

# Ensayos

## sobre POLÍTICA ECONÓMICA



### ENCAJES BANCARIOS Y TASAS DE INTERÉS

ROCÍO BETANCOURT;  
HERNANDO VARGAS

ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA,  
VOL. 27, NÚM. 59,  
EDICIÓN JUNIO 2009  
PP. 46-82

Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista Ensayos Sobre Política Económica (*ESPE*). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando no se obtenga lucro por este concepto y además, cada copia incluya la referencia bibliográfica de *ESPE*. El(los) autor(es) del documento puede(n) además poner en su propio website una versión electrónica del mismo, pero incluyendo la referencia bibliográfica de *ESPE*. La reproducción de esta revista para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa de su Editor de *ESPE*.

## ENCAIXES BANCÁRIOS E TAXAS DE JUROS

ROCÍO BETANCOURT  
HERNANDO VARGAS\*

Os requerimentos de encaixe perderam importância como instrumento da política monetária na medida em que o crescimento dos agregados monetários deixou de ser o objetivo intermediário da política em vários países. No entanto, alguns bancos centrais que utilizam as taxas de juros como instrumento de política fizeram uso dos encaixes para fortalecer o controle monetário em certas conjunturas. Qual é a efetividade dos encaixes num regime que, por construção, torna endógena a oferta monetária para estabilizar as taxas de juros a curto prazo? Neste documento se analisa teoricamente o efeito que podem ter os encaixes sobre a taxa de juros dos créditos e sobre a carteira do sistema financeiro sob um esquema monetário de taxas de juros. Verificase que o referido efeito depende da incerteza sobre a taxa de juros de política futura e do conseqüente risco que devem enfrentar os intermediários financeiros quando os prazos dos créditos e dos depósitos bancários diferem dos prazos do crédito do Banco Central.

**Classificação JEL:** E51, E52, G21.

**Palavras chave:** encaixes bancários, inflação objetivo, risco de taxa de juros.

---

\*Os autores são, respectivamente, associado de pesquisa na gestão técnica e gestor técnico do Banco de la República, Bogotá, Colômbia. As opiniões aqui expressas são da exclusiva responsabilidade dos autores e não comprometem o Banco de la República ou do seu Conselho de Administração.

Correios eletrônicos:  
ybetanga@banrep.gov.co  
Hvargahe@banrep.gov.co

Documento recebido no dia 22 de Outubro de 2008; versão final aprovada no dia 29 de maio de 2009.

## RESERVE REQUIREMENTS AND INTEREST RATES

ROCÍO BETANCOURT  
HERNANDO VARGAS\*

The use of reserve requirements as a key instrument of monetary policy has declined because of a change in the way that central banks implement its policy. In recent years, many central banks have shifted their intermediate target from monetary aggregates to short-term interest rates. However, in certain circumstances, some of them, which have an interest-rate strategy, use reserve requirements to control the creation of money. This paper analyzes theoretically the effect of a reserve requirements policy on market interest rates and bank credit under a monetary strategy of short-term interest rates. The model suggests that this effect depends on the existence of uncertainty about the future policy interest rate, and thus on the risk that commercial banks have to face when the maturity of its loans and deposits is different to the maturity of the short-term credit with the central bank.

**JEL classification:** E51, E52, G21.

**Keywords:** reserve requirements, interest rates, monetary policy.

---

\*The authors are, respectively, research associate to the Deputy Governor and Deputy Governor of the Central Bank of Colombia. Corresponding author: Rocío Betancourt. The opinions expressed in this paper are those of the authors and do not represent the views of the Banco de la República or of its Board of Directors.

E-mail:  
ybetanga@banrep.gov.co  
Hvargahe@banrep.gov.co

Document received:  
October 22, 2009; final  
version accepted:  
May 29, 2009.

## ENCAJES BANCARIOS Y TASAS DE INTERÉS

ROCÍO BETANCOURT  
HERNANDO VARGAS\*

Los requerimientos de encaje perdieron importancia como instrumento de la política monetaria en la medida en que el crecimiento de los agregados monetarios dejó de ser el objetivo intermedio de la política en varios países. Sin embargo, algunos bancos centrales que utilizan las tasas de interés como instrumento de política han hecho uso de los encajes para fortalecer el control monetario en ciertas coyunturas. ¿Cuál es la efectividad de los encajes en un régimen que, por construcción, endogeniza la oferta monetaria para estabilizar las tasas de interés de corto plazo? En este documento se analiza teóricamente el efecto que pueden tener los encajes sobre la tasa de interés de los créditos y sobre la cartera del sistema financiero bajo un esquema monetario de tasas de interés. Se encuentra que dicho efecto depende de la existencia de incertidumbre sobre la tasa de interés de política futura y del consecuente riesgo que deben enfrentar los intermediarios financieros cuando los plazos de los créditos y los depósitos bancarios difieren de los plazos del crédito del banco central.

**Clasificación JEL:** E51, E52, G21.

**Palabras clave:** encajes bancarios, inflación objetivo, riesgo de tasa de interés.

---

\*Los autores son, respectivamente, investigadora asociada a la Gerencia Técnica y gerente técnico del Banco de la República, Bogotá, Colombia. Las opiniones expresadas en este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su junta directiva.

Correo electrónico:  
ybetanga@banrep.gov.co  
Hvargahe@banrep.gov.co

Documento recibido el  
22 de octubre de 2008;  
versión final aceptada el  
29 de mayo de 2009.

## I. INTRODUCCIÓN

Las reservas requeridas han sido parte del sistema bancario por muchos años y han asumido diferentes roles en la práctica de la política monetaria. Inicialmente, con ellas se pretendía disminuir la probabilidad de que los bancos individuales experimentaran problemas de liquidez. Luego, con el desarrollo de los bancos centrales y de la política monetaria aparecieron nuevos objetivos de las reservas, como el control de la oferta monetaria y la restricción del crédito bancario, entre otros (Sellon y Weiner, 1996).

Aunque tradicionalmente los requerimientos de encaje han sido vistos como un instrumento clave de la política monetaria, desde los años noventa estos han caído en desuso por varias razones. En primer lugar, al dejar de ser el crecimiento de los agregados monetarios el objetivo de la política de muchos países, los requerimientos de encaje han sido menos usados como instrumentos de la política monetaria. En segundo lugar, dichos requerimientos son considerados como un impuesto distorsionador de la intermediación financiera, puesto que las instituciones captadoras de depósitos deben mantener una fracción de los mismos en reservas que no tienen ningún tipo de rendimiento y que no pueden ser utilizadas en actividades rentables. Finalmente, las innovaciones del mercado financiero han erosionado el papel de las reservas, en la medida en que los bancos evaden dichos requerimientos mediante la creación de nuevos tipos de depósitos que no están sujetos a encaje (Sellon y Weiner, 1996).

