



# FISCO: Modelo Fiscal para Colombia<sup>\*</sup>

Hernán Rincón

Diego Rodríguez

Jorge Toro

Santiago Téllez<sup>\*\*</sup>

## Resumen

El gobierno es un agente que influye sobre la actividad económica a lo largo del ciclo y afecta las variables reales y nominales de un país por medio de sus políticas de ingreso y de gasto. También es un determinante importante de la estabilidad macroeconómica, en cuanto que esta depende, entre otros, de la sostenibilidad de sus finanzas y de la contraciclicidad de sus políticas. El objetivo de este documento es construir un modelo fiscal microfundamentado de equilibrio general dinámico y estocástico nekeynesiano-DSGE para Colombia (FISCO), en donde el gobierno juega un papel preponderante en la economía. El modelo se construye, calibra, estima y evalúa teniendo en cuenta las particularidades económicas e institucionales del país. El propósito es que sirva como herramienta de análisis de la política fiscal y su nexa con la economía y la política monetaria. Con el propósito de evaluar las predicciones del modelo FISCO el documento presenta algunas simulaciones y estudia las dinámicas de las principales variables macroeconómicas ante choques positivos y transitorios a las tasas de tributación, al gasto de funcionamiento, al gasto de inversión, a la tasa de interés de política monetaria y a la renta petrolera del gobierno. Las cinco conclusiones principales de política económica que emergen del modelo y de sus simulaciones son las siguientes. Primera, la inflación es un asunto que compete a la política monetaria, como se sabe, pero también a la política fiscal. Segunda, los choques a la política fiscal son contrarrestados en cierto grado por la política monetaria; por el contrario, choques a esta última son refrendados por la política fiscal. Tercera, el choque al gasto de funcionamiento del gobierno desplaza a la inversión privada. Lo contrario sucede con el choque a la inversión. En este mismo sentido, el recorte al gasto de inversión impacta en mayor medida a la economía que el ajuste al de funcionamiento. Cuarta, el balance estructural del gobierno depende del tipo de choque de política que enfrenta la economía. Quinta, la regla fiscal cumple un rol estabilizador de las finanzas del gobierno y de la economía, como es su objetivo; sin embargo, puede convertirse a la vez en un agravante de la situación macroeconómica ante ciertos choques.

*Palabras clave:* modelo fiscal nekeynesiano-DSGE, política fiscal, política monetaria, canales y mecanismos de transmisión, regla fiscal estructural, estimación bayesiana, impactos macroeconómicos

*Clasificación JEL:* D58, E2, E62, E63, C11, C13

## 1. Introducción

El gobierno es un agente que influye sobre la actividad económica a lo largo del ciclo y afecta las variables reales y nominales de un país por medio de sus políticas de ingreso y de gasto. También es un determinante importante de la estabilidad macroeconómica, en cuanto que esta depende, entre otros, de la sostenibilidad de sus finanzas. Estas dos razones demandan un estudio cuidadoso y fundamentado tanto de su comportamiento como de la manera como sus decisiones afectan la economía y comprometen el actuar de la autoridad monetaria y sus metas.

La literatura colombiana es prolifera en el estudio de las finanzas del gobierno y la política fiscal a lo largo de la historia. Son incontables los documentos que han analizado su comportamiento, decisiones y evolución de sus finanzas. La orientación, metodologías, coberturas e instrumentos de análisis utilizados son múltiples y van desde revisiones históricas hasta estudios parciales de tributos o gastos del gobierno central, así como del sector descentralizado y los gobiernos regionales. Dentro de la basta literatura, ha existido, sin embargo, un gran vacío en cuanto a la formalización y modelación de su comportamiento y de los impactos macroeconómicos de su actuar. Más aún, tal ausencia es mayor cuando se trata de analizar su interrelación con el proceder de la autoridad monetaria. El modelo desarrollado en este documento llena estos dos vacíos.

---

<sup>\*</sup>Los autores agradecen los valiosos comentarios de Franz Hamann, Hernando Vargas y de los participantes en el seminario interno del Departamento de Modelos Macroeconómicos del Banco de la República. También agradecen la excelente asistencia de investigación por parte de Elena Delgado, David Delgado y Joao Hernandez, y la colaboración de Johanna López con el procesamiento de las estadísticas fiscales. Las opiniones, errores u omisiones contenidos en este documento son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Las sugerencias y comentarios favor dirigirlos a cualquiera de las siguientes direcciones: hrincoca@banrep.gov.co; drodrigu@banrep.gov.co; jtorocor@banrep.gov.co.

<sup>\*\*</sup>Investigador Principal de la Unidad de Investigaciones, Investigador del Departamento de Modelos Macroeconómicos, Subgerente de Estudios Económicos del Banco de la República, y Economista Junior del BID, respectivamente.

El objetivo es construir un modelo fiscal microfundamentado de equilibrio general dinámico y estocástico nekeynesiano-DSGE para Colombia (FISCO), en donde el gobierno juega un papel preponderante en la economía. El modelo se construye, calibra, estima y evalúa teniendo en cuenta las particularidades económicas e institucionales del país. El propósito es que sirva como herramienta de análisis de la política fiscal y su nexa con la economía y la política monetaria.

El modelo FISCO incorpora características de la economía colombiana, además de la de ser una economía pequeña y abierta. Así, están presentes en la modelación rigideces nominales de precios y salarios (Bonaldi et al., 2011), el no cumplimiento de la hipótesis de poder de paridad de compra (Rincón, 2000; Rincón et al., 2007; González et al., 2010), agentes ricardianos y no ricardianos (Carrasquilla & Rincón, 1990; Ojeda et al., 2013; González et al., 2014)<sup>1</sup>, impuestos distorsionantes (Hamann et al., 2011), gasto público “productivo” e “improductivo”, financiación del gasto del gobierno con impuestos y deuda, una regla fiscal estructural y un bien primario (petróleo) que genera rentas importantes para la economía y el gobierno<sup>2 3</sup>.

Antes de continuar es necesario realizar algunas precisiones sobre los conceptos gasto público “productivo” e “improductivo” y sobre la naturaleza del modelo FISCO. Primero que todo, la discusión teórica y empírica sobre aquella categorización es de vieja data y, en general, se relaciona con teorías de bienes públicos, finanzas públicas y crecimiento económico<sup>4</sup>. Segundo, y con el objetivo de evitar controversia, en este documento se utilizan dichos conceptos para diferenciar entre el gasto público que altera la oferta de la economía a lo largo del ciclo, de aquel que impacta únicamente la demanda. Así, las cambiamos por las categorías gastos de inversión y de funcionamiento, respectivamente. El modelo en este aspecto se nutre de Leeper et al. (2010). Tercero, FISCO es un modelo del ciclo económico y como tal no incorpora y diferencia en su estructura el gasto público que está relacionado con el crecimiento económico, como por ejemplo los gastos en educación, infraestructura y calidad institucional. Tampoco hace parte de la modelación la sostenibilidad de la deuda pública.

La modelación se realiza para el gobierno, el gobierno nacional central en el argot de las finanzas públicas en el país, y se deja por fuera al resto del sector público. Las razones que sustentan esta decisión son: es más sencillo de modelar, es el agente que toma las principales decisiones de política fiscal, el tamaño y comportamiento de sus finanzas son el determinante principal de la situación fiscal interna y de la estabilidad macroeconómica<sup>5</sup> y porque captura el marco institucional actual de la política fiscal, que se rige por una regla. De acuerdo con la autoridad fiscal, el propósito de la regla es “asegurar un nivel sostenible de deuda pública; permitir un manejo contracíclico de la política fiscal; y facilitar la coordinación fiscal y monetaria en el diseño de la política económica. Así mismo... [contribuir] a aliviar los efectos de la volatilidad cambiaria sobre diferentes actividades de la economía en especial el sector transable, en la medida en que le permitirá al [gobierno] administrar eficientemente los recursos excedentarios que se generen por un posible auge minero-energético” (Echeverry et al., 2011).

Dado que uno de los objetivos del modelo FISCO es que permita analizar la interacción entre las políticas fiscal y monetaria, es bueno recordar las diferencias, similitudes e interrelaciones entre una y otra.

Las políticas fiscal y monetaria tienen diferencias sustanciales. La primera tiene que ver con los objetivos. El propósito de la política monetaria en Colombia es mantener una tasa de inflación baja y estable, en el marco de un régimen de inflación objetivo. En contraste, los objetivos de la política fiscal son múltiples y el énfasis sobre cada uno de ellos depende de razones no necesariamente económicas. En el corto y mediano plazo se podría argumentar que su objetivo es corregir el desbalance fiscal estructural y, como consecuencia, estabilizar la deuda. En el largo plazo se podrían enumerar el crecimiento, el empleo, la equidad y la sostenibilidad de sus finanzas.

La segunda con los instrumentos de política utilizados. La política monetaria actual del país utiliza la tasa de interés de intervención como el principal instrumento, mientras que la fiscal utiliza los impuestos, los gastos o ambos, y al interior de ellos diferentes tipos de impuestos o de gastos. La tercera con los canales de transmisión de las decisiones de política. Mientras la política monetaria se transmite básicamente a través de cuatro canales -crédito, tasa de cambio, precios de los activos diferentes al cambiario y expectativas-, la fiscal lo hace a través de múltiples conductos, que dependen del instrumento utilizado (los gráficos 1 y 2 muestran los canales de transmisión de las dos políticas). La cuarta está relacionada con la temporalidad, duración y naturaleza de los impactos de sus decisiones. Mientras que los de la política monetaria tardan tiempo en reflejarse en sus objetivos intermedios o finales (entre uno y dos años), son de corta duración y de naturaleza transitoria, los de la política fiscal son

<sup>1</sup>De acuerdo con cálculos de González et al. (2014), cerca del 80 % de los hogares colombianos enfrentan restricciones de crédito.

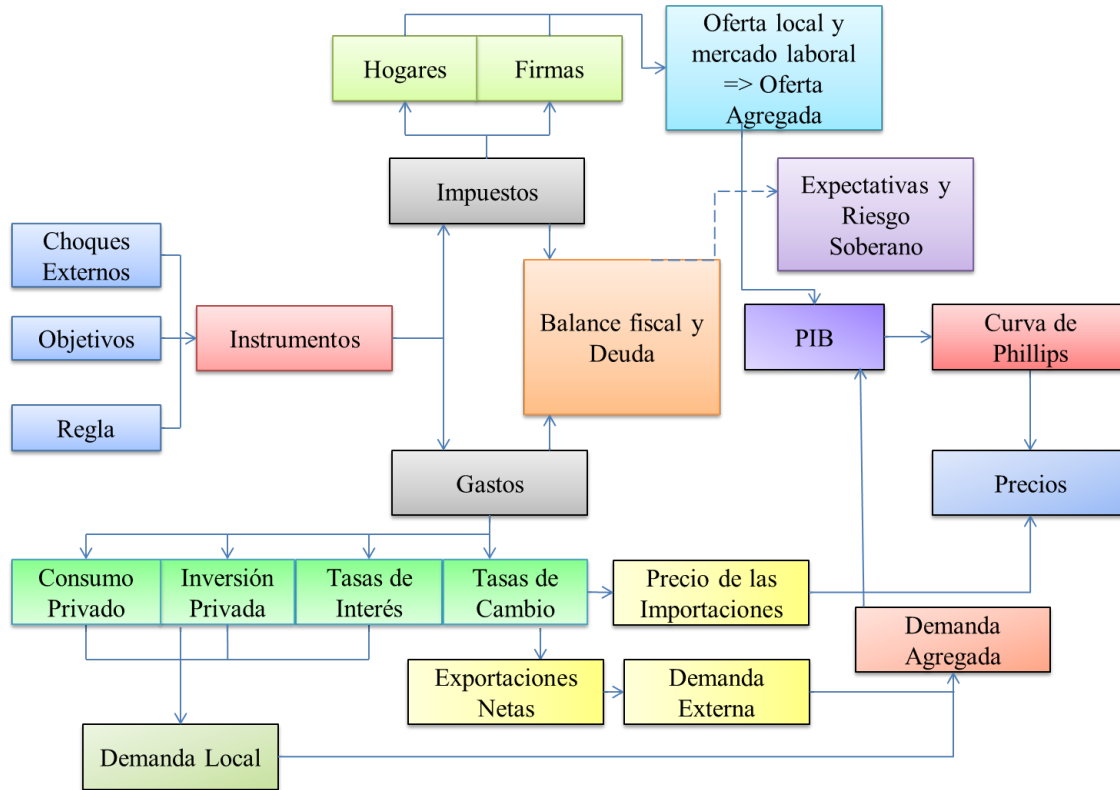
<sup>2</sup>La regla fiscal fue establecida mediante la ley 1473 de 2011.

<sup>3</sup>Alrededor del 20 % de los ingresos del gobierno proviene del sector petrolero. Adicionalmente, éste representa el 5 % del PIB, sus exportaciones el 55 % de las exportaciones totales del país y el 30 % de la inversión extranjera directa, con datos para 2013.

<sup>4</sup>Un buen análisis, a la vez que una excelente revisión de la literatura sobre estos dos conceptos se encuentra en Chu et al. (1995)

<sup>5</sup>Para el año 2013, los ingresos tributarios del gobierno representaron el 72 % de los ingresos tributarios del sector público no financiero; los gastos el 66 %; el balance fiscal del gobierno fue de -2,4 % del PIB, mientras el resto del sector público de 1,4 % del PIB y el saldo de la deuda del gobierno constituyó el 86 % de la deuda bruta del sector público no financiero (43,3 % del PIB).

Figura 1: Canales de transmisión de la política fiscal



Fuente: diseño de los autores.

generalmente más rápidos, pueden perdurar y tener carácter permanente, es decir, que pueden cambiar los valores de largo plazo de las variables macroeconómicas.

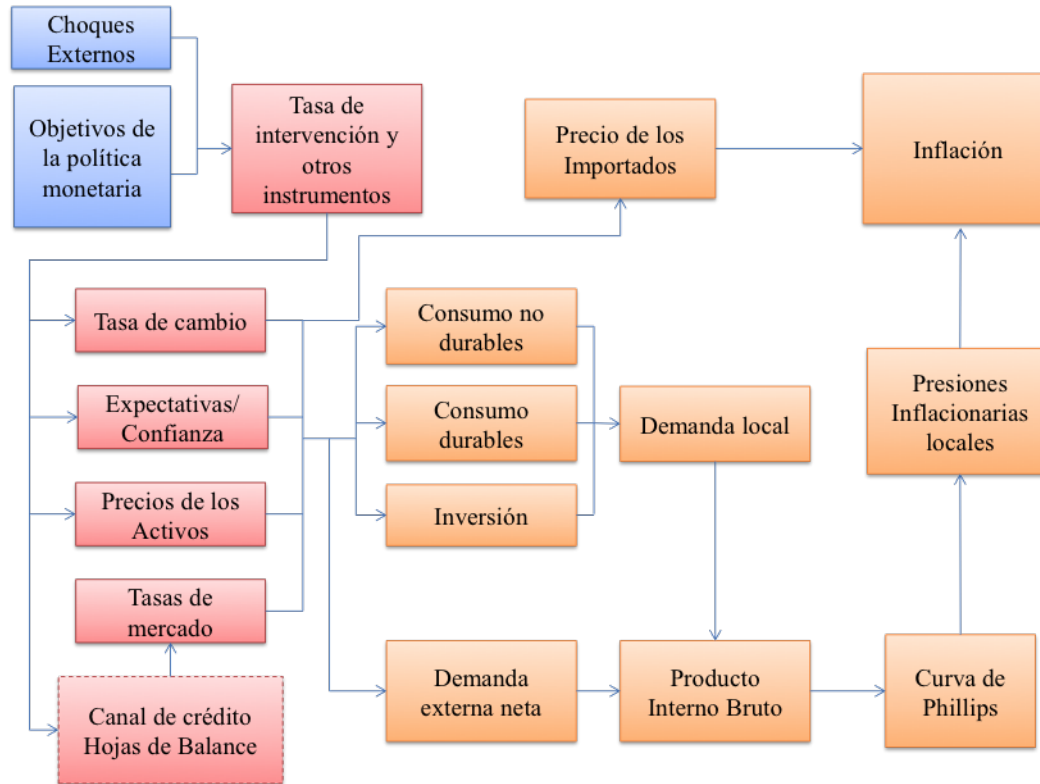
Por último, con la operatividad misma de la política. En primer lugar, las decisiones de política monetaria son diseñadas, aprobadas e implementadas por un grupo independiente de manera discrecional y en el momento que lo consideren pertinente. Por otro lado, las principales decisiones de política fiscal toman tiempo, se implementan con rezago y deben hacer su paso, por ejemplo, por el Congreso de la República, con todas las circunstancias de tiempo y modo que esto implica<sup>6</sup>. Segundo, la política monetaria colombiana no tiene una regla explícita de política, a pesar de que tiene una meta manifiesta; mientras que la fiscal sí, la regla sobre el balance fiscal estructural del gobierno. Como lo muestran los documentos oficiales, la regla impone metas fiscales de corto y mediano plazo y requiere una reducción del desbalance fiscal estructural del gobierno de manera gradual y sostenida.

Sin embargo, las políticas fiscal y monetaria tienen por lo menos una similitud. El control sobre el logro de sus objetivos no es exacto, porque enfrentan incertidumbres derivadas de las teorías, modelos y estadísticas sobre las que basan sus decisiones y de situaciones exógenas a sus decisiones, como pueden ser choques externos o internos a la economía, decisiones autónomas de los consumidores, las firmas o los inversionistas locales e internacionales y, en el caso de la política fiscal, de la inviabilidad social o política de sus iniciativas.

Las numerosas diferencias entre la política monetaria y fiscal, no obstante, no excluyen la necesidad de una coordinación muy estrecha entre ellas si se quieren alcanzar los objetivos macroeconómicos propuestos. Al respecto, uno de los requisitos para lograr el éxito del esquema de inflación objetivo es que no exista “dominancia fiscal”. Esto significa que las consideraciones fiscales no pueden dictar la política monetaria. Para evitar la dominancia fiscal se requiere que el endeudamiento del gobierno con el banco central sea bajo o nulo, y que los mercados financieros sean lo suficientemente profundos para poder absorber las colocaciones de deuda pública (Debelle et al., 1998). También es necesario que el gobierno tenga una base de ingresos suficientemente amplia para no tener que depender sistemáticamente de rentas derivadas de la emisión de dinero, que crean inflación en el largo plazo o dominancia a la Sargent & Wallace (1981).

<sup>6</sup> En términos técnicos lo anterior significa que las decisiones de política monetaria podrían tener una mayor probabilidad de no ser anticipadas por los agentes, mientras que las fiscales sí.

Figura 2: Canales de transmisión de la política monetaria



Fuente: Jalil & Mahadeva (2010).

La ausencia de dominancia fiscal elimina el peligro de presiones inflacionarias de origen fiscal por medio del financiamiento primario del déficit. Con todo, la política fiscal puede afectar la inflación a través de un canal directo denominado la Teoría Fiscal del Nivel de Precios, que no depende de la monetización de los déficits públicos<sup>7</sup>. Todo lo que requiere es que una parte de la deuda pública emitida en bonos esté denominada en términos nominales, lo que hace que el valor real de la deuda dependa del nivel de precios<sup>8</sup>. En tales condiciones, si el gobierno no puede obtener los recursos reales necesarios para atender su deuda, la teoría mencionada crea un vínculo directo entre el déficit fiscal actual y el esperado, y la inflación. Esto podría producirse por medio de una política monetaria acomodaticia, que no aumente la tasa de interés a su nivel requerido, para permitir que el incremento de la inflación mantenga estable el nivel real de la deuda del gobierno (Leeper & Walker, 2012). Esta posibilidad amplía el campo de interacción entre la política fiscal y monetaria en la determinación del nivel de precios, haciendo aún más indispensable su coordinación.

