como variables explicativas aquellas relacionadas con tamaño, rentabilidad, riesgo de crédito y liquidez de las entidades. La intuición detrás de la inclusión de estas variables en el modelo radica en que la contraparte de los préstamos es identificable en este mercado, y el acreedor puede buscar en variables como el tamaño, la rentabilidad, la liquidez y el riesgo de crédito, información acerca de la posibilidad de que el deudor incumpla con su obligación.

3.1 Metodología

Las especificaciones que se estiman plantean una relación lineal entre el IPD y el IPA en función de un conjunto de indicadores informativos (IFI) de las entidades financieras analizadas con operaciones en el interbancario. Siendo el indicador de interés la variable dependiente, Y , el modelo teórico se define como:

$$Y_i = f(IFI) + \eta_i, \forall i = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$Y_i = X_i' \beta + \eta_i, \eta_i \sim (0, \sigma^2)_{iid} \quad (2)$$

Donde X_i es una matriz de indicadores cuya dimensión es $(n \times K)$, β es un vector de parámetros desconocidos con dimensión $(K \times 1)$ y η es un vector de perturbaciones aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. De manera específica, las ecuaciones por estimar son las siguientes:

$$IPD_{ij} = \beta_0 + \sum_{s=i,j} \beta_1^s \overline{ACT}_s + \beta_2^s \overline{ROA}_s + \beta_3^s \overline{ROE}_s + \beta_4^s \overline{IRL}_s + \beta_5^s \overline{solventia}_s + \beta_6^s \overline{conglomerado}_s + \beta_7^s \theta_{ij} + \eta_{ij} \quad (3)$$

$$IPA_{ij} = \beta_0 + \sum_{s=i,j} \beta_1^s \overline{ACT}_s + \beta_2^s \overline{ROA}_s + \beta_3^s \overline{ROE}_s + \beta_4^s \overline{IRL}_s + \beta_5^s \overline{solventia}_s + \beta_6^s \overline{conglomerado}_s + \beta_7^s \theta_{ij} + \eta_{ij} \quad (4)$$

Los indicadores IPD e IPA están definidos para cada una de las posibles parejas de entidades en el mercado interbancario como la proporción de recursos que reciben de una contraparte o entregan a otra a lo largo de un año. Estas medidas se presentan en función de las características de i , que denota al acreedor, y de j que corresponde al deudor en cada transacción. En el modelo \overline{ACT} es el activo total de la entidad, \overline{ROA} es la rentabilidad sobre el activo, \overline{IRL} es el indicador de riesgo de liquidez, $\overline{solventia}_s$ es la relación de solventía de la entidad y $\overline{conglomerado}$ es una variable *dummy* que toma el valor de 1 cuando ambas contrapartes pertenecen a un mismo grupo financiero.

En este punto es importante reconocer que los indicadores IPA e IPD calculados con mayor periodicidad muestran una volatilidad significativa en el tiempo, en particular para las entidades que participan de manera esporádica en el mercado, ya que en estos casos los indicadores toman el valor de cero la mayoría de las veces y presentan saltos cuando la

entidad demanda u oferta en el mercado. Adicionalmente, el IPD y el IPA reflejan, además de las preferencias de las entidades con respecto a sus contrapartes, las necesidades de liquidez en cada momento del tiempo. En vista de lo anterior, se considera que un análisis sobre los indicadores semanales o mensuales puede ser inadecuado, ya que esta frecuencia de los datos no permite establecer si una entidad es una fuente recurrente de liquidez para otra. En consecuencia, se propone utilizar el IPA y el IPD calculados para una ventana más larga de tiempo (un año). A diferencia de lo realizado por Cocco *et al.* (2009), cuya especificación involucra el uso de series de tiempo (modelo SUR), en este documento las estimaciones corresponden a un corte transversal en el que se utiliza IPD y el IPA anual y el promedio de las variables explicativas entre junio de 2011 y junio de 2012⁹.

El parámetro θ_{ij} es el coeficiente de correlación lineal entre los choques del IRL de la entidad acreedora y el de la entidad deudora. Cocco *et al.* (2009) señalan que cuando la correlación es negativa, los bancos que necesitan recursos líquidos van a fondearse con entidades que posiblemente tengan excedentes de liquidez. Al respecto, Allen y Gale (2000) muestran que cuando los bancos son financiados por entidades con los que la correlación de sus choques de liquidez es baja, el mercado interbancario es menos susceptible al riesgo de contagio.

Vale la pena señalar que una alternativa de estimación del modelo planteado es la de datos de panel, la cual permitiría tener en cuenta la dinámica de los indicadores en el tiempo. En este caso, sin embargo, esta metodología puede resultar inadecuada, dadas las características que posee la base de datos utilizada en este documento. Puesto que la variable se encuentra acotada en el intervalo $[0,1]$, es necesario utilizar un modelo no lineal (*tobit*, *logit* o *probit*). En estos casos se requiere contar con un panel que cuente con un número de períodos T grande, particularmente en relación con el número de individuos del panel. Dado que se considera inadecuado utilizar una frecuencia semanal, el número de períodos de la base es inferior al número de individuos.

Greene (2001) muestra que, cuando T es pequeño, el sesgo de los indicadores es significativo. Incluso, cuando aumenta el número de períodos de seguimiento, el comportamiento asintótico de los estimadores no es consistente. Estimar el modelo Tobit podría ser la opción más natural, pues la variable es continua y acotada a un intervalo. No obstante, no se encuentra disponible un estimador paramétrico para el caso en el que no es posible rechazar la existencia de efectos fijos¹⁰. En el modelo planteado en este documento no es posible suponer que el efecto de las variables no observadas es aleatorio, dado que la muestra se compone de las posibles parejas en las que puede participar cada entidad, de forma tal que algunas de las variables no observables son similares para grupos de observaciones.

El único modelo que admite la presencia de efectos fijos es el *logit*. Sin embargo, de acuerdo con Greene (2000), el estimador *logit* de efectos fijos no reconoce la existencia de variables aleatorias que corresponden a efectos fijos no observables de los individuos, como en un modelo lineal de datos de panel, sino que hace una estimación condicional

9 Se toma este período en vista de que no se cuenta con información de algunas entidades para todo 2012.

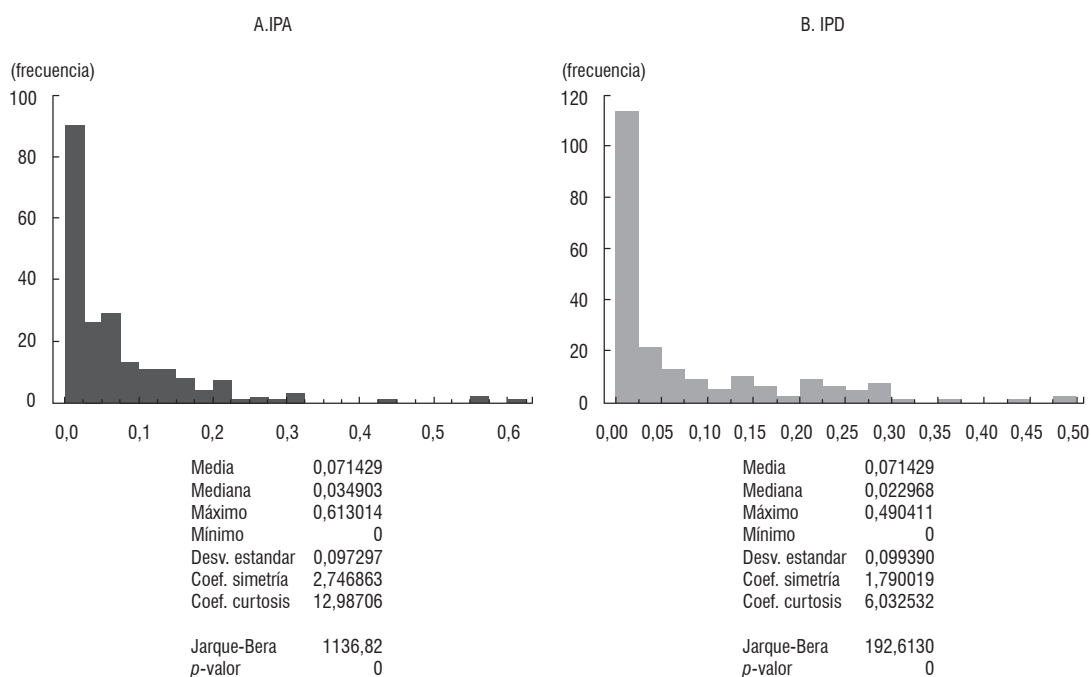
10 El estimador de máxima verosimilitud es sesgado e inconsistente para este modelo. Un avance en esta dirección se encuentra en el documento de Alan *et al.* (2011). Los autores llegan a describir las funciones que darían origen a los parámetros, utilizando el método de momentos; sin embargo, no logran definir expresiones cerradas para los mismos.

al valor de dichas variables. Esto se debe a que, al incluir la función de distribución de estas variables en la función de verosimilitud, se tiene una exigencia computacional que aumenta significativamente según el valor de T . De nuevo, hacer una estimación condicional resulta insatisfactorio para el modelo considerado en el documento.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, se opta por la metodología de regresión para el corte transversal construido a partir de los promedios de las variables entre junio de 2011 y el mismo mes de 2012. Es importante notar que en el modelo planteado la variable dependiente se encuentra acotada en el intervalo $[0,1]$, lo cual no permite una estimación como una forma funcional lineal. Adicionalmente, como se muestra en el Gráfico 2, tanto el IPD como el IPA son variables sesgadas y con colas pesadas. De esta forma, esta condición induciría directamente a heteroscedasticidad en los residuales, y en el caso de que se estimara por MCO, se violaría el supuesto de que la variable dependiente no se encuentre acotada en un intervalo de la forma $[a, b]$.

De esta forma, se hace uso de la regresión beta para llevar a cabo las estimaciones de 3 y 4. Siguiendo a Papke y Wooldridge (1996), tal metodología es una alternativa razonable de estimación de modelos lineales en caso de que la variable dependiente sea acotada y su distribución sea asimétrica. En este enfoque se supone que la variable por ser explicada puede ajustarse a una distribución beta, y que se encuentra acotada en el intervalo $(0,1)$. Los aspectos teóricos más relevantes de la regresión beta pueden consultarse en el Anexo 2. En este aparte se presentarán los aspectos más importantes de la distribución beta siguiendo a Ferrari y Cribari-Neto (2004) y Wackerly *et al.* (2002).

Gráfico 2
IPA e IPD con estadísticas descriptivas



Fuente: cálculos de los autores.

Una variable aleatoria se ajusta a una distribución de probabilidad beta con parámetros (α, β) , ambos estrictamente mayores que cero, si y solo si su función de densidad corresponde a:

$$f(y; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} y^{(\alpha-1)} (1-y)^{(\beta-1)}, 0 < y < 1 \quad (5)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función de densidad de la distribución gamma.

Siguiendo a Ferrari y Cribari-Neto (2004), con el fin de formular un modelo de regresión que estime la variable de respuesta (que es una proporción) en función de variables exógenas, es indispensable reescribir la expresión en 5. Se define μ como la razón $\alpha/\alpha+\beta$, y denota el parámetro de la media de la distribución beta. Por su parte, el parámetro de la volatilidad o precisión ϕ , como se conoce en la literatura, corresponde a la suma de los parámetros originales (i. e.: $\phi = \alpha + \beta$). En términos de estos parámetros, se puede verificar que:

$$E(y) = \mu \quad (6)$$

$$Var(y) = \frac{\mu(1-\mu)}{1+\phi} \quad (7)$$

De esta forma, se reescribe la función de densidad de una variable aleatoria beta, y , incorporando los nuevos parámetros (μ, ϕ) , como se presenta a continuación:

$$f(y; \mu, \phi) = \frac{\Gamma(\phi)}{\Gamma(\mu\phi)\Gamma(\phi(1-\mu))} y^{(\mu\phi-1)} (1-y)^{(\phi(1-\mu)-1)}, 0 < y < 1 \quad (8)$$

En línea con lo planteado por Ferrari y Cribari-Neto (2004) y Wackerly *et al.* (2002), la variable de respuesta, que se supone es aleatoria y beta, se encuentra acotada en $(0, 1)$. En este trabajo el IPD y el IPA no cumplen este supuesto, pues pueden tomar el valor de cero o uno. Por ejemplo, en caso de que la entidad i reciba la totalidad de fondos que j otorga en el MINC, el IPD tomará el valor de 1. De manera análoga, si el acreedor i no destina fondos al deudor j , pero sí al resto de entidades del mercado, entonces el IPA entre estos agentes es cero. Teniendo en cuenta lo anterior, y para poder aplicar la metodología

de *regresión beta*, es necesario transformar la variable y en $\tilde{y} = \left[\frac{y(n-1) - \frac{1}{2}}{n} \right]$ donde n es el número de observaciones¹¹.

11 Esta transformación es recomendada por Smithson y Verkuilen (2006).

3.2 Resultados

A continuación se presentan los resultados de las estimaciones de (3) y (4). Cabe mencionar que la variable dependiente se ajusta teóricamente a una distribución beta y, por tanto, los residuos del modelo no cumplen con los supuestos de normalidad y homoscedasticidad. Teniendo en cuenta lo anterior, las pruebas de Jarque-Bera, Breusch-Pagan y el *quantile-quantile plot* se realizaron sobre las perturbaciones ponderadas (y que se definen formalmente en el Anexo 2), siguiendo la metodología propuesta por Espinheira *et al.* (2008). Los resultados de las pruebas de normalidad de los residuales se presentan en el Anexo 3.

El Cuadro 5 presenta los resultados de la regresión para el conjunto de entidades que participan en el interbancario, distinguiendo para el IPD y el IPA. En general, se encuentra que las características del acreedor explican las preferencias de una entidad para fondearse, mientras que las variables del deudor determinan la decisión de otorgar liquidez. No obstante, las variables del deudor pueden ser importantes en el IPD e indicarían una postura de la entidad frente a todos sus acreedores en general. Cocco *et al.* (2009), encuentran, por ejemplo, que las entidades con menores niveles de activos tienden a mostrar relaciones crediticias más fuertes con algunas de sus contrapartes; esto podría deberse a que sus posibilidades de fondeo dependen de la información derivada de su comportamiento de pago, el cual es observable en mayor medida por su acreedor que por otras entidades del mercado. A su vez, variables del acreedor que sean significativas en el caso del IPA indicarían una política de oferta de recursos frente a todos sus intermediarios, la cual podría estar relacionada, por ejemplo, con la disponibilidad para ofrecer recursos en el mercado interbancario.

Se observa que el activo del acreedor tiene un signo negativo y significativo en ambos modelos. Esto indica, en el caso del IPA, que las entidades más grandes prestan una menor proporción del total de recursos demandados por cada una de sus contrapartes. En el caso del IPD el signo negativo sugiere que las entidades tienden a endeudarse con entidades más pequeñas en términos de activos. Lo anterior es coherente con lo observado en la sección de descripción de los datos, donde se encontró que los deudores netos son entidades más grandes. Por el lado del activo del deudor, la variable presenta un signo positivo y es significativa en la especificación del IPD. Esto sugiere que las entidades más grandes muestran mayores valores del indicador en promedio; es decir, que su preferencia por determinados acreedores es más fuerte. Dicho resultado difiere de lo encontrado por Cocco *et al.* (2009), quienes encuentran que las entidades más pequeñas son las que tienen relaciones crediticias más fuertes. Una explicación en el caso colombiano sería que las entidades más grandes puedan estar recibiendo condiciones financieras más favorables por parte de algunas contrapartes en el mercado.

En el caso del IRL se encuentra un efecto positivo y significativo sobre el IPA, mientras que en la especificación del IPD la variable no es significativa. El signo positivo sobre el IPA muestra que las entidades con mayor liquidez son acreedores más importantes para las demás entidades, en la medida en que una mayor proporción de sus fondos demandados son cubiertos por estas. Lo anterior es de esperarse, si se tiene en cuenta que los principales acreedores de la muestra son, a su vez, las entidades con mayores niveles de liquidez.

En la especificación propuesta para el IPA la rentabilidad del acreedor no resulta significativa, mientras que la del deudor sí lo es, mostrando un signo positivo. Esto indica que las entidades prefieren entregar recursos a aquellas más rentables. Por el lado del IPD, el signo del ROA del acreedor es positivo y significativo, mientras que el del ROE es negativo y significativo a la vez. Lo anterior sugiere que existe información acerca de la rentabilidad de la entidad que no es recogida adecuadamente por el ROA. No obstante, por el lado del deudor, tanto el ROA como el ROE presentan un signo negativo y significativo, que indica que las entidades menos rentables tienden a diversificar en mayor medida sus fuentes de fondeo, por lo que el IPD toma en promedio valores más bajos. Esto va en línea con lo encontrado por Cocco *et al.* (2009), quienes encuentran que las entidades menos rentables en el mercado interbancario de los Estados Unidos tienden a recurrir a un mayor número de acreedores.

Con respecto a la relación de solvencia, el efecto es negativo y significativo sobre el IPD y no significativo en el caso del IPA. Esto quiere decir que las entidades con mayores niveles de solvencia tienden a representar una menor proporción de los recursos entregados a una entidad en el MINC; a su vez, esto indica que las entidades menos solventes tienen relaciones crediticias más débiles con sus acreedores (IPD más bajos); en consecuencia, recurren a diferentes intermediarios cuando requieren fondeo. Lo anterior es coherente con lo encontrado en las estadísticas descriptivas, donde se apreciaba que los acreedores netos son menos rentables y solventes que los deudores netos.

La *dummy* que indica si las entidades pertenecen a un conglomerado financiero no es significativa, lo que sugiere que las relaciones existentes entre miembros de un mismo grupo financiero no son más fuertes que las registradas para las demás entidades. Finalmente, el término de correlación de choques del IRL no resulta significativo en el modelo para el IPA, pero tiene un efecto positivo y significativo sobre el IPD; es decir que las entidades no tienen en cuenta la posibilidad de choques simultáneos de liquidez a la hora de prestar recursos, pero sí la contemplan a la hora de seleccionar un acreedor.

Una de las ventajas de la regresión beta es que permite modelar la precisión de la variable dependiente como una función lineal de la media condicional de las variables del modelo (el término de precisión ϕ se relaciona inversamente con la varianza de la variable dependiente). Los resultados del Cuadro 6 muestran que para los acreedores con mayores niveles de activos el término de precisión es más alto; es decir, que la varianza del IPD y del IPA es más pequeña. En otras palabras, los indicadores fluctúan alrededor de valores similares. Lo anterior sugiere que las entidades más grandes tienden a diversificar en mayor medida sus fuentes de fondeo, con lo que las participaciones de cada contraparte en el monto adeudado tienden a ser menos heterogéneas.