La experiencia de varios países, entre ellos Estados Unidos<sup>1</sup>, revela la tendencia a reducir el uso de los requerimientos de encaje, y la de otros como Canadá, el Reino Unido y Nueva Zelanda demuestra que es posible perseguir la política monetaria deseada aun con la eliminación de las reservas requeridas como instrumento de política. Sin embargo, recientemente algunos países como Colombia, que habían desmontado gradualmente los encajes<sup>2</sup>, han acudido nuevamente al uso de las reservas requeridas como medio para restringir el crecimiento del crédito, a pesar de que la operación de su política monetaria se basa en el control de las tasas de interés de corto plazo<sup>3</sup>.

El estudio de las reservas requeridas se ha llevado a cabo desde varios puntos de vista. Así, a nivel macro la literatura se ha concentrado en los efectos de la política de encajes sobre las tasas de interés bancarias y sobre el nivel de crédito (Fama, 1985; Fabozzi y Thurston, 1986; Hein y Stewart, 2002), al igual que en las implicaciones de política del uso de los encajes (Weiner, 1992; Sellon y Weiner, 1996; Reinhart y Reinhart, 1999). La literatura microeconómica, por su parte, ha estudiado los efectos de los requerimientos de encaje sobre los participantes del mercado financiero (Heller y Lengwiler, 2003) y, en particular, sobre la rentabilidad y el riesgo de “default” de las instituciones financieras (Cothren y Waud, 1994). Los estudios de política económica se han enfocado en la determinación del nivel óptimo del encaje requerido.

En cuanto a las implicaciones macroeconómicas, el papel de los encajes es bien conocido en un régimen de metas intermedias sobre agregados monetarios, mientras que es incierto en un régimen en el cual se fija la tasa de interés de corto plazo. Por ejemplo, si el banco central tiene una meta sobre un agregado monetario amplio, puede fijar la oferta de base monetaria y el nivel de encajes para alcanzar dicha meta. En el mercado monetario, el aumento del coeficiente de encaje produce un incremento de la tasa de interés de corto plazo, debido a que la demanda de base monetaria aumenta y la oferta ha sido fijada por el banco central. En contraste, en un régimen de tasas de interés el aumento en la demanda de base que resulta del incremento de los encajes es totalmente acomodado por el banco central. Así, este

---

1 Para una reseña del papel de los requerimientos de reservas en Estados Unidos véase Feinman (1993).

2 Una descripción detallada de los encajes bancarios en Colombia se presenta en Avella (2007) y en Chipatecua (2001).

3 Véanse: Banco de la República, Colombia, resolución externa N° 3 de 6 de mayo de 2007, resolución externa N° 7 de 15 de junio de 2007 y resolución externa N° 5 de 20 de junio de 2008.

banco estabiliza la tasa de interés de corto plazo y el impacto del aumento de los encajes se restringe a su efecto sobre el margen de intermediación. En la medida en que no aumenten las tasas de interés de corto plazo y la oferta de base monetaria se acomode a la demanda, el impacto del aumento de los encajes en la oferta de cartera y la tasa de interés de colocación es menor que en un régimen de metas sobre agregados monetarios.

Sin embargo, aun bajo el esquema de tasa de interés, los encajes pueden tener un efecto sobre la tasa de interés de los créditos y sobre la cartera del sistema financiero, dada la incertidumbre existente sobre la tasa de interés de política futura y el consecuente riesgo que deben enfrentar los intermediarios financieros cuando los plazos de los créditos y los depósitos bancarios difieren de los plazos del crédito del banco central. Un aumento del nivel de encajes induce una mayor demanda de crédito de corto plazo del banco central por parte del sistema financiero y hace más costosa la financiación de la cartera, dada la diferencia en plazos y la consecuente exposición al riesgo de tasa de interés por parte de los bancos. De esta forma, los bancos cobrarán más por sus préstamos ya que la fuente de financiación alternativa a los depósitos, el crédito con el banco central, implica un mayor riesgo debido a la incertidumbre sobre la tasa de interés de corto plazo que enfrentarán en el futuro.

El objetivo de este documento es analizar teóricamente el efecto de los encajes bajo un régimen monetario de tasas de interés (como es el régimen de inflación objetivo), teniendo en cuenta el riesgo al que pueden estar expuestos los bancos comerciales cuando hay diferencia en los plazos de los activos y los pasivos bancarios e incertidumbre sobre la tasa de corto plazo que cobra el banco central (riesgo de tasa de interés). Con este fin, se analizarán los encajes bancarios y las tasas de interés de mercado a la luz de un modelo microbancario como el de Freixas y Rochet (1997) de dos períodos, en el cual se tiene en cuenta el comportamiento de los bancos en competencia perfecta y la existencia del riesgo de tasa de interés. A partir de dicho análisis se demuestra teóricamente que, aun bajo esquemas monetarios de tasas de interés, una política de encajes puede tener efectos sobre las tasas de interés y sobre el nivel de crédito.

## II. ENCAJES Y RÉGIMEN MONETARIO

En un régimen de metas intermedias sobre agregados monetarios, el papel de los encajes es bien conocido. Por ejemplo, si el banco central tiene una meta sobre un

agregado monetario amplio, puede fijar una oferta de base monetaria y un nivel de encajes para alcanzar dicha meta:

$$M = m(r) B,$$

donde  $M$  es el agregado amplio,  $B$  es la base monetaria y  $m(r)$  es el multiplicador monetario como función del coeficiente de encaje,  $r$ .

Si el banco quiere reducir  $M$ , puede disminuir la oferta de base  $B$ , o elevar el coeficiente de encaje  $r$ . En este último caso (manteniendo la base monetaria constante), se restringe la creación de crédito y depósitos bancarios. También se encarece la intermediación financiera, por lo cual se elevan los márgenes entre las tasas de interés de los créditos y los depósitos. En el mercado monetario, el aumento del coeficiente de encaje produce un incremento de la tasa de interés de corto plazo, debido a que la demanda de base monetaria aumenta (los bancos demandan más reserva) y la oferta está fija por el banco central. De modo que al final, un aumento del encaje bancario  $\uparrow r$  lleva a una disminución del multiplicador monetario  $\downarrow m(r)$  y, por tanto, a una caída del agregado monetario  $\downarrow M$ , dada la oferta fija de base  $\bar{B}$ . Esto a su vez lleva a una reducción del volumen de depósitos y de créditos y a un aumento de la tasa de interés de corto plazo  $\uparrow i$ , así como del margen de intermediación  $\uparrow (i_c - i_d)$ , donde  $i_c$  es la tasa de interés de los créditos e  $i_d$ , la tasa de los depósitos.