Las principales predicciones del modelo FISCO ante choques positivos y temporales a las tasas de tributación, al gasto de funcionamiento, al gasto de inversión, a la tasa de interés de política monetaria y a la renta petrolera del gobierno son las siguientes. El choque positivo y transitorio a las tasas de tributación disminuye el PIB, el consumo, el empleo, el salario real, la inflación y la tasa de interés. En contraste, aumentan la inversión privada, excepto cuando el instrumento es el impuesto a los salarios o a las rentas del capital, la tasa de cambio real y las exportaciones. En cuanto a la situación fiscal, mejoran los balances fiscales observado y estructural y el indicador de deuda. Frente al presente choque fiscal, que reduce el producto, el consumo y la inflación, la política monetaria responde mitigando los efectos negativos del choque sobre la actividad económica.

El modelo FISCO predice, por el contrario, que el choque al gasto de funcionamiento del gobierno eleva el PIB, el consumo, el empleo, el salario real y la inflación. A su vez, incrementa la tasa de interés y reduce la inversión, aprecia las tasas de cambio nominal y real y reduce las exportaciones y el endeudamiento externo privado. Además, el choque empeora los balances fiscales del gobierno y aumenta su endeudamiento. Por último, el choque fiscal

<sup>7</sup>Leeper (1991), Sims (1994), Woodford (1995), Cochrane (1998), Woodford (2001) y Leeper & Walker (2012) fundamentan esta teoría y sus implicaciones.

<sup>8</sup>Al 31 de diciembre 2013, el 80 % de la deuda interna del gobierno estaba denominada en términos nominales. Es restante 20 % estaba indexada a la inflación.

expansivo lleva a que la política monetaria reaccione y contrarreste el impulso fiscal, lo que deteriora aún más sus finanzas.

En contraste, el choque al gasto de inversión del gobierno aumenta el PIB, el consumo, el empleo, la inversión privada, el salario real, las tasas de cambio, las exportaciones, la inflación y la tasa de interés. Por su lado, la situación fiscal mejora, se reduce el riesgo país y el sector privado se endeuda más externamente. Adviértase que en este caso, la reacción contractiva de la autoridad monetaria no deteriora las finanzas del gobierno.

Ahora, el choque a la tasa de interés de política monetaria deteriora de manera significativa el producto, el consumo, el empleo y la inversión privada. Estos efectos realimentan la respuesta positiva de los impuestos y la reducción del gasto del gobierno, con el fin de cumplir la regla fiscal. En otro frente, el choque reduce los salarios reales, aprecia las tasas de cambio, deteriora las exportaciones privadas y disminuye la inflación. Por su lado, la situación fiscal se deteriora y el costo del endeudamiento tanto público como privado aumenta. En este caso, el choque de política monetaria es de tal dimensión que la reducción de la inflación se hace a un costo alto en términos de demanda agregada y de deterioro de la situación fiscal, que se ve agravada por la necesidad de cumplir con la regla fiscal.

Por último, el choque positivo a la renta petrolera del gobierno aumenta el producto y el consumo, pero reduce el empleo, el salario real y la inversión privada. Así mismo, aprecia las tasas de cambio y deteriora las exportaciones privadas. Estos comportamientos son típicos del fenómeno que se ha denominado en la literatura “enfermedad holandesa”, que se observa cuando se presentan choques a las rentas provenientes de sectores básicos de una economía. En cuanto a las variables nominales, el choque reduce la inflación y la tasa de interés. Por su lado, las finanzas del gobierno mejoran y la deuda cae, lo que resalta en este caso y en cierto grado el papel contracíclico de la regla. Finalmente, ante el choque actual, la política fiscal es expansiva y, aunque no compromete la inflación, si crea costos para la economía porque la regla no es lo suficientemente contracíclica. La política monetaria es en este caso acomodaticia.

El documento está organizado de la siguiente manera. La segunda sección reporta lo que señalan las diferentes teorías económicas sobre el rol económico de la política fiscal, identifica los canales de transmisión y describe los posibles mecanismos de transmisión. La tercera resume y cualifica los principales hallazgos empíricos de la literatura local e internacional sobre los efectos de la política fiscal. La cuarta desarrolla el modelo y explica sus principales ecuaciones. La quinta y sexta secciones calibran y estiman el modelo a partir de las estadísticas de la economía colombiana. La séptima sección ilustra las predicciones del modelo mediante una evaluación y análisis de los impactos macroeconómicos de choques positivos y transitorios a los impuestos, a los gastos de funcionamiento e inversión del gobierno, a la tasa de interés de política monetaria y a la renta petrolera. La última sección resume las principales conclusiones.

## 2. Impactos económicos de la política fiscal, canales y mecanismos de transmisión

El rol de la política fiscal en la actividad económica ha sido un tema de debate y constante revisión por parte de la academia y autoridades económicas. De manera notable, la discusión se vuelve candente cada vez que las economías entran en períodos de recesión, como el reciente causado por la crisis financiera internacional entre 2007 y 2009. Así, los episodios de crisis renacen de tiempo en tiempo la pregunta sobre el papel y efectividad de la política fiscal para promover la actividad económica y la estabilización del ciclo económico.

La disputa de la literatura económica sobre la actuación e impacto de la política fiscal se remonta en tiempo modernos a la publicación de la Teoría General del Empleo, el Interés y el Dinero de Keynes (1936). No existe, sin embargo, una posición unificada al respecto, ya que las predicciones de las distintas teorías y modelos dependen íntimamente del estado de la economía que se esté analizando, de los supuestos sobre las conductas de los agentes económicos de los que se parte, de los mecanismos de transmisión que se identifiquen y de los tamaños de los choques y su dirección (cuadros 1 y 2).

Como se observa en los cuadros 1 y 2, las predicciones y los mecanismos y canales de transmisión varían radicalmente entre unas y otras teorías. Por un lado, las teorías keynesianas estándar, plasmadas en los modelos de economía cerrada IS-LM y de economía abierta de Mundell-Fleming, predicen que un choque positivo al gasto público (o negativo a los impuestos) aumenta el producto, el consumo y el empleo. Por otro lado, las teorías del ciclo real de los negocios o modelos RBC y neokeynesiano estándar predicen un efecto negativo, en el caso de las dos últimas variables. Sin embargo, extensiones de estos dos modelos predicen una relación positiva para todas ellas.

Las diferencias entre unos y otros modelos se evidencian también cuando el análisis se extiende a lo que ocurre con el mercado laboral, la tasa de interés real y variables de economía abierta como las exportaciones netas, las tasas

Cuadro 1: Teorías sobre los efectos de la política fiscal ( $\uparrow G$ )

Modelo	Variables									
	Y	C	L <sup>d</sup>	L <sup>s</sup>	Salario real	Tasa de interés	Inversión Privada	Export. netas	Tasa de cambio real	Precios
Keynesiana de economía cerrada	↑	↑	?	?	↓	↑	↓	NA	NA	↑
Keynesiana de economía abierta: tasa de cambio flexible	=	↑	?	?	=	=	=	↓	↓	=
Keynesiana de economía abierta: tasa de cambio fija	↑	↑	?	?	↓	=	=	=	=	↑
RBC (DSGE)	↑	↓	=	↑	↓	↑	↑	↓	↓	↑
Neo-keynesiana (DSGE)	↑	↓	↑	↑	↑	↑	↓	↓	↓	↑
RBC (DSGE)-función de utilidad no separable	↑	↑	=	↑	↓	↑	↓	↓	↑	?
RBC (DSGE)-persistencia de hábitos ("Deep habits")	↑	↑	↑	↑	↑	=	↓	↓	↑	↑
Neo-keynesiano (DSGE)-ricardianos y no ricardianos y reducción anticipada del gasto público	↑	↑	↑	↑	↑	↑	?	↓	↑	↓

Fuente: Hebous (2011) y revisión adicional de los autores.

Notas:

1a. G: gasto público; T: impuestos; Y: PIB; C: consumo privado; L<sup>d</sup>: demanda de trabajo; L<sup>s</sup>: oferta de trabajo. La sigla "RBC" denota las teorías de ciclos reales.

2a. El símbolo "↑" indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo "↓", lo contrario; "=" que no hay efecto. Los símbolos "↑" y "↓" para la tasa de cambio real indican depreciación y apreciación, respectivamente. "?" significa que la predicción del modelo respecto a la variable es ambigua y "NA" que no aplica.

de cambio real y nominal y la inflación. Por ejemplo, mientras el modelo RBC estándar predice que un choque fiscal impacta negativamente el salario real, el modelo nekeynesiano pronostica lo contrario. En cuanto a la tasa interés real, la mayoría de los modelos prevé que aumenta, excepto los modelos keynesiano de economía abierta y RBC con persistencia de hábitos. Por último, mientras los modelos RBC y nekeynesiano estándar predicen que la tasa de cambio real se aprecia, sus extensiones indican lo contrario. En cuanto a variables nominales como la inflación, los pronósticos son cambiantes, aunque en su mayoría señalan que un choque fiscal al gasto es inflacionario.

En resumen, cada teoría tiene una predicción diferente sobre los impactos económicos de un choque positivo a la política fiscal y la forma como se transmiten. Estos dependen, entre otros, de los supuestos de partida, como se discutió anteriormente. Sin embargo, se podría concluir, con algún grado de ambigüedad, que dicho choque afecta positivamente el producto, el empleo, el consumo, la tasa de interés real y la inflación; y negativamente el salario real, la inversión privada y la tasa de cambio real.

### 3. Evidencia empírica

Como se discutió en la sección anterior, no hay un completo consenso al interior de la teoría económica sobre los impactos macroeconómicos de la política fiscal. La pregunta natural que emerge es ¿cuál es la evidencia empírica al respecto? ¿Cuáles son los tamaños estimados de los multiplicadores del gasto y de los impuestos? ¿Qué tanto la evidencia empírica sustenta las predicciones de los distintos modelos?

Como los muestran los cuadros 3 al 6, los valores de los estimadores son disímiles y parecen ser en sí mismos una variable endógena que depende del tipo de país estudiado, del estado de su economía, de la posición en el ciclo económico y de si son de corto o largo plazo. También parecen depender de las series fiscales particulares sobre las que recaen los choques, del período analizado, de la técnica econométrica, del procedimiento de identificación utilizado y del tipo de choque y su tamaño.

A pesar de las limitaciones que las diferencias anotadas acarrearán para la comparabilidad de las estimaciones,

Cuadro 2: Mecanismos de transmisión de la política fiscal en los diferentes modelos

Teoría, supuestos y mecanismos de transmisión de un choque fiscal ( $\uparrow G$ )	
Modelo	Principales supuestos y mecanismos de transmisión
Keynesiana de economía cerrada (Modelo IS-LM)	Modelo de demanda; oferta monetaria exógena y constante; precios y salarios rígidos; expectativas adaptativas: $G\uparrow \Rightarrow DA\uparrow \Rightarrow Y$ . Por otro lado, $\uparrow G \Rightarrow \uparrow Y^d$ , dado $T \Rightarrow \uparrow C \Rightarrow A\downarrow \Rightarrow r\uparrow \Rightarrow$ se produce un desplazamiento de $I \Rightarrow I\downarrow$ . Por otro lado, $\uparrow DA \Rightarrow P\uparrow \Rightarrow W\downarrow$ .
Keynesiana de economía abierta: tasa de cambio flexible (Modelo Mundell-Fleming)	Modelo de demanda; oferta monetaria exógena; precios y salarios rígidos; expectativas adaptativas; paridad de intereses, $r=r^*$ : $G\uparrow \Rightarrow Y\uparrow \Rightarrow Y^d\uparrow$ , dado $T \Rightarrow C\uparrow \Rightarrow DA\uparrow$ , pero como $r=r^* \Rightarrow I$ y $W$ no cambian. Por otro lado entran capitales para financiar el $\uparrow G$ y el $\uparrow C$ (diferencial positivo temporal de la tasa de interés nominal local con respecto a la externa) $\Rightarrow \uparrow$ demanda moneda local y aprecia la tasa de cambio nominal $\Rightarrow q\downarrow$ , dado que los precios relativos no cambian $\Rightarrow NX\downarrow$ y $Y$ vuelve a su nivel inicial.
Keynesiana de economía abierta: tasa de cambio fija (Modelo Mundell-Fleming)	Modelo de demanda; oferta monetaria endógena; precios y salarios rígidos; expectativas adaptativas; paridad de intereses, $r=r^*$ : $G\uparrow \Rightarrow Y\uparrow \Rightarrow Y^d\uparrow$ , dado $T \Rightarrow C\uparrow \Rightarrow DA\uparrow$ , pero como $r=r^* \Rightarrow I$ no cambia. Por otro lado entran capitales para financiar el $\uparrow G$ y el $\uparrow C \Rightarrow \uparrow$ demanda moneda local $\Rightarrow \uparrow$ oferta monetaria para defender el nivel prefijado de la tasa de cambio nominal $\Rightarrow q$ no cambia, dado ni la tasa de cambio nominal ni los precios relativos cambian $\Rightarrow NX$ no cambia. Como $DA\uparrow \Rightarrow P\uparrow \Rightarrow W\downarrow$ .
RBC (DSGE) estándar - Christiano y Eichenbaun (1992) - Baxter and King (1993) - Backus et al. (1994)	Modelo de oferta; precios flexibles; competencia perfecta; preferencias entre consumo y ocio separables; expectativas racionales; agentes ricardianos: $G\uparrow \Rightarrow$ efecto riqueza negativo ante mayores impuestos esperados en el futuro $\Rightarrow C\downarrow$ . $L^s\uparrow$ ante la necesidad de mantener la riqueza, entonces disminuye la productividad del trabajo y aumenta la del capital $\Rightarrow W\downarrow$ y $r\uparrow$ . En este modelo $I\uparrow$ porque las mayores horas trabajadas requieren mayor inversión para acumular más capital $\Rightarrow Y\uparrow$ . Nótese que aumento en $r$ , es consistente con la sustitución de consumo presente por consumo futuro (a través de la ecuación de Euler). Al mismo tiempo, si los agentes prefieren consumir bienes locales, el precio relativo de dichos bienes $\uparrow \Rightarrow q\downarrow \Rightarrow NX\downarrow$ .
Neo-keynesiano (DSGE) estándar - Smets and Wouters (2003) - Linnemann y Schabert (2003) - Galí (2008) - Pappa (2009) - Monacelli y Perotti (2008) - Monacelli y Perotti (2010)	Modelo de demanda; rigideces de precios; competencia monopolística y márgenes cambiantes; preferencias entre consumo y ocio separables; expectativas racionales; agentes ricardianos: $G\uparrow \Rightarrow$ efecto riqueza negativo $\Rightarrow C\downarrow$ . $L^s\uparrow$ ante la necesidad de mantener la riqueza. Como $G\uparrow \Rightarrow Y\uparrow \Rightarrow L^d\uparrow (L^d > L^s) \Rightarrow W\uparrow \Rightarrow P\uparrow \Rightarrow r\uparrow \Rightarrow$ costo de uso del capital $\uparrow \Rightarrow I\downarrow$ . Al mismo tiempo, como $P$ y $r$ aumentan $\Rightarrow q\downarrow$ , por el aumento de la inflación y la apreciación nominal de la moneda local $\Rightarrow NX\downarrow$ .
RBC (DSGE)-función de utilidad no separable - Linnemann (2006) - Bilbiie (2008)	Modelo de oferta; precios flexibles; competencia perfecta; expectativas racionales; agentes ricardianos; preferencias entre consumo y ocio no separables $\Rightarrow$ consumo y ocio son sustitutos: $G\uparrow \Rightarrow$ Efecto riqueza negativo $\Rightarrow L^s\uparrow$ , ante la necesidad de mantener riqueza, y $C\uparrow$ (ocio $\downarrow$ ) $\Rightarrow$ utilidad marginal del consumo $\uparrow$ [en este modelo $C\uparrow$ "si y únicamente si el bien de consumo es un bien inferior" (Bilbiie, 2008, pag. 2)]. Por otro lado, $\uparrow L^s \Rightarrow$ productividad marginal del trabajo $\downarrow$ , entonces $W\downarrow$ y $r\uparrow \Rightarrow I\downarrow$ . El $\uparrow C$ presiona al alza los precios locales. Si se asume que los consumidores locales prefieren los bienes extranjeros $\Rightarrow$ el precio relativo de los bienes locales cae $\Rightarrow q\uparrow$ y $NX\downarrow$ .
RBC (DSGE)-persistencia de hábitos ("Deep habits") - Ravn et al. (2006) - Ravn et al. (2007)	Modelo de oferta; precios flexibles; competencia monopolística y márgenes de utilidad cambiantes; expectativas racionales; agentes ricardianos; preferencias entre consumo y ocio separables: $G\uparrow \Rightarrow DA\uparrow$ (a través de la relación inversa entre márgenes y elasticidades precio de la demanda) $\Rightarrow L^s\uparrow \Rightarrow$ firmas reducen márgenes y responden con cantidades $\Rightarrow \uparrow L^d (L^d > L^s) \Rightarrow W\uparrow \Rightarrow$ valor del ocio en términos de consumo $\downarrow$ . Se supone que efecto sustitución es lo suficientemente fuerte para compensar el efecto riqueza negativo proveniente del $\uparrow G \Rightarrow C\uparrow$ y $Y\uparrow \Rightarrow NX\downarrow$ . Al mismo tiempo, el aumento $\uparrow DA$ incentiva las firmas locales a reducir sus márgenes relativo a los externos de modo que no aumentan precios y $q\uparrow$ .
Neo-keynesiano (DSGE)-agentes ricardianos y no ricardianos - Campbell and Mankiw (1989) - Galí et al. (2007) - Monacelli y Perotti (2008)	Modelo de demanda; rigideces nominales; competencia monopolística; expectativas racionales; agentes ricardianos y no ricardianos (no incorporan en sus decisiones de consumo el efecto riqueza negativo del aumento en $G$ ); preferencias entre consumo y ocio separables: $G\uparrow \Rightarrow DA\uparrow \Rightarrow L^d\uparrow \Rightarrow L^s\uparrow (L^d > L^s) \Rightarrow Y\uparrow$ y $W\uparrow \Rightarrow C$ de los no-ricardianos $\uparrow$ . Se supone que este aumento es mayor que la reducción del $C$ de los ricardianos $\Rightarrow C\uparrow \Rightarrow DA \Rightarrow \uparrow r \Rightarrow I\downarrow$ . Por su lado, $q\uparrow$ y $NX\downarrow$ . Estas dos últimas predicciones son tomadas de Monacelli y Perotti (2008), quien estudia el caso de una economía abierta. A partir de su modelo no es fácil deducir los canales de transmisión que resultan en una depreciación real y un deterioro de las exportaciones netas.

Fuente: Hebous (2011) y revisión adicional de los autores.

Notas:

1a.  $G$ : gasto público;  $T$ : impuestos;  $Y$ : Producto;  $DA$ : demanda agregada;  $Y^d$ : Ingreso disponible;  $A$ : Ahorro;  $C$ : consumo privado;  $L^d$ : demanda de trabajo;  $L^s$ : oferta de trabajo;  $P$ : nivel de precios;  $W$ : Salario real;  $r$ : Tasa de interés local real;  $r^*$ : Tasa de interés externa real;  $I$ : Inversión privada;  $NX$ : Exportaciones Netas;  $q$ : Tasa de cambio real. La sigla "RBC" denota las teorías de ciclos reales.