La rentabilidad del acreedor medida con el ROA tiene un efecto contrario sobre la precisión del IPD y el IPA, en comparación con lo encontrado para el activo. Es decir que la varianza de los indicadores aumenta conforme lo hace la rentabilidad del acreedor. Esto indica que los valores que toman el IPD y el IPA son más heterogéneos para las entidades más rentables. En otras palabras, esto sugiere que tal tipo de entidades tiende a recurrir a un menor número de fuentes de fondeo y tiende a prestar una mayor proporción de los recursos demandados por algunos de sus deudores.

Cuadro 5
Resultados de regresión beta para IPA e IPD

Modelo para la media	IPA		IPD	
	Coficiente	Error estándar	Coficiente	Error estándar
Intercepto	-8,0149	5,9433	-7,7611	5,4668
Oferta neta (acreedor)	0,0031	0,0153	-0,0129	0,0132
Oferta neta (deudor)	-0,0391**	0,0149	0,0079	0,0156
Activos (acreedor)	0,0628	0,1597	-0,2643*	0,1482
Activos (deudor)	0,263781**	0,1225	0,5902***	0,1501
IRL (acreedor)	-0,4272	2,2242	-1,4094	2,0697
IRL (deudor)	1,1894	2,2234	0,3829	2,1979
ROA (acreedor)	4,5365	10,8799	20,9265**	9,7522
ROA (deudor)	1,7634*	10,6764	-16,4725*	9,9420
ROE (acreedor)	0,2149	1,4046	-2,6546*	1,1805
ROE (deudor)	-4,1059	1,2909	-2,4900*	1,3604
Relación de solvencia (acreedor)	0,0564	0,6542	-1,1649**	0,5323
Relación de solvencia (deudor)	0,4509	0,5847	-1,5623***	0,4655
Conglomerado	-0,2498	0,4903	0,1697	0,4611
Correlación de choques de IRL	0,2266	0,4333	0,8620*	0,3926
Modelo para el término de dispersión	IPA		IPD	
	Coficiente	Error estándar	Coficiente	Error estándar
Intercepto	-8,9042	7,3789	-9,3585	7,0406
Oferta neta (acreedor)	0,0161	0,0207	0,0184	0,0198
Oferta neta (deudor)	0,0251	0,0198	0,0085	0,0200
Activos (acreedor)	0,44247*	0,2012	0,7546***	0,1938
Activos (deudor)	0,1087	0,2073	-0,2359	0,1949
IRL (acreedor)	17,6835	2,8199	4,1717	2,7434
IRL (deudor)	-0,1731	2,9031	-0,4498	2,8059
ROA (acreedor)	-2,3554*	1,2181	-4,3440***	1,0784
ROA (deudor)	-3,6193**	1,1857	-4,7194	1,2386
ROE (acreedor)	0,2793	1,7482	5,1846**	1,6578
ROE (deudor)	6,9078***	1,7470	3,5698*	1,7670
Relación de solvencia (acreedor)	0,4293	0,7580	2,8023***	0,6909
Relación de solvencia (deudor)	0,6833	0,7298	3,6149***	0,6785
Conglomerado	0,0482	0,5729	-0,2000	0,5197
Correlación de choques de IRL	-1,2352	0,5510	-1,8841***	0,5222
Pseudo <i>R</i> cuadrado	0,1157		0,2941	

Nota: *** $p < 0,001$, ** $p < 0,01$, * $p < 0,05$.

Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores.

Por su parte, el ROE del deudor tiene un signo negativo y significativo tanto en la especificación del IPD como en la del IPA. En vista de que la relación del término de precisión y la varianza del IPD y el IPA es inversa, esto indica que las entidades más rentables tienen relaciones crediticias más fuertes (esto implica valores del IPD y del IPA más heterogéneos).

Finalmente, la relación de solvencia presenta un efecto positivo y significativo sobre la precisión del indicador IPD. Esto señala que los valores del IPD son más homogéneos conforme aumenta la relación de solvencia de las partes. En otras palabras, las entidades tienen relaciones crediticias más débiles con sus acreedores conforme su nivel de solvencia aumenta.

4. RIESGO DE CONTAGIO EN EL MERCADO INTERBANCARIO

4.1. Ejercicio teórico

En esta sección se analizan los efectos que tienen las relaciones crediticias sobre el riesgo de contagio en el mercado interbancario, siguiendo el modelo propuesto por Estrada y Morales (2009). Para estos autores este riesgo se define como la posibilidad de que la demanda de liquidez de una entidad no sea satisfecha en el MINC, debido a que los oferentes de estos recursos han sido afectados por choques inesperados. En consecuencia, las entidades con mayor exposición al riesgo de contagio son las que dependen en mayor medida de los recursos provistos por el mercado interbancario para enfrentar sus requerimientos de corto plazo, es decir, aquellas que cuentan con menores activos líquidos para respaldar dichas obligaciones.

El modelo supone que las entidades enfrentan un choque de liquidez idiosincrásico de forma simultánea, el cual podría generar disminuciones en su oferta de recursos líquidos. Esta situación haría, a su vez, que algunos participantes del mercado no logran satisfacer su demanda inicial. Para encontrar la oferta de liquidez insatisfecha se resuelve un problema de optimización lineal en el cual se encuentra la pérdida asociada con la reducción de la oferta original de liquidez de cada entidad, ante la ocurrencia de un choque para cada semana del período de análisis:

$$\min_{ons_{ij}} \sum_i^N \sum_j^N costo_{ijt} ons_{ijt} \quad (9)$$

$$s. a. ons_{ijt} \leq O_{ijt} \quad \forall i \in N, \forall j \in N, \forall t \in T \quad (10)$$

$$O_{it} = ONS_{it} = \sum_{j=1}^N ons_{ij}, \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (11)$$

Siendo N el conjunto de entidades analizadas y T el conjunto de períodos analizados, en este caso, las semanas correspondientes entre 2009 y 2012. Por otra parte, para cualquier período t : $costo_{ijt}$ representa el costo que para i tendría una reducción de la oferta por parte de la entidad j ; ons_{ijt} es la oferta de liquidez que la entidad i deja de proveer a la entidad j , y O_{it} es la oferta total de liquidez de la entidad i . Como resultado de la

optimización se obtienen los montos que las entidades dejan de ofrecer a cada una de sus contrapartes. Para mayor detalle sobre cómo se obtiene esta formulación matemática del problema de optimización, al igual que mayor explicación sobre las variables principales y otras que se utilizan en las ecuaciones del modelo, se sugiere consultar el Anexo 4.

La variable $costo_{ijt}$ es aleatoria en el modelo de Estrada y Morales (2009), por lo que la oferta y demanda no satisfechas para cualquier entidad i en el período t (DNS_{it} y ONS_{it} , en su orden) son obtenidas a partir del promedio de mil simulaciones para cada semana. Esto indicaría que las entidades son indiferentes a la hora de reducir su oferta de liquidez a sus contrapartes. Este supuesto podría ser coherente en la medida en que el modelo propuesto por los autores utiliza información del mercado SEN, donde las transacciones se realizan de manera anónima.

El vector de costos en la función objetivo se modela mediante el índice de preferencia del deudor (IPD), esta vez, calculado a partir del número de transacciones¹². Un valor alto de esta variable sugiere una interacción frecuente entre dos entidades, donde quien actúa como acreedor representa una fuente de fondeo importante para el deudor. Esta modificación a la función objetivo de la formulación original parte del supuesto de que, ante un episodio de poca liquidez en el MINC, reducir los recursos hacia los principales acreedores en determinado momento podría comprometer los flujos futuros provenientes de esas contrapartes, lo que se traduciría en un costo mayor por no entregarles fondos en el MINC. De esta forma, el deudor se podría enfrentar a perder una fuente de financiación importante. Por el contrario, un IPD bajo indica que la contraparte no es una fuente de fondeo usual, por lo que la entidad estaría más dispuesta a disminuir su oferta de liquidez. Así las cosas, esta variable contiene información adicional a la variable de decisión en el problema de optimización, y permite medir la dependencia que tienen las entidades con respecto a sus principales acreedores.

Por otra, una de las ventajas de este documento frente al ejercicio estimado por Estrada y Morales (2009) es la posibilidad de medir el riesgo de liquidez de fondeo utilizando el indicador de riesgo de liquidez (IRL), por cuanto esta métrica permite medir con mayor precisión los requerimientos netos de liquidez que enfrenta una entidad financiera en el corto plazo y, por tanto, conocer la situación de liquidez que esta tiene. Sobre el IRL se puede incluir aspectos propios de una situación de poca liquidez en el MINC, permitiendo construir un IRL estresado (IRLE) para cada entidad¹³. Para tal fin, y siguiendo la metodología propuesta por el comité de Basilea (Basel Committee of Banking Supervision, 2010), el choque sobre la liquidez de las entidades, y el cual permite medir el impacto del riesgo de contagio en el MINC, incorpora los siguientes elementos propios de una situación de poca liquidez¹⁴:

12 En secciones anteriores se ha empleado el indicador IPD calculado a partir del monto de las transacciones. En este ejercicio no es posible incluirlo, ya que contiene la misma información que la variable de decisión en el problema de optimización (ONS). Como alternativa se utilizará el indicador calculado a partir del número de transacciones, el cual aporta información similar al calculado a partir del monto, pues el coeficiente de correlación lineal entre estas dos variables es de 67,3%.

13 La fórmula del IRL y consideraciones adicionales sobre cómo se construye el IRLE pueden ser consultados en el Anexo 4.

14 El choque de liquidez utilizado en este ejercicio es similar al expuesto en el *Reporte de Estabilidad Financiera* del Banco de la República de Colombia (Banco de la República, 2012).

- Retiro de una proporción importante de depósitos.
- Pérdida parcial de la capacidad de fondearse con operaciones de mercado y aumento en la volatilidad que afecta la calidad del colateral. Lo anterior se refleja en mayores *haircuts* a los títulos utilizados para respaldar las operaciones,
- Aumento en el flujo de egresos contractuales que puede surgir de una baja en la confianza del público hacia la entidad, mediante una disminución en las renovaciones de CDT.
- Incremento en la materialización del riesgo de crédito. Este evento se incluye en el IRL mediante un aumento en el IM, el cual reduce los ingresos provenientes por pago de la cartera.

El IRLE se construye utilizando las máximas deducciones observadas para la muestra de entidades entre diciembre de 2009 y el mismo mes de 2012, para cada componente, las cuales se presentan en el Cuadro 6.

Cuadro 6
Deducciones aplicadas al IRL para representar un choque de liquidez

Tipo de deducción	Deducción aplicada (porcentaje)
Porcentaje de CDT no renovados	57,1
Deducción aplicada a activos líquidos en moneda legal (<i>haircut</i>)	10,6
IM reportado en cada semana	2,0
Retiro de depósitos	15,1

Fuente: cálculos de los autores.

Finalmente, Estrada y Morales (2009) proponen como indicadores de riesgo de contagio, por una parte, el número de entidades que reducen su oferta de liquidez a raíz del choque, es decir, aquellas con oferta no satisfecha (ONS), y por otra, el total de entidades que no pueden cubrir su demanda original de recursos en el MINC y, por ende, se enfrentan a una demanda no satisfecha (DNS)¹⁵.

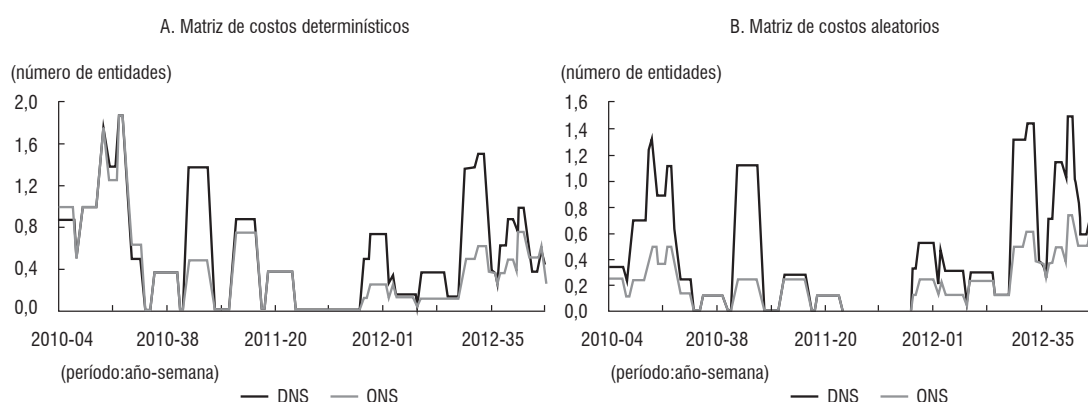
4.2 Indicadores de riesgo de contagio

En el Gráfico 3 se presenta el número de entidades que redujeron su oferta de liquidez a raíz del choque y el número de entidades cuya demanda de liquidez fue insatisfecha. En vista de la volatilidad de estos indicadores, se presentan los promedios móviles de ocho semanas. Como se observa, el número de entidades afectadas por el choque en el IRL es reducido, principalmente en el escenario de costos aleatorios, en el cual el número máximo de entidades con ONS es de 0,75, mientras que para aquellas con DNS esta cifra

15 En el Anexo 3 se especifica matemáticamente cómo, luego del proceso de optimización, se calculan estas variables.

se ubica en 1,5. Cabe resaltar que durante el segundo semestre de 2011 el choque de liquidez no tiene un efecto negativo en el conjunto de entidades analizadas, en la medida en que ninguna de estas presenta reducciones en su oferta de liquidez. Sin embargo, durante 2012 se observa que en los dos ejercicios, cuando se utilizan costos aleatorios y determinísticos, el número de entidades con DNS se incrementa significativamente, alcanzando un pico durante el tercer trimestre de 2012.

Gráfico 3
Número de entidades con oferta y demanda no satisfechas de liquidez, promedio móvil de ocho semanas



Fuente: cálculos de los autores.

En ninguno de los dos casos el número de entidades promedio que se ven afectadas por el choque de liquidez es mayor a dos en una semana, al tiempo que el monto observado después del choque (monto estresado) es similar al original durante varias semanas (Anexo 5). Lo anterior obedece a que las tenencias de activos líquidos de las entidades analizadas son suficientes para absorber el choque, sin afectar los flujos que se transan en el interbancario. A la luz de los resultados, es importante resaltar que la introducción del IRL como parte de las herramientas de manejo del riesgo de liquidez obliga a las entidades a contar con un acervo mayor de recursos líquidos que sea suficiente para mitigar los efectos adversos de una situación de estrés.

Al comparar los resultados del ejercicio que supone que las relaciones en el interbancario ocurren de manera aleatoria, con el que tiene en cuenta la estructura observada en el MINC (medida con el IPD), se encuentra que el riesgo de contagio en el segundo caso (es decir, el de costos determinísticos) es mayor. En efecto, el número de entidades con ONS y DNS es más alto y la brecha entre ambos indicadores es más reducida. El supuesto que subyace a la estructura del mercado cuando la matriz de costos del problema de optimización es aleatoria, es que las entidades diversifican sus fuentes de fondeo, mientras que al modelar los costos de reducir la oferta dentro de la función objetivo, utilizando el IPD, se introduce un alto nivel de dependencia hacia algunos acreedores. De acuerdo con lo expuesto por Allen y Gale (2000), esta estructura es más propensa al

riesgo de contagio en condiciones estresadas. Por último, cabe mencionar que los resultados de las entidades con oferta y demanda no satisfechas derivados al modelar el impacto que tiene una situación de baja liquidez en el MINC sobre el riesgo de contagio muestran, asimismo, que durante el período analizado, en promedio, el choque no es lo suficientemente grande, pues la mayoría de las entidades cuentan con una alta capacidad de absorberlo y no transmitirlo.

A continuación se compara la magnitud del choque, en términos de monto, para el sistema y para cada entidad para el período bajo estudio (2009-2010). Los cuadros A5.2, A5.3, A5.4 y A5.5 muestran el monto de la oferta que dejó de distribuirse en el MINC a raíz del choque, y de la demanda no satisfecha de liquidez por entidad y en el agregado para ambos ejercicios. De nuevo, los resultados son consistentes con un mayor riesgo de contagio en el escenario en el que los costos de reducir la oferta se modelan utilizando la estructura observada en el MINC. Los montos totales de ONS y DNS en esta situación son mayores, alcanzando un valor de COP4,5 billones durante todo el período analizado. En contraste, al incluir los costos según lo propuesto por Estrada y Morales (2009), la reducción de la oferta es menor y se ubica en COP3,6 billones. Este resultado confirma que la mayor concentración en determinadas fuentes de fondeo genera una mayor materialización del riesgo de contagio en el primer caso.

A su vez, cuando se analizan los resultados por entidad, se encuentra que un mayor número de entidades reduce su oferta de liquidez en el escenario de no aleatoriedad en los costos de reducir la oferta en el MINC. En particular, las entidades con los niveles más altos de liquidez son las más vulnerables al choque.

Los principales acreedores del MINC y que se identificaron como tal en el análisis descriptivo de los datos no reducen de manera importante su oferta de liquidez. No obstante, el principal deudor del sistema (entidad 10) es la entidad que, en términos de monto, tendría la mayor demanda insatisfecha. Por otra parte, los gráficos 6 a 20 muestran, por entidad, y a lo largo del tiempo, para el lapso analizado, el impacto del choque en la oferta y demanda de recursos líquidos en el MINC (razón entre ONS y oferta original y razón entre DNS y demanda original, en su orden). Los resultados son difíciles de generalizar, y para cada entidad la demanda y la oferta insatisfechas dependen del período y de las condiciones de liquidez que se analicen.

En síntesis, cuando se incorpora la estructura de mercado en el análisis del riesgo de contagio, se encuentra que el sistema es más vulnerable ante un choque simultáneo en la liquidez de los participantes. En consecuencia, los hallazgos de este documento resaltan la importancia de incluir las relaciones crediticias que surgen entre los participantes del interbancario en el análisis de riesgo de contagio, pues permite medir con mayor precisión los efectos de un choque de liquidez inesperado.

5. CONCLUSIONES

En este documento se analizan las relaciones crediticias presentes en el mercado interbancario no colateralizado, sus determinantes y sus posibles efectos sobre el riesgo de contagio en este escenario, utilizando información del CUD entre diciembre de 2009 y al mismo mes de 2012.