Por su parte, cuando el instrumento de política monetaria es la tasa de interés de corto plazo, el banco central fija dicha tasa en el nivel que considera compatible con el logro de las metas de inflación o producto y provee toda la liquidez que la economía demande en dicho nivel. En este contexto, el aumento en la demanda de base que resulta del incremento de los encajes es totalmente acomodado por el banco central. Aislando los efectos en el margen de intermediación, lo anterior implica que el agregado amplio no cambiará ante el aumento del coeficiente de encaje, sino que habrá una recomposición entre la base y el multiplicador:

$$\bar{M} = M(\bar{i}, \bar{Y}) = \downarrow m(r) \uparrow B$$

De esta manera, la tasa de interés de corto plazo no cambia (porque el banco central la estabiliza) y el impacto del aumento de los encajes se restringe a su efecto sobre el margen de intermediación. Este, en general, tiende a elevarse, pero los resultados sobre las tasas de interés activas y pasivas, y las cantidades de cartera y depósitos dependerán de las condiciones de los mercados de dinero, crédito y depósitos. Es



posible que el efecto sobre la cartera y la tasa de interés activa sea bajo y tenga un rezago prolongado, como se ilustra en la siguiente sección. De todas formas, en la medida en que no aumentan las tasas de interés de corto plazo y no se restringe cuantitativamente la creación de créditos y depósitos, el impacto del aumento de los encajes en la oferta de cartera y la tasa de interés de colocación es menor que en un régimen de metas sobre agregados monetarios.

### III. ENCAJES Y TASAS DE INTERÉS

Como se explicó anteriormente, cuando la variable de política monetaria es la tasa de interés, las variaciones en los encajes sólo afectarán la economía a través del encarecimiento de la intermediación financiera. Sin embargo, si los bancos enfrentan un riesgo de tasa de interés, debido al descalce entre los plazos de sus operaciones con el público y con el banco central, los encajes pueden tener un impacto sobre el nivel del crédito. Para comprender dichos efectos, se examinará el comportamiento de la oferta y la demanda de depósitos, de créditos y de dinero en un modelo microbanuario con y sin riesgo de tasa de interés. Dicho modelo corresponde a una versión de dos períodos del modelo básico de Freixas y Rochet (1997), en el cual se introduce la diferencia de plazos de los activos y pasivos bancarios así como la incertidumbre sobre la tasa de política del segundo período.

#### A. EL MODELO

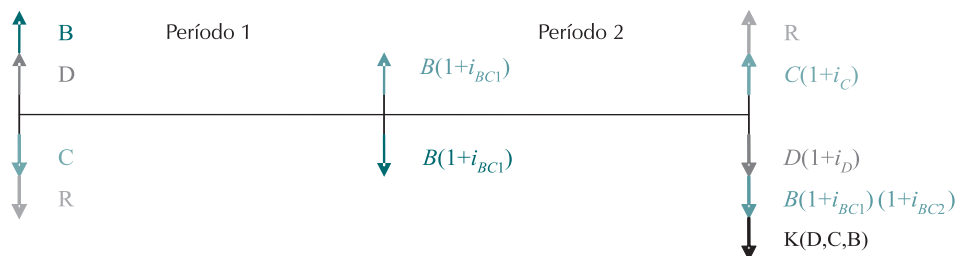
El análisis de los efectos de los encajes puede ser más complejo si se tienen en cuenta diferentes factores que afectan el comportamiento de los bancos comerciales. Por ejemplo, la incertidumbre generada en la determinación de la tasa de interés que el banco central cobra por los préstamos de corto plazo es un factor relevante en la toma de decisiones de los bancos, pues el período de negociación de estos es diferente al de los préstamos y depósitos bancarios.

En estas condiciones, los bancos enfrentan un riesgo de tasa de interés cuando el banco central sube su tasa de interés por encima de lo anticipado por ellos, ya que los intereses de los créditos bancarios fueron determinados con una tasa esperada menor. Para evaluar el efecto que tienen los encajes en este contexto desarrollamos un modelo de dos períodos, en el cual tanto los préstamos de los bancos como los depósitos son negociados a tasas de interés conocidas a un plazo de dos períodos,

mientras que el crédito del banco central se negocia a un período a una tasa conocida para el primer período y desconocida para el segundo.

El sistema financiero está compuesto por  $N$  bancos aversos al riesgo que operan en competencia perfecta captando depósitos del público,  $D$ , a una tasa de interés  $i_D$  e invirtiéndolos en créditos,  $C$ , a una tasa  $i_C$ . Adicionalmente, los bancos pueden acceder *ilimitadamente* a créditos de corto plazo con el banco central,  $B$ , los cuales son renegociados cada período a diferentes tasas de interés. Así, al comienzo del primer período los bancos comerciales piden prestado del banco central una cantidad  $B$ , a una tasa de interés conocida,  $i_{BC1}$ . Para el segundo período, los bancos deben refinanciar dicho crédito teniendo en cuenta los intereses generados durante el primer período; de esta forma el nuevo crédito con el banco central será  $B(1+i_{BC1})$ , el cual tendrá una tasa de interés desconocida,  $\tilde{i}_{BC2}$ . Los bancos comerciales enfrentan incertidumbre con respecto a esta tasa y, por tanto, al comienzo del primer período la anticipan suponiendo que tiene una distribución normal:  $\tilde{i}_{BC2} \sim N(E(\tilde{i}_{BC2}), Var(\tilde{i}_{BC2}))$ <sup>4</sup>.

Por su parte, los depósitos están sujetos a un encaje ordinario,  $r$ , de tal forma que las reservas bancarias están dadas por  $R = rD$ . Así mismo, los bancos incurren en unos costos operativos que dependen del nivel de depósitos y de créditos,  $k(D,C,B)$ , los cuales se pagan al final del segundo período. De esta manera, el flujo de ingresos de los bancos es como sigue:



Los intermediarios financieros escogen la cantidad demandada de depósitos, la cantidad ofrecida de créditos y el nivel de crédito que pedirán prestado al banco

<sup>4</sup> El supuesto de normalidad se hace por conveniencia dado que permitirá hacer el análisis en función de la media y la varianza.

central, de tal forma que maximicen la utilidad esperada del flujo neto de ingresos en valor presente o futuro<sup>5</sup>, sujeto a la restricción de balance:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Eu[\tilde{W}] \\ C, D, B \quad & \text{s.a. } C = D + B - R \\ & R = rD \end{aligned}$$

donde

$\tilde{W} = (B + D - C - R)(1 + f)^2 + R + C(1 + i_c) - D(1 + i_D) - B(1 + i_{BC1})(1 + \tilde{i}_{BC2}) - k(D, C, B)$  es el valor futuro de los flujos netos del banco y  $(1 + f)$  es el factor de descuento. Sustituyendo la restricción de balance llegamos a la siguiente expresión restringida:  $\tilde{W}^* = (D(1 - r) + B)i_c - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})\tilde{i}_{BC2} - k(D, C, B)$ . Dado que la única fuente de incertidumbre,  $\tilde{i}_{BC2}$ , tiene una distribución normal, entonces  $\tilde{W}^*$  sigue también una distribución normal,  $\tilde{W}^* \sim N(E(\tilde{W}^*), Var(\tilde{W}^*))$ . Así, suponiendo una función de utilidad CARA<sup>6</sup> ( $u = -e^{-\rho \tilde{W}}$ , siendo  $\rho$  el coeficiente absoluto de aversión al riesgo), el problema será:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & E[\tilde{W}^*] - \frac{\rho}{2} Var[\tilde{W}^*] \\ D, B \end{aligned}$$

Sustituyendo:

$$E[\tilde{W}^*] = (D(1 - r) + B)i_c - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})E(\tilde{i}_{BC2}) - k(D, C, B) \quad (1)$$

$$Var[\tilde{W}^*] = (B(1 + i_{BC1}))^2 Var[\tilde{i}_{BC2}], \quad (2)$$

<sup>5</sup> El problema es equivalente en valor presente o valor futuro. La única diferencia es que al considerar el problema en valor futuro la tasa de descuento no aparece.