2a. El símbolo " $\uparrow$ " indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo " $\downarrow$ ", lo contrario; " $=$ " que no hay efecto. Los signos " $\uparrow$ " y " $\downarrow$ " para la tasa de cambio real indican depreciación y apreciación, respectivamente.



nos atrevemos a sugerir algunas conclusiones a partir de sus estadísticas básicas.

Primera, el multiplicador del gasto puede ser negativo y el de los impuestos positivo. Así, el multiplicador del gasto se estima en un rango entre -0,99 y 2,28, con una media de 0,43<sup>9</sup>, mientras el multiplicador de los impuestos entre -1,3 y 0,43, con una media de -0,23<sup>10</sup>. Segunda, el multiplicador del gasto, en valor absoluto, es mayor que el multiplicador de los impuestos, acorde con la predicción keynesiana. Tercera, un incremento del gasto público aumenta el producto y un incremento de los impuestos lo reduce, tomando como medida las medianas, corroborando el resultado común a todas las teorías discutidas en la sección anterior. Por último, un choque positivo al gasto eleva el consumo privado, por lo menos en el 65 % de las estimaciones, y uno positivo a los impuestos lo reduce en el 50 % de los casos.

En cuanto a la tasa de interés real, inversión privada, exportaciones netas y precios, los resultados muestran una respuesta positiva al choque del gasto en el 60 %, 53 %, 45 % y 63 % de las estimaciones, respectivamente.

En conclusión, la evidencia empírica parece inclinarse hacia aquellos modelos que predicen que un choque positivo al gasto (impuestos) aumenta (reducen) el producto y el consumo privado. En cuanto a las demás variables, la evidencia apoya aquellas teorías que predicen que el choque al gasto público aumenta la tasa de interés real, reduce las exportaciones netas y aumenta los precios. La evidencia sobre la inversión privada se inclina en favor de lo que predice el modelo RBC estándar, que aumenta ante un choque positivo al gasto público, en contra de lo predicho por el resto de teorías.

## 4. El Modelo

El modelo fiscal para Colombia FISCO es un modelo dinámico, estocástico y de equilibrio general DSGE para una economía pequeña y abierta en donde el gobierno juega un papel preponderante (ver figura 3). El modelo es neokeynesiano porque incluye rigideces nominales en precios tanto de los bienes locales como de los importados. Este supuesto produce un traspaso incompleto de las variaciones de la tasa de cambio nominal del peso sobre los precios internos en el corto plazo, pero mantiene el cumplimiento de la paridad del poder adquisitivo en el largo plazo. El modelo se construye con base en desarrollos previos de Galí et al. (2007), Medina & Soto (2007), Kumhof & Laxton (2009), Monacelli & Perotti (2008a), Monacelli & Perotti (2008b), Leeper et al. (2010), Colciago (2011) y González et al. (2014).

El modelo incluye dos tipos de hogares, ricardianos y no ricardianos, que se diferencian porque los primeros tienen acceso a los mercados financieros y de capital, que les permiten suavizar intertemporalmente sus sendas de consumo. Esto implica que toman sus decisiones presentes teniendo en cuenta el futuro, es decir son *forward-looking*. Por el contrario, los segundos no tienen acceso a dichos mercados y por tanto no pueden suavizar su consumo de tal manera que sus decisiones son tomadas teniendo en cuenta únicamente el pasado y el presente, es decir son *backward-looking*. Los dos hogares toman decisiones de trabajo y consumo en cada periodo, sin embargo, solamente los hogares ricardianos son los dueños del capital y tienen la posibilidad de adquirir títulos emitidos por el gobierno o por el resto del mundo.

Adicionalmente, el modelo incluye dos tipos de firmas productoras, las que producen bienes nacionales y utilizan trabajo y capital, y las firmas que importan bienes del resto del mundo. Se supone que las firmas actúan en competencia monopolística en cada uno de los sectores en donde producen de tal manera que existe diferenciación de precios.

El modelo incluye al banco central y al gobierno como dos agentes independientes. El objetivo del banco central es el cumplimiento de una meta de inflación, para lo cual utiliza la tasa de interés como su instrumento. El objetivo del gobierno es la consecución de un determinado balance fiscal estructural y hace uso de un menú de instrumentos entre impuestos y gastos para lograrlo<sup>11</sup>.

En esta sección se desarrollan las cuestiones que enfrentan cada uno de los agentes considerados en esta economía, sus restricciones y las condiciones de optimalidad, reales y ajustadas por crecimiento, que se deben cumplir para garantizar sus soluciones. Como se notará, se presentan y analizan únicamente las ecuaciones más importantes que caracterizan el comportamiento y decisiones de cada uno de los agentes, las respectivas soluciones a sus problemas y las condiciones de equilibrio de la economía. En el anexo técnico A se desarrolla en detalle el modelo, las estandarizaciones requeridas y sus relaciones y condiciones de largo plazo.

<sup>9</sup>Las estadísticas descriptivas de los valores estimados son: media: 0,43; mediana: 0,24; desviación estándar: 0,7; mínimo: -0,99; máximo 2,28. Para los cálculos se tomaron los valores promedio, en los casos en que se reportaban rangos.

<sup>10</sup>Las estadísticas descriptivas de los valores estimados son: media: -0,23; mediana: -0,17; desviación estándar: 0,35; mínimo: -1,3; máximo 0,43. Para los cálculos se tomaron los valores promedio, en los casos en que se reportaban rangos.

<sup>11</sup>No se modela explícitamente la existencia del dinero y por tanto no se tienen en cuenta los ingresos que recibe el gobierno por concepto de señoría. Advertase que en la contabilidad fiscal colombiana las transferencias de utilidades del banco central al gobierno, dentro de las que iría el señoría, se clasifican como parte de su financiamiento y no de sus ingresos.

Cuadro 3: Resultados sobre los efectos económicos de un choque positivo al gasto público

Referencias	Variables					
	Producto	Consumo privado	Tasa de interés	Inversión privada	Exportaciones netas	Precios
<b>Blanchard y Perotti (2002)</b>						
Estados Unidos de América	0,84	↑	NE	NE	NE	NE
<b>Bouakez y Rebei (2003)</b>						
Canadá	↓	↑	NE	↑	NE	NE
<b>Restrepo y Rincón (2006)</b>						
Colombia	0,12	NE	NE	NE	NE	NE
Chile	1,95	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Lozano y Rodríguez (2009)</b>						
Colombia (Corto Plazo)	1,12	↑	0,01	↑	NE	0,00
Colombia (Largo Plazo)	1,19	↓	↑	↓	NE	↑
<b>Itzetzi, Mendoza y Vegh (2009)</b>						
<b>Corto Plazo:</b>						
Países de altos ingresos	0,24	NE	NE	NE	↓	NE
Países en desarrollo	0,04	NE	NE	NE	↑	NE
Países con tasa de cambio fija	0,20	↑	↓	↑	↑	NE
Países con tasa de cambio flexible	-0,04	↓	↓	↓	↑	NE
Economías cerradas	0,26	NE	NE	NE	NE	NE
Economías abiertas	-0,05	NE	NE	NE	NE	NE
Países en desarrollo con alto nivel de deuda	0,00	NE	NE	NE	NE	NE
Países en desarrollo con bajo nivel de deuda	0,00	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Largo Plazo:</b>						
Países de altos ingresos	1,04	NE	NE	NE	↓	NE
Países en desarrollo	0,79	NE	NE	NE	↑	NE
Países con tasa de cambio fija	1,50	↓	↑	↓	↑	NE
Países con tasa de cambio flexible	-0,31	↓	↑	↓	=	NE
Economías cerradas	1,60	NE	NE	NE	NE	NE
Economías abiertas	-0,07	NE	NE	NE	NE	NE
Países en desarrollo con alto nivel de deuda	0,00	NE	NE	NE	NE	NE
Países en desarrollo con bajo nivel de deuda	0,00	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Forni y Gambetti (2010)</b>						
Estados Unidos de América	1,70	1,00	NE	3,00	NE	NE
<b>Hebous (2010)</b>						
Estados Unidos de América	0,056 - 1,71	NE	NE	NE	NE	NE
Canadá	-0,28 - 0,59	NE	NE	NE	NE	NE
España	1,31	NE	NE	NE	NE	NE
Italia	0,20	NE	NE	NE	NE	NE
Alemania	0,4 - 0,62	NE	NE	NE	NE	NE
Reino Unido	-0,2 - 0,48	NE	NE	NE	NE	NE
Australia	-0,1 - 0,21	NE	NE	NE	NE	NE
Japón	0,13	NE	NE	NE	NE	NE

Fuente: Hebous (2009) y revisión adicional de los autores.

Nota: El símbolo "↑" indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo "↓", lo contrario; "=" no hay efecto y "NE" no estimado.

Cuadro 4: Resultados sobre los efectos económicos de un choque positivo al gasto público (continuación)

Referencias	Variables					
	Producto	Consumo privado	Tasa de interés	Inversión privada	Exportaciones netas	Precios
<b>Auerbach y Gorodnichenko (2011)</b>						
<b>Países de la OECD:</b>						
Recesión	0,46	0,60	0,02	1,92	-0,57	0,05
Expansión	-0,20	-0,17	0,64	-1,97	-0,40	0,16
<b>No deuda pública</b>						
Recesión	0,84	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	-0,58	NE	NE	NE	NE	NE
<b>100% de deuda pública</b>						
Recesión	0,05	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	0,26	NE	NE	NE	NE	NE
<b>No apertura económica</b>						
Recesión	1,13	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	-0,34	NE	NE	NE	NE	NE
<b>100% de apertura económica</b>						
Recesión	0,97	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	0,32	NE	NE	NE	NE	NE
<b>No protección a los derechos laborales</b>						
Recesión	-0,61	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	-0,33	NE	NE	NE	NE	NE
<b>100% de protección a los derechos laborales</b>						
Recesión	2,28	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	-0,37	NE	NE	NE	NE	NE
<b>No regulación del mercado laboral</b>						
Recesión	0,09	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	0,18	NE	NE	NE	NE	NE
<b>100% de regulación del mercado laboral</b>						
Recesión	1,34	NE	NE	NE	NE	NE
Expansión	-0,99	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Vargas, González y Lozano (2012)</b>						
Colombia	0 - 0,6	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Quaghebeur (2013)</b>						
<b>OECD</b>						
<b>Nuevo Modelo Keynesiano</b>						
Expectativas Racionales	↓	↑	↓	↑	NE	↓
Expectativas Homogeneas	↓	↓	↓	↑	NE	↓
Expectativas Heterogeneas	↓	↑	↑	↓	NE	↑
<b>Modelo Neoclásico</b>						
Expectativas Racionales	↓	↑	↓	↑	NE	NE
Expectativas Homogeneas	↓	↑	↓	↑	NE	NE
Expectativas Heterogeneas	↓	↑	↑	↓	NE	NE
<b>González, López, Rodríguez y Téllez (2013)</b>						
Colombia	0,90	↑	↑	↓	↓	↑

Fuente: Hebous (2009) y revisión adicional de los autores.

Nota: El símbolo "↑" indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo "↓", lo contrario; "=" no hay efecto y "NE" no estimado.

Cuadro 5: Resultados sobre los efectos económicos de un choque positivo a los impuestos

Referencias	Variables					
	Producto	Consumo privado	Tasa de interés	Inversión privada	Exportaciones netas	Inflación
<b>Blanchard y Perotti (1999)</b>						
Estados Unidos de América	-0,69	-0,18	NE	-0,36	NE	NE
<b>Neri (2001)</b>						
Estados Unidos de América	↓	NE	↓	NE	NE	↓
<b>Cazoneri et al. (2002)</b>						
Estados Unidos de América	↓	NE	↓	NE	NE	↓
<b>Marcellino (2002)</b>						
Francia	↑	↑	↑	↑	NE	↑
Italia	↑	↑	↓	↑	NE	↓
España	↑	0,00	↓	0,00	NE	0,00
Alemania	↓	NE	↑	NE	NE	↑
<b>Perotti (2002)</b>						
Australia	0,41	NE	0,32	NE	NE	-0,55
Canada	-0,30	NE	-0,06	NE	NE	-0,31
Alemania	-0,02	NE	0,84	NE	NE	0,17
Reino Unido	0,23	NE	0,15	NE	NE	-0,01
Estados Unidos de América	0,43	NE	0,17	NE	NE	-0,12
<b>Henry et al. (2004)</b>						
<b>Impuestos directos en el corto plazo:</b>						
Bélgica	-0,14	NE	NE	NE	NE	0,00
Francia	-0,22	NE	NE	NE	NE	0,00
Alemania	0,00	NE	NE	NE	NE	0,00
Italia	-0,21	NE	NE	NE	NE	-0,01
Portugal	-0,15	NE	NE	NE	NE	-0,02
España	-0,19	NE	NE	NE	NE	-0,01
Zona Euro	-0,34	NE	NE	NE	NE	-0,01
<b>Impuestos indirectos en el corto plazo:</b>						
Bélgica	-0,32	NE	NE	NE	NE	0,17
Francia	-0,55	NE	NE	NE	NE	0,15
Alemania	-0,54	NE	NE	NE	NE	0,15
Italia	-0,54	NE	NE	NE	NE	0,14
Portugal	-0,36	NE	NE	NE	NE	0,12
España	-0,54	NE	NE	NE	NE	0,14
Zona Euro	-0,90	NE	NE	NE	NE	0,12

Fuente: Hebous (2009) y revisión adicional de los autores.

Nota: El símbolo "↑" indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo "↓", lo contrario; "=" no hay efecto y "NE" no estimado.

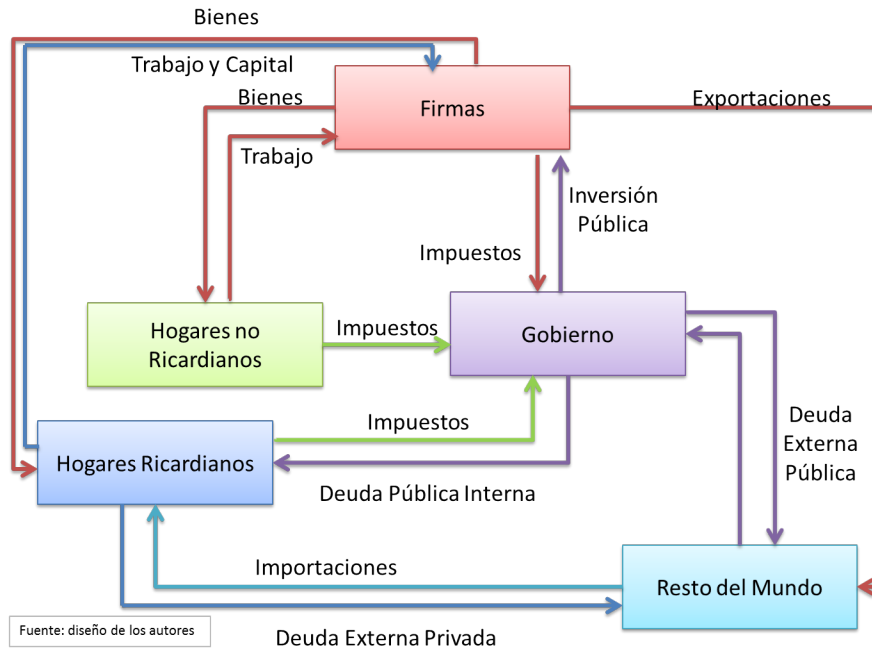
Cuadro 6: Resultados sobre los efectos económicos de un choque positivo a los impuestos (continuación)

Referencias	Variables					
	Producto	Consumo privado	Tasa de interés	Inversión privada	Exportaciones netas	Inflación
<b>Arin y Koray (2006)</b>						
Canada (impuesto de renta)	-0,05	NE	↓	NE	NE	↓
Canada (impuesto a las corporaciones)	0,10	NE	↑	NE	NE	↑
Canada (impuestos indirectos)	-0,12	NE	↓	NE	NE	↓
<b>Restrepo y Rincón (2006)</b>						
Colombia	0,00	NE	NE	NE	NE	NE
Chile	-0,40	NE	NE	NE	NE	NE
<b>Favero y Giavazzi (2007)</b>						
Estados Unidos de América	-0,23	NE	0,00	NE	NE	NE
<b>Giordano et al. (2007)</b>						
Italia	↑	↑	↓	NE	NE	↑
<b>Caldara y Kamps (2008)</b>						
Estados Unidos de A. (identificación recursiva)	0,00	0,00	0,00	NE	NE	0,00
Estados Unidos de A. (restricciones de signo)	-0,80	↓	0,00	NE	NE	↓
<b>De Castro y De Cos (2008)</b>						
España (impuestos directos)	↓	↓	NE	0,00	NE	↑
España (impuestos indirectos)	0,00	0,00	NE	0,00	NE	↓
<b>Dungen y Fry (2009)</b>						
Nueva Zelanda	↑	↓	↑	NE	NE	NE
<b>Lozano y Rodríguez (2009)</b>						
Colombia (Corto Plazo)	↑	↑	↑	↑	NE	↑
Colombia (Largo Plazo)	↑	↑	=	=	NE	=
<b>Mountford y Uhlig (2009)</b>						
Estados Unidos de América	-0,19	↓	↑	NE	NE	NE
<b>Burriel et al (2010)</b>						
Zona Euro	-0,12	↓	↑	↓	NE	NE
Estados Unidos de América	-0,10	↓	0,00	↓	NE	NE
<b>Ravnik y Žilic (2010)</b>						
Croacia	↓	NE	↓	NE	NE	↓
<b>Romer y Romer (2010)</b>						
Estados Unidos de América	-0,03	-0,03	NE	-0,11	0,05 to X	NE
<b>Mazar (2011)</b>						
Israel (impuestos indirectos)	-1,30	-0,60	NE	-2,00	NE	NE
<b>Mertens y Ravn (2011)</b>						
Estados Unidos de América	↑	=	↑	↑	NE	NE
<b>Mertens y Ravn (2013)</b>						
Estados Unidos de América	-0,03	NE	0,01	NE	NE	NE

Fuente: Hebous (2009) y revisión adicional de los autores.

Nota: El símbolo "↑" indica un efecto positivo sobre la variable, el símbolo "↓", lo contrario; "=" no hay efecto y "NE" no estimado.

Figura 3: Modelo fiscal colombiano (FISCO)



## 4.1. Hogares

Hay una fracción  $\Gamma$  de hogares no ricardianos, indexados con  $nr$ , y una fracción  $1 - \Gamma$  de hogares ricardianos, indexados con  $r$ .

### 4.1.1. Hogares ricardianos

Los hogares ricardianos maximizan el flujo esperado de la utilidad en un horizonte infinito, dada una restricción de presupuesto y de recursos. Se supone que su función de utilidad es no separable entre consumo y trabajo y del tipo GHH (Greenwood et al., 1988), que tiene la propiedad de eliminar los efectos riqueza sobre la oferta de trabajo. La combinación de este tipo de preferencias y rigideces de precios permite que el consumo aumente ante un choque al gasto del gobierno, como se mostrará más adelante.