Se midieron las preferencias de los participantes en relación con sus principales deudores y acreedores, mediante los indicadores IPD e IPA, sugeridos por Cocco *et al.* (2009). Posteriormente, se analizaron las características de los deudores y acreedores que explican estas relaciones mediante un modelo de regresión beta. Finalmente, para analizar los efectos que tienen las relaciones crediticias entre las entidades sobre el riesgo de contagio, se realizó un ejercicio similar al propuesto por Estrada y Morales (2009), donde se tuvieron en cuenta las interacciones de los participantes en el MINC.

En el análisis descriptivo se incluyeron medidas de rentabilidad, liquidez y tamaño de los participantes, así como indicadores que miden su nivel de preferencia hacia un acreedor o deudor particular. Los resultados muestran que los acreedores netos son entidades de menor tamaño, menos rentables y menos líquidas que los deudores netos. Este resultado es similar al obtenido por Cocco *et al.*, (2009), quienes sugieren que las entidades menos rentables y de menor tamaño tienen posibilidades de inversión más limitadas, por lo que resulta más atractivo colocar sus fondos en el mercado interbancario. En cuanto a los indicadores que miden la preferencia de las entidades para realizar transacciones en el MINC, se observa que los agentes tienen relaciones relativamente estables con sus principales contrapartes y que tienden a concentrar sus operaciones con un número reducido de estas. Lo anterior es consistente con los resultados de los modelos de regresiones beta estimados: menores niveles de rentabilidad del acreedor están asociados con una mayor importancia de este como fuente de fondeo, mientras que las entidades prefieren prestar a aquellas que tienen niveles de liquidez más altos.

Al analizar la concentración de los montos prestados o adeudados en el interbancario por parte de cada entidad, se encontró que las de mayor tamaño tienden a fondearse utilizando un mayor número de acreedores, mientras que las más pequeñas concentran sus requerimientos en un número reducido de contrapartes. De acuerdo con lo señalado por Allen y Gale (2000), esta estructura podría generar una mayor fragilidad para las entidades más pequeñas en caso de que un choque inesperado reduzca la oferta disponible en el interbancario. También, se observó que las entidades con mayor participación de las inversiones en el activo tienden a concentrar sus transacciones con un número reducido de contrapartes.

Finalmente, cuando se analizan los efectos que tienen estas relaciones en la materialización del riesgo de contagio en el MINC, se encuentra que el sistema es más vulnerable ante un choque simultáneo en la liquidez de los participantes, frente a un escenario donde las relaciones entre las entidades se asumen como aleatorias. Los resultados encontrados resaltan la importancia de incluir las relaciones crediticias que surgen entre los participantes del interbancario en el análisis de riesgo de contagio, pues esto permite medir con mayor precisión los efectos de un choque de liquidez inesperado.

Por último, futuros trabajos acerca del riesgo de contagio en el mercado interbancario podrían apuntar a identificar cuáles son las entidades que representan un mayor riesgo para el sistema, dada su importancia relativa como fuentes de fondeo o como deudores. Adicionalmente, los ejercicios que midan la exposición al riesgo de contagio de los participantes del interbancario, y que se desarrollan en este trabajo, deben incorporar una medida de costos de reducir la oferta de liquidez que reconozca la dinámica de las relaciones a lo largo del tiempo.

REFERENCIAS

- Acharya, V.; Gromb, D.; Yorulmazer, T. (2012). "Imperfect Competition in the Interbank Market for Liquidity as a Rationale for Central Banking", *American Economic Journal: Macroeconomics*, vol. 4, núm. 2, pp. 184-217.
- Alan, S.; Honoré, B.; Hu, L.; Leth-Petersen, S. (2011). "Estimation of Panel Data Regression Models with Two-Sided Censoring or Truncation", working paper series, núm. 08, Federal Reserve Bank of Chicago.
- Allen, F.; Gale, D. (2000). "Financial Contagion", *The Journal of Political Economy*, núm. 108, vol. 1, pp. 1-33.
- Allen, J.; Hortaçsu, A.; Kastl, J. (2001). "Analyzing Default Risk and Liquidity Demand during a Financial Crisis: the Case of Canada", working paper, núm. 17, Bank of Canada.
- Banco de la República (2012). *Reporte de Estabilidad Financiera*, Bogotá, D. C.: Banco de la República, septiembre.
- Basel Comitee of Banking Supervision (2010). *Basel III: International Framework for Liquidity Risk Measurement, Standards and Monitoring*, Basilea.
- Bhattacharya, S.; Gale, D. (1987). "Preference Shocks, Liquidity and Central Bank Policy", en *New Approaches to Monetary Economics*, pp. 69-88, Cambridge: Cambridge University Press.
- Bräuning, F.; Fecht, F. (2012). "Relationship Lending in the Interbank Market and the Price of Liquidity", discussion papers series, núm. 12, Deutsche Bundesbank.
- Cardozo, P.; Huertas, C.; Parra, J.; Patiño, L. (2012). "Mercado interbancario colombiano y manejo de liquidez del Banco de la República", Borradores de Economía, núm. 673, Banco de la República.
- Carlin, B.; Sousa-Lobo, M.; Vishwanathan, S. (2007). "Episodic Liquidity Crises: Cooperative and Predatory Trading", *The Journal of Finance*, núm. 62, núm. 5, pp. 2235-2274.
- Cocco, J. F.; Gomes, F. J.; Martins, N. C. (2009). "Lending Relationships in the Interbank Market", *Journal of Financial Intermediation*, núm. 18, vol. 1, pp. 24-48.
- Diaz Monroy, L. G. (2012). *Análisis estadístico de datos multivariados* (segunda edición), Bogotá, D. C.: Universidad Nacional de Colombia.
- Dunteman, G. (1969). *Principal Component Analysis*, California: SAGE Publications.
- Escofier, B.; Pages, J. (1992). *Análisis factoriales simples y múltiples. Objetivos métodos e interpretación*, Bilbao: Servicio Editorial Universidad del País Vasco.
- Espinheira, P.; Ferrari, S.; Cribari-Neto, F. (2008). "On Beta Regression Residuals", *Journal of Applied Statistics*, núm. 35, vol. 4, pp. 619-632.
- Estrada, D.; Morales, P. (2009). "La estructura del mercado interbancario y del riesgo de contagio en Colombia", *Reporte de Estabilidad Financiera*, Banco de la República, marzo.
- Ferrari, S.; Cribari-Neto, F. (2004). "Beta Regression for Modelling Rates and Proportions", *Journal of Applied Statistics*, núm. 31, núm. 7, pp. 799-815.
- Freixas, X.; Martin, A.; Skeie, D. (2011). "Bank Liquidity, Interbank Markets and Monetary Policy", *The Review of Financial Studies*, núm. 24, vol. 8, pp. 2656-2692.
- Greene, W. (2000). *Econometric Analysis*, Englewood Cliffs: Prentice Hall.

- Greene, W. (2001). "Estimating Econometric Models with Fixed Effects", working paper, Department of Economics, Stern School of Business.
- González, C. (2013). "Mercados interbancarios no colateralizados e información asimétrica: un mecanismo para lograr la participación plena de los bancos deficitarios cuando existen altos niveles y dispersión del riesgo de contraparte", Borradores de Economía, núm. 758, Banco de la República.
- González, C.; Silva, L.; Vargas, C.; Velasco, A. (2013). "An Exploration on Interbank Markets, and de Operational Framework of Monetary Policy in Colombia", Borradores de Economía, núm. 782, Banco de la República.
- Heider, F.; Hoerova, M. (2009). Interbank Lending, Credit-Risk Premia, and Collateral, *International Journal of Central Banking*, vol. 5, núm. 4, pp. 5-43.
- Hosmer, D. W.; Lemeshow, S.; Sturdivant, R. (eds.; 2000). *Applied Logistic Regression* (segunda edición), Hoboken, New Jersey: John Wiley y Sons, Inc.
- Johnson, R. A.; Wichern, D. W. (1998). *Applied Multivariate Statistical Analysis* (cuarta edición), New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
- Judge, G. G.; Hill, R. C.; Griffiths, W. E.; Lütkepohl, H.; Lee, T.-C. (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics* (segunda edición), Hoboken, New Jersey: Wiley y Sons, Inc.
- Kohler, U.; Luniak, M. (2005). "Data Inspection Using Biplots", *The Stata Journal*, vol. 5, núm. 2, pp. 208-223.
- Ladley, D. (2010). "An Economic Model of Contagion in Interbank Lending Markets", *Discussion Paper in Economics*, vol. 06, núm. 11, pp. 1-42.
- Martínez, C; León, C. (2014). "The Cost of Collateralized Borrowing in the Colombian Money Market: Does Connected Matter?", Borradores de Economía, núm. 803, Banco de la República.
- Papke, L. E.; Wooldridge, J. M. (1996). "Econometric Methods for Fractional Response Variables with an Application to 401(k) Plan Participation Rates", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 11, núm. 6, pp. 619-632.
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*, Madrid, España: McGraw-Hill; Interamericana de España, S. A.
- Rawlings, J.; Pantula, S. G.; Dickey, D. A. (1998). *Applied Regression Analysis: A Research Tool* (segunda edición), New York: Springer-Verlag, Inc.
- Saade-Ospina, A. (2008). "Aproximación cuantitativa a la centralidad de los bancos en el mercado interbancario: enfoque de juegos cooperativos", Temas de Estabilidad Financiera, Banco de la República.
- Smithson, M.; Verkuilen, J. (2006). "A Better Lemon Squeezer? Maximum-Likelihood Regression with Beta-Distributed Dependent Variables", *American Psychological Association*, vol. 11, núm. 1, pp. 54-71.
- Wackerly, D. D.; Mendenhall III, W.; Scheaffer, R. (2002). *Estadística matemática con aplicaciones* (sexta edición), México, D. F.: Thomson Learning S. A.

ANEXO 1

REDES DEL MERCADO INTERBANCARIO NO COLATERALIZADO

Gráfico A1.1

Redes del mercado interbancario no colateralizado

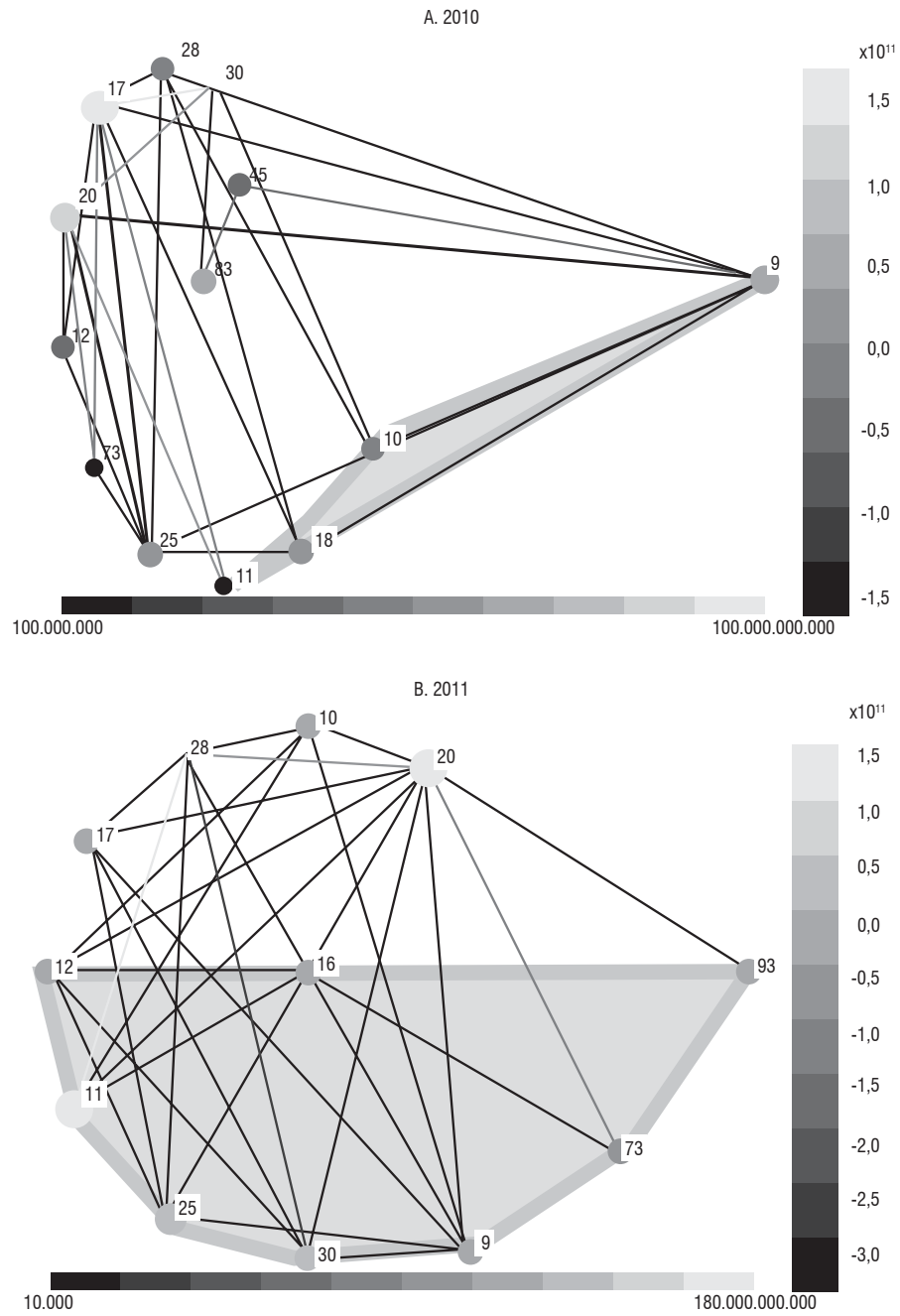
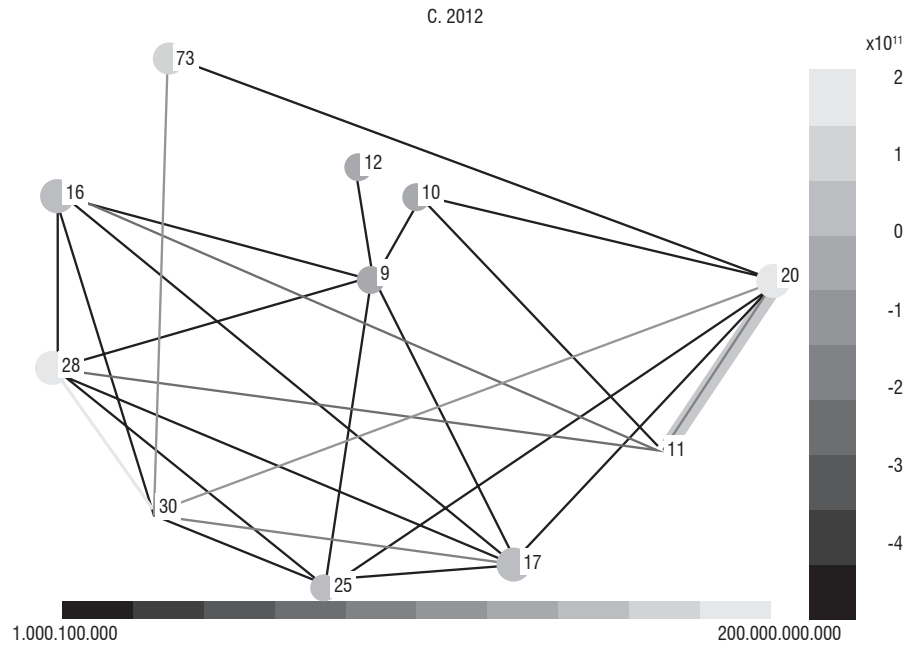


Gráfico A1.1 (continuación)
Redes del mercado interbancario no colateralizado



Fuente: Banco de la República; cálculos de los autores

ANEXO 2

REGRESIÓN BETA

Sea una variable Y que se encuentra acotada en el intervalo $(0,1)$. Dicha variable se desea explicar mediante una forma funcional lineal, con dos conjuntos de regresores, X y Z . El primero denota los factores del modelo para la media y el segundo las variables del modelo para el término de precisión. La regresión beta es una metodología que podría ser utilizada para realizar la estimación de dicha variable, pues permite modelar formas funcionales donde la variable explicativa es una proporción.

Como se mencionó en la sección 3 del presente documento, una forma de plantear la función de densidad de la distribución beta, siguiendo a Ferrari y Cribari-Neto (2004), corresponde a la expresión en 8. Los parámetros de la distribución, μ y ϕ deben cumplir las siguientes restricciones: $\mu \in (0,1)$ y $\phi > 0$. De esta forma, para un conjunto de observaciones de tamaño n , y_i , se distribuye beta con parámetros μ y ϕ . Lo anterior es equivalente a que $y_i \sim \beta(\mu_i, \phi_i)$; por tanto, el modelo de regresión beta resuelve las siguientes dos formas funcionales:

$$\mathcal{G}_1(\mu_i) = x_i^T \beta \tag{A2.1}$$

$$\mathcal{V}_1(\phi_i) = z_i^T \gamma \tag{A2.2}$$

donde: $\beta^T = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k]$, $\gamma^T = [\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_h]$ $k + h < n$

La estimación de los parámetros del modelo se realiza vía máxima verosimilitud (ML). De manera análoga a los modelos *logit* y *probit*, la variable dependiente debe transformarse haciendo uso de una función de enlace. Para el presente trabajo se emplea la especificación *logit*, de manera que la variable explicativa, \tilde{y} , se obtiene como sigue:

$$\tilde{y}_i = \ln\left(\frac{y_i}{1-y_i}\right), i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A2.3})$$

Este paso permite que la variable dependiente no sea restringida, y que la estimación de la especificación planteada en A2.1 sea lineal —para conocer otras alternativas de funciones de enlace, se sugiere consultar Ferrari y Cribari-Neto (2004)—. Una vez culmina la obtención de los parámetros del modelo, existen diferentes alternativas de indicadores y estadísticas para verificar su ajuste. A continuación se presenta un resumen de las mismas.