<sup>6</sup> Dicha forma funcional es utilizada para simplificar el cálculo de la utilidad esperada, de tal forma que las preferencias de los agentes dependan solamente de la media y la varianza de la riqueza final. Aunque este tipo de función de utilidad se usa comúnmente en la mayoría de modelos financieros, tiene el inconveniente de que ante cualquier nivel de ingreso la aversión al riesgo del individuo es la misma, dado que el coeficiente absoluto de aversión al riesgo es constante (*Constant Absolute Risk Aversion*).

tenemos el siguiente problema reducido:

$$\begin{aligned} \underset{D,B}{Max} \quad & (D(1-r)+B)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1+i_{BC1})E(\tilde{i}_{BC2}) - k(D,C,B) - \\ & \frac{\rho}{2}(B(1+i_{BC1}))^2 Var[\tilde{i}_{BC2}] \end{aligned}$$

De las condiciones de primer orden obtenemos las siguientes expresiones de las tasas de interés bancarias, donde, sin pérdida de generalidad, suponemos que los costos operativos marginales de los intermediarios financieros son constantes (retornos constantes de escala),  $k_B(\cdot) = \gamma_B$ ,  $k_D(\cdot) = \gamma_D$ ,  $k_C(\cdot) = \gamma_C$ .

$$i_C = i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_C + \gamma_B \quad (3)$$

$$i_D = (1-r)\left[i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B\right] - \gamma_D \quad (4)$$

Así, cada banco ajusta el volumen ofrecido de créditos y las cantidades demandadas de depósitos de forma tal que las tasas de interés netas de los costos operativos igualen el costo marginal de pedir prestado al banco central, teniendo en cuenta el riesgo de tasa de interés<sup>7</sup>. De esta manera, los bancos tienen en cuenta que la tasa de interés del banco central es a un plazo menor que las otras tasas y que, adicionalmente, hay incertidumbre sobre la tasa del banco central en el segundo período. Intuitivamente, dado que los encajes hacen parte del costo marginal de captar un depósito, pero no del de financiarse con el banco central ni del de otorgar créditos, los coeficientes de encaje aparecen solamente en la ecuación de la tasa de depósitos.

Teniendo en cuenta que hay  $N$  bancos idénticos, obtenemos la oferta de crédito y la demanda de depósitos del sistema financiero a partir de las ecuaciones (3) y (4). Adicionalmente, dadas la demanda de crédito y la oferta de depósitos por parte de los agentes, se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio tanto en el mercado de crédito como en el de depósitos:

$$NC_i^S = C^D(i_C, Y) \quad (5)$$

$$ND_i^D = D^S(i_D, Y), \quad (6)$$

<sup>7</sup> Esto implica una función de oferta de crédito con pendiente positiva y una función de demanda de depósitos con pendiente negativa. Esto no sucedería en ausencia del riesgo de tasa de interés dada la tecnología de rendimientos constantes de escala.

de tal forma que el balance del sector financiero en equilibrio es dado por:

$$C^D(i_C, Y) = D^S(i_D, Y)(1 - r) + B, \quad (7)$$

donde  $C_i^S$  representa la oferta de crédito y  $D_i^D$  la demanda de depósitos de cada banco  $i$ , después de maximizar ganancias. La demanda de crédito por parte del público,  $C^D(i_C, Y)$ , depende inversamente de la tasa de interés de colocación y directamente del ingreso, y la oferta de depósitos,  $D^S(i_D, Y)$ , depende positivamente de la tasa de interés de captación y del ingreso.

Utilizando este modelo, se analizan a continuación los efectos de las variables exógenas sobre las tasas de interés de equilibrio, primero sin riesgo de tasa de interés y luego bajo la existencia de dicho riesgo con encaje ordinario. El mismo modelo es usado en el Anexo 3 para evaluar un encaje marginal.

#### B. ENCAJE ORDINARIO SIN RIESGO DE TASA DE INTERÉS

El presente modelo se puede reducir para analizar el efecto del encaje ordinario cuando no hay riesgo de tasa de interés. Suponiendo que la tasa de interés del banco central para el segundo período es conocida,  $E[\tilde{i}_{BC2}] = i_{BC2}$ , y que no hay incertidumbre sobre esta variable,  $Var[\tilde{i}_{BC2}] = 0$ , el problema reducido será<sup>8</sup>:

$$\begin{aligned} &Max (D(1 - r) + B)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})i_{BC2} - k(D, C, B) \\ &D, B \end{aligned}$$

Las tasas de interés que maximizan las ganancias de los bancos están dadas por:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_C + \gamma_B \quad (8)$$

$$i_D = (1 - r)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B] - \gamma_D \quad (9)$$

A partir de las anteriores ecuaciones (8) y (9) y del balance consolidado del sistema financiero en equilibrio (7) se pueden analizar los diferentes efectos del encaje y de las tasas de interés del banco central (véase Anexo 1):

<sup>8</sup> Los resultados son similares cuando existe incertidumbre sobre  $\tilde{i}_{BC2}$ , pero los agentes son neutrales al riesgo ( $\rho = 0$ ).

- *Un aumento en el encaje bancario tiene un efecto negativo sobre el nivel de equilibrio de la tasa de interés pasiva y no afecta la tasa de interés activa (ecuaciones (8) y (9)). De esta forma, el nivel de depósitos se reduce mientras que el nivel de crédito permanece constante.* Un aumento en el nivel de encajes hace que los depósitos sean menos atractivos para los bancos como fuente de financiación del crédito, con lo cual se reduce la demanda de depósitos y la tasa de interés pasiva. Por su parte, el nivel de crédito no se verá afectado, ya que los bancos acudirán al endeudamiento con el banco central como fuente alternativa de financiación. La tasa de interés activa tampoco se verá afectada, dado que los bancos no enfrentan ningún riesgo de tasa de interés.

$$\frac{di_D}{dr} = \frac{\partial i_D}{\partial r} = -(i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (10)$$

$$\frac{di_C}{dr} = \frac{\partial i_C}{\partial r} = 0 \quad (11)$$

- *El efecto de un cambio en el encaje bancario sobre el nivel de crédito de los bancos con el banco central es positivo (ecuaciones (7) y (10)).* Si los bancos no enfrentan ninguna incertidumbre con respecto a la tasa de interés de política, un aumento de los encajes será acomodado por los bancos por medio de mayores préstamos del banco central para seguir atendiendo la demanda de crédito.