El problema de los hogares ricardianos consiste en seleccionar las sendas óptimas de consumo  $C_{r,t}$ , oferta de trabajo  $n_{r,t}$ , medido en horas trabajadas, demanda de bonos del gobierno  $B_{r,t}$ , demanda de deuda externa  $B_{r,t}^*$ , capital ofrecido  $K_{r,t}$  e inversión  $X_{r,t}$ . El hogar recibe ingresos nominales por cuenta de salarios  $W_{r,t}$ , rentas por el capital que alquila a las firmas  $R_t^k$ , intereses  $i_{t-1}$  por la deuda del gobierno en el período anterior  $B_{r,t-1}$  y remesas  $REM_t$  del exterior, que se suponen exógenas y son convertidas a moneda nacional con la tasa de cambio nominal  $\mathcal{E}_t$  (unidades de moneda nacional por unidad de moneda extranjera). Por otro lado, debe pagar impuestos al consumo  $\tau_{c,t}$ , a las rentas del capital  $\tau_{r^k,t}$ , a las rentas del trabajo  $\tau_{w,t}$ , a la riqueza o “impuesto al patrimonio”  $\tau_{p,t}$  e impuestos de suma fija  $T_t$ . Debido a que el hogar es el dueño del capital y de los beneficios de las firmas de bienes intermedios e importadores, la ecuación de acumulación del capital hace parte de su restricción. También le pertenecen los beneficios después de impuestos de las firmas de bienes intermedios  $\Psi_{r,ta,x,t}^H$  y los de las firmas importadoras  $\Psi_{r,t}^F$ . Por último, suponemos que los hogares son dueños de una fracción  $\omega^{oil}$  de las exportaciones totales de petróleo que quedan en manos de los nacionales. El parámetro  $\sigma_r$  mide la elasticidad de sustitución intertemporal entre consumo y trabajo y  $\gamma_r$  es el inverso de la elasticidad de Frisch<sup>13</sup>. El coeficiente  $\mathcal{A}_t$  es el factor

<sup>12</sup>Hay tres llamados de atención sobre los impuestos. Primero, no se modelan los impuestos al consumo de bienes de capital que hacen las firmas y que aumentan el costo de uso del capital. Segundo, el impuesto al patrimonio se impone únicamente sobre el stock de capital y no sobre el total de los activos de los hogares y las firmas y tampoco se descuentan los pasivos. Recuérdese que en la práctica el impuesto se cobra sobre la riqueza neta de los hogares y las firmas. Tercero, los impuestos  $T_t$  incluyen los otros ingresos tributarios y no tributarios no modelados del gobierno como el gravamen a las transacciones financieras o “4x1000”, los aranceles y otros ingresos.

<sup>13</sup>Es la elasticidad de la oferta de trabajo al salario real, cuando se mantiene la utilidad marginal del consumo constante

de crecimiento tecnológico. Así, el problema de los hogares está dado por

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{r,t}, n_{r,t}, K_{r,t}, X_{r,t}, B_{r,t}, B_{r,t}^*\}_{t=0}^{\infty}} \mathcal{U}(C_{r,t}, n_{r,t}) &= \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{1}{1 - \sigma_r} \left( \zeta_t^u C_{r,t} - A_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1 + \gamma_r} \right)^{1 - \sigma_r} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + \\ & \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + \Psi_{tax,r,t}^H + \Psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + REM_t = (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} + \\ & P_t^x X_{r,t} + B_{r,t} + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1} + \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} + T_t \\ & K_{r,t} = \zeta_t^x X_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) K_{r,t-1}. \end{aligned}$$

Se supone que existen choques al consumo  $\zeta_t^u$  y a la inversión  $\zeta_t^x$  que siguen procesos exógenos AR(1) .

Las condiciones de primer orden, expresadas en términos reales y estandarizadas por crecimiento económico, son<sup>14</sup>:

$$\begin{aligned} (1 - \tau_{r^k,t}) \frac{1}{\zeta_t} r_t^k k_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) w_{r,t} n_{r,t} + \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\zeta_t} b_{r,t-1} + rer_t b_{r,t}^* + \psi_{r,tax,t}^H + \psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t + rem_t = \\ (1 + \tau_{c,t}) c_{r,t} + p_t^x x_{r,t} + b_{r,t} + rer_t \left( \frac{1 + i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) \frac{1}{\zeta_t} b_{r,t-1}^* + \tau_{p,t} \frac{1}{\zeta_t} p_t^x k_{r,t-1} + t_t \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\lambda_{r,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u c_{r,t} - \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1 + \gamma_r} \right)^{-\sigma_r}}{(1 + \tau_{c,t})} \quad (4.2)$$

$$n_{r,t}^{\gamma_r} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{r,t} \quad (4.3)$$

$$\lambda_{r,t}^x = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left[ (1 - \tau_{r^k,t+1}) \lambda_{r,t+1}^c (r_{t+1}^k - \tau_{p,t+1} p_{t+1}^x) + \lambda_{r,t+1}^x (1 - \delta) \right] \right\} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} p_t^x \lambda_{r,t}^c &= \lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right) \right] + \\ & \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \kappa \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\lambda_{r,t}^c = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left( \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}^c} \right) \right\} \quad (4.6)$$

$$\lambda_{r,t}^c = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left( \frac{1 + i_t^*}{1 + \pi_{t+1}^*} \right) \frac{rer_{t+1}}{rer_t} \right\} \quad (4.7)$$

$$k_{r,t} = \zeta_t^x x_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) \frac{k_{r,t-1}}{\zeta_t} \quad (4.8)$$

<sup>14</sup>Dado que el modelo supone la existencia de un factor de crecimiento tecnológico  $\frac{A_t}{A_{t-1}} = \zeta_t$ , las condiciones de primer orden se estandarizan por los determinantes del crecimiento económico. Ver el anexo técnico A para los detalles.

Donde la tasa de cambio real se define como  $rer_t = \frac{\varepsilon_t P_t^*}{P_t}$ . La ecuación 4.1 corresponde a la restricción presupuestal de los hogares ricardianos, la ecuación 4.2 es la condición de optimalidad de su consumo, la ecuación 4.3 es la oferta de trabajo que, como suponemos, es independiente de la riqueza y depende directamente del salario. Las ecuaciones 4.4 y 4.5 determinan la oferta de capital y la demanda por bienes de inversión, respectivamente. Las ecuaciones 4.6 y 4.7 determinan las demandas por bonos del gobierno y deuda externa por parte de los hogares. Estas dos ecuaciones determinan la paridad no cubierta de los intereses de la economía. Finalmente, la ecuación 4.8 es la ecuación de acumulación de capital ajustada por el crecimiento económico.

#### 4.1.2. Hogares no ricardianos

Al igual que los hogares ricardianos, los no ricardianos maximizan el flujo esperado de la utilidad en un horizonte infinito, dada su restricción presupuestal. Sin embargo, los hogares no ricardianos no son propietarios de ningún tipo de capital y, por ende, no pueden invertir en bonos o en capital. Su ingreso son los salarios y se dedican exclusivamente al consumo. Se supone que reciben ingresos del exterior en forma de remesas, que completan el total de su ingreso. Al igual que para los ricardianos, se supone que su función de utilidad es no separable entre consumo y trabajo y del tipo GHH. Estos hogares encuentran la senda óptima de su consumo  $C_{nr,t}$  y trabajo  $n_{nr,t}$  teniendo en cuenta el salario nominal que reciben  $W_{nr,t}$  y pagan impuestos al consumo y al salario<sup>15</sup>. Su problema de optimización es,

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{nr,t}, n_{nr,t}\}_{t=0}^{\infty}} \quad & U(C_{nr,t}, n_{nr,t}) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{1}{1 - \sigma_{nr}} \left( \zeta_t^u C_{nr,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1 + \gamma_{nr}} \right)^{1 - \sigma_{nr}} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (1 - \tau_{w,t}) W_{nr,t} n_{nr,t} + REM_t = (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{nr,t} \end{aligned}$$

De forma similar, las condiciones de primer orden se presentan ajustadas por el crecimiento económico:

$$(1 + \tau_{c,t}) c_{nr,t} = (1 - \tau_{w,t}) w_{nr,t} n_{nr,t} + rem_t \quad (4.9)$$

$$\lambda_{nr,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u c_{nr,t} - \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1+\gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_{nr}}}{(1 + \tau_{c,t})} \quad (4.10)$$

$$n_{nr,t}^{\gamma_{nr}} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{nr,t} \quad (4.11)$$

La restricción presupuestal de los hogares no ricardianos es la ecuación 4.9 y las ecuaciones 4.10 y 4.11 son las decisiones de demanda por bienes de consumo y oferta de trabajo.

## 4.2. Canasta de consumo

Dado que este es un modelo de economía abierta, se supone la existencia de una canasta de consumo total que se divide en consumo de bienes nacionales  $C_t^H$  y bienes importados  $C_t^F$ , donde los superíndices  $H$  y  $F$  representan la economía nacional y extranjera respectivamente. El problema de minimización de gasto que resuelven los hogares consiste en seleccionar las sendas óptimas de  $C_t^H$  y  $C_t^F$  dados los precios  $P_t^H$  y  $P_t^F$  y una cesta agregadora de consumo total  $C_t$ .

$$\begin{aligned} \min_{\{C_t^H, C_t^F\}} \quad & P_t^H C_t^H + P_t^F C_t^F \\ \text{s.t.} \quad & C_t = \left[ (1 - \alpha_c)^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^H)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} + \alpha_c^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^F)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c - 1}} \end{aligned}$$

<sup>15</sup>Los impuestos de suma fija  $T_t$  no hacen parte de la restricción de los agentes no ricardianos porque si lo hicieran afectarían sus decisiones de consumo e inversión ante su falta de acceso a los mercados financieros y de capital, que les permite incorporar el futuro en la toma de decisiones. Por este motivo sólo hacen parte de la restricción presupuestal de los ricardianos, para quienes dicho impuesto es neutral.



De la optimización de este problema se encuentran las siguientes condiciones de primer orden:

$$1 = \left[ (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{1-\eta_c} + \alpha_c (p_t^F)^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \quad (4.12)$$

$$c_t^H = (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{-\eta_c} c_t \quad (4.13)$$

$$c_t^F = \alpha_c (p_t^F)^{-\eta_c} c_t \quad (4.14)$$

La ecuación 4.12 corresponde al índice de precios de la economía, expresado en precios relativos. Las ecuaciones 4.13 y 4.14 conciernen a las demandas de los hogares por bienes nacionales e importados respectivamente, las cuales dependen negativamente del precio relativo del bien y positivamente de consumo agregado.

### 4.3. Inversión nacional e importada

Al igual que el consumo, la inversión se divide en bienes de inversión nacionales  $X_t^H$  e importados  $X_t^F$ . El problema de minimización de costos se expresa como:

$$\begin{aligned} \min_{\{X_t^H, X_t^F\}} \quad & P_t^H X_t^H + P_t^F X_t^F \\ \text{s.t.} \quad & X_t = \left[ (1 - \alpha_x)^{\frac{1}{\eta_x}} (X_t^H)^{\frac{\eta_x-1}{\eta_x}} + \alpha_x^{\frac{1}{\eta_x}} (X_t^F)^{\frac{\eta_x-1}{\eta_x}} \right]^{\frac{\eta_x}{\eta_x-1}} \end{aligned}$$

De forma análoga al problema del consumo, se obtienen las condiciones de primer orden:

$$p_t^x = \left[ (1 - \alpha_x) (p_t^H)^{1-\eta_x} + \alpha_x (p_t^F)^{1-\eta_x} \right]^{\frac{1}{1-\eta_x}} \quad (4.15)$$

$$x_t^H = (1 - \alpha_x) \left( \frac{p_t^H}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \quad (4.16)$$

$$x_t^F = \alpha_x \left( \frac{p_t^F}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \quad (4.17)$$

La ecuación 4.15 es el precio de los bienes de inversión, que incluye componentes nacionales e importados y también se expresa en precios relativos. Las ecuaciones 4.16 y 4.17 corresponden a las demandas de los hogares por bienes nacionales e importados de inversión.

### 4.4. Problema de las firmas nacionales

En este modelo se supone que los precios son rígidos, de manera que su ajuste hacia el estado estacionario es más lento y amplifica el efecto de los choques. Aquí se emplea el modelo de fijación de precios de Rotemberg, que señala que el ajuste de precios es costoso y por ende gradual. Por último, y como se mencionó al comienzo de esta sección, se supone que los hogares ricardianos son los dueños de las firmas de bienes intermedios y, por ende, de sus beneficios.

#### 4.4.1. Firma productora del bien final

La firma productora del bien final opera en competencia perfecta. Su problema consiste en elegir las cantidades demandadas óptimas del bien intermedio (diferenciado)  $Y_{j^H,t}^H$ , que compra al precio  $P_{j^H,t}$ , para agregarlos y crear un bien final  $Y_t^H$ . Este bien podrá ser utilizado para consumo o para inversión y está valorado al precio  $P_t^H$ . El problema de la firma consiste en maximizar su beneficio suponiendo que no tiene costos asociados a la conversión de bienes intermedios en bienes finales<sup>16</sup>,

<sup>16</sup>La inclusión de la firma productora del bien final permite realizar la agregación de los bienes intermedios en un bien final homogéneo.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{máx} \\ Y_{j^H,t}^H \end{array} \right\} & P_t^H Y_t^H - \int_0^1 P_{j^H,t}^H Y_{j^H,t}^H dj^H \\ \text{s.t. } & Y_t^H = \left[ \int_0^1 \left( Y_{j^H,t}^H \right)^{\frac{\theta_H-1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \end{aligned}$$

Al solucionar el problema se obtiene la función de demanda por el bien  $Y_{j,t}^H$ :

$$Y_{j^H,t}^H = \left( \frac{P_{j^H,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\theta_H} Y_t^H$$

A partir de esta solución es posible derivar el índice de precios internos totales,

$$P_t^H = \left[ \int_0^1 \left( P_{j^H,t}^H \right)^{1-\theta_H} dj^H \right]^{\frac{1}{1-\theta_H}}$$

#### 4.4.2. Firmas productoras de bienes intermedios

La primera parte del problema de las firmas productoras de bienes intermedios consiste en seleccionar las cantidades óptimas de trabajo y capital que van a contratar:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{mín} \\ n_{j^H,t}, K_{j^H,t} \end{array} \right\} & W_t n_{j^H,t} + R_t^k K_{j^H,t-1} \\ \text{s.t. } & Y_{j^H,t}^H = z_t K_{j^H,t-1}^\alpha (\mathcal{A}_t n_{j^H,t})^{1-\alpha} \left( \frac{K_{g,t-1}}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}, \end{aligned}$$

donde  $z_t$  es un choque de productividad transitorio que sigue un proceso exógeno y  $\mathcal{A}_t$  representa el progreso tecnológico, que es exógeno y particular del trabajo, y se asume que no es estacionario y su tasa de crecimiento  $\varsigma_t \equiv \Delta \mathcal{A}_t$  sigue un proceso autorregresivo de orden 1. La variable  $K_{g,t-1}$  representa el gasto de inversión del gobierno y se modela como una externalidad positiva para estas firmas.

Las condiciones de primer orden que determinan las demandas de capital y trabajo están dadas respectivamente por:

$$w_t = \varphi_t^H (1 - \alpha) \frac{y_t^H}{n_t} \quad (4.18)$$

$$r_t^k = \varphi_t^H \alpha \varsigma_t \frac{y_t^H}{k_{t-1}} \quad (4.19)$$

donde  $\varphi_t^H$  representa el costo marginal real de producción de la firma. La tecnología de producción ajustada por crecimiento es:

$$y_t^H = z_t \left( \frac{k_{t-1}}{\varsigma_t} \right)^\alpha n_t^{1-\alpha} \left( \frac{k_{g,t-1}}{\varsigma_t} \right)^{\alpha_g} \quad (4.20)$$

Las firmas productoras de bienes intermedios maximizan el valor de mercado de la firma sujeto a la demanda de sus productos por parte de las firmas de bienes finales. Así, las firmas eligen cuánto producir en cada período, sujetas a una función de costos cuadrática. Las firmas que no eligen los precios óptimos indexan el precio  $P_{j^H,t}^{H,ind}$  al valor de la inflación interna total del período anterior  $\pi_{t-1}^H$  y al valor de estado estacionario de la inflación  $\bar{\pi}$ , ponderados por el parámetro  $\iota_H$ :

$$P_{j^H,t+1}^{H,ind} = (1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t}^H$$

donde  $1 + \pi_t^H = \frac{P_t^H}{P_{t-1}^H}$ .

Bajo el esquema de fijación de precios a la Rotemberg, se supone que la firma productora del bien intermedio enfrenta un costo cuadrático de ajustar sus precios nominales en términos del bien intermedio  $Y_{j,t}^H$ , dado por

$$\Upsilon_{j,t}^H = \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_{j,t}^{H,ind}} - 1 \right)^2$$

donde  $\kappa_H \geq 0$  determina el grado de rigidez de precios en el modelo. El costo de ajuste se incrementa con el tamaño del cambio de precios y con el tamaño de la producción agregada de la economía.

La segunda parte del problema de las firmas productoras de bienes intermedios consiste en seleccionar la senda óptima de precios  $\{P_{j,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}$  que maximiza sus beneficios después de impuestos  $\Psi_{j,t}^{H,ta,x,t} \equiv (1 - \tau_{\psi^H,t}) \Psi_{j,t}^H$ , sujeto a la demanda del bien  $Y_{j,t}^H$  de la firma productora de bienes finales y a la regla de actualización de precios,

$$\begin{aligned} \max_{\{P_{j,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}} \quad & \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) \left[ (P_{j,t+s}^H - MC_{j,t+s}^H) Y_{j,t+s}^H - P_{t+s}^H \Upsilon_{j,t+s}^H Y_{t+s}^H \right] \\ \text{s.t.} \quad & Y_{j,t+s}^H = \left( \frac{P_{j,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} Y_{t+s}^H \\ & P_{j,t+s+1}^{H,ind} = (1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j,t+s}^H \end{aligned}$$

donde  $\beta \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) = \beta \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}$  es el factor de descuento estocástico.

La condición de primer orden de este problema implica:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_H) p_t^H + \theta_H \varphi_t^H - p_t^H \kappa_p \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota}} \right) \right] \right\} + \\ \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) \varsigma_{t+1}^{1-\sigma_r} \left( \frac{(1 - \tau_{\psi^H,t+1}) y_{t+1}^H}{(1 - \tau_{\psi^H,t}) y_t^H} \right) \left[ p_{t+1}^H \kappa_p \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota}} \right) \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Los costos de ajustar los precios están dados por,

$$\Upsilon_t^H = \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right)^2 \quad (4.22)$$

Por lo tanto, los beneficios agregados de la economía son:

$$\psi_t^H = (p_t^H (1 - \Upsilon_t^H) - \varphi_t^H) y_t^H \quad (4.23)$$

y los beneficios después de impuestos,

$$\psi_{ta,x,t}^H = (1 - \tau_{\psi^H,t}) \psi_t^H \quad (4.24)$$

#### 4.5. Problema de las firmas importadoras

Las firmas importadoras se dividen en dos tipos: las que compran un bien homogéneo en el mercado mundial y lo diferencian por medio de la producción de un bien importado diferenciado y las agregadoras, que compran todos los bienes importados diferenciados y los agregan para convertirlos en un único bien importado que puede ser utilizado para consumo o inversión.