En primer lugar, siguiendo a Hosmer y Lemeshow (2000), la idea del estadístico de la suma de cuadrados de la regresión (SSR, por su sigla en inglés) del modelo lineal puede ser llevada y aplicada a los modelos no lineales, tales como los estimados por ML. En efecto, la desviación, D , es un estadístico ampliamente utilizado para evaluar el buen ajuste y la pertinencia de las variables exógenas en el modelo, y tiene como fin comparar el modelo teórico (o aquel que alcanzaría la máxima verosimilitud) y el modelo bajo investigación. Su interpretación es la misma a la que se obtiene del estadístico SSR. De manera conceptual, D se define como:

$$D = -2\ln\left[\frac{\text{verosimilitud del modelo ajustado o bajo investigación}}{\text{verosimilitud del modelo teórico}}\right] \quad (\text{A2.4})$$

Siguiendo a Ferrari y Cribari-Neto (2004), es posible verificar que, en el caso de la regresión beta, el término para la desviación se plantea como sigue,

$$D(y; \mu, \phi) = \sum_{i=2}^n 2[l_i(\tilde{\mu}_i, \phi) - l_i(\hat{\mu}_i, \phi)] \quad (\text{A2.5})$$

donde la función de *log*-verosimilitud obtenida a partir de la muestra de n observaciones independientes es:

$$l(\beta, \phi) = \sum_{i=1}^n l_i(\mu_i, \phi) \quad (\text{A2.6})$$

donde:

$$l_i(\mu_i, \phi) = \ln\Gamma(\phi) - \ln\Gamma(\mu_i\phi) - \ln\Gamma[(1-\mu_i)\phi] + \ln y_i (\mu_i\phi - 1) + [(1-\mu_i)\phi - 1] \ln(1-y_i) \quad (\text{A2.7})$$

En caso de que los parámetros del modelo sean estimados por máxima verosimilitud, se puede demostrar que la desviación del modelo estimado corresponde a:

$$D(y; \hat{\mu}, \hat{\phi}) = \sum_{i=1}^n (r_i^2)^2 \quad (\text{A2.8})$$

donde:

$$r_i^d = \text{sgn}(y_i - \hat{\mu}_i) \left\{ 2 \left[l_i(\hat{\mu}_i, \hat{\phi}) - l_i(\hat{\mu}_i, \hat{\phi}) \right] \right\} \quad (\text{A2.9})$$

Como mencionan Ferrari y Cribari-Neto (2004), r_i^d puede interpretarse como un residuo del modelo y, por tanto, la i -ésima observación contribuye a una cantidad equivalente a $(r_i^d)^2$ a la desviación del modelo, de manera que una observación con alto nivel de r_i^d puede entenderse como atípica.

Por otra parte, de manera análoga al coeficiente de correlación múltiple en el modelo de MCO, en la regresión beta existe el pseudo R^2 , que tiene como fin cuantificar la proporción de la variabilidad de los datos que explican las variables exógenas de un modelo estimado. Siguiendo a Hosmer y Lemeshow (2000), si l_0 y l_p denotan las funciones de log-verosimilitud de los modelos con intercepto e intercepto más variables exógenas, respectivamente, entonces el pseudo R^2 se define como:

$$R^2 = \frac{l_0 - l_p}{l_0} = 1 - \frac{l_p}{l_0} \quad (\text{A2.10})$$

Por último, el análisis de residuos es *ex post* a la estimación del modelo y es un proceso que permite detectar problemas de especificación o de estructura en las variables (Rawlings *et al.*, 1998). Su gran utilidad también radica en que permite detectar observaciones influenciadas (pues afectan las estimaciones de los parámetros) o atípicas (ya que residuos con varianza significativamente alta corresponden a observaciones inusuales que no siguen el patrón general de las restantes). Un residuo que puede servir para tal fin es el planteado en la ecuación A2.6, no obstante, Espinheira *et al.* (2008) advierten que a medida que $\phi \rightarrow \infty$, esta aproximación para calcular un residuo podría ser imprecisa, en particular cuando μ_i es cercano a cero o a uno. Teniendo en cuenta lo anterior, para este trabajo se calcularon los residuales ponderados estandarizados 2 (RPE2, por su sigla en inglés), r_i^{ww} , propuestos por estos autores y que se definen como:

$$r_i^{ww} = \frac{\tilde{y}_i - \hat{\mu}_i^*}{\sqrt{v_i(1-h_{ii})}} \quad (\text{A2.11})$$

donde: $\hat{\mu}_i^*$ es el estimador de máxima verosimilitud de la variable de respuesta, teniendo en cuenta que $\hat{\mu}_i^* = \Psi(\mu_i \phi) - \Psi((1 - \mu_i) \phi)$ y que $\psi\{\cdot\}$ corresponde a la distribución digamma.

Teóricamente, Espinheira *et al.* (2008) muestran que:

$$\text{Var}(y_i) = v_i = \psi'(\mu_i \phi) - \psi'((1 - \mu_i) \phi)$$

h_{ii} corresponde al elemento diagonal i de la matriz de proyección P .

El supuesto que subyace a la distribución de los residuos es que estos se ajustan a una distribución normal, es decir $r^{ww} \sim N(0, I\sigma^2)$, siendo I la matriz de identidad con dimensión $n \times n$.

ANEXO 3

PRUEBAS SOBRE LOS RESIDUALES DE LOS MODELOS DE REGRESIÓN BETA

Como se puede observar en el Cuadro A3.1, las perturbaciones cumplen con los supuestos de normalidad y varianza constante, pues la probabilidad de rechazar incorrectamente la hipótesis nula (p -valor) de las pruebas de *Jarque-Bera* y *Breusch-Pagan* es significativamente mayor al nivel de confianza considerado (5%). Adicionalmente, al comparar la distribución empírica de las perturbaciones con la teórica para una distribución normal estándar, al utilizar el *Quantile-Quantile plot*, lo cual se puede concluir que los residuos de las estimaciones son normales (Gráfico 3).

Cuadro A3.1

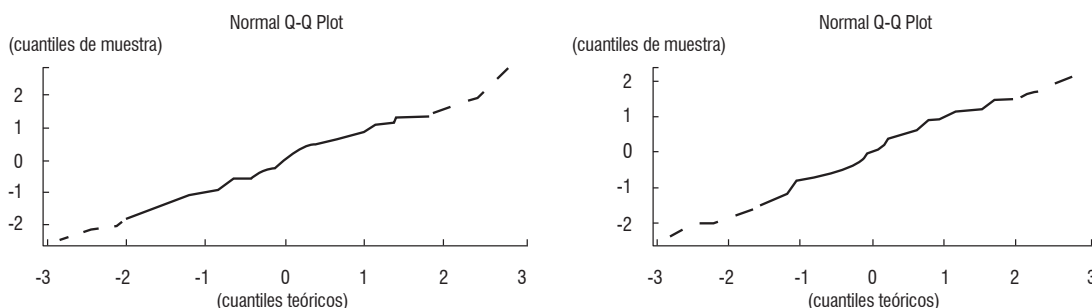
Pruebas de ajuste sobre las perturbaciones estimadas de los modelos (3) y (4)

Nombre prueba	Estadístico	P -valor	Estadístico	P -valor
Jarque-Bera (normalidad)	44.187	0,1098	18.187	0,4028
Breusch-Pagan (homoscedasticidad)	0,5448	0,9036	0,05224	0,9998

Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A3.1

Q-Q Plot de los residuos estimados para los modelos en (3) y (4) y para la distribución normal



Fuente: cálculos de los autores.

ANEXO 4

FORMULACIÓN DEL MODELO DE RIEGO DE CONTAGIO

En este anexo se describen los apartes teóricos más relevantes del modelo de optimización que se emplea para medir el impacto del riesgo de contagio en el MINC. La formulación matemática, junto con las diferentes consideraciones teóricas que se presentan a continuación, se basan principalmente en el planteamiento de Estrada y Morales (2009).

La estructura del MINC, para las entidades analizadas en este documento, se modela mediante una red donde los nodos representan a las entidades y los arcos a las operaciones financieras (préstamos) que estas realizan. Como se mencionó, la fuente de información

de las transacciones que realizaron los agentes estudiados entre 2009 y 2012 corresponde a los registros del CUD. Se plantea un problema de minimización de costos donde se calculan los recursos que las entidades analizadas del MINC dejarían de ofrecer ante la ocurrencia de un choque (episodio de estrés) que afectaría simultáneamente a todos los participantes.

Supóngase que N entidades financieras participan en un mercado donde todas pueden o no interactuar entre sí. Sin pérdida de generalidad, en este documento dicho mercado corresponde al MINC, donde su estructura se puede modelar mediante una red (como ya se mencionó). Cada entidad corresponde a un nodo y cada arco a la interacción que dos nodos, llámese i y j , tienen. La naturaleza de esta relación es financiera y el flujo que se transporta entre dos nodos equivale al monto de la transacción que las dos entidades realizan.

Como uno de los parámetros del problema de optimización se define una matriz O de cardinalidad $|N \times N|$:

$$O = \begin{bmatrix} 0 & O_{12} \dots & O_{1N} \\ O_{21} & 0 \dots & O_{2N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{N1} & O_{N2} \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (A4.1)$$

Dicha matriz contiene los flujos o el valor de todas las transacciones que pueden ocurrir entre dos entidades. La diagonal es cero, pues una entidad no puede fondearse/ otorgar recursos a sí misma. Sin embargo, los elementos fuera de la diagonal no necesariamente deben ser distintos de cero, pues si dos entidades no se relacionan, entonces el elemento O_{ij} correspondiente es cero.

Para cada fila de la matriz O la suma de los elementos corresponde a la oferta total de recursos líquidos de la entidad $i(OL_i)$, mientras que para cada columna, la suma de los elementos corresponde a la demanda total por liquidez de la misma entidad (*i. e.*: DL_i). Estas dos variables, junto con el $IRL_{7 \text{ días}}$, permiten conocer el nivel de liquidez que presenta la entidad, cuando se encuentra transando en el MINC y en ausencia de choques. Siguiendo a Estrada y Morales (2009), la liquidez de cada participante de dicho mercado para un período $t(L_{it})$ se calcula como sigue:

$$L_{it} = IRL_{7 \text{ días}, it} + DL_{it} - OL_{it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (A4.2)$$

Siendo T el conjunto de períodos en los cuales se están analizando los resultados, es decir, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$. Cabe recordar que el $IRL_{7 \text{ días}}$ no incluye los flujos provenientes del mercado interbancario. Adicionalmente, esta variable se utiliza como *proxy* del riesgo de liquidez de fondeo de las entidades, es decir, mide la dificultad, en términos relativos, que estas pueden enfrentar para responder con sus obligaciones financieras de corto plazo en distintos horizontes de tiempo. El indicador para la entidad i , en un determinado período t , $IRL_{7 \text{ días}, it}$, se construye como sigue:

$$IRL_{7 \text{ días}, it} = \text{activos líquidos}_{it} - \text{requerimiento neto de liquidez}_{7 \text{ días}it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (A4.3)$$

El indicador es una brecha de liquidez donde a los activos líquidos se le sustrae la suma de obligaciones y pasivos de corto plazo de la entidad (requerimiento neto de liquidez). Su lectura debe hacerse como sigue: un valor negativo implica riesgo alto, mientras que mayores niveles del $IRL_{7 \text{ días}, it}$ se asocian con una mejor situación de liquidez, para los siguientes siete días, de la entidad analizada.

Por otra parte, y como se explica en la sección cuatro de este documento, las entidades enfrentan un choque idiosincrásico, cuya aplicación es simultánea. Este choque consiste en aplicar una situación de estrés sobre el indicador de liquidez ($IRL_{7 \text{ días}}$) en el cual, para cada entidad, se incorporan varios elementos propios de una situación de baja liquidez en el mercado. Para una entidad i , en un instante de tiempo t , el indicador de liquidez estresado se define como $\varepsilon IRL_{7 \text{ días}, it}$.

El uso de este indicador estresado tiene como fin conocer qué tanto las fuentes de fondeo reducen su disponibilidad de recursos afectando a aquellas entidades que podrían depender de manera importante del MINC para conseguir sus faltantes de liquidez. Siguiendo a Estrada y Morales (2009), cuando una entidad no cuenta con un acervo de recursos suficiente para absorber un choque de liquidez, deberá restringir su oferta y disminuir la liquidez que entrega a sus contrapartes. Como el choque se aplica simultáneamente a todas las entidades, se espera que algunas enfrenten demanda por liquidez insatisfecha, pues ante ausencia de episodios de estrés podrían haber recibido una liquidez mayor por parte de sus contrapartes.

De esta forma, ante un episodio de baja liquidez en el mercado; es decir, ante la ocurrencia de un choque de liquidez, la ecuación (39) para cualquier entidad i se reescribe como sigue:

$$L_{it} = IRL_{7 \text{ días}, it} + DL_{it} - OS_{it} - IIRL_{7 \text{ días}, it} - DNS_{it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (\text{A4.4})$$

Donde DNS_{it} se define como la demanda no satisfecha de la entidad i en el período t ; es decir, los recursos que la entidad deja de percibir como consecuencia del choque. Esta es una medida agregada, pues contempla todas las interacciones que tiene con los demás agentes; por tanto:

$$DNS_{it} = \sum_{j=1}^N ons_{jit} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (\text{A4.5})$$

Siendo ons_{jit} los recursos que j deja de ofrecer a i a raíz del choque en t . A su vez, el monto total de recursos que la entidad i deja de transmitir a sus demás contrapartes, generando en aquellas ofertas no satisfechas (denominadas como ONS_{it}), se define como:

$$ONS_{it} = \sum_{j=1}^N ons_{ij} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (\text{A4.6})$$

Por otro lado, la oferta satisfecha de liquidez para la entidad i , OS_{it} (Estrada y Morales, 2009) es la oferta disponible de la entidad después del choque; en otras palabras, corresponde a la diferencia entre la oferta de recursos líquidos antes del choque y el monto total que dejó de entregar a sus contrapartes luego de este:

$$OS_{it} = OL_{it} - ONS_{it} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (\text{A4.7})$$

El algoritmo propuesto por Estrada y Morales (2009) evalúa la transmisión del choque en k etapas y se detiene cuando no existan más nodos transmisores de liquidez. Dicha condición de realizar el choque en varias etapas se aplicó a los datos utilizados en este documento para la corrida del modelo de riesgo de contagio, finalizando este, luego de una etapa.

Por último, el problema de optimización que se resuelve es el planteado en las ecuaciones (9), (10) y (11). Es un problema lineal donde se minimiza la liquidez que el sistema deja de ofrecer a raíz del choque. El vector de costos, en la función objetivo (ecuación (9)), para una pareja de entidades (i, j), se representa mediante el índice de preferencias del deudor (IPD_{ij}), pues este indicador muestra la importancia de la fuente de fondeo que j es para i . Valores altos de esta variable sugieren una dependencia importante de los recursos que recibe i por parte de j y, por tanto, una situación adversa que obligue a la segunda a restringir de manera importante su liquidez a la primera puede llevar a esta última a enfrentarse a un escenario incierto donde buscar una fuente de financiamiento alternativa sea muy costoso o difícil de conseguir.

ANEXO 5

RESULTADOS: EJERCICIO DE RIESGO DE CONTAGIO

Gráfico A5.1

Monto transado en el MINC vs. monto después del choque de liquidez: estructura de mercado aleatoria