$$\frac{dB}{dr} = D^S(\cdot) + (1-r)D_{i_D}^S(i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (12)$$

- *El impacto de la tasa de política sobre las tasas de interés del mercado es positivo tanto para las tasas pasivas como para las activas.* Un aumento de la tasa de política por parte del banco central encarece el fondeo de los créditos bancarios con endeudamiento de corto plazo, con lo que se incentiva a los bancos a demandar más depósitos aumentando así tanto las tasas de los depósitos como las de los créditos.

$$\frac{di_C}{di_{BC1}} = (1 + i_{BC2}) > 0 \quad \frac{di_D}{di_{BC1}} = (1-r)(1 + i_{BC2}) > 0 \quad (13)$$

$$\frac{di_C}{di_{BC2}} = (1 + i_{BC1}) > 0 \quad \frac{di_D}{di_{BC2}} = (1-r)(1 + i_{BC1}) > 0 \quad (14)$$

- *Un cambio de la tasa de interés de intervención (para el primer o segundo período) tiene un efecto negativo sobre el nivel de endeudamiento de los bancos con el banco central.* Cuando el banco central hace más costoso el financiamiento de corto plazo de los bancos comerciales, por una política contraccionista, estos reducen su nivel de deuda con aquel. El mayor costo de fondeo con el banco central lleva a un aumento de las tasas de interés de los depósitos y los créditos que incrementa la oferta de depósitos al mismo tiempo que la demanda de crédito se reduce. Esto hace menos necesario el financiamiento con el banco central por parte de los bancos comerciales.

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = (1 + i_{BC2}) (C_{ic}^D - (1 - r)^2 D_{id}^S) < 0 \quad (15)$$

$$\frac{dB}{di_{BC2}} = (1 + i_{BC1}) (C_{ic}^D - (1 - r)^2 D_{id}^S) < 0 \quad (16)$$

En síntesis, dado que un incremento del encaje hace más costosa la financiación con depósitos, los bancos transfieren este mayor costo al público por medio de una disminución de la tasa pasiva, mientras que la tasa de interés activa no experimentará variación alguna. El efecto final será, por tanto, un aumento del margen de intermediación y una disminución en el nivel de depósitos. Sin embargo, el volumen de crédito no cambia, dada la posibilidad que tienen los bancos de pedir prestado al banco central (o de liquidar su posición en OMAS) para satisfacer la demanda de crédito.

### C. ENCAJE ORDINARIO CON RIESGO DE TASA DE INTERÉS

Para entender el efecto del encaje y de otras variables exógenas, como las tasas de política del banco central, sobre las tasas de interés del mercado en presencia de riesgo de tasa de interés, se presenta el análisis de estática comparativa a partir de las ecuaciones (3), (4) y (7) (véase Anexo 2).

- *El efecto de un cambio en el encaje bancario sobre el nivel de crédito del banco central es positivo.* El aumento de los encajes hace menos atractivos los depósitos como fuente de financiamiento de los bancos y eleva su demanda de fondos del banco central. Sin embargo, esto implica un incremento de su exposición al riesgo de tasa de interés, lo cual puede hacer más costosa esta fuente de recursos en relación con el caso en el que no existe dicho riesgo. Por

esta razón, la respuesta del endeudamiento con el banco central podría ser menor en presencia del riesgo de tasa de interés<sup>9</sup>.

$$\frac{dB}{dr} = \frac{-\left[ D^S(\cdot) + (1-r)D_{i_d}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \frac{\rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2})}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2})} \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S \right] - 1} > 0 \quad (17)$$

- *Un aumento en el encaje bancario genera un aumento de la tasa de interés de colocación de equilibrio y tiene un efecto ambiguo sobre el nivel de equilibrio de la tasa de interés pasiva.* Un aumento de los encajes bancarios induce a los bancos comerciales a financiarse con el banco central. Esto, como se dijo, eleva su exposición al riesgo de tasa de interés, con lo cual se encarece esta fuente de financiación y, en consecuencia, hace más costoso el crédito bancario. Un aumento de los encajes tiene dos efectos contrapuestos en la tasa de interés pasiva. Por un lado, encarece los depósitos y reduce la demanda de los mismos por parte de los bancos comerciales. Por otro, al aumentar la exposición al riesgo de tasa de interés, encarece el financiamiento con el banco central e induce un incremento de la demanda de depósitos por parte de los bancos. No es claro, por lo tanto, el efecto neto de los encajes sobre el volumen de depósitos y la tasa de interés pasiva.

$$\frac{di_c}{dr} = -\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) + (1-r)D_{i_d}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S \right] - 1} \right] > 0 \quad (18)$$

$$\frac{di_d}{dr} = -\frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S \right] - 1} + \frac{\left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) C_{i_c}^D - 1 \right] + \left[ (1-r)\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) D^S(\cdot) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S \right] - 1} > 0 \quad (19)$$

- *El efecto de un aumento de la tasa de interés de intervención (para el primer o segundo período) sobre el nivel de crédito del banco central es negativo.*

<sup>9</sup> Esto sucede cuando  $(1-e)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D > B$ .



Cuando el banco central decide incrementar su tasa de intervención, el costo del crédito de corto plazo aumenta, con lo que se vuelve menos atractiva para los bancos esta alternativa de financiación. Entonces, los bancos reducirán su endeudamiento con el banco central.

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = \frac{[1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1 + i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2})][(1-r)^2 D_{id}^S - C_{ic}^D]}{\rho(1 + i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})[C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} < 0 \quad (20)$$

$$\frac{dB}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{(1 + i_{BC1})[(1-r)^2 D_{id}^S - C_{ic}^D]}{\rho(1 + i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})[C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} < 0. \quad (21)$$

- Un aumento de la tasa de interés del banco central (para el primer o segundo periodo) tiene un efecto positivo sobre el nivel de equilibrio de las tasas de interés pasiva y activa. Un incremento de la tasa de interés de política tiene dos efectos contrarios sobre las tasas de mercado, dada la incertidumbre que tienen los bancos sobre la tasa de interés futura del banco central. Como en el caso sin riesgo de tasa de interés, el aumento de la tasa de política encarece la financiación del crédito bancario con el banco central, con lo que se induce un aumento de la demanda de depósitos y, por lo tanto, un aumento de las tasas activa y pasiva. Adicionalmente, el incremento de la tasa de política tiene un efecto ambiguo sobre el riesgo de tasa de interés que enfrentan los bancos comerciales. Por un lado, el riesgo aumenta al incrementarse el monto de los intereses que deben ser refinanciados durante el segundo período. Por otro, en equilibrio se reduce la exposición a dicho riesgo dado el menor endeudamiento con el banco central. El efecto final sobre las tasas de interés activas y pasivas es positivo, indicando que los primeros efectos mencionados dominan. De esta forma, en equilibrio el monto de créditos bancarios disminuye y el de depósitos aumenta.*

$$\frac{di_c}{di_{BC1}} = \frac{-[1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1 + i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2})]}{\rho(1 + i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})[C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} > 0 \quad (22)$$

$$\frac{di_D}{di_{BC1}} = \frac{-(1-r)[1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1 + i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2})]}{\rho(1 + i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})[C_{ic}^D - (1-r)^2 D_{id}^S] - 1} > 0 \quad (23)$$

$$\frac{di_c}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1+i_{BC1})}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} > 0 \quad (24)$$

$$\frac{di_D}{dE(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1-r)(1+i_{BC1})}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} > 0 \quad (25)$$