#### 4.5.1. Firma agregadora de bienes importados

Se supone que esta firma opera en competencia perfecta y elige las cantidades óptimas del bien importado y diferenciado  $Y_{j^F,t}^F$ , que compra al precio  $P_{j^F,t}^F$  a cada firma  $j^F$ -ésima, para agregarlos y crear un bien final  $Y_t^F$ . Éste podrá ser utilizado para consumo o inversión y su precio es  $P_t^F$ . Por lo tanto, el problema de la firma consiste en maximizar su beneficio, suponiendo que no tiene costos asociados a la conversión de bienes intermedios a bienes finales,

$$\begin{aligned} \max_{\{Y_{j^F,t}^F\}} \quad & P_t^F Y_t^F - \int_0^1 P_{j^F,t}^F Y_{j^F,t}^F dj^F \\ \text{s.t.} \quad & Y_t^F = \left[ \int_0^1 \left( Y_{j^F,t}^F \right)^{\frac{\theta_F-1}{\theta_F}} dj^F \right]^{\frac{\theta_F}{\theta_F-1}} \end{aligned}$$

El problema es muy similar al de la firma agregadora de bienes finales; por ende, la demanda de la firma agregadora por la  $j^F$ -ésima variedad  $Y_{j^F,t}^F$  está dada por:

$$Y_{j^F,t}^F = \left( \frac{P_{j^F,t}^F}{P_t^F} \right)^{-\theta_F} Y_t^F$$

y el nivel de precios de las importaciones es,

$$P_t^F = \left[ \int_0^1 \left( P_{j^F,t}^F \right)^{1-\theta_F} dj^F \right]^{\frac{1}{1-\theta_F}}$$

#### 4.5.2. Firma importadora

Se supone que se cumple la ley de un solo precio en los puertos en los que las firmas importadoras compran el bien en el mercado mundial. No obstante, dichas firmas diferencian el bien, inicialmente homogéneo, por el poder monopolístico que poseen y que les permite maximizar beneficios seleccionando un precio óptimo. Tal como en el caso de las firmas productoras de bienes intermedios, se supone que las firmas importadoras enfrentan costos cuadráticos de ajustar sus precios. Esta propiedad, que introduce rigideces nominales, junto con su poder monopolístico provoca que no se cumpla la ley de un solo precio. Por último, las firmas importan la proporción  $\iota_F$  del precio de venta a la inflación de los bienes importados  $\pi^F$  y la restante fracción  $1 - \iota_F$  a la inflación de estado estacionario:

$$P_{j^F,t+1}^{F,ind} = (1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t}^F$$

donde  $1 + \pi_t^F = \frac{P_t^F}{P_{t-1}^F}$ .

Nótese que se supone que la firma importadora enfrenta también un costo cuadrático de ajustar sus precios nominales en términos del bien importado  $Y_{j^F,t}^F$  dado por,

$$\Upsilon_{j^F,t}^F = \frac{\kappa_F}{2} \left( \frac{P_{j^F,t}^F}{P_{j^F,t}^{F,ind}} - 1 \right)^2$$

donde  $\kappa_F$  determina el grado de rigidez de precios en el modelo ( $\kappa_F \geq 0$ ). De igual manera, el costo de ajuste se incrementa con el tamaño del cambio de precios y con el tamaño de la producción agregada de la economía.

Por lo tanto, el problema de las firmas importadoras consiste en seleccionar la senda óptima de precios  $\left\{ P_{j^F,t+s}^F \right\}_{s=0}^{\infty}$  que maximiza sus beneficios, expresados como ingresos menos los costos marginales  $MC_{j^F}^F$ , sujetos a la demanda del bien  $Y_{j^H,t}^H$  de la firma productora de bienes finales y a la regla de actualización de precios:

$$\begin{aligned} & \max_{\{P_{j^F,t+s}^F\}_{s=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ \left( P_{j^F,t+s}^F - MC_{j^F,t+s}^F \right) Y_{j^F,t+s}^F - P_{t+s}^F \Upsilon_{j^F,t+s}^F Y_{t+s}^F \right] \\ \text{s.t. } & Y_{j^F,t+s}^F = \left( \frac{P_{j^F,t+s}^F}{P_{t+s}^F} \right)^{-\theta_F} Y_{t+s}^F \\ & P_{j^F,t+s+1}^{F,ind} = (1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t+s}^F \\ & MC_{j^F,t+s}^F = \mathcal{E}_{t+s} P_{t+s}^{F*} \end{aligned}$$

donde  $\beta \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) = \beta \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}$  es el factor de descuento estocástico y donde  $P_t^{F*}$  sigue un proceso AR(1) .

Si se reemplazan las restricciones en la función objetivo y se deriva con respecto a  $\{P_{j^F,t+s}^F\}_{s=0}^{\infty}$  se obtiene la condición de primer orden de la firma,

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_F) p_t^F + \theta_F r r_{t+1} p_t^{F*} - p_t^F \kappa_F \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \right\} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) \varsigma_{t+1}^{1-\sigma_r} \left[ p_{t+1}^F \kappa_F \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \left( \frac{y_{t+1}^F}{y_t^F} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Los costos de ajustar el precio se definen como,

$$\Upsilon_t^F = \frac{\kappa_F}{2} \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right)^2$$

y los beneficios agregados generados por estas firmas son<sup>17</sup>,

$$\psi_t^F = (p_t^F (1 - \Upsilon_t^F) - r r_{t+1} p_t^{F*}) y_t^F \quad (4.26)$$

## 4.6. Banco central

En el modelo el banco central sigue una regla de política monetaria que tiene la siguiente forma:

$$1 + i_t = (1 + i_{t-1})^{\rho_s} \left( (1 + \bar{i}) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^c}{1 + \bar{\pi}} \right)^{\rho_\pi} \right)^{1-\rho_s} \exp \{ \epsilon_t^i \} \quad (4.27)$$

donde  $1 + \pi_t^c = \frac{P_t^c}{P_{t-1}^c}$  es la inflación de los bienes de consumo. Así, el banco central ajusta la tasa de interés nominal  $i_t$ , su instrumento de política, para lograr que la inflación de los bienes de consumo sea igual a la meta de inflación  $\bar{\pi}$ . Nótese que aunque función de reacción no incluye explícitamente la brecha del producto, el cumplimiento del objetivo inflacionario garantiza la suavización del ciclo económico como lo muestra Walsh (2010).

## 4.7. Gobierno

El gobierno gasta  $G_t$  y lo cubre con impuestos a los hogares y a las firmas, ingresos mineros y deuda interna y externa.  $G_t$  se divide en gasto de funcionamiento  $C_t^g$  y de inversión  $X_t^g$ . El gasto real ajustado por crecimiento se define como:

$$g_t = c_t^g + x_t^g \quad (4.28)$$

donde las dinámicas de ambos tipos de gastos se suponen exógenas<sup>18</sup>.

<sup>17</sup>No se modelan los impuestos asociados a los beneficios de esta clase de firmas. Se tratan como un residuo y hacen parte de los impuestos de suma fija  $T$ .

<sup>18</sup>El modelo no desarrolla el problema de optimalidad de las decisiones de gasto del gobierno

El gasto de inversión del gobierno determina el nivel de capital público que entra en la función de producción privada como una externalidad. De este modo, la ecuación de acumulación de capital privado se especifica como,

$$k_{g,t} = x_t^g + (1 - \delta_g) \frac{k_{g,t-1}}{\varsigma_t} \quad (4.29)$$

El gobierno percibe ingresos provenientes de los impuestos al consumo  $\tau_{c,t}$ , a las utilidades de las firmas productoras de bienes intermedios  $\tau_{\psi^H,t}$ , a las remuneraciones al trabajo y al capital  $\tau_{w,t}$  y  $\tau_{r^k,t}$ , al patrimonio  $\tau_{p,t}$  e impuestos de suma fija  $T_t$ . Asimismo, el gobierno puede contraer deuda interna con los hogares  $B_t$ , por la que paga una tasa de interés nominal neta  $i_t$ , y deuda externa  $B_{g,t}^*$ , por la que paga una tasa de interés externa nominal neta  $i_t^*$ , ajustada por la tasa de cambio nominal  $\mathcal{E}_t$ . Por ende, la deuda total del gobierno  $B_{g,t}$ , deflactada y ajustada por crecimiento, está dada por,

$$b_{g,t} = b_t + rert b_{g,t}^* \quad (4.30)$$

Mientras que los hogares deciden la cantidad de deuda interna del gobierno  $B_t$  que adquieren, la deuda externa del gobierno se modela de la siguiente manera:

$$b_{g,t}^{*share} = rert \frac{b_{g,t}^*}{b_{g,t}} \quad (4.31)$$

donde la participación de la deuda externa dentro de la deuda total del gobierno  $b_{g,t}^{*share}$  se supone exógena<sup>19</sup>.

El gobierno cuenta también con rentas o dividendos provenientes del sector petrolero, que se supone que se derivan completamente de las exportaciones del sector<sup>20</sup>. De los ingresos totales del sector se supone que la fracción  $\omega^{H,oil} \in (0, 1]$  se queda en el país, ya sea en manos públicas o privadas, y la fracción restante  $1 - \omega^{H,oil}$  se envía al exterior en forma de remisión de utilidades. De la primera fracción, el porcentaje  $\omega^{G,oil} \in (0, 1]$  va para el gobierno y la proporción restante  $\omega^{H,oil} \equiv 1 - \omega^{G,oil}$  para los hogares<sup>21</sup>. De este modo, al gobierno le corresponde una fracción  $\omega^{G,oil} \omega^{H,oil}$  de los ingresos petroleros totales del país  $\Psi_t^{oil}$ .

Por lo tanto, la restricción presupuestaria del gobierno es,

$$p_t^H g_t + \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\varsigma_t} b_{t-1} + rert \left( \frac{1 + i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) b_{g,t-1}^* = \text{Ingresos tributarios} + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t + b_t + rert b_{g,t}^* \quad (4.32)$$

donde

$$\text{Ingresos tributarios} = (1 - \Gamma) t_t + \tau_{c,t} c_t + \tau_{w,t} w_t h_t + \frac{\tau_{r^k,t}}{\varsigma_t} r_t^k k_{t-1} + \tau_{\psi^H,t} \psi_t^H + \frac{\tau_{p,t}}{\varsigma_t} p_t^x k_{t-1} - p_t^x x_t \quad (4.33)$$

$$\psi_{share,t}^{oil} = \frac{rert p_t^{oil,*} Y_t^{oil}}{pib_t}$$

donde  $p_t^{oil,*}$  es el precio del petróleo y  $Y_t^{oil}$  es la producción total del país<sup>22</sup>. En la modelación, calibración, estimación y funciones impulso-respuesta se utiliza directamente el producto de las anteriores dos variables, es decir, el ingreso petrolero del país.

El balance primario del gobierno  $BP_t$  es la diferencia entre los ingresos tributarios y no tributarios y el gasto sin intereses o primario,

$$bp_t = \tau_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t - p_t^H g_t \quad (4.34)$$

El balance total del gobierno  $BA$  es el balance primario menos los intereses que se pagan por la deuda adquirida en el período anterior:

$$ba_t = bp_t - \left( \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{b_{t-1}}{\varsigma_t} - rert \left( \frac{i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) \frac{b_{g,t-1}^*}{\varsigma_t} \quad (4.35)$$

<sup>19</sup>El modelo tampoco estructura el problema de optimización del portafolio del gobierno

<sup>20</sup>Como no se incluye una función de producción para el sector petrolero, con el objetivo de evitar complicaciones adicionales del modelo, se asume que la producción total de crudo del país se exporta. En la práctica alrededor del 30% de la producción se queda en el país y se utiliza para cargar las refinerías y producir gasolinas y derivados. Desde el punto de vista del modelo FISCO esta simplificación no afecta los resultados.

<sup>21</sup>En el modelo Ecopetrol, la compañía pública productora de petróleo, así como los productores privados, hacen parte de los "hogares". Recuérdese que el 10% de la propiedad de Ecopetrol es privada.

<sup>22</sup>En la ecuación 4.33 sólo aparecen los recaudos por impuestos de suma fija de los hogares ricardianos, ya que dichos impuestos no hacen parte de la restricción presupuestal de los no ricardianos, por la razón comentada con anterioridad.

De acuerdo con la regla fiscal colombiana, el gasto del gobierno es estructural. Entonces, se define el balance estructural  $BS_t$  como la diferencia entre el balance del gobierno y los ingresos cíclicos tributarios y petroleros (se descuenta el ciclo económico y minero),

$$bs_t = ba_t - \check{\tau}_t - \omega \check{\psi}_t^{\text{oil}} \quad (4.36)$$

donde

$$\check{\tau}_t = (1 - \Gamma) (t_t - \tilde{t}_t) + \tau_{w,t} (w_t n_t - \tilde{w}_t \tilde{n}_t) + \frac{\tau_{r^k,t}}{\varsigma_t} (r_t^k k_{t-1} - \tilde{r}_t^k \tilde{k}_{t-1}) \quad (4.37)$$

$$+ \frac{\tau_{p,t}}{\varsigma_t} (p_t^x k_{t-1} - \tilde{p}_t^x \tilde{k}_{t-1}) + \tau_{c,t} (c_t - \tilde{c}_t) + \tau_{\psi^H,t} (\psi_t^H - \tilde{\psi}_t^H) - (p_t^x x_t - \tilde{p}_t^x \tilde{x}_t) \quad (4.38)$$

$$\check{\psi}_t^{\text{oil}} = \left( r_{er_t} p_t^{\text{oil},*} - \widetilde{r_{er_t}} \tilde{p}_t^{\text{oil},*} \right) y_t^{\text{oil}} \quad (4.39)$$

y las variables  $\tilde{\cdot}$  denotan los valores estructurales.

#### 4.7.1. Regla fiscal

A diferencia de la política monetaria, el gobierno puede utilizar más de un instrumento de política, entre diferentes tipos de impuestos y gastos, con el fin de lograr su objetivo. Dado que el propósito fiscal del gobierno colombiano es el balance estructural como proporción del PIB, la regla fiscal puede ser expresada como alguna de las siguientes especificaciones ( $\tau_{j,t}$  representa cada una de las tasas impositivas de las que dispone el gobierno, entre las que se incluye los impuestos de suma fija):

$$\tau_{j,t} = (\tau_{j,t-1})^{\rho_{\tau_j}} \left( \overline{\tau_j} \left( \frac{bs_t / \widetilde{pib}_t}{bs^{obj}} \right)^\nu \right)^{1 - \rho_{\tau_j}} \exp \{ \epsilon_t^{\tau_j} \}$$

$$c_t^g = (c_{t-1}^g)^{\rho_{c^g}} \left( \overline{c^g} \left( \frac{bs_t / \widetilde{pib}_t}{bs^{obj}} \right)^\nu \right)^{1 - \rho_{c^g}} \exp \{ \epsilon_t^{c^g} \}$$

$$x_t^g = (x_{t-1}^g)^{\rho_{x^g}} \left( \overline{x^g} \left( \frac{bs_t / \widetilde{pib}_t}{bs^{obj}} \right)^\nu \right)^{1 - \rho_{x^g}} \exp \{ \epsilon_t^{x^g} \}$$

donde  $bs^{obj}$  es la meta de balance estructural que establece la ley de la regla fiscal. Obsérvese que el cumplimiento de la regla debería garantizar la reducción de la deuda del gobierno como proporción del PIB.

Por último, el cumplimiento estricto de la regla implica que los instrumentos de política deben ajustarse lo necesario para que el balance estructural del gobierno como proporción del PIB sea igual a su meta<sup>23</sup>:

$$\frac{bs_t}{\widetilde{pib}_t} = bs^{obj} \quad (4.40)$$

## 4.8. Economía abierta e identidades macroeconómicas

La demanda por exportaciones del país  $C_t^{H*}$  está dada por la expresión,

$$c_t^{H*} = \left( \frac{p_t^H}{rer_t} \right)^{-\mu} c_t^* \quad (4.41)$$

donde  $c_t^*$  es la demanda externa, que se supone exógena por el supuesto de economía pequeña y abierta. El producto interno por el lado de la demanda se divide así:

$$(1 - \Upsilon_t^H) y_t^H = c_t^H + x_t^H + g_t + c_t^{H*} \quad (4.42)$$

El producto total de la economía en términos reales por el lado de la oferta es igual a,

$$pib_t = p_t^H y_t^H + \psi_{share,t}^{\text{oil}} pib_t + \psi_t^F \quad (4.43)$$

<sup>23</sup>En este caso el objetivo de la política fiscal se calcula como la relación entre el balance fiscal estructural y el producto potencial.

El bien importado se divide en bienes de consumo e inversión importados,

$$(1 - \Upsilon_t^F) y_t^F = c_t^F + x_t^F \quad (4.44)$$

La deuda externa total  $B_{T,t}^*$  es la suma de las deudas externas privada y del gobierno,

$$b_{T,t}^* = b_t^* + b_{g,t}^* \quad (4.45)$$

La tasa de interés extranjera relevante  $i_t^*$  depende de una tasa libre de riesgo  $\bar{i}^*$ , de la tasa de cambio real y de una prima de riesgo ajustada por la proporción de deuda externa a producto total de la economía,

$$1 + i_t^* = (1 + \bar{i}_t^*) z_t^{i,*} \exp \left\{ \phi_b \left( rer_t \frac{b_{T,t}^*}{pib_t} - \bar{b}^* \right) \right\} \quad (4.46)$$

donde  $z_t^{i,*}$  representa un choque de riesgo externo y, al igual que  $\bar{i}_t^*$ , se supone que sigue un proceso exógeno AR(1).

A partir de la agregación de las restricciones presupuestales de los agentes privados y gobierno se deriva el equilibrio de la balanza de pagos de la economía, presentada aquí en términos nominales<sup>24</sup>:

$$\underbrace{\mathcal{E}_t (B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*)}_{\text{Cuenta financiera y de capitales}} = \underbrace{EXPORTS_t - IMPORTS_t}_{\text{Balanza comercial}} - \underbrace{(1 - \omega^{H,oil}) \mathcal{E}_t P_t^{oil*} Y_t^{oil}}_{\text{Remisión de utilid.al ext.}} + \underbrace{REM_t}_{\text{Remesas}} - \underbrace{\mathcal{E}_t i_{t-1}^* B_{T,t-1}^*}_{\text{Pago de inter. de deuda ext.}}$$

<sup>24</sup>Se supone que el rubro de  $REM_t$  representa las remesas y las variables no modeladas de la balanza de pagos.



## 5. Calibración

En esta sección se calibran algunos de los parámetros del modelo con el fin de ajustarlos a las relaciones de largo plazo del modelo. Estas se calculan utilizando información de cuentas nacionales del Departamento Nacional de Estadísticas (DANE), cuentas fiscales del Ministerio de Hacienda y Crédito Público y de la balanza de pagos del Banco de la República. Los cálculos toman el promedio trimestral para el período 2000:I hasta 2014:I y se expresan como porcentaje del PIB<sup>25</sup>.

A partir de la información de la demanda agregada proveniente de las cuentas nacionales se calcularon las relaciones nominales de consumo privado, inversión total, exportaciones e importaciones. De esta misma fuente, pero por ramas de actividad económica se calculó el valor de la producción petrolera.

Con base en las cuentas fiscales del gobierno se calculan las relaciones nominales de ingresos y gastos. Los ingresos incluyen los tributarios y otros ingresos como los dividendos recibidos de Ecopetrol. Los gastos contienen los de funcionamiento, intereses e inversión<sup>26</sup>. A partir de las estadísticas de deuda del Ministerio de Hacienda y del Banco de la República se calculan las relaciones de endeudamiento público interno y externo.

De forma similar, con base en las estadísticas de la balanza de pagos se calculan las relaciones de largo plazo de la cuenta corriente, la balanza comercial, el servicio de la deuda externa, la remisión de utilidades y las remesas. Por último, se utiliza la información de endeudamiento externo de esa fuente para ajustar la relación de deuda externa total al PIB.

El cuadro 7 compara las relaciones de largo plazo obtenidas a partir de los datos con las derivadas de la calibración del modelo. Obsérvese que los valores de las deudas pública y privada, así como su servicio, son resultados de los supuestos de crecimiento, tasa de interés real y meta del balance fiscal estructural, y por lo tanto no necesariamente coinciden con los valores observados.