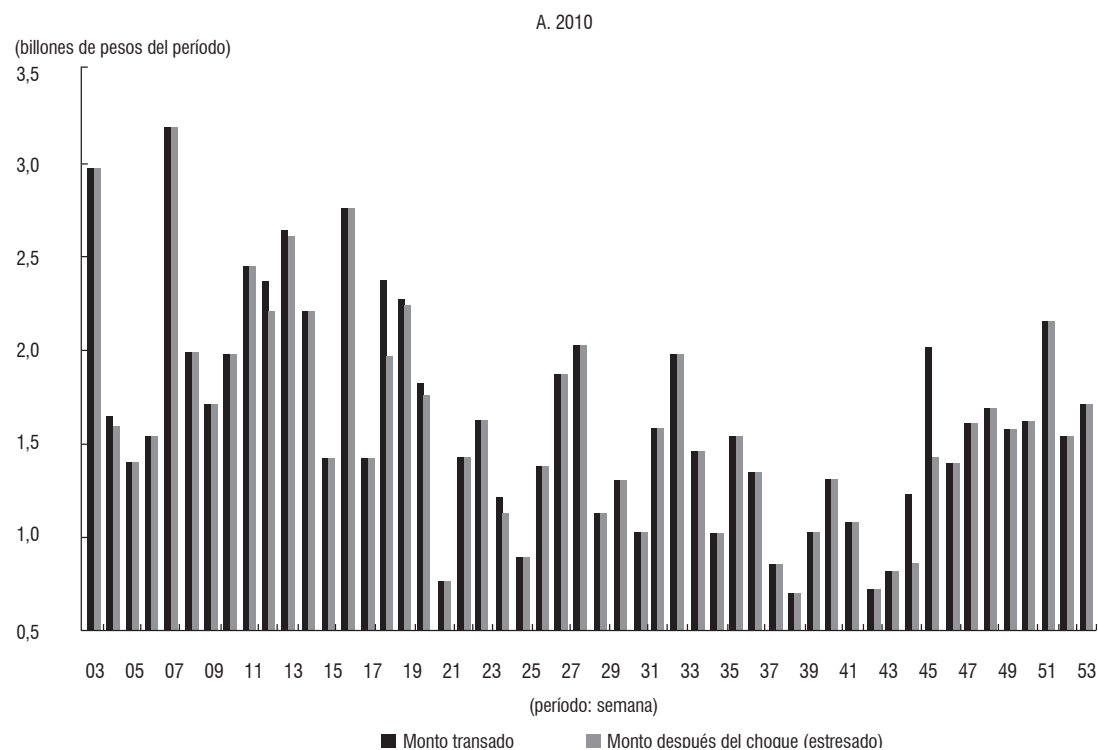
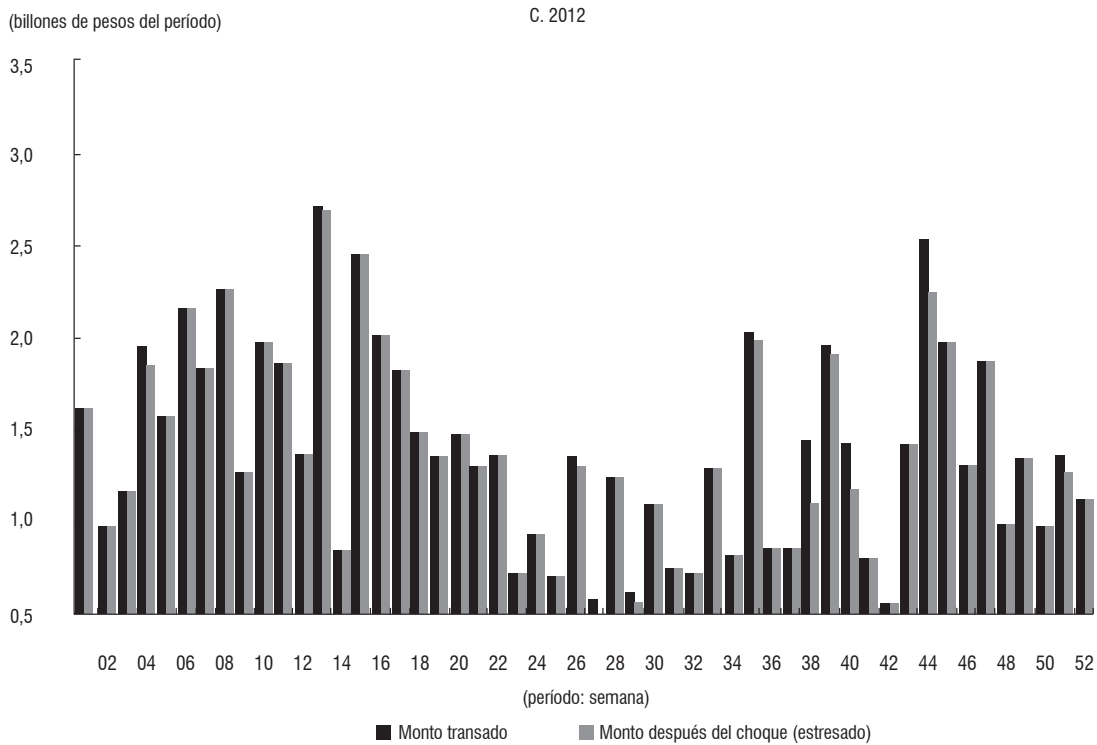
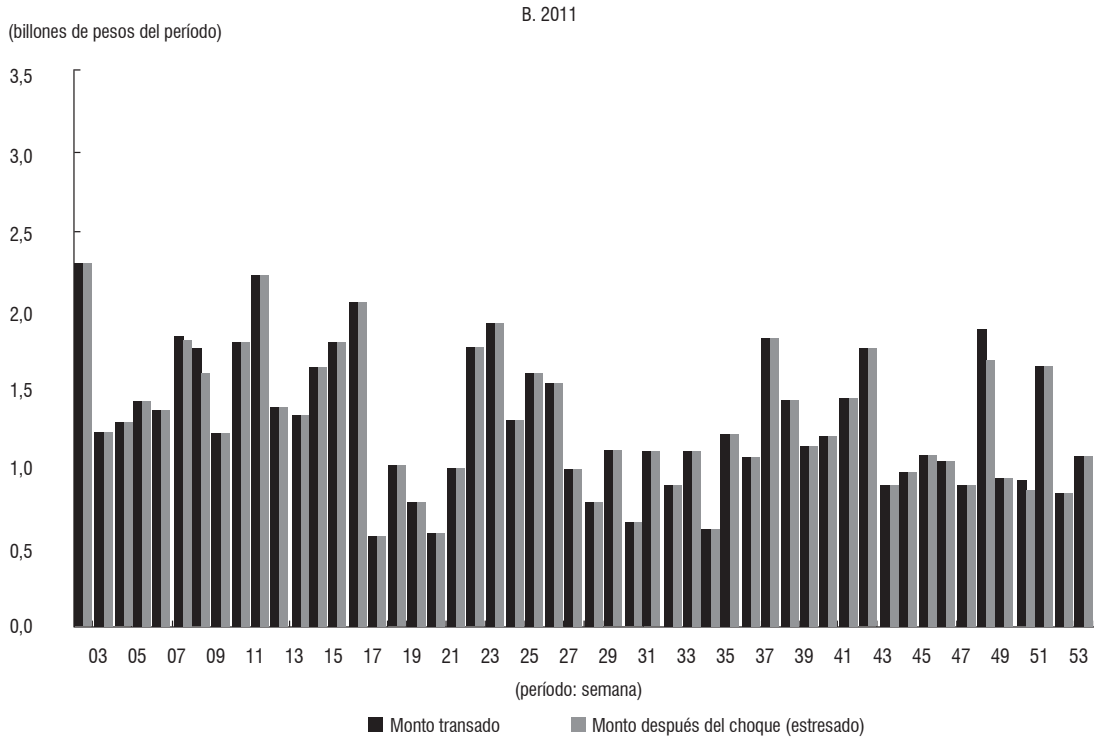


Gráfico A5.1 (continuación)



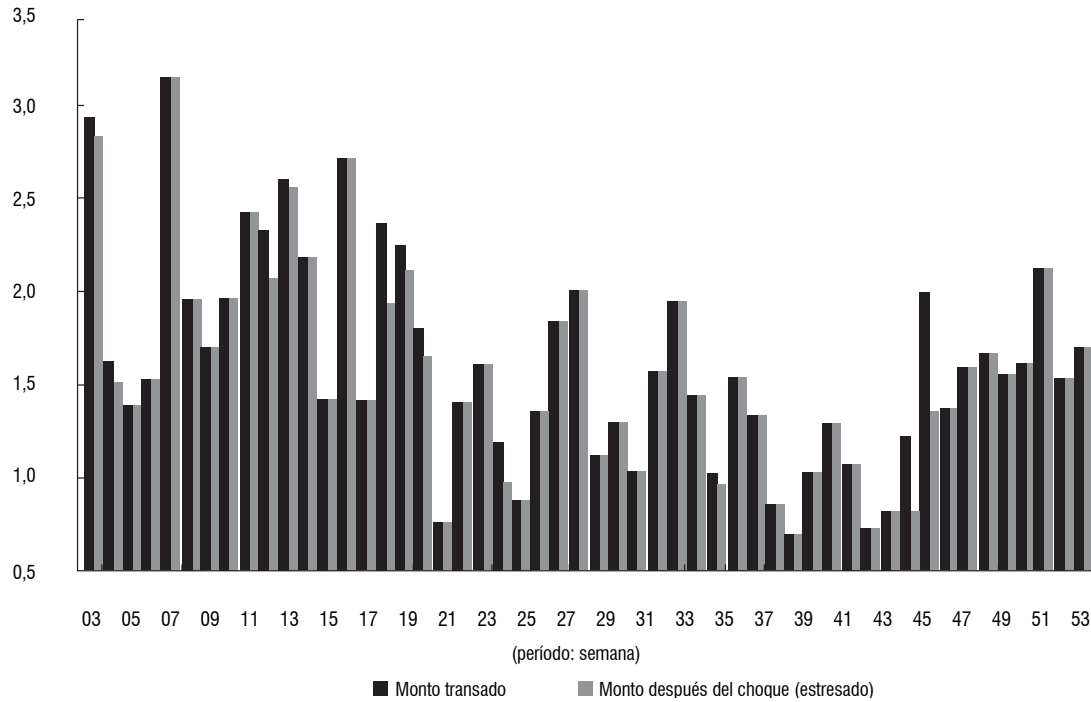
Fuente: cálculo de los autores.

Gráfico A5.2

Monto transado en el MINC vs. monto después del choque de liquidez: estructura de mercado observada

(billones de pesos del período)

A. 2010



B. 2011

(billones de pesos del período)

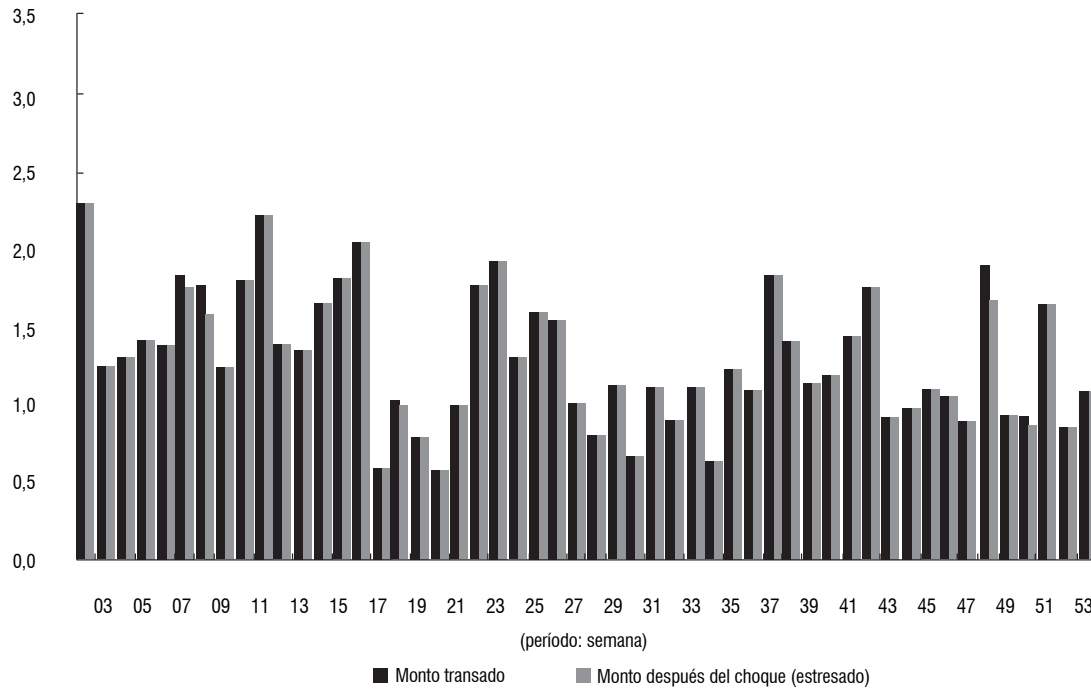
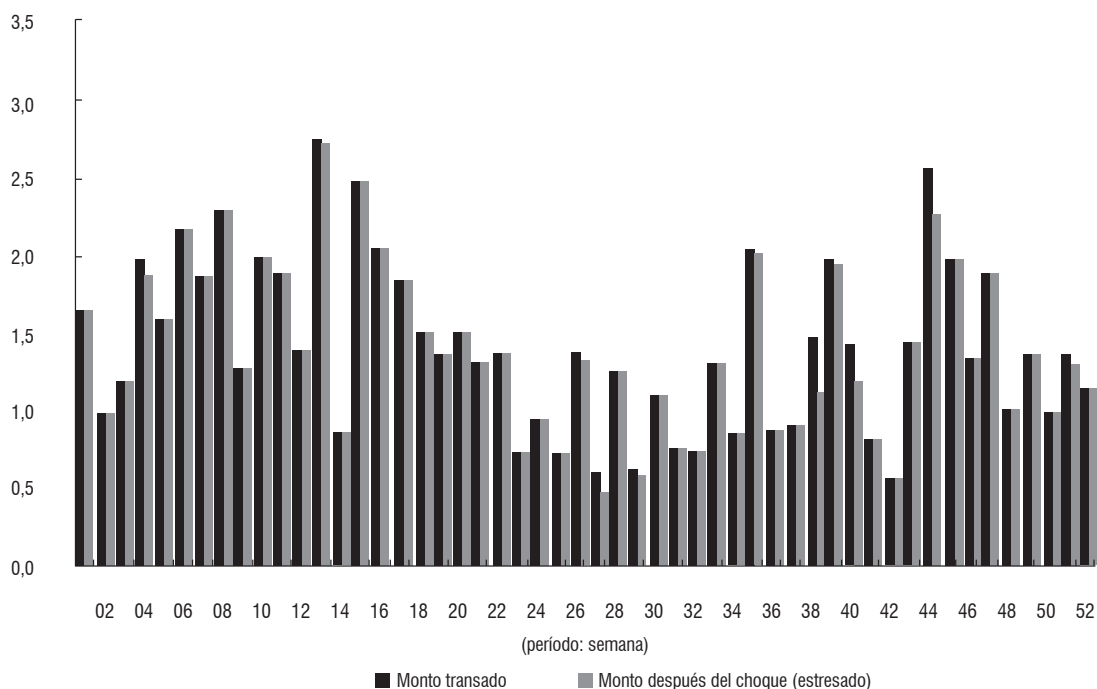


Gráfico A5.2 (continuación)

C. 2012

(billones de pesos del período)



Fuente: cálculos de los autores.

Cuadro A5.1

Resultado del choque por entidad (impacto en la oferta de liquidez-matriz de costos determinísticos para el período 2009-2012)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	ONS/oferta original
13	1751,61	18,5
14	229,26	5,7
15	282,77	4,1
2	683,91	2,1
8	634,69	1,9
4	72,23	1,7
3	210,02	1,5
7	215,00	1,4
1	172,63	1,2
5	14,30	0,9

Cuadro A5.1 (continuación)

Resultado del choque por entidad (impacto en la oferta de liquidez-matriz de costos determinísticos para el período 2009-2012)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	ONS/oferta original
11	190,03	0,8
12	10,93	0,4
6	0,50	0,0
10	0,02	0,0
Total	\$ 4.467,9	

Nota: cifras aproximadas a un decimal.

Fuente: cálculos de los autores.

Cuadro A5.2

Resultado del choque por entidad (impacto en la demanda de liquidez-matriz de costos determinísticos para el período 2009-2012)

Código entidad	Monto DNS (mm de pesos)	DNS/demanda original
5	\$ 668,2	39,9
10	\$ 932,4	19,3
13	\$ 236,7	8,9
4	\$ 244,1	7,3
7	\$ 475,4	6,4
3	\$ 250,8	3,5
11	\$ 833,5	3,0
2	\$ 153,4	2,9
14	\$ 48,7	2,8
6	\$ 277,8	2,4
12	\$ 180,2	1,2
8	\$ 53,4	0,8
1	\$ 112,7	0,8
9	\$ 0,7	0,0
Total	\$ 4.467,9	

Nota: cifras aproximadas a un decimal.

Fuente: cálculos de los autores.

Cuadro A5.3

Resultado del choque por entidad (impacto en la oferta de liquidez-matriz de costos aleatorios para el período 2009-2012)

Código entidad	Monto ONS (mm de pesos)	ONS/oferta original
13	1.739,1	18,4
14	169,3	4,2
15	258,1	3,7
2	623,9	1,9
8	634,7	1,9
11	165,0	0,7
5	7,3	0,5
Total	3.597,4	

Nota: cifras aproximadas a un decimal.

Fuente: cálculos de los autores.

Cuadro A5.4

Resultado del choque por entidad (impacto en la demanda de liquidez-matriz de costos aleatorios para el período 2009-2012)

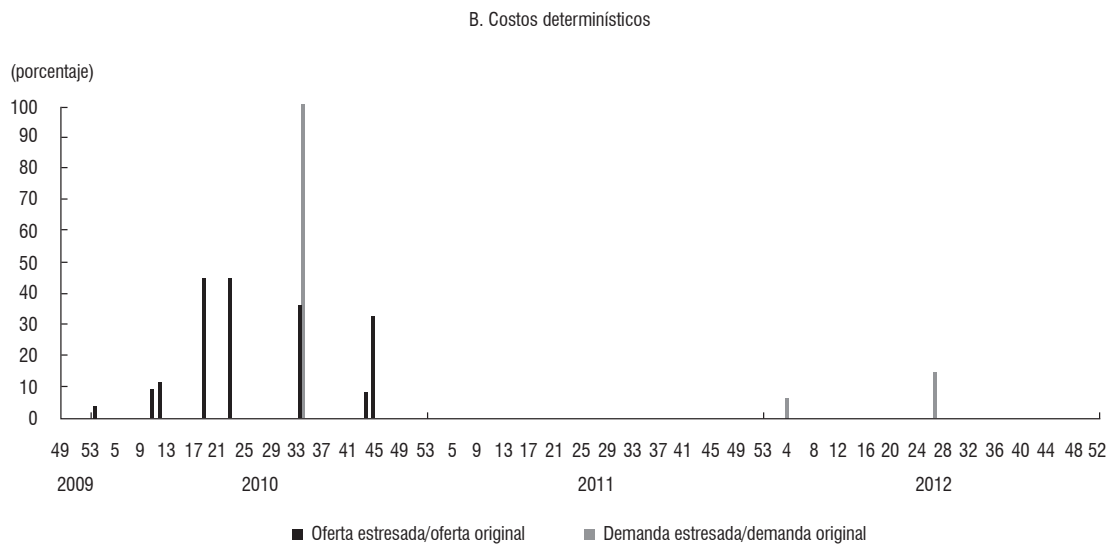
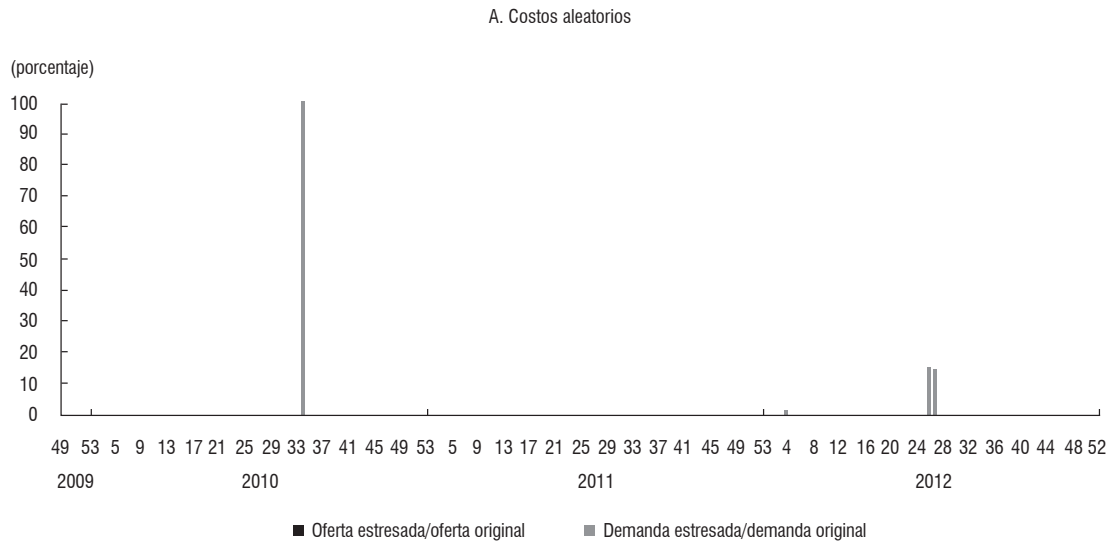
Código entidad	Monto DNS (mm de pesos)	DNS/demanda original
10	638,3	13,2
5	136,3	8,1
3	450,9	6,3
4	168,6	5,0
7	349,9	4,7
11	870,7	3,1
6	333,6	2,9
14	38,0	2,2
12	311,6	2,0
2	103,2	2,0
8	89,3	1,4
15	46,4	1,2
13	21,9	0,8
1	38,8	0,3
Total	3.597,4	

Nota: cifras aproximadas a un decimal.