- *Un incremento en la varianza de la tasa del banco central del segundo período disminuye el endeudamiento de los bancos comerciales con el banco central.* Un aumento en la variabilidad de la tasa de interés del banco central para el segundo período implica mayor incertidumbre para los bancos, ya que se hará más difícil predecir el cambio de la política monetaria. Si los bancos son aversos al riesgo, preferirán disminuir su exposición reduciendo la cantidad de crédito solicitada al banco central.

$$\frac{dB}{d\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{\rho B(1+i_{BC1})^2 [(1-r)^2 D_{i_d}^S - C_{i_c}^D]}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} < 0 \quad (26)$$

- *Un aumento en la variabilidad de la tasa de interés del banco central (para el segundo período) tiene un efecto positivo sobre el nivel de equilibrio de las tasas de interés pasiva y activa.* Una tasa de política altamente volátil encarece el fondeo con el banco central, con lo cual se hace más costoso el crédito bancario y se induce a los bancos a fondearse más con depósitos. Así, aumentan las tasas de interés activa y pasiva. Al mismo tiempo, la mayor incertidumbre sobre la tasa futura de política lleva a los bancos a reducir su exposición al riesgo mediante un menor endeudamiento con el banco central y, por tanto, a unas menores tasas de mercado mediante la menor prima de riesgo. El resultado final sobre las tasas de interés es positivo y prevalece el primer efecto.

$$\frac{di_c}{d\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-\rho B(1+i_{BC1})^2}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} > 0 \quad (27)$$

$$\frac{di_D}{d\text{Var}(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{-(1-r)\rho B(1+i_{BC1})^2}{\rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_c}^D - (1-r)^2 D_{i_d}^S] - 1} > 0 \quad (28)$$

Del modelo anterior se desprende que en ausencia del riesgo de tasa de interés, una política de encajes no tendrá efecto alguno sobre el nivel de crédito otorgado por los bancos. Sin embargo, la incertidumbre generada por una tasa de interés del banco central desconocida, para el segundo período, implica una reducción del nivel de cartera de los bancos comerciales, ya que estos transmiten a los usuarios la prima de riesgo de tasa de interés. El efecto de los encajes sobre el nivel de depósitos es negativo cuando no hay riesgo de tasa de interés, ya que los bancos transfieren el mayor costo de los encajes a los depositantes, reduciendo la tasa de interés que reciben. Sin embargo, cuando los bancos enfrentan el riesgo de tasa de interés, el efecto de los encajes sobre el nivel de depósitos dependerá de cuál fuente de financiamiento se encarece más: los depósitos o el crédito con el banco central. Los efectos del encaje ordinario sobre las tasas de interés bancarias se refuerzan cuando los bancos enfrentan además un encaje marginal aplicado por encima de un nivel dado de depósitos, como se observa en el Anexo 3.

#### IV. CONCLUSIONES

En un régimen de tasas de interés el banco central estabiliza la tasa de corto plazo, de tal forma que el impacto de los encajes en el precio y el volumen de crédito de la economía es menor que cuando existe una meta intermedia de agregados monetarios. En este último régimen, el papel de los encajes es bien conocido. De esta forma, si el banco central tiene una meta sobre un agregado monetario amplio, puede fijar una oferta de base monetaria y un nivel de encajes para alcanzar dicha meta.

Por su parte, el efecto de los encajes en un régimen de tasas de interés opera a través del encarecimiento de la intermediación financiera. Así, por ejemplo, cuando los bancos no enfrentan ninguna incertidumbre sobre la tasa de interés del banco central, un aumento de los encajes no altera la tasa de colocación pero sí reduce la tasa de captación en la medida en que los bancos transfieren el mayor costo de los encajes a los depositantes. Cuando los bancos enfrentan riesgo de tasa de interés, un aumento de los encajes los induce a aumentar el crédito que obtienen del banco central, con lo cual se eleva su exposición al riesgo de tasa de interés. En consecuencia, los bancos cobrarán una mayor prima de riesgo de tasa de interés a los usuarios del crédito, aumentando la tasa activa. La tasa de interés pasiva, en este caso, puede aumentar o disminuir dependiendo de si el costo directo de los encajes es menor o mayor al costo de enfrentar el riesgo de tasa de interés.

El efecto final de los encajes sobre el volumen de crédito dependerá, entonces, de la existencia o no del riesgo de tasa de interés. De esta forma, la efectividad de la política de encajes en un régimen de tasas como el de inflación objetivo dependerá del grado de sustitución entre los depósitos bancarios y el crédito del banco central, como fuentes de financiamiento de la cartera de los bancos, y también del grado de incertidumbre sobre la tasa de interés de política en el futuro.

Los anteriores resultados se obtienen a partir de un enfoque teórico microbancario, el cual puede ser complementado empíricamente mediante una calibración del modelo presentado o a partir de un análisis econométrico en el que se utilice, por ejemplo, la información para Colombia. El análisis empírico se deja como un proyecto futuro de investigación, dado que el objetivo de este documento es analizar teóricamente el efecto de los encajes bajo un régimen monetario de tasas de interés teniendo en cuenta el riesgo al que pueden estar expuestos los bancos comerciales cuando hay diferencia en los plazos de los activos y los pasivos bancarios e incertidumbre sobre la tasa de corto plazo que cobra el banco central (riesgo de tasa de interés).