Para calibrar los ingresos tributarios como proporción del PIB se calculan las tasas impositivas implícitas de cada uno de los impuestos modelados. En el caso del impuesto al consumo primero se calculan la relación del consumo al PIB y la participación de los ingresos por IVA del gobierno como porcentaje del PIB. Luego se multiplican estos resultados y se obtiene la tasa de tributación implícita del consumo. La tasa del impuesto al patrimonio se calcula de manera similar. Las tasas de renta se calculan multiplicando sus respectivas participaciones en el recaudo, según las declaraciones de renta, por la participación de los ingresos de renta del gobierno como porcentaje del PIB. Nótese que este no es el cálculo tradicional de las tasas efectivas sino una manera aproximada y práctica de obtenerlas y de obviar la discusión sobre la metodología de cálculo. Este mismo procedimiento se aplica para obtener las demás tasas de tributación. Así, las tasas impositivas implícitas calculadas son: consumo:  $\bar{\tau}_c = 0.07308$ , rentas salariales:  $\bar{\tau}_w = 0.02768$ , rentas de capital:  $\bar{\tau}_{rk} = 0.10$ , beneficios:  $\bar{\tau}_{\psi H} = 0.10$  y patrimonio:  $\bar{\tau}_p = 0.005$ .

## 6. Estimación

En la estimación se utilizaron fuentes adicionales de información, pero el mismo período. Para las variables reales como producto, consumo, formación bruta de capital fijo, exportaciones y producción minera se toman las diferencias trimestrales del logaritmo de las cuentas nacionales reales desestacionalizadas. La información de horas trabajadas y salarios se extrae de la encuesta continua de hogares y se calcula su variación trimestral.

Debido a la estacionalidad de las cuentas fiscales, como se mencionó antes, se utilizan los valores acumulados anuales de las series de ingresos y gastos desagregados del gobierno como proporción del PIB. En la estimación también hacen parte de las variables observables la razón de deuda interna y externa del gobierno al PIB y la razón de deuda externa total del país al PIB.

Para la inflación total e importada se utilizan las variaciones trimestrales respectivas del IPC desestacionalizadas. La depreciación real se calcula como la variación trimestral de la tasa de cambio real multilateral, aquella para el comercio no tradicional y que utiliza el índice de precios al por mayor en su construcción. En cuanto a la serie de la tasa de interés nominal interna se utilizó la tasa interbancaria (TIB).

<sup>25</sup>El período escogido para el cálculo de las relaciones fiscales de plazo no fue una tarea fácil. ¿Tomar un período más largo? ¿Los últimos valores observados? ¿La proyección oficial? Al final escogimos el período en mención porque captura los niveles de ingresos y gastos que se podrían considerar de “equilibrio”, después de los drásticos cambios emanados de la nueva Constitución Política del país del año 1991 y del significativo ajuste fiscal de los primeros años de la década de dos mil. Para el resto de relaciones de largo plazo existe relativo consenso entre analistas y la literatura local que es un período de estabilización de la economía en niveles que se podrían considerar de “equilibrio”. Desde el punto de vista técnico, las relaciones calculadas para el período escogido permitieron ajustes temporalmente adecuados de la economía ante diferentes choques.

<sup>26</sup>Debido a la alta estacionalidad de las series fiscales, las cuales presentan una acumulación en el último trimestre, se utilizó su valor acumulado anual para realizar los cálculos.

Cuadro 7: Relaciones de largo plazo

Relaciones	Modelo	Datos
Cuentas Nacionales		
Consumo privado / PIB	63.49 %	65.06 %
Inversión / PIB	22.73 %	21.07 %
Exportaciones / PIB	15.12 %	16.76 %
Importaciones / PIB	15.59 %	19.21 %
Producción minera / PIB	7.46 %	7.46 %
Cuentas fiscales del gobierno		
Ingresos impuesto al consumo / PIB	4.64 %	4.64 %
Ingresos impuesto de renta / PIB	5.17 %	5.17 %
Ingresos impuesto de patrimonio / PIB	0.33 %	0.35 %
Otros ingresos tributarios / PIB	2.06 %	1.22 %
Total ingresos tributarios / PIB	12.20 %	12.46 %
Renta petrolera (dividendos recibidos de Ecopetrol) / PIB	1.44 %	1.57 %
Gasto total / PIB	14.25 %	14.25 %
Gasto en inversión / PIB	1.82 %	1.82 %
Gasto en funcionamiento / PIB	12.43 %	12.43 %
Deuda total GNC / PIB	33.35 %	37.33 %
Deuda externa GNC / Deuda total GNC	36.48 %	36.48 %
Intereses deuda total / PIB	1.79 %	2.98 %
Balance total / PIB	-2.40 %	-3.37 %
Balance primario / PIB	-0.59 %	-0.39 %
Balanza de pagos		
Remisión de utilidades / PIB	2.67 %	2.70 %
Transferencias / PIB	2.64 %	2.24 %
Intereses deuda externa / PIB	1.46 %	1.29 %
Balanza comercial / PIB	-0.47 %	-0.48 %
Cuenta corriente / PIB	-1.96 %	-1.95 %
Deuda externa / PIB	27.18 %	27.18 %

Cuadro 8: Distribuciones priors y posteriors

Parámetros / std	prior			posterior		
	distribución	mean	std	mean	HPD inf	HPD sup
$\rho_z$	$\beta$	0.50	0.15	0.9464	0.9399	0.9529
$\rho_{\zeta^u}$	$\beta$	0.50	0.15	0.6502	0.5090	0.7936
$\rho_{\zeta^x}$	$\beta$	0.50	0.15	0.1372	0.0812	0.1893
$\rho_{\zeta}$	$\beta$	0.50	0.15	0.4797	0.3968	0.5617
$\rho_{z^i}$	$\beta$	0.50	0.15	0.9515	0.9498	0.9529
$\rho_{i^*}$	$\beta$	0.50	0.15	0.7951	0.7561	0.8346
$\rho_{c^*}$	$\beta$	0.50	0.15	0.9248	0.9014	0.9499
$\rho_{c^g}$	$\beta$	0.50	0.15	0.5657	0.4836	0.6426
$\rho_{x^g}$	$\beta$	0.50	0.15	0.9484	0.9427	0.9529
$\rho_{\tau_c}$	$\beta$	0.50	0.15	0.8309	0.7575	0.9051
$\rho_{\tau_w}$	$\beta$	0.50	0.15	0.8404	0.7641	0.9174
$\rho_{\tau_k}$	$\beta$	0.50	0.15	0.5290	0.4334	0.6188
$\rho_{\tau_{\psi H}}$	$\beta$	0.50	0.15	0.5081	0.3390	0.6715
$\rho_{\tau_{pt}}$	$\beta$	0.50	0.15	0.4851	0.3095	0.6422
$\rho_{\tau}$	$\beta$	0.50	0.15	0.4230	0.2808	0.5567
$\rho_{\pi^*}$	$\beta$	0.50	0.15	0.4554	0.3634	0.5502
$\rho_{\psi^{oil}}$	$\beta$	0.50	0.15	0.9135	0.8774	0.9528
$\rho_{b_g^*}$	$\beta$	0.50	0.15	0.6401	0.5054	0.7894
$\rho_s$	$\beta$	0.50	0.15	0.4108	0.3091	0.5159
$\kappa$	$\mathbf{\Gamma}$	1.00	0.25	0.1304	0.1120	0.1530
$\phi_b$	$\mathbf{\Gamma}$	0.05	0.025	0.0036	0.0005	0.0066
$\nu$	$\mathbf{\Gamma}$	0.50	0.25	0.2659	0.1112	0.4063
$\varepsilon_H$	$\beta$	0.50	0.15	0.7280	0.6974	0.7600
$\varepsilon_F$	$\beta$	0.50	0.15	0.7544	0.7443	0.7647

La información de las variables externas también proviene de diferentes fuentes. La inflación externa y el PIB mundial son series para los Estados Unidos de Bloomberg. La tasa de interés externa libre de riesgo es la LIBOR y el spread es el EMBI, que también se toman de Bloomberg. El detalle de las veinticinco variables observables y su contrapartida en el modelo está disponible en el anexo B. Para algunas de las variables observables se utiliza un error de medida, que corresponde al 10% de la desviación estándar de la serie, y para el resto se estima el error.

Luego de obtenidas las series se realiza la estimación de los parámetros que afectan la dinámica del modelo por métodos bayesianos. Entre los parámetros estimados se encuentran la persistencia de las variables exógenas, las rigideces de precios, los costos de ajuste de la inversión y la sensibilidad de la tasa de interés externa ante cambios en la deuda externa. Para realizar la estimación se utilizó una regla de política fiscal, cuyo instrumento es el impuesto de suma fija  $T_t$ , ya que estos no generan distorsiones en la asignación de recursos de los agentes del modelo.

El cuadro 8 muestra las distribuciones *priors* utilizadas y las *posteriors* encontradas en la estimación de los parámetros para cuatro cadenas de markov (MCMC) con 100.000 extracciones aleatorias cada una. Adicionalmente se estiman las varianzas de los choques estructurales (cuadro 9), junto con la varianza del error de medida para algunas series que se incluyen en la estimación (cuadro 10).

## 7. Análisis de política

Como se señaló en la introducción, el objetivo principal de desarrollar el modelo FISCO es que sirva de herramienta de análisis de la política fiscal y su nexa con la economía y la política monetaria. Por este motivo, en esta sección se presentan y analizan simulaciones de las dinámicas de las principales variables macroeconómicas del país ante cuatro tipos de choques positivos y transitorios de política económica y un choque externo a los ingresos

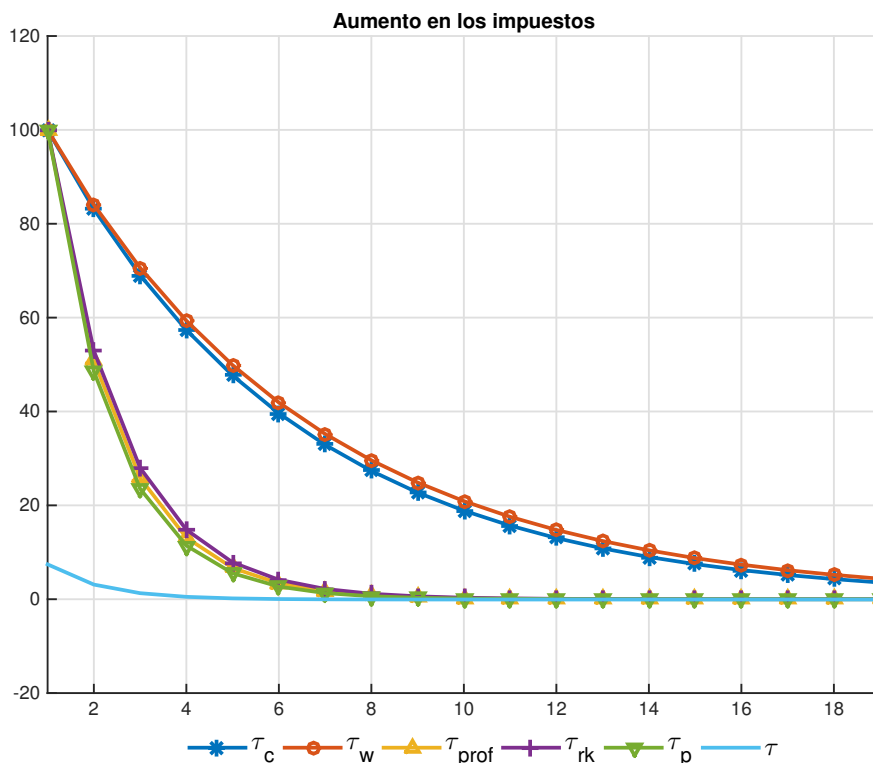
Cuadro 9: Distribuciones priors y posteriors

Parámetros / std	prior			posterior		
	distribución	mean	std	mean	HPD inf	HPD sup
$\epsilon_z$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.018	0.015	0.021
$\epsilon_{\zeta^u}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.021	0.017	0.025
$\epsilon_{\zeta^x}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.027	0.021	0.033
$\epsilon_{\zeta}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.008	0.007	0.009
$\epsilon^i$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.004	0.003	0.004
$\epsilon_{z^i, \star}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.003	0.002	0.003
$\epsilon_{\tilde{z}^{\star}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.003	0.002	0.003
$\epsilon_{c^{\star}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.019	0.015	0.022
$\epsilon_{c^g}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.119	0.100	0.138
$\epsilon_{x^g}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.161	0.123	0.199
$\epsilon_{\tau_c}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.056	0.038	0.074
$\epsilon_{\tau_w}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.803	0.641	0.953
$\epsilon_{\tau_{r,k}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.956	0.734	1.193
$\epsilon_{\tau_{\psi,H}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.012	0.003	0.026
$\epsilon_{\tau_{pt}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.016	0.003	0.029
$\epsilon_{\tau}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.971	0.762	1.162
$\epsilon_{\pi^{\star}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.008	0.007	0.010
$\epsilon_{\psi^{oil}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.034	0.029	0.040
$\epsilon_{b_g^{\star}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.043	0.033	0.054

Cuadro 10: Distribuciones priors y posteriors (errores de medida)

Parámetros / std	prior			posterior		
	distribución	mean	std	mean	HPD inf	HPD sup
$\frac{b_{T,t}^{\star}}{pib_t}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0319	0.0266	0.0371
$\frac{b_{g,t}^{\star}}{pib_t}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0434	0.0365	0.0501
$\frac{b_{\tau,t}}{pib_t}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0038	0.0026	0.0049
$\Delta C_t^{H^{\star}}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0766	0.0650	0.0877
$\frac{\tau_t}{pib_t}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0164	0.0136	0.0191
$\frac{g_t}{pib_t}$	inv $\Gamma$	0.0125	Inf	0.0037	0.0030	0.0043

Figura 4: Aumento de las tasas de tributación



petroleros. Las dinámicas representan desviaciones del estado estacionario o valores de largo plazo, establecidos en la sección anterior. Estos ejercicios permitirán ilustrar el funcionamiento del modelo, sus bondades y sus posibles debilidades.

El primer ejercicio examina las consecuencias de un choque a las tasas de tributación. El segundo y tercero las implicaciones de aumentos en los gastos de funcionamiento y de inversión. El cuarto las repercusiones de un choque de política monetaria y su impacto sobre la economía, las finanzas del gobierno y la política fiscal. El último analiza las consecuencias de un choque a los ingresos petroleros del país, que se ven reflejados en un aumento de la renta petrolera del gobierno. En todos los casos, la autoridad fiscal reacciona a los choques y utiliza sus instrumentos de política con el fin de garantizar el cumplimiento de las metas de balance estructural establecidas en la regla. Hay que llamar la atención que los choques analizados son a una frecuencia trimestral, de tal modo que si se quiere saber el tamaño anualizado del correspondiente choque se debe multiplicar el modelado por cuatro.

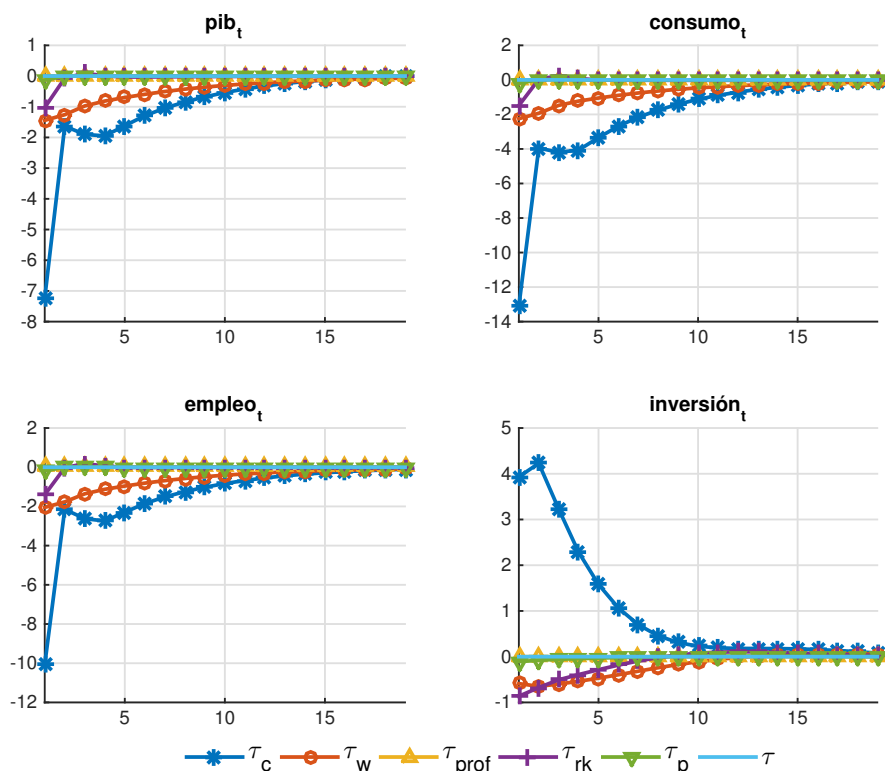
## 7.1. Aumento en las tasas de tributación

En esta simulación se analiza el impacto de incrementar una a una las tasas de tributación en 100 puntos básicos (pb). Para este ejercicio se utiliza una sola regla de política fiscal y es aquella que recurre a los impuestos de suma fija como el instrumento, ya que esto permite analizar las repercusiones macroeconómicas de los choques sin 'contaminarlos' con la distorsión que generarían los demás impuestos. En otras palabras, se estudian los efectos macroeconómicos que generan los aumentos de las tasas de tributación y se utiliza un impuesto que no distorsiona como instrumento de política.

En el gráfico 4 se observa la dinámica del choque y su persistencia, definida por la estimación realizada, para cada uno de los impuestos. Se observa en primer lugar que la persistencia de los choques a los impuestos al consumo y al trabajo son las mayores y consecuentemente sus efectos sobre las variables macroeconómicas son amplificados. En segundo lugar, el aumento en las tarifas reducen el producto, el consumo y el empleo en valores promedio de 2 pb (gráfico 5)<sup>27</sup>. Claramente, el impuesto al consumo repercute negativamente y en mayor medida sobre las tres variables, sin embargo, al reducir el costo relativo de la inversión incentiva a los agentes a recomponer sus gastos desde consumo hacia inversión. De estos resultados se puede concluir que el multiplicador de los impuestos al impacto es relativamente pequeño en promedio y alrededor de -0,02.

<sup>27</sup>Como se anotó antes, en el modelo "empleo" significa número de horas trabajadas y no número de empleados

Figura 5: Aumento de las tasas de tributación



Dado que el choque a los impuestos afecta negativamente la demanda agregada, se reduce la demanda de trabajo y de ahí los salarios reales (gráfico 6). Esto disminuye los costos marginales reales de producción y con ello la inflación (gráfico 7). Por su lado, la regla de política del banco central implica una reducción de la tasa de interés nominal. En el ámbito externo, el mayor diferencial de intereses en favor de la tasa externa y la caída de la inflación, como se muestra enseguida, más que compensan la caída en el riesgo país causado por la disminución de la deuda externa y producen una depreciación de la tasa de cambio real. Como respuesta las exportaciones de bienes no mineros aumentan.

En cuanto a las repercusiones fiscales, se observa en el gráfico 8, y como es de esperarse, que el aumento en los impuestos mejora el balance fiscal estructural, debido a que las tasas impositivas afectan los ingresos estructurales. En este caso, la mejora en el balance estructural es mayor que la del balance observado debido a que el PIB observado disminuye. La mejora en el balance fiscal reduce la deuda del gobierno y consecuentemente disminuye el costo de su endeudamiento y la prima de riesgo del país.

En conclusión, ante el aumento de las tasas de tributación disminuyen el PIB, el consumo, el empleo, el salario real, la inflación y la tasa de interés. En contraste, aumentan la inversión privada -excepto para los impuestos a los salarios y a las rentas del capital- la tasa de cambio real y las exportaciones. Por su lado, los balances fiscales observado y estructural del gobierno mejoran, lo mismo que su indicador de deuda. Por último, el choque de política fiscal parece determinar la inflación a través de su impacto negativo sobre el consumo y la política monetaria actúa rápidamente bajando la tasa de interés, con el fin de apoyar la recuperación del producto.