Fuente: cálculos de los autores.

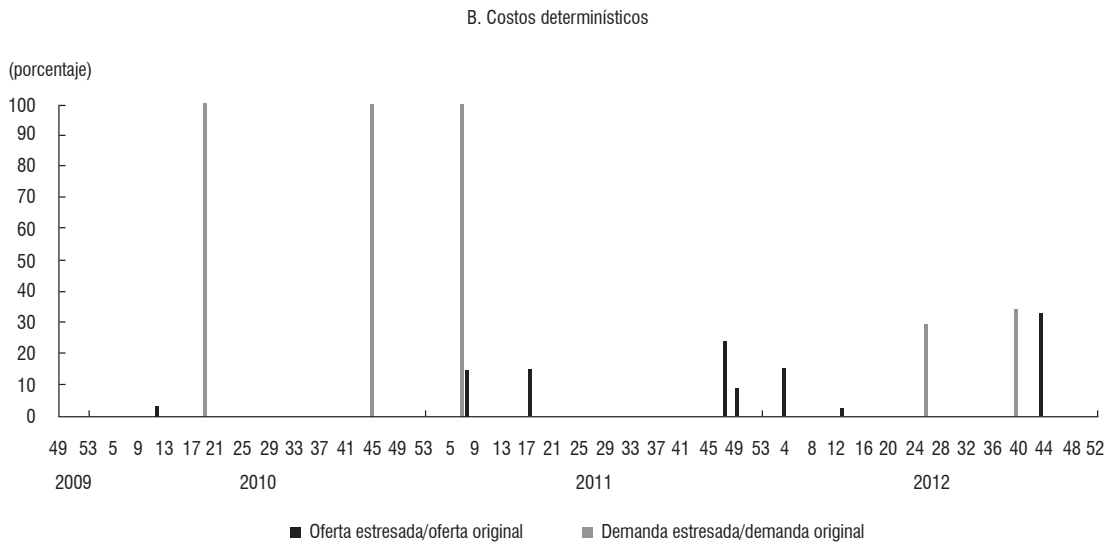
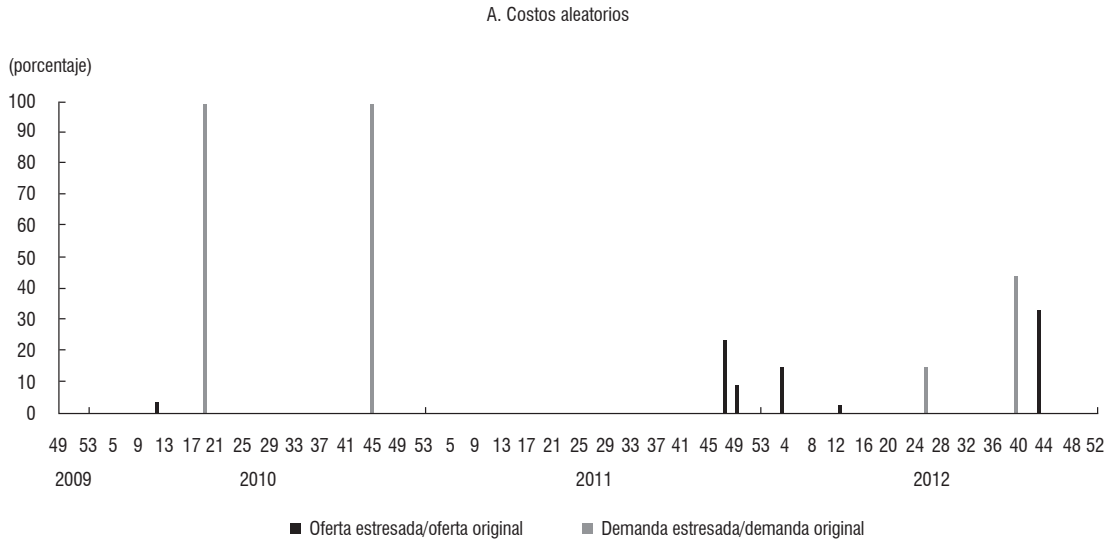
Gráfico A5.3

Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 1 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

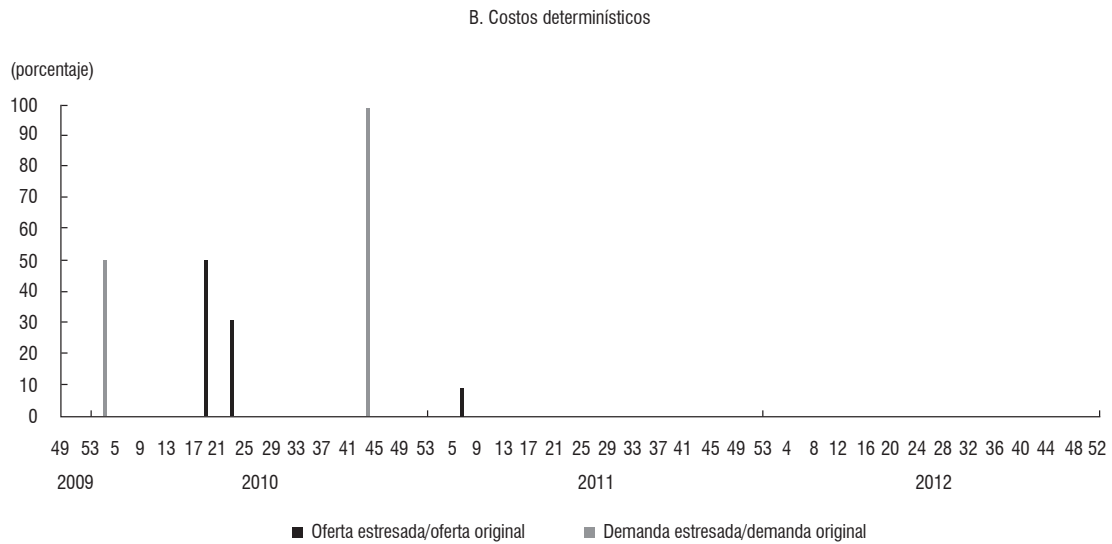
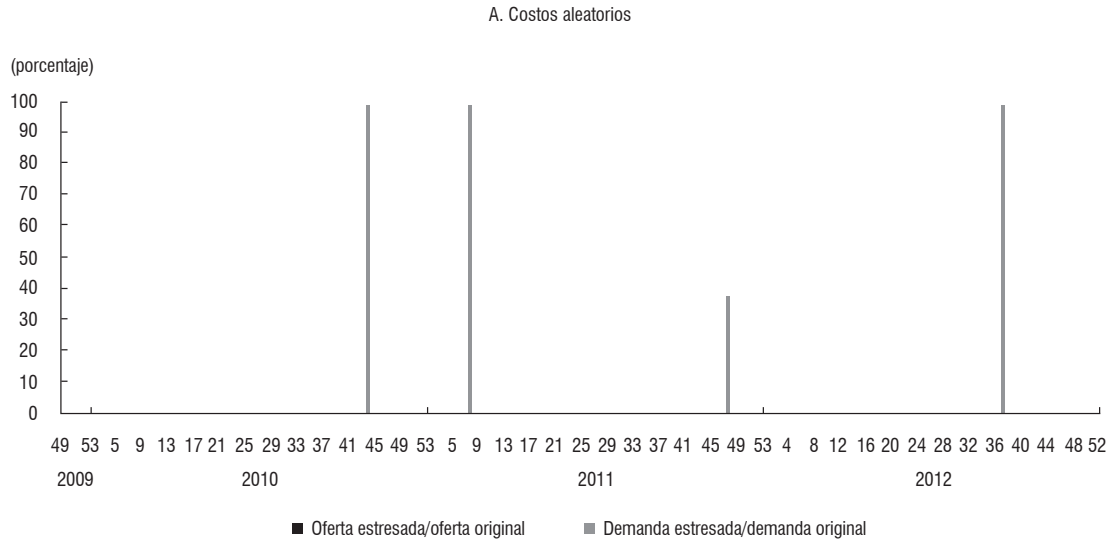
Gráfico A5.4
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 2 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

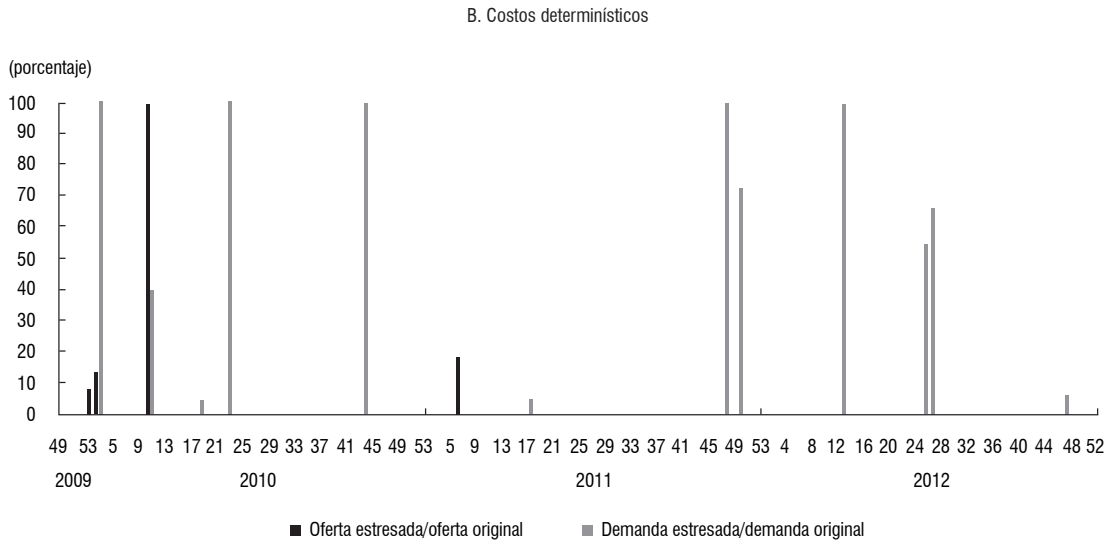
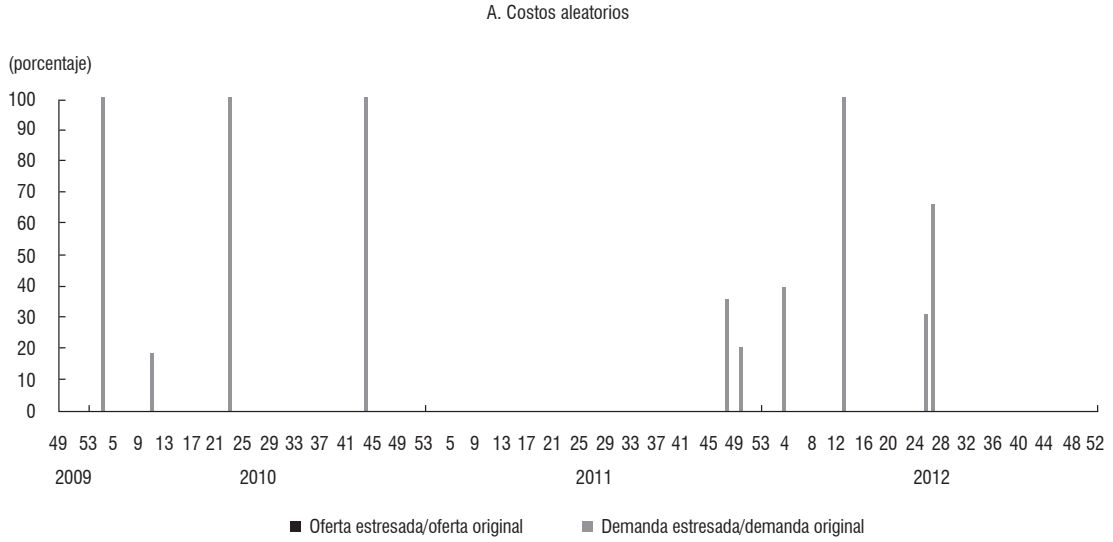
Gráfico A5.5

Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 3 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



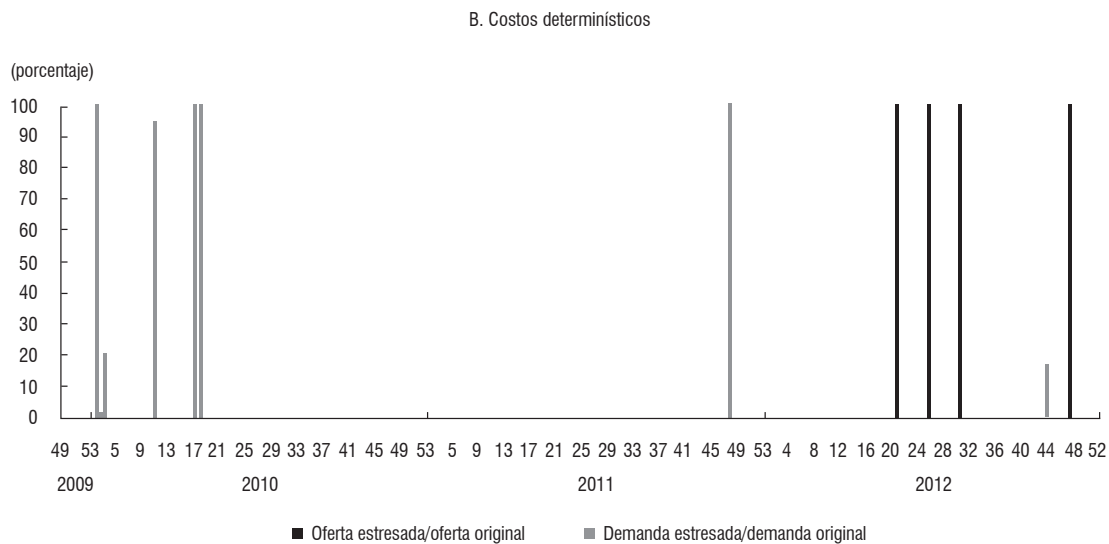
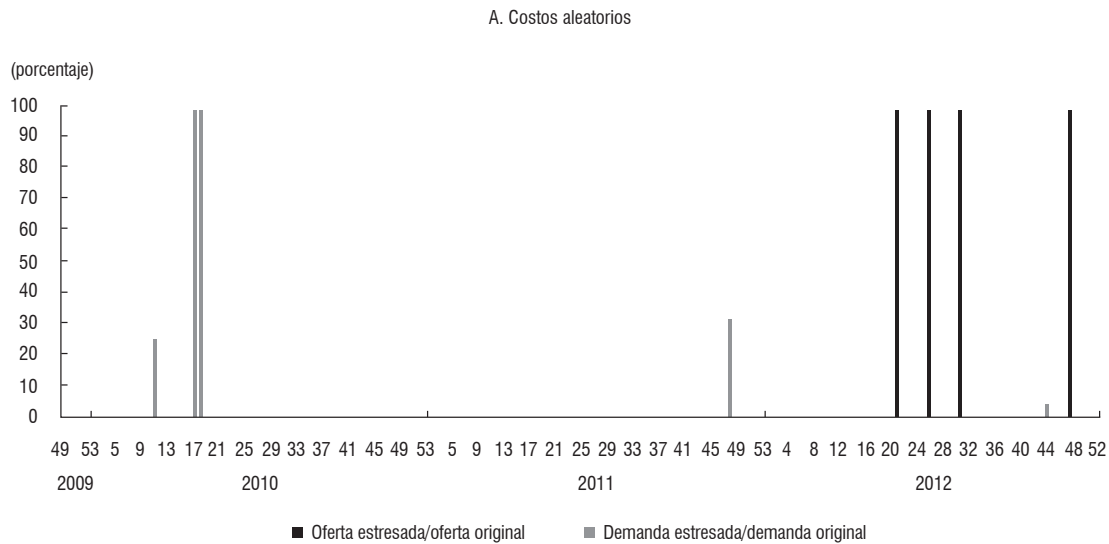
Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.6
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 4 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

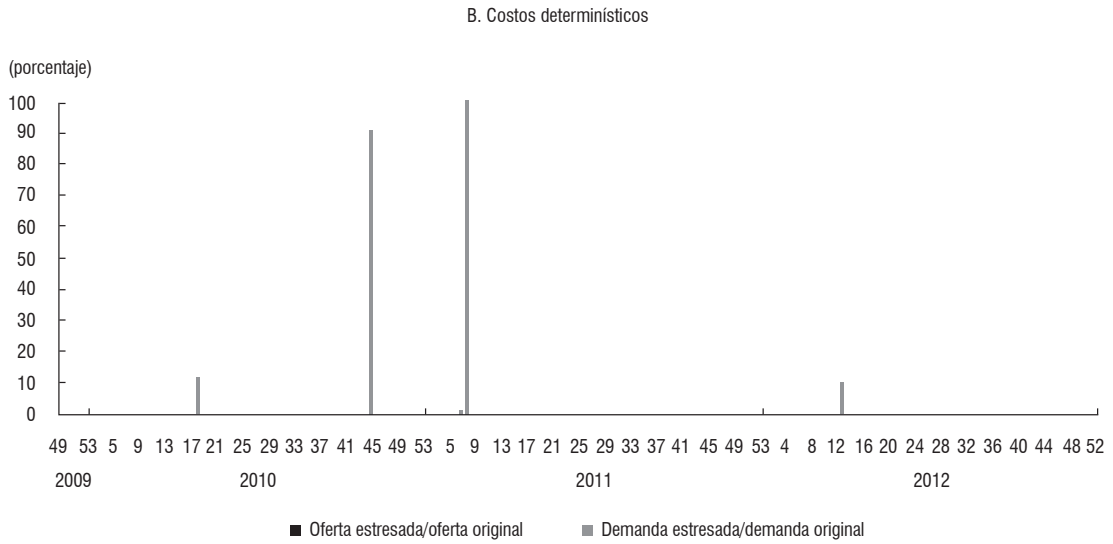
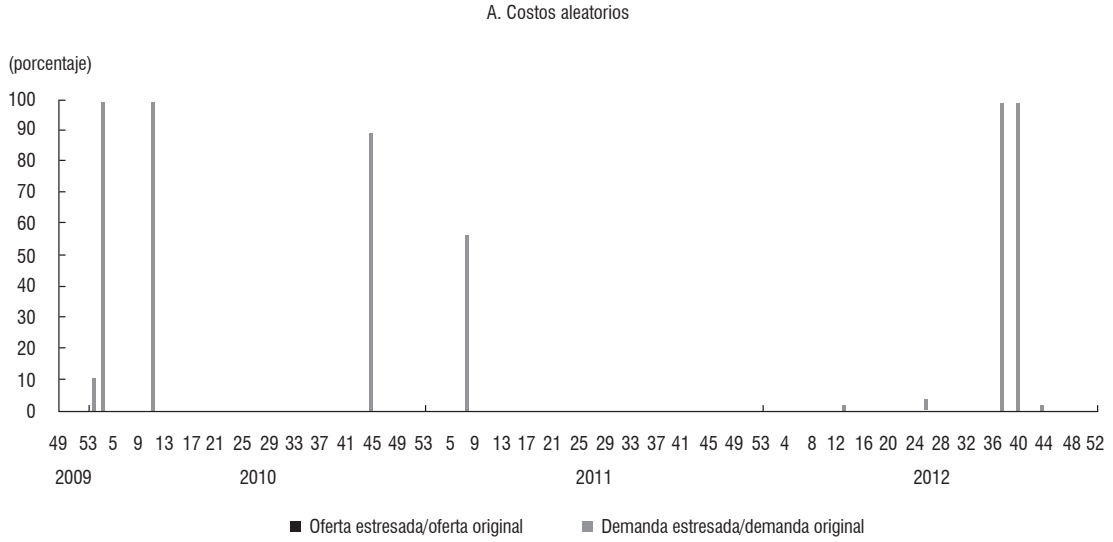
Gráfico A5.7
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 5 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.8