## REFERENCIAS

1. Avella, M. "El encaje bancario en Colombia: Perspectiva general", *Borradores de Economía*, núm. 470, Banco de la República, 2007.
2. Banco de la República, Departamento de Estabilidad Financiera. "Consideraciones sobre el funcionamiento del encaje marginal", documento interno, 2007.
3. Banco de la República. Resolución externa núm. 3 de 6 de mayo de 2007.
4. Banco de la República. Resolución externa núm. 7 de 15 de junio de 2007.
5. Banco de la República. Resolución externa núm. 5 de 20 de junio de 2008.
6. Betancourt, R.; Vargas, H. "Encajes bancarios y la estrategia de inflación objetivo", *Borradores de Economía*, núm. 533, Banco de la República, 2008.
7. Cothren, R.; Waud, R. "On the Optimality of Reserve Requirements", *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 26, num. 4, pp. 827-838, 1994.
8. Chipatecua, O. "Evolución del sistema de encajes durante la última década, período 1990-2001", documento interno, Banco de la República, 2001.
9. Fabozzi, F.J.; Thurston, T. B. "State Taxes and Reserve Requirements as Major Determinants of Yield Spreads Among Money Market Instruments", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 21, num. 4, pp. 427-436, 1986.
10. Fama, E. F. "What's Different About Banks?", *Journal of Monetary Economics*, vol. 15, pp. 29-39, 1985.
11. Feinman, J. "Reserve Requirements: History, Current Practice and Potential Reform", *Federal Reserve Bulletin*, June, 1993.
12. Freixas X.; Rochet, J. C. *Microeconomics of Banking*, Cambridge, MIT Press, 1997.
13. Hein, S.; Stewart, J. "Reserve Requirements: A Modern Perspective", *Economic Review*, Issue Q4, num. 87, Federal Reserve Bank of Atlanta, pp. 41-52, 2002.
14. Heller, D.; Lengwiler, Y. "Payment Obligations, Reserve Requirements and the Demand for Central Bank Balances", *Journal of Monetary Economics*, num. 50, pp. 419-432, 2003.
15. Reinhart, C.; Reinhart, V. "On the Use of Reserve Requirements in Dealing With Capital Flow Problems", *International Journal of Finance and Economics*, vol. 4, num. 1, January, pp. 27-54, 1999.
16. Sellon, G.; Weiner, S. "Monetary Policy Without Reserve Requirements: Analytical Issues", *Economic Review*, fourth quarter, Federal Reserve Bank of Kansas City, 1996.
17. Weiner, S. "The Changing Role of Reserve Requirements in Monetary Policy", *Economic Review*, fourth quarter, Federal Reserve Bank of Kansas City, pp. 45-63, 1992.

## ANEXO 1

### MODELO DE ENCAJE ORDINARIO SIN RIESGO DE TASA DE INTERÉS

#### 1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el banco central

De la diferencial total de la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dr} = D^S(.) - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial r} \quad (A1.1)$$

y sustituyendo (10) encontramos la expresión (12).

#### 2. Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre el nivel de crédito con el banco central

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} \quad (A1.2)$$

$$\frac{dB}{di_{BC2}} = C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC2}} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC2}} \quad (A1.3)$$

Sustituyendo  $\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} = 1 + i_{BC2}$  y  $\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} = (1-r)(1 + i_{BC2})$  en (A1.2) llegamos a la expresión (13) y

$\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC2}} = 1 + i_{BC1}$  y  $\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC2}} = (1-r)(1 + i_{BC1})$  en (A1.3) llegamos a la ecuación (14).

## ANEXO 2

### MODELO DE ENCAJE ORDINARIO CON RIESGO DE TASA DE INTERÉS

#### 1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el banco central

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dr} = \frac{(1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial r} - D^S(\cdot)}{C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (\text{A2.1})$$

Sustituyendo las derivadas parciales:

$$\frac{\partial i_D}{\partial r} = -\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \quad (\text{A2.2})$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial B} = \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \quad (\text{A2.3})$$

$$\frac{\partial i_D}{\partial B} = (1-r)\left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right], \quad (\text{A2.4})$$

encontramos la expresión (18).

#### 2. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre las tasas de interés del mercado

A partir de las ecuaciones (3) y (4) tenemos:

$$\frac{di_C}{dr} = \left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \frac{dB}{dr} \quad (\text{A2.5})$$

$$\frac{di_D}{dr} = (1-r)\left[ \rho(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) \right] \frac{dB}{dr} - \left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \quad (\text{A2.6})$$

Sustituyendo la expresión para  $\frac{dB}{dr}$  dada por (18) llegamos a las ecuaciones (19) y (20).

### 3. Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre el nivel de crédito con el banco central

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{di_{BC1}} = \frac{(1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} - C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}}}{C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (\text{A2.7})$$

$$\frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = \frac{(1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} - C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]}}{C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1}, \quad (\text{A2.8})$$

donde las derivadas parciales son dadas por:

$$\frac{\partial i_D}{\partial i_{BC1}} = (1-r)(1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1 + i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}))$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial i_{BC1}} = (1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1 + i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}))$$

$$\frac{\partial i_D}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} = (1-r)(1 + i_{BC1})$$

$$\frac{\partial i_C}{\partial E[\tilde{i}_{BC2}]} = 1 + i_{BC1}$$

y junto con (A2.3) y (A2.4) llegamos a las expresiones (21) y (22).



**4. Efecto de un cambio en la tasa de interés de intervención sobre las tasas de interés del mercado**

De las expresiones para las tasas de interés (3) y (4) tenemos las siguientes diferenciales totales:

$$\frac{di_C}{di_{BC1}} = 1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}) + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{di_{BC1}} \quad (A2.9)$$

$$\frac{di_D}{di_{BC1}} = (1-r) \left( \begin{aligned} &1 + E[\tilde{i}_{BC2}] + 2\rho B(1+i_{BC1})Var(\tilde{i}_{BC2}) + \\ &\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{di_{BC1}} \end{aligned} \right) \quad (A2.10)$$

$$\frac{di_C}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = 1 + i_{BC1} + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} \quad (A2.11)$$

$$\frac{di_D}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} = (1-r) \left( 1 + i_{BC1} + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dE[\tilde{i}_{BC2}]} \right) \quad (A2.12)$$

y reemplazando las expresiones (21) y (22) tenemos las ecuaciones (23)-(26).

**5. Efecto de un cambio en la volatilidad de tasa de intervención del segundo período sobre el nivel de crédito con el banco central**

De la ecuación (7) tenemos:

$$\frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \frac{(1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} - C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})}}{C_{i_C}^D \frac{\partial i_C}{\partial B} - (1-r)D_{i_D}^S \frac{\partial i_D}{\partial B} - 1} \quad (A2.13)$$

Reemplazando las siguientes derivadas parciales:

$$\frac{\partial i_D}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} = (1-r)\rho B(1+i_{BC1})^2 \text{ y } \frac{\partial i_C}{\partial Var(\tilde{i}_{BC2})} = \rho B(1+i_{BC1})^2$$

y las ecuaciones (A2.3) y (A2.4) llegamos a la expresión (27).

**6. Efecto de un cambio en la volatilidad de tasa de intervención del segundo período sobre las tasas de interés del mercado**

De las expresiones para las tasas de interés (3) y (4) tenemos las siguientes diferenciales totales:

$$\frac{di_C}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = \rho B(1+i_{BC1})^2 + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} \quad (A2.14)$$

$$\frac{di_D}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} = (1-r) \left( \rho B(1+i_{BC1})^2 + \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \frac{dB}{dVar(\tilde{i}_{BC2})} \right) \quad (A2.15)$$

Y sustituyendo (24) encontramos las ecuaciones (25) y (26).