## 7.2. Aumento en el gasto de funcionamiento del gobierno

En este ejercicio se investigan los efectos de un aumento de 100 pb en los gastos de funcionamiento del gobierno  $c_t^g$ . Como respuesta la autoridad fiscal utiliza diferentes instrumentos para garantizar el cumplimiento de la meta fiscal requerida por la regla (gráfico 9). El panel a) muestra los ajustes requeridos por tasa impositiva y el b) por tipo de gasto. Como se observa, los aumentos requeridos en las tarifas para financiar el aumento del gasto y cumplir la meta no son del mismo tamaño y persistencia. Si se realiza mediante los impuestos a las utilidades la tarifa debería aumentar 20 pb, mientras que si lo hace con impuestos a los salarios o al consumo deberían aumentar entre 6 pb y 10 pb. Por el contrario, el esfuerzo y sacrificio en gastos de inversión sería mayor si la decisión es recortar el gasto.

Figura 6: Aumento de las tasas de tributación

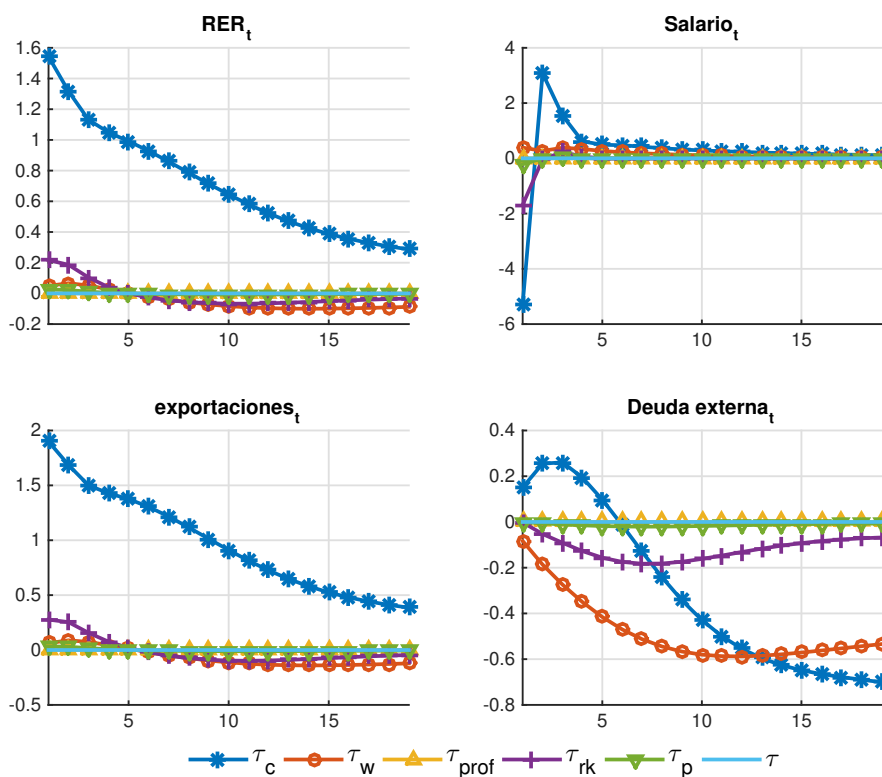


Figura 7: Aumento de las tasas de tributación

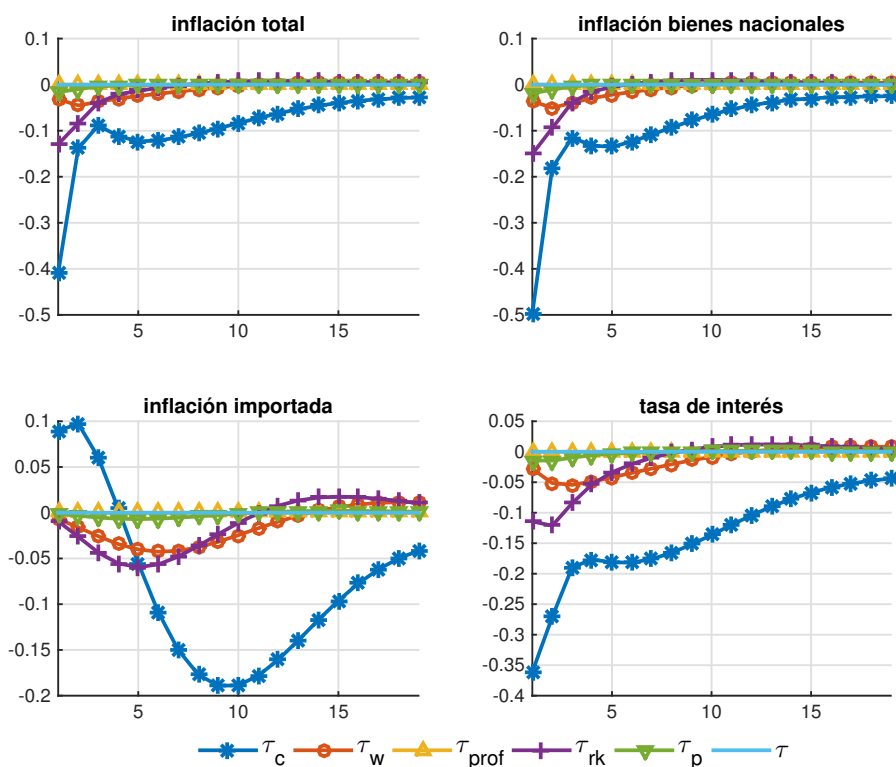


Figura 8: Aumento de las tasas de tributación

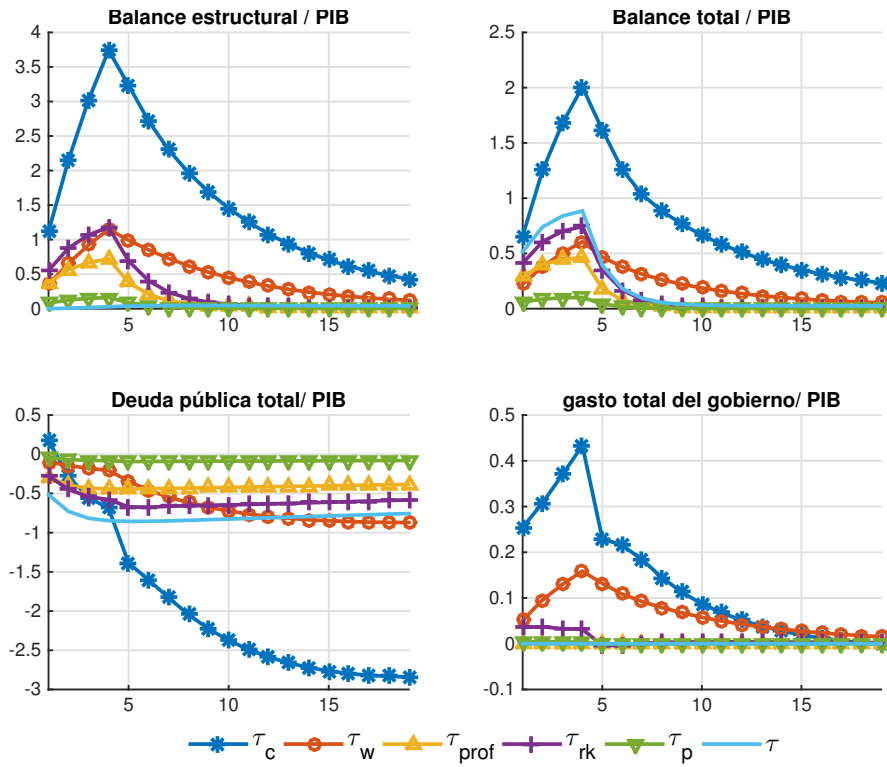


Figura 9: Aumento en el gasto de funcionamiento

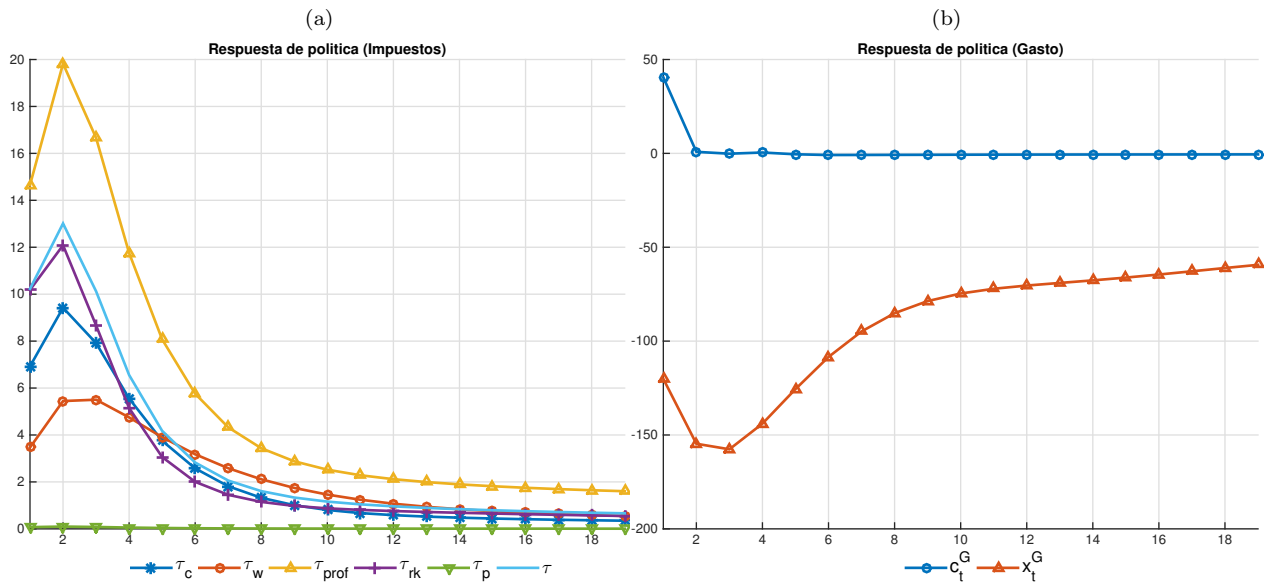
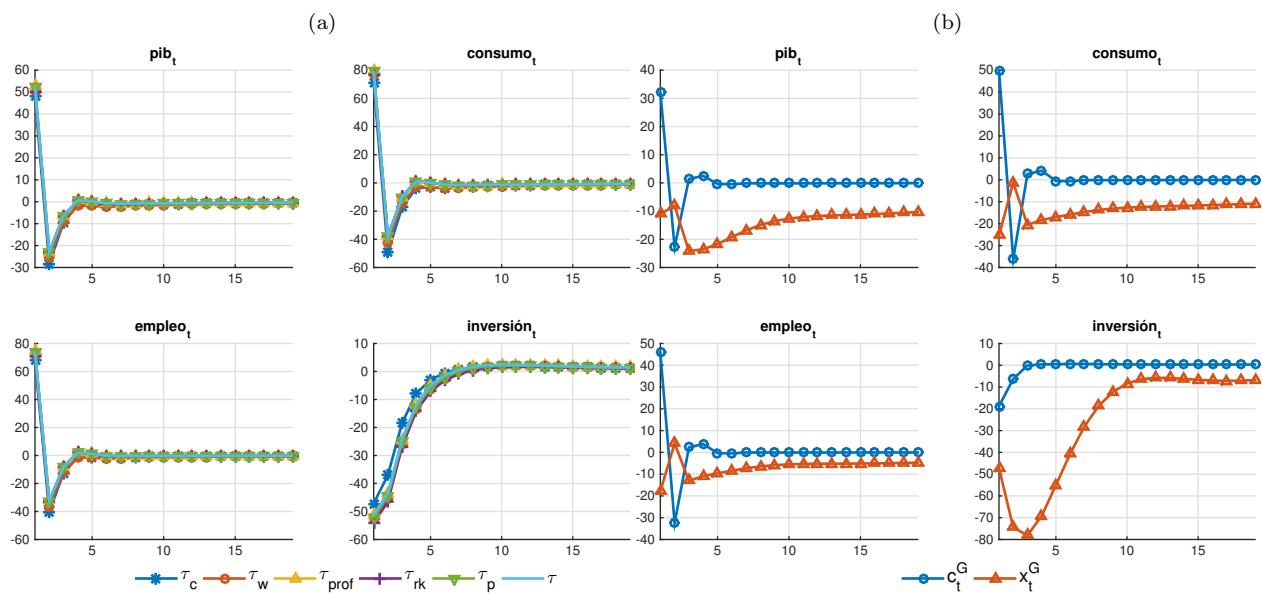




Figura 10: Aumento en el gasto de funcionamiento



El gráfico 10 muestra las consecuencias del aumento en el gasto sobre las variables macroeconómicas. En este caso se observa como dependiendo del instrumento utilizado, el efecto multiplicador del gasto sobre el producto, el consumo, el empleo y la inversión privada puede variar de manera significativa y rápida. Como es de esperarse, si el choque positivo al gasto de funcionamiento es financiado con un impuesto que distorsiona, el efecto positivo multiplicador sobre el producto se reduce rápidamente (al impacto es de 0,5, luego -0,3 y por último 0). Más aún, si es financiado con reducciones en el gasto de inversión se observa que el multiplicador es negativo, inclusive al impacto, y el choque disminuye el consumo, el empleo, el salario real, la inversión, la inflación y la tasa de interés y es persistente. Por otro lado, la inversión privada se reduce cuando el instrumento son los gastos de funcionamiento a través del canal de tasas de interés, lo que puede considerarse como un efecto desplazamiento causado por la política fiscal expansiva. Estos dos últimos resultados se explican enseguida. Sin embargo, este canal no actúa cuando el financiamiento proviene de un recorte en la inversión del gobierno, ya que la tasa de interés disminuye. En este caso, el canal que domina es el del producto, cuya caída disminuye la inflación y con ella la tasa de interés.

Antes de continuar es bueno resaltar dos conclusiones que se derivan de los anteriores resultados. La primera que el multiplicador del gasto es mayor que el de los impuestos, lo que concuerda con la predicción keynesiana. La segunda que el signo del multiplicador del gasto cambia dependiendo de si el aumento del gasto se financia con un recorte al funcionamiento o a la inversión. En el primer caso el multiplicador al impacto es 0,3, mientras en el segundo es -0,1.

El gráfico 11 muestra los efectos del choque sobre la tasa de cambio real y los salarios reales. Se observa primero una apreciación de la tasa de cambio, resultado que es independiente del instrumento que se utilice. Como lo indica la simulación, y en el caso que la respuestas de política fueran los distintos tipos de impuestos o el gasto de funcionamiento, la apreciación real se asocia con la apreciación nominal causada por la ampliación en el diferencial de intereses nominales en favor de la tasa local y con el aumento de la inflación. Por su lado, y para las mismas respuestas de política, el salario real aumenta debido al aumento de la demanda agregada y al supuesto de rigidez de precios. Así, el choque de gasto genera un aumento en la demanda de trabajo que presiona los salarios al alza y realimenta la inflación, como se verá más adelante, vía el aumento de los costos marginales. En el frente externo, las exportaciones de bienes no mineros se reducen por la apreciación real y la deuda externa cae como consecuencia del aumento del costo del financiamiento, que crece como respuesta al aumento de la tasa de interés local y el aumento del endeudamiento del gobierno, explicado enseguida.

Las repercusiones sobre la inflación se muestran en la figura 12. Se observa que la inflación de bienes nacionales aumenta debido al aumento en los costos de producción, como se dijo antes. La inflación importada se reduce debido a la apreciación nominal. En respuesta al aumento de la inflación, el banco central incrementa la tasa de interés de política.

En el lado fiscal, el gráfico 13 describe los efectos del choque sobre las cuentas del gobierno. En este caso, se evidencia un deterioro en el balance fiscal total y estructural de similar magnitud. Esto se debe a que los gastos, en