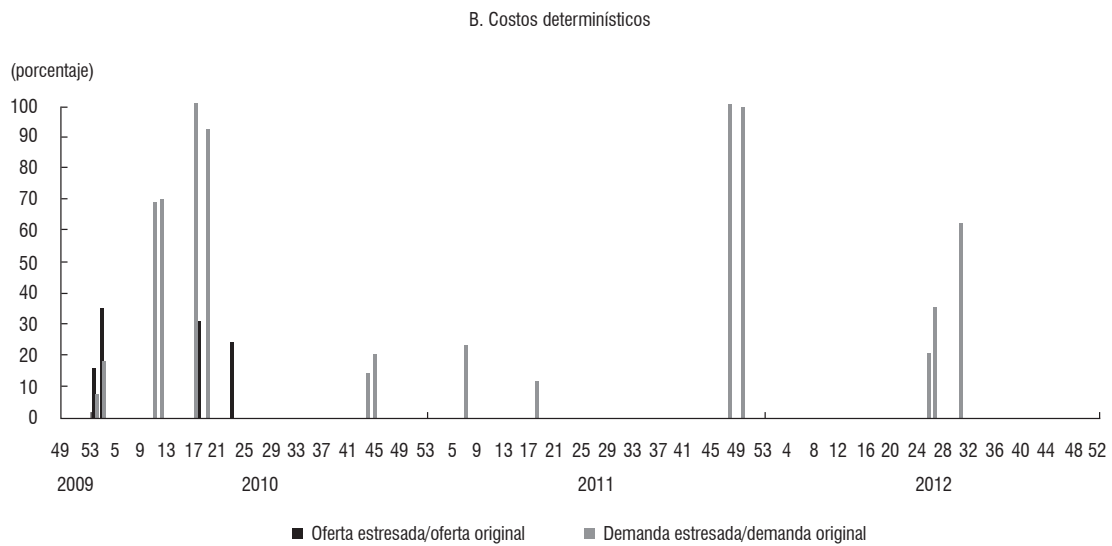
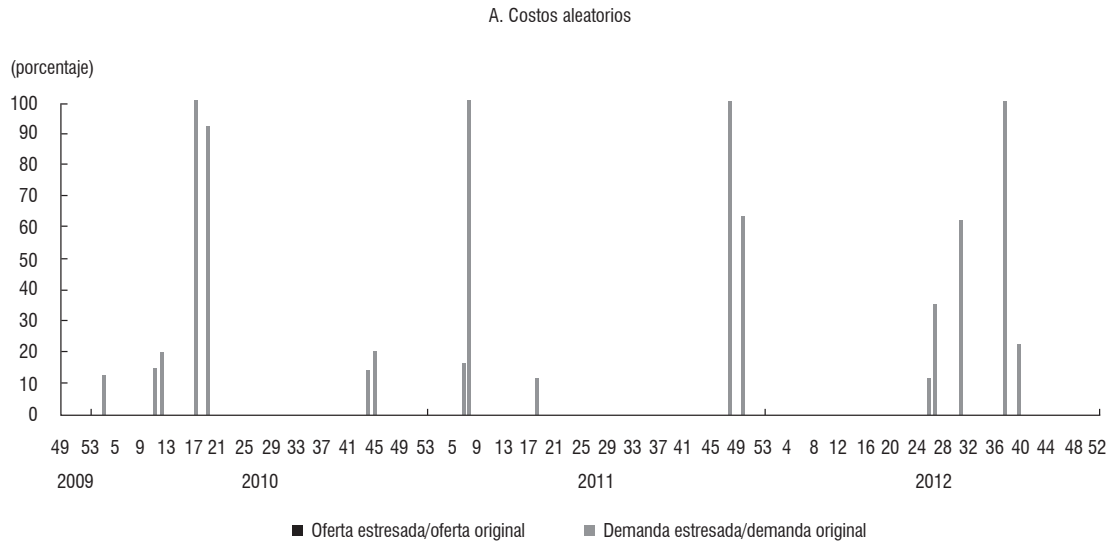
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 6 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.9

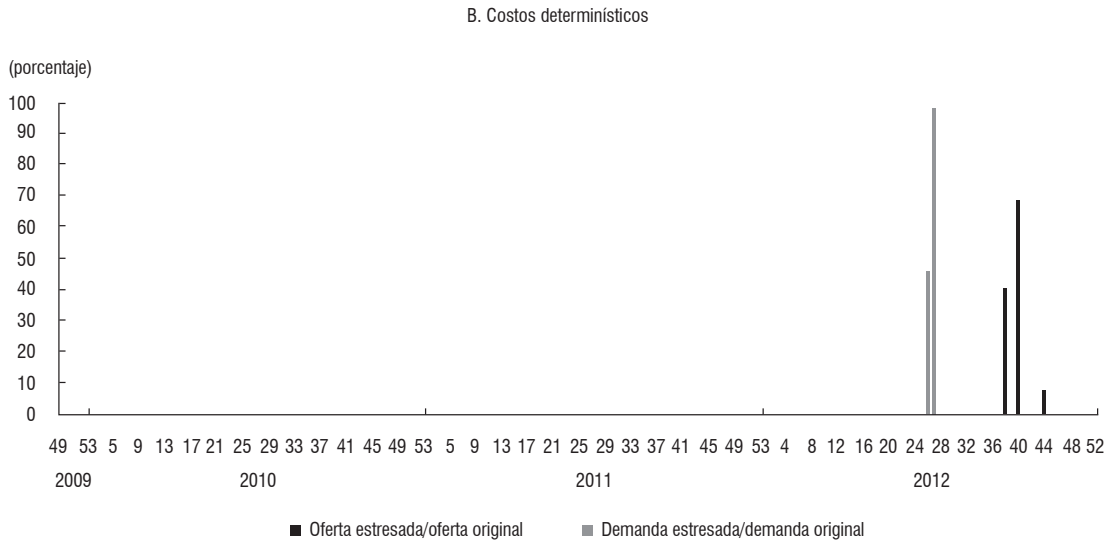
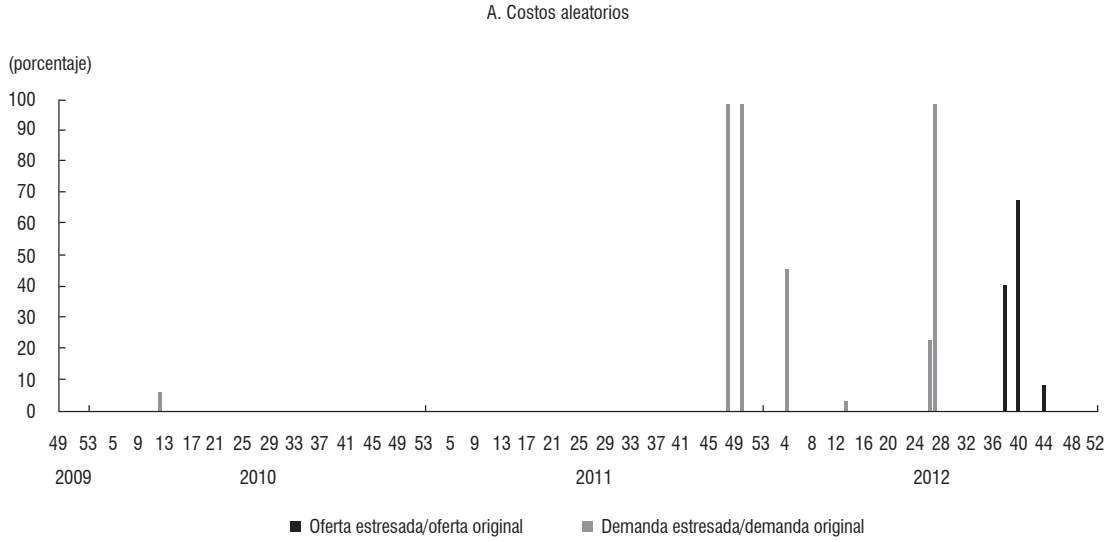
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 7 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.10

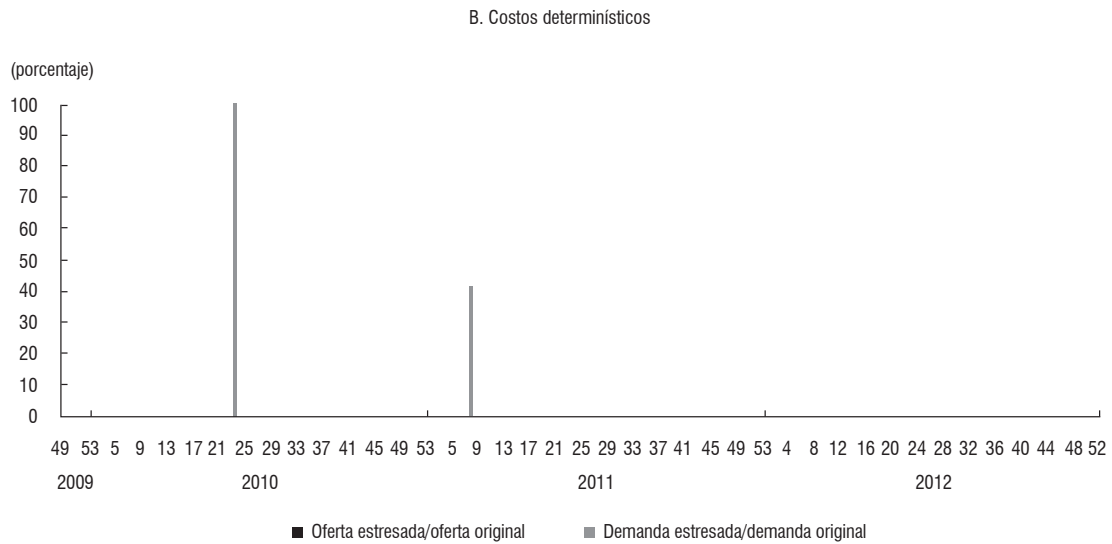
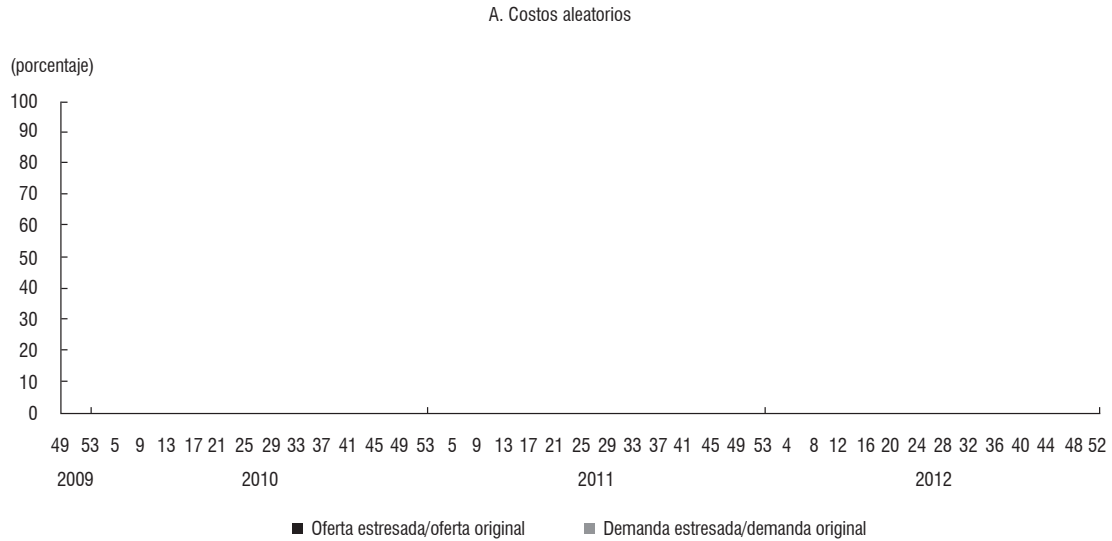
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 8 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

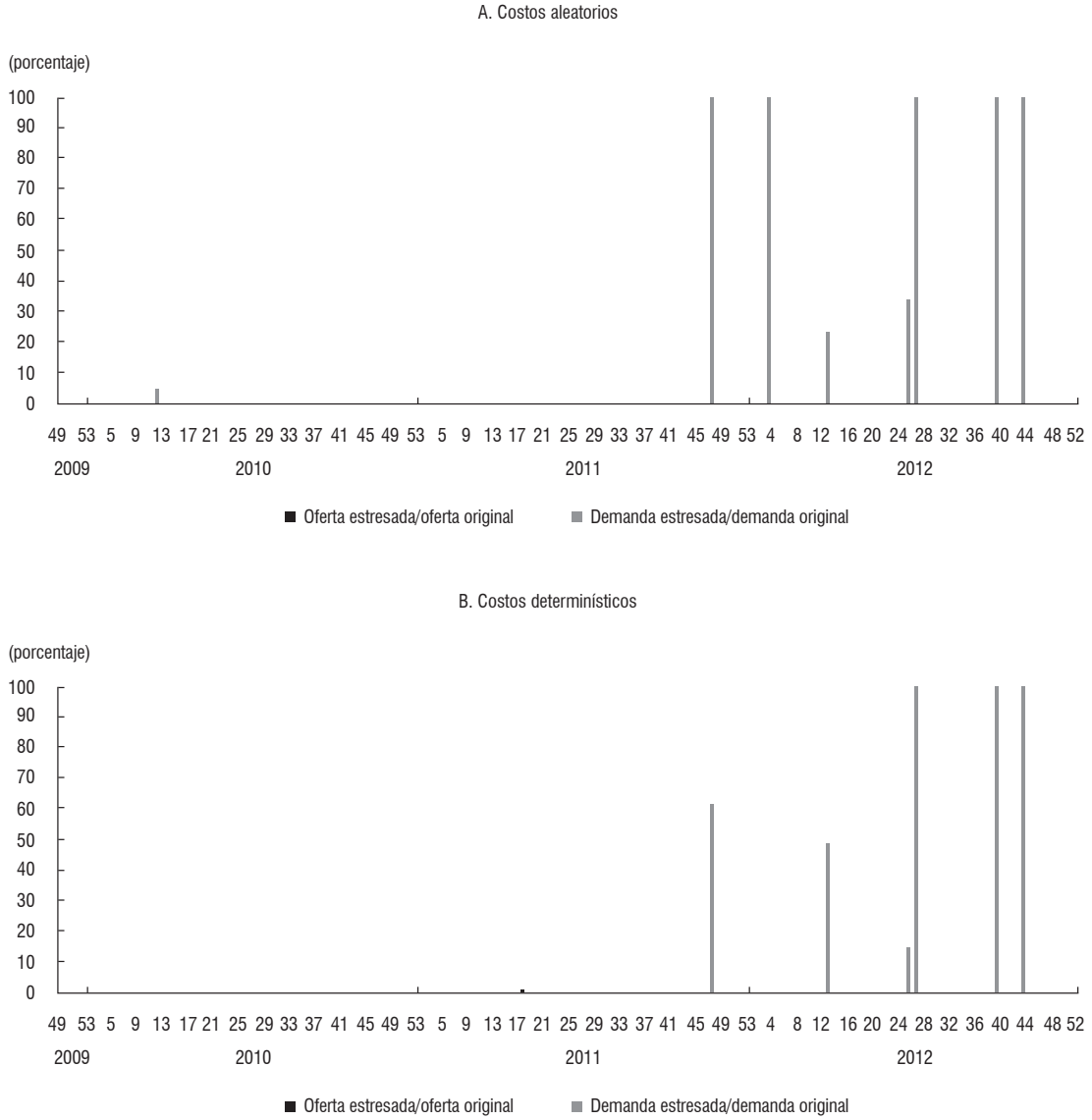
Gráfico A5.11

Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 9 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