### ANEXO 3

#### MODELO CON ENCAJE MARGINAL

El análisis anterior puede ampliarse para tener en cuenta la existencia de encajes marginales, los cuales son aplicados por encima de un nivel de depósitos establecido por la autoridad monetaria  $\bar{D}$ . El problema de un banco que enfrenta además del encaje ordinario un encaje marginal,  $r_m$ , sobre los depósitos por encima de dicho nivel, cuando existe riesgo de tasa de interés, es dado por:

$$\begin{aligned} \text{Max } & (D + B - R)i_C - Di_D - Bi_{BC1} - B(1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] - k(D, C, B) - \frac{\rho}{2}(B(1 + i_{BC1}))^2 \text{Var}[\tilde{i}_{BC2}] \\ \text{s.a. } & R = rD + r_m(D - \bar{D}) \end{aligned}$$

y las condiciones de primer orden, suponiendo retornos constantes de escala, son:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1 + i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_C + \gamma_B \quad (\text{A3.1})$$

$$i_D = (1 - r - r_m)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1 + i_{BC1})^2 \text{Var}(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B] - \gamma_D, \quad (\text{A3.2})$$

las cuales difieren con respecto al análisis anterior solamente en el encaje marginal que aparece en la ecuación para la tasa de los depósitos bancarios (ecuación (A3.2)), ya que, al igual que antes, la tasa de los créditos no depende directamente de los encajes (ecuación (A3.1)).

Por su parte, si los bancos no enfrentan ningún riesgo de tasa de interés, así que  $E[\tilde{i}_{BC2}] = i_{BC2}$  y  $\text{Var}[\tilde{i}_{BC2}] = 0$ , las tasas de interés que maximizan las ganancias de los bancos están dadas por:

$$i_C = i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_C + \gamma_B \quad (\text{A3.3})$$

$$i_D = (1 - r - r_m)[i_{BC1} + (1 + i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B] - \gamma_D \quad (\text{A3.4})$$

El análisis de estática comparativa para cada caso parte del balance del sector financiero en equilibrio:  $C^D(i_C, Y) = D^S(i_D, Y)(1 - r - r_m) + r_m\bar{D} + B$  y de las ecuaciones respectivas para las tasas de interés. Dicho análisis sugiere que la introducción de un encaje marginal implica un efecto adicional al del encaje ordinario, sobre el nivel de crédito con el banco central. La imposición de este nuevo encaje reduce en una

mayor proporción la cantidad de fondos disponibles por parte de los bancos comerciales y les genera una mayor necesidad de endeudamiento con el banco central para cubrir la demanda de crédito por parte del público, así:  $\frac{dB}{dr_m} > 0$ . Tal incremento, sin embargo, es menor cuando existe riesgo de tasa de interés (ecuaciones (A3.7) y (A3.8)).

El efecto del encaje marginal sobre las tasas de interés es diferente bajo los dos escenarios. De esta forma, cuando no existe riesgo de tasa de interés el encaje marginal hace más costoso el fondeo de los bancos con depósitos, de modo que los bancos transfieren dicho costo a los usuarios reduciendo su tasa de interés,  $\frac{di_D}{dr_m} < 0$  (ecuación (A3.13)). Sin embargo, dado que los encajes no afectan directamente la tasa de interés de los créditos, el efecto del encaje marginal sobre la tasa activa es nulo  $\frac{di_C}{dr_m} = 0$  (ecuación (A3.14)).

Por su parte, el efecto de dicho encaje sobre las tasas de interés de mercado bajo la existencia del riesgo de tasa de interés es ambiguo para la tasa de depósitos,  $\frac{di_D}{dr_m} > 0$  (ecuación (A3.15)), y positivo para la tasa activa,  $\frac{di_C}{dr_m} > 0$  (ecuación (A3.16)). Un encaje marginal bajo la existencia de riesgo de tasa de interés no sólo hace más costosos los depósitos como fuente de financiamiento para los bancos, sino que aumenta la exposición al riesgo por parte de estos al hacer necesaria la financiación con el banco central. De esta forma, si el costo de los depósitos generado por el mayor nivel de encaje es menor que el riesgo de enfrentar una tasa incierta con el banco central, entonces los bancos preferirán demandar más depósitos, aumentando su tasa de interés, para satisfacer la demanda de crédito. El efecto positivo sobre la tasa de los créditos se debe al hecho de que ahora la fuente de financiación alternativa a los depósitos, el crédito con el banco central, implica un riesgo que antes no existía. Así que dicho costo será transmitido a los usuarios del crédito por medio de una mayor tasa de interés.

### 1. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre el nivel de crédito con el banco central

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr} = D^S(.) + (1 - r - r_m) D_{i_D}^S (i_{BC1} + (1 + i_{BC1}) i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (A3.5)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr} = \frac{- \left[ D^S(.) + (1-r-r_m) D_{i_D}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S \right] - 1} > 0 \quad (A3.6)$$

## 2. Efecto de un cambio en el encaje marginal sobre el nivel de crédito con el banco central

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr_m} = D^S(.) - \bar{D} + (1-r-r_m) D_{i_D}^S (i_{BC1} + (1+i_{BC1}) i_{BC2} + \gamma_B) > 0 \quad (A3.7)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{dB}{dr_m} = \frac{- \left[ D^S(.) - \bar{D} + (1-r-r_m) D_{i_D}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S \right] - 1} > 0 \quad (A3.8)$$

## 3. Efecto de un cambio en el encaje ordinario sobre las tasas de interés

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr} = \frac{\partial i_D}{\partial r} = - (i_{BC1} + (1+i_{BC1}) i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (A3.9)$$

$$\frac{di_C}{dr} = \frac{\partial i_C}{\partial r} = 0 \quad (A3.10)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr} = - \frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1}) E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right]}{\rho (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ C_{i_C}^D - 1 \right] + \left[ (1-r-r_m) \rho (1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) D^S(.) \right]} > 0 \quad (A3.11)$$

$$\frac{di_C}{dr} = -\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) + (1-r-r_m)D_{i_D}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S] - 1} \right] > 0 \quad (A3.12)$$

#### 4. Efecto de un cambio en el encaje marginal sobre las tasas de interés

Sin riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr_m} = \frac{\partial i_D}{\partial r_m} = -(i_{BC1} + (1+i_{BC1})i_{BC2} + \gamma_B) < 0 \quad (A3.13)$$

$$\frac{di_C}{dr_m} = \frac{\partial i_C}{\partial r_m} = 0 \quad (A3.14)$$

Con riesgo de tasa de interés:

$$\frac{di_D}{dr_m} = - \frac{\left[ i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) + \gamma_B \right] \left[ \rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) C_{i_C}^D - 1 \right] + \left[ (1-r-r_m)\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2})(D^S(\cdot) - \bar{D}) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S] - 1} > 0 \quad (A3.15)$$

$$\frac{di_C}{dr_m} = -\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \left[ \frac{\left[ D^S(\cdot) - \bar{D} + (1-r-r_m)D_{i_D}^S \left( i_{BC1} + (1+i_{BC1})E[\tilde{i}_{BC2}] + \gamma_B + \rho B(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) \right) \right]}{\rho(1+i_{BC1})^2 Var(\tilde{i}_{BC2}) [C_{i_C}^D - (1-r-r_m)^2 D_{i_D}^S] - 1} \right] > 0 \quad (A3.16)$$