Figura 11: Aumento en el gasto de funcionamiento

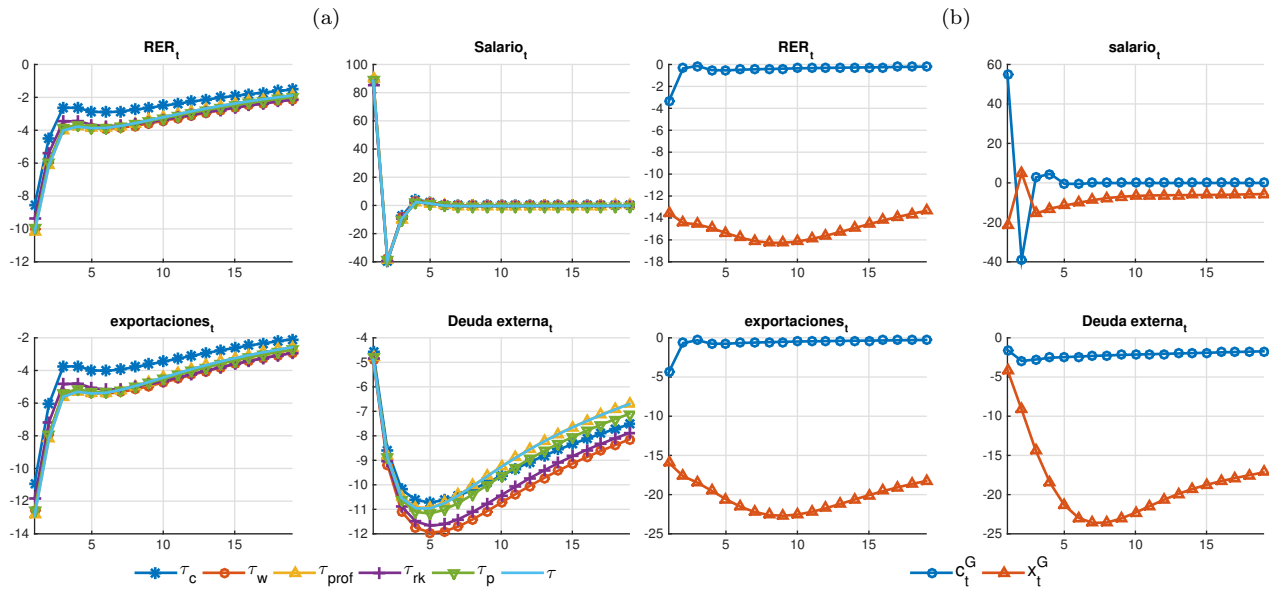


Figura 12: Aumento en el gasto de funcionamiento

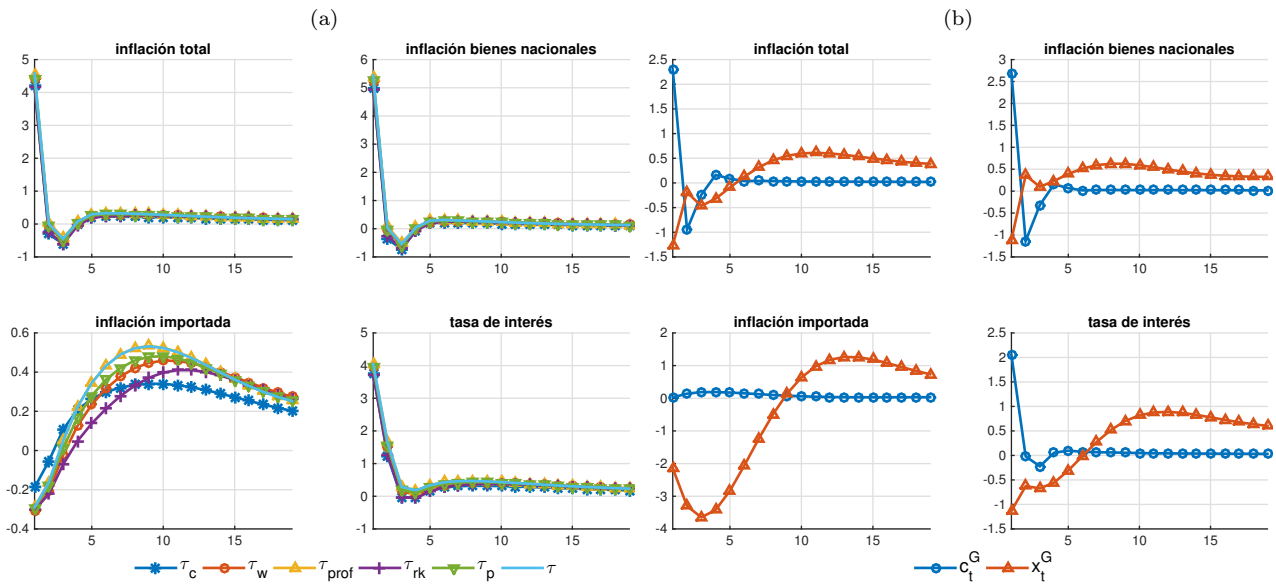
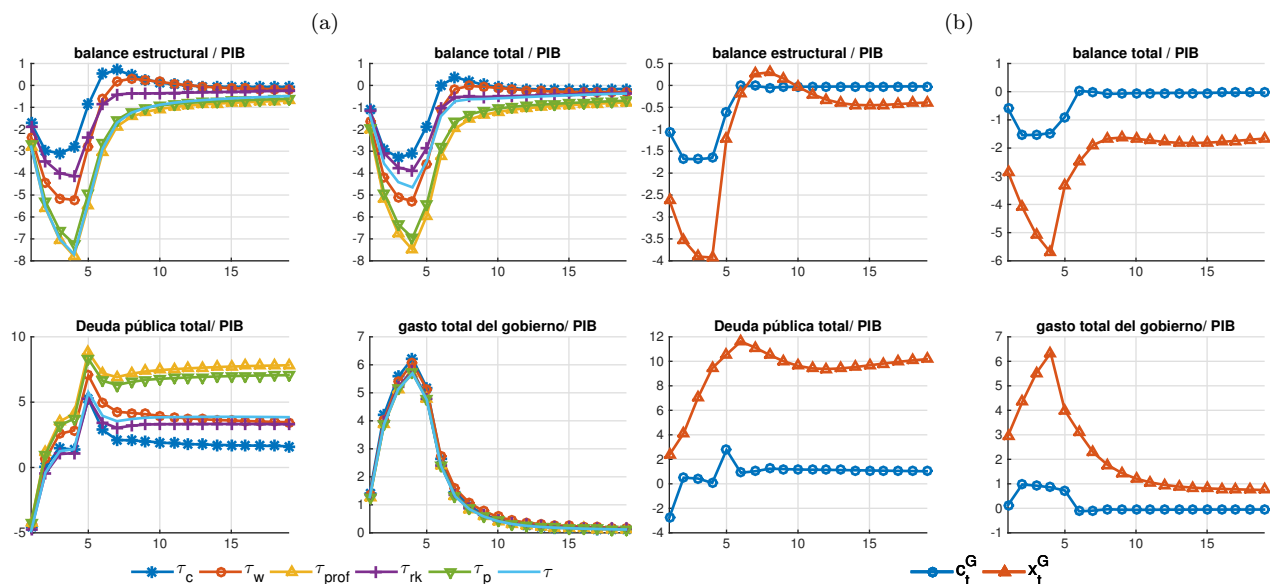


Figura 13: Aumento en el gasto de funcionamiento



particular de funcionamiento, se consideran estructurales. El indicador de deuda del gobierno disminuye al impacto, por el efecto del aumento del denominador, es decir del PIB. Sin embargo, el indicador aumenta rápidamente debido al mayor desbalance fiscal.

En resumen, el choque al gasto de funcionamiento del gobierno eleva el PIB, el consumo, el empleo, el salario real y la inflación. A su vez, incrementa la tasa de interés y reduce la inversión. El aumento en la tasa aprecia la tasa de cambio nominal y real, y reduce las exportaciones. En el frente fiscal, el choque empeora los balances fiscales del gobierno, aunque mejora el indicador de endeudamiento por el aumento del PIB. Esto trae como consecuencia una elevación de la prima de riesgo del país y una reducción del endeudamiento privado (recuérdese que en el modelo el endeudamiento público y privado son complementarios). Por último, la política fiscal expansiva lleva a que política monetaria reaccione para reducir la inflación y aumente la tasa de interés de política, lo que deteriora aún más la situación fiscal por el aumento del costo del endeudamiento<sup>28</sup>.

### 7.3. Aumento en el gasto de inversión

En este ejercicio se investigan los efectos de un aumento transitorio de 100 pb en los gastos de inversión del gobierno  $x_t^g$ . En este caso, el aumento requerido en las tasas de tributación o de compensación en los gastos con el fin de cumplir la regla son menores que ante un choque a los gastos de funcionamiento, como lo muestran el panel a) y b) del gráfico 14.

El gráfico 15 indica que el choque a la inversión produce relativamente los mismos efectos positivos sobre el PIB, el consumo, el empleo y el salario real que el de funcionamiento; sin embargo, la diferencia radical se encuentra en la reacción de la inversión privada, que aumenta en esta ocasión después del impacto. De acuerdo con el modelo lo que ocurre es que el choque a la inversión pública aumenta la productividad del capital privado, que responde con un aumento de su inversión, es decir, el choque a la inversión pública atrae la inversión privada y no lo contrario, como sucedía antes. Apréciase que cuando el choque es respondido con el gasto (panel b), el PIB, el consumo, el empleo y la inversión privada sin ambigüedad aumentan al impacto, situación que no se presentaba antes.

Es bueno resaltar que ante el choque actual el multiplicador del gasto es positivo (entre 0,4 y 0,5), sin importar el instrumento que se utilice como respuesta al choque, lo que contrasta con el resultado del choque al funcionamiento. Esto se convierte en evidencia para la literatura empírica que no encuentra explicación del porqué el multiplicador del gasto resulta algunas veces negativo. Seguramente esto tiene que ver con un problema de agregación en las estimaciones, que es develado aquí. Además, se mantiene el resultado que el multiplicador del gasto, en este caso de la inversión, es mayor que el de los impuestos.

<sup>28</sup>Si se tiene en cuenta el precio de los bonos del gobierno, una aumento de la tasa de interés causa su desvalorización y efectos riqueza negativos sobre los hogares. Este argumento es desarrollado por la *Teoría Fiscal del Nivel de Precios*, como se mencionó en la introducción.

Figura 14: Aumento en el gasto de inversión

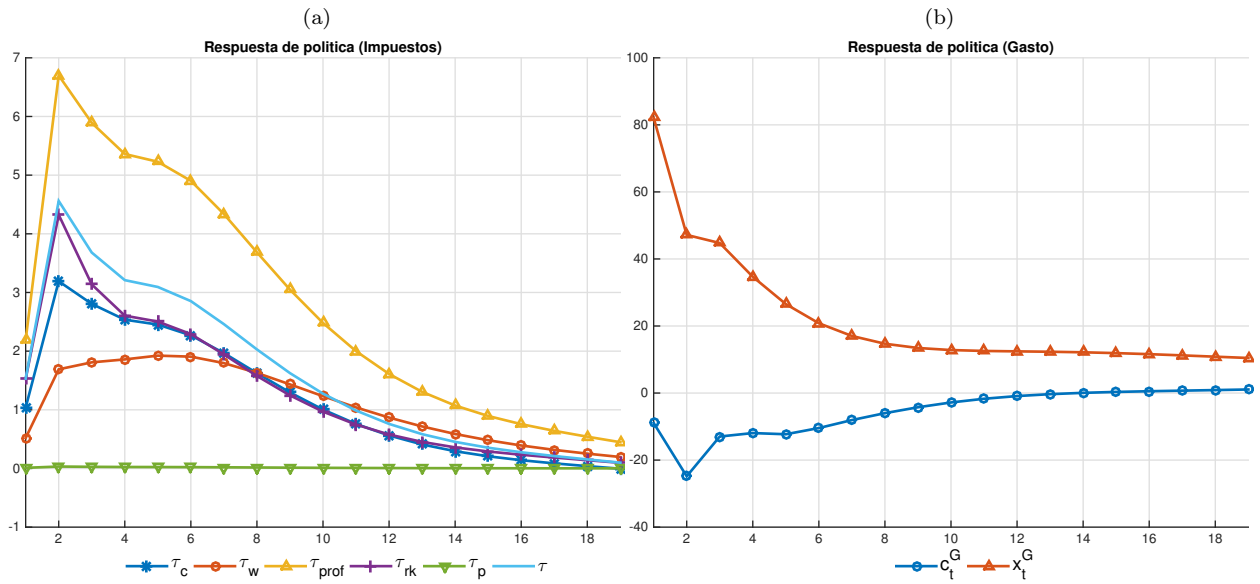


Figura 15: Aumento en el gasto de inversión

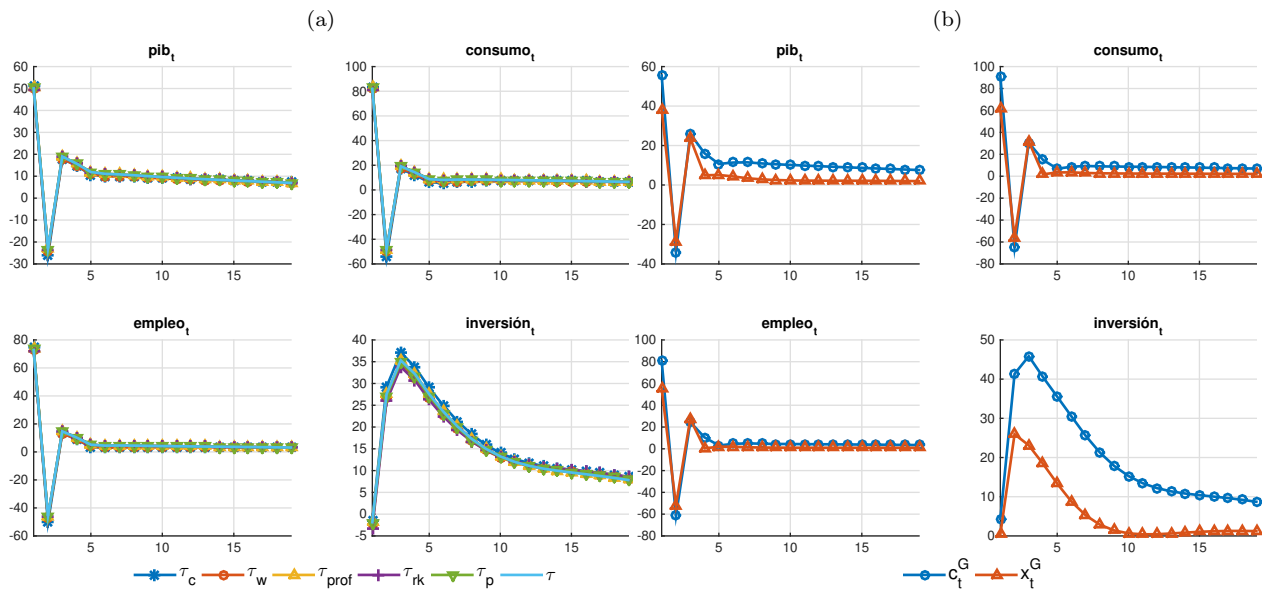
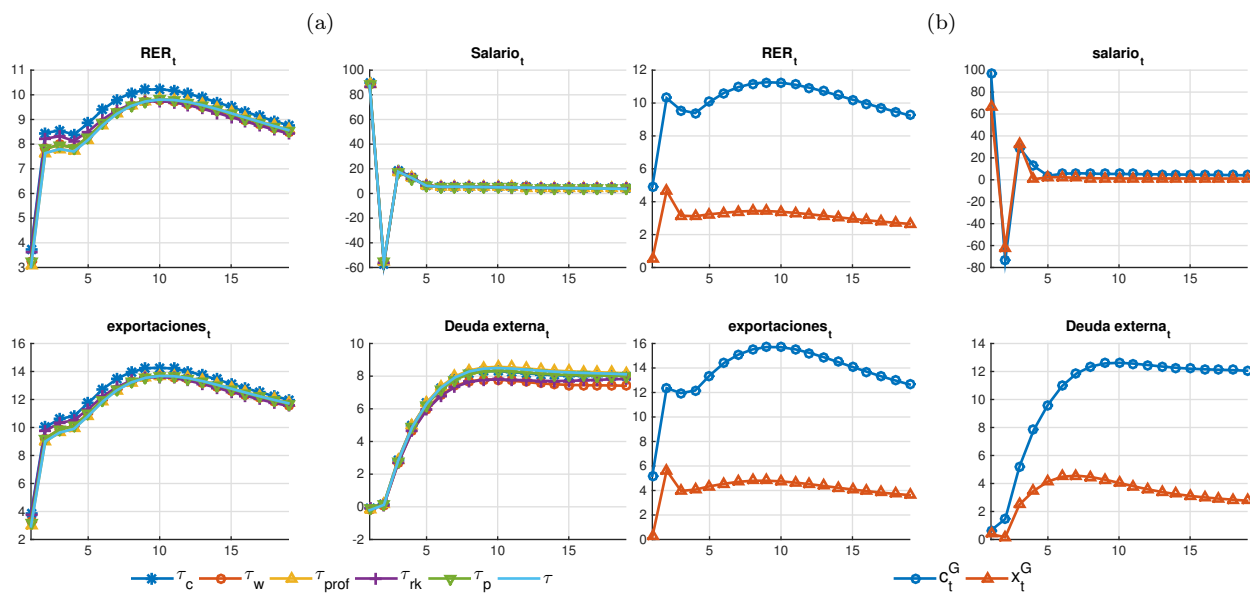


Figura 16: Aumento en el gasto de inversión



En cuanto a las variables externas, el gráfico 16 muestra que el choque a la inversión deprecia la tasa de cambio real, aumenta las exportaciones y tiene un impacto nulo sobre la deuda externa privada al impacto, como se aprecia en los dos paneles. Esto contrasta de manera marcada con el choque al funcionamiento. Una pregunta natural que emerge aquí es por qué se deprecia la tasa de cambio real? La respuesta tiene que ver con la depreciación de la tasa de cambio nominal, que más que compensa la repercusión del aumento de la inflación.

Las repercusiones sobre la inflación y la tasa de interés se presentan en ambos paneles del gráfico 17. Se observa que la inflación aumenta debido al aumento de los salarios, que se reflejan en un incremento de los costos de producción, pero también debido al efecto costo producido por la devaluación nominal sobre los precios de los bienes importados. Como respuesta a las presiones inflacionarias, el banco central aumenta su tasa de interés de política.

En el frente fiscal, el gráfico 18 señala que el choque es neutro estructuralmente, mejora el balance observado (paneles a) y b)) y disminuye la deuda pública. Este resultado se explica por el aumento de los recaudos, principalmente por impuesto de renta y patrimonio ante el choque fiscal.

En breve, el choque al gasto de inversión del gobierno aumenta el PIB, el consumo, el empleo, la inversión privada, el salario real, las tasas de cambio, las exportaciones, la inflación y la tasa de interés. La situación fiscal mejora, se reduce el riesgo país y la deuda externa privada se incrementa. Desde el punto de vista de política económica, el choque fiscal causa una reacción contractiva de la autoridad monetaria, que esta vez no deteriora la situación fiscal.

#### 7.4. Aumento de la tasa de interés de política monetaria

En este ejercicio se estudian las consecuencias de un aumento de 100 pb en la tasa de interés de política monetaria  $i_t$ . Como respuesta se utilizan diferentes instrumentos para garantizar el cumplimiento de la regla fiscal. El panel a) del gráfico 19 exhibe los ajustes requeridos por tasa impositiva y el b) por tipo de gasto. Se observa que las tasas no cambian al impacto, pero luego deben aumentar, principalmente los impuestos a las utilidades, rentas del capital y consumo. Si el instrumento son los gastos, el esfuerzo es más que proporcional al valor del choque en la tasa de interés, siendo la inversión del gobierno la que debe ajustarse en mayor medida.

El gráfico 20 presenta las implicaciones sobre el producto, el consumo, el empleo y la inversión privada del aumento de la tasa de interés de política monetaria, para los dos tipos de instrumentos. Se observa que independientemente del instrumento utilizado, el impacto sobre tales variables es drástico y se realimenta con el efecto negativo sobre el producto causado por la respuesta contractiva de la política fiscal con el fin de cumplir la regla. Este resultado evidencia un comportamiento fuertemente restrictivo de las dos políticas y, en particular, de la fiscal, cuya regla lo obliga a ser contractivo ante el choque de política monetaria<sup>29</sup>. Por último, vale la pena resaltar la

<sup>29</sup>Una de las críticas a la regla fiscal chilena, de donde se toma la regla fiscal colombiana, es su falta de contraciclicidad (Corbo et al.,

Figura 17: Aumento en el gasto de inversión

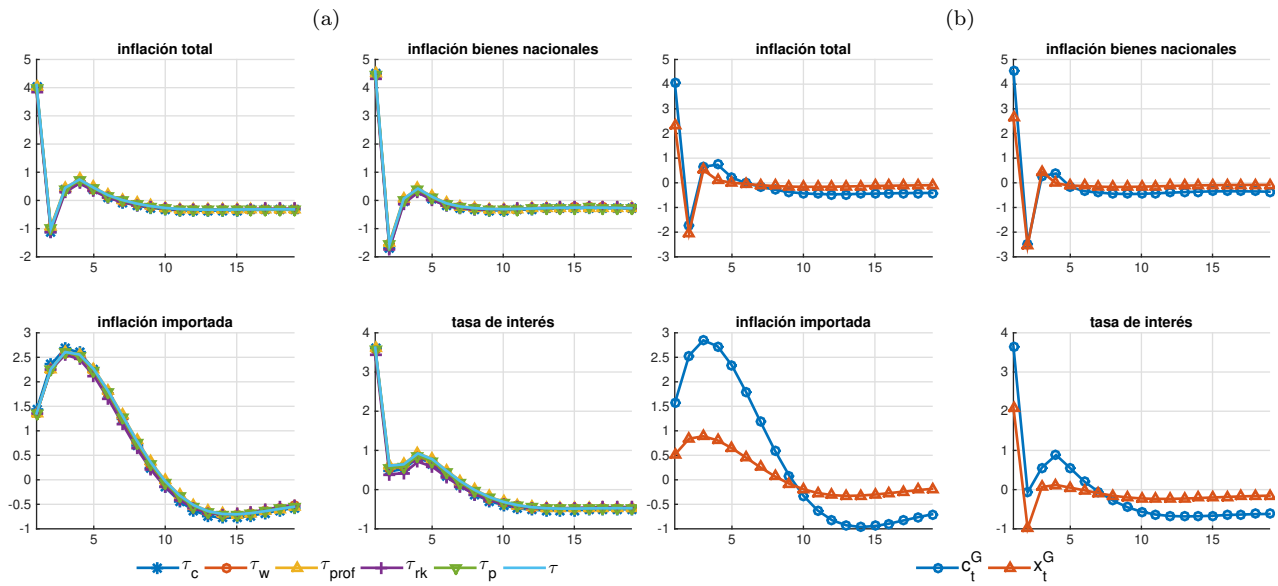


Figura 18: Aumento en el gasto de inversión