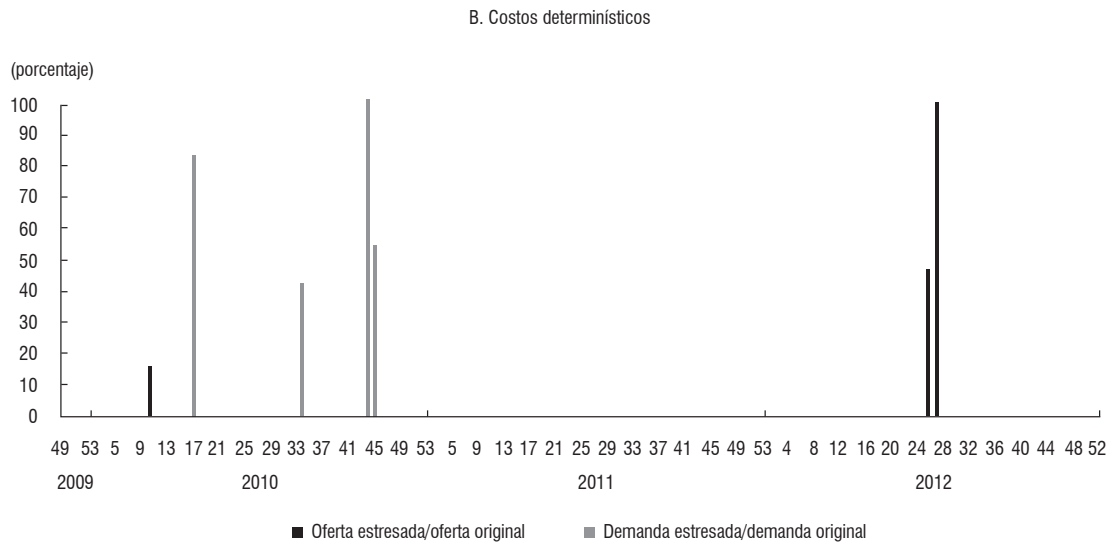
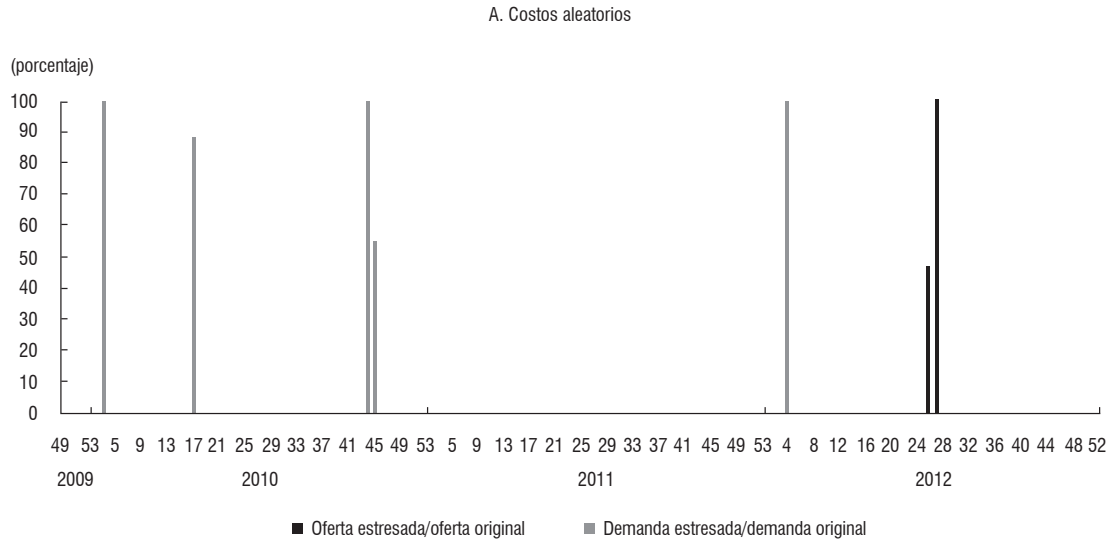
Gráfico A5.12
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 10 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

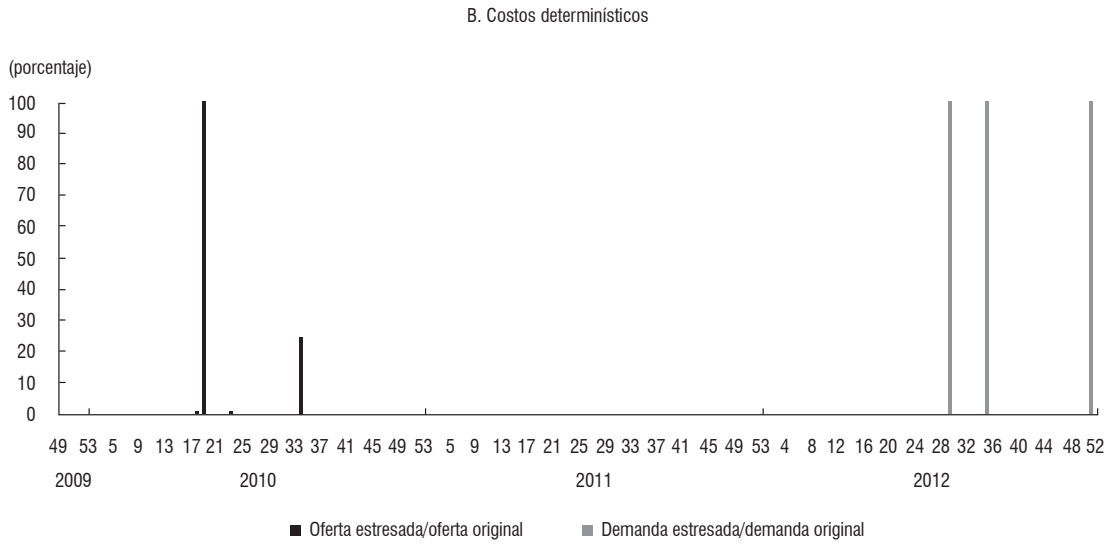
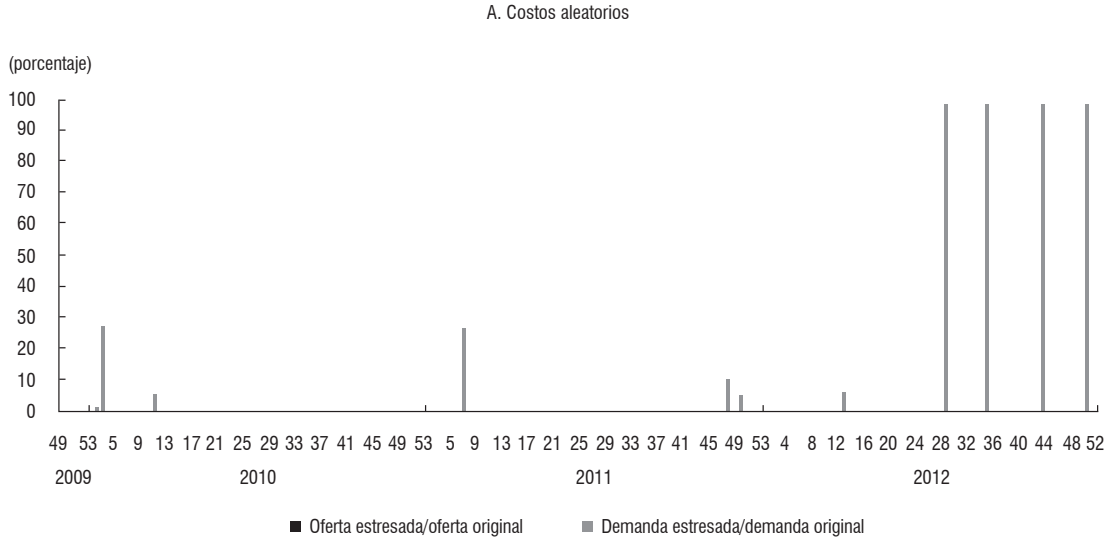
Gráfico A5.13

Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 11 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

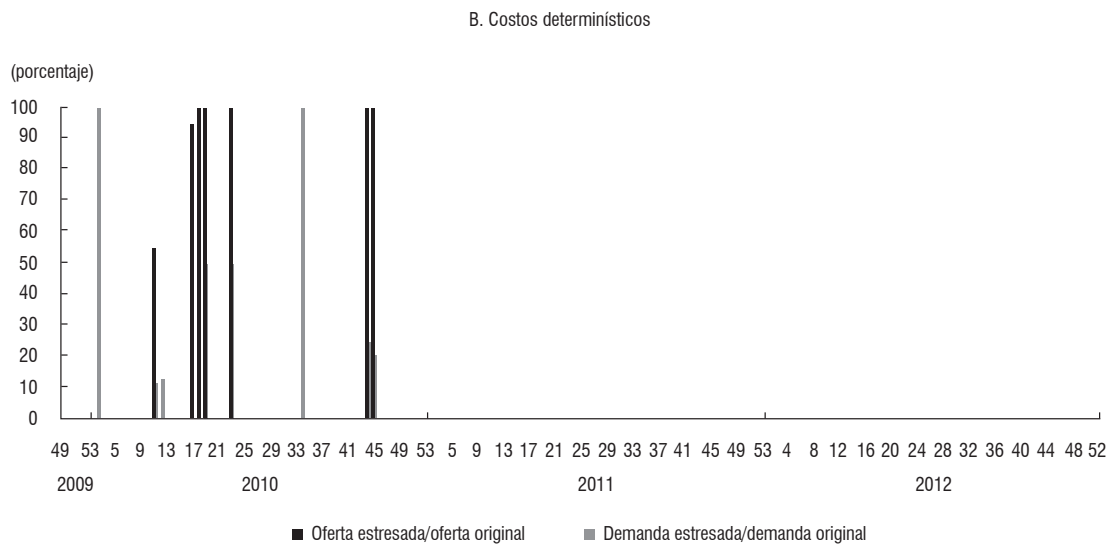
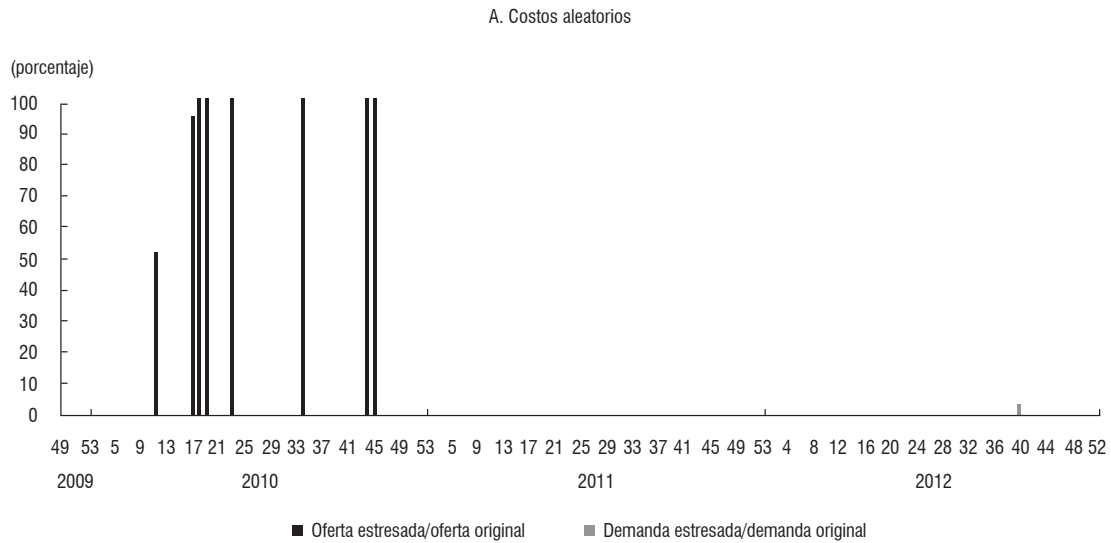
Gráfico A5.14
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 12 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.15

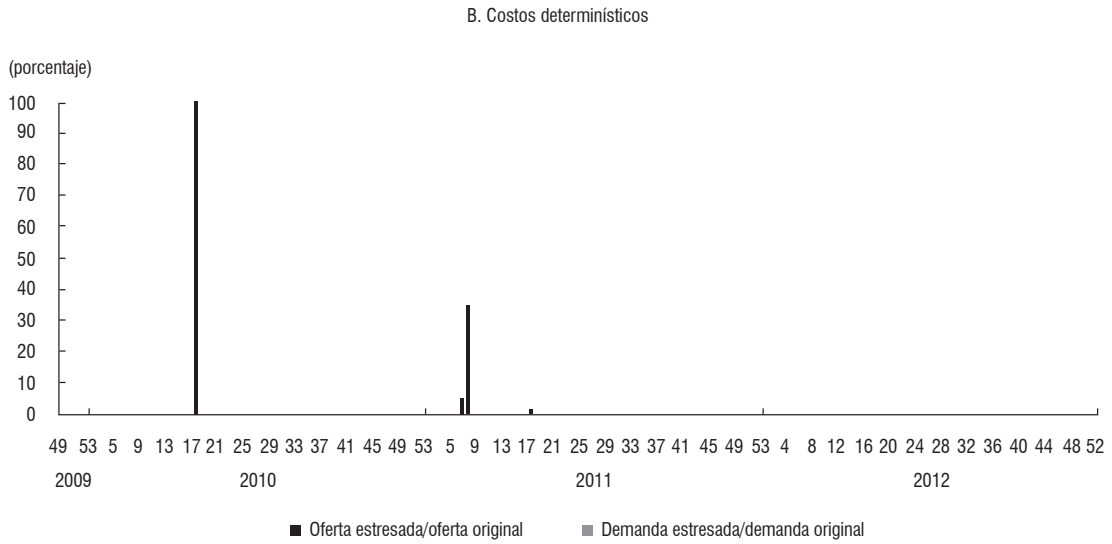
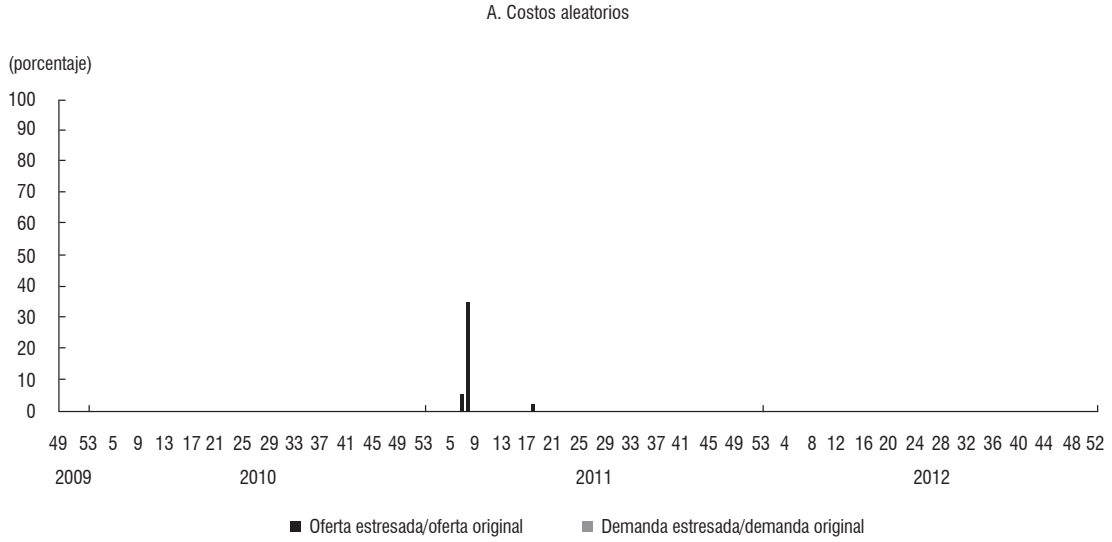
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 13 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.16

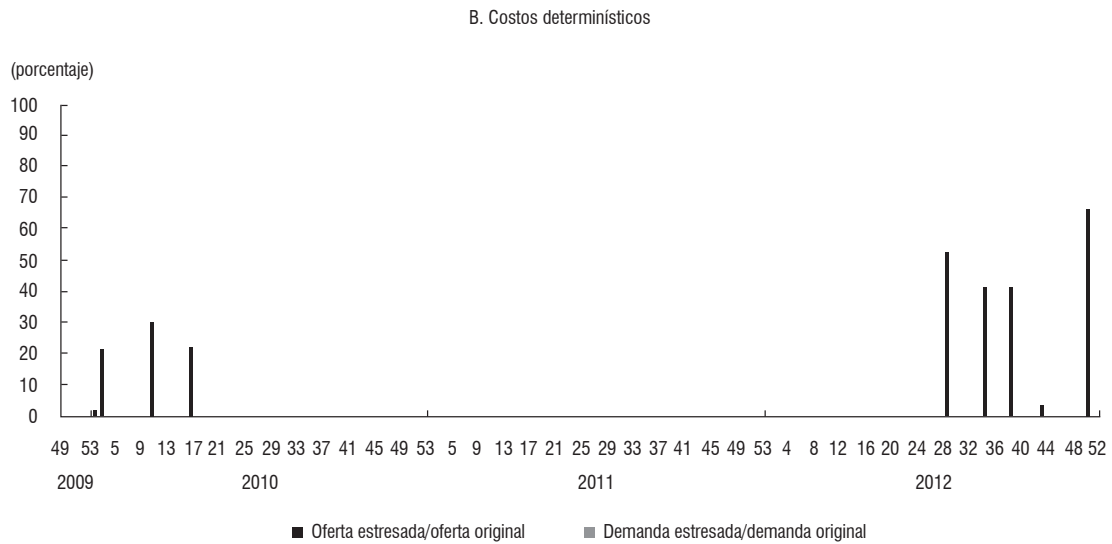
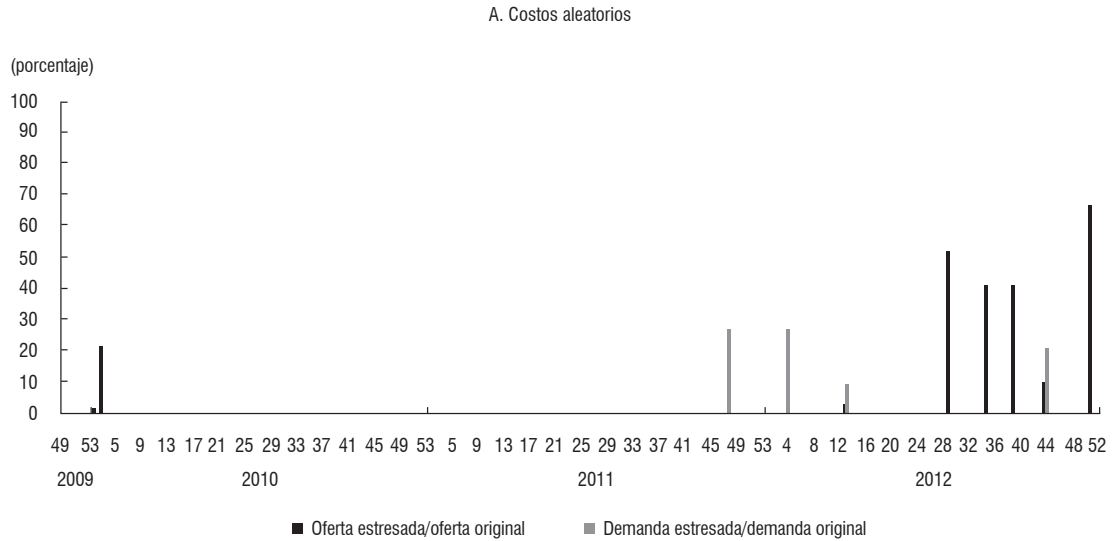
Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 14 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.

Gráfico A5.17

Evolución de las razones entre la ONS y la oferta antes del choque y entre la DNS y la demanda antes del choque para la entidad 15 (matrices de costos determinísticos y aleatorios entre 2009 y 2012)



Fuente: cálculos de los autores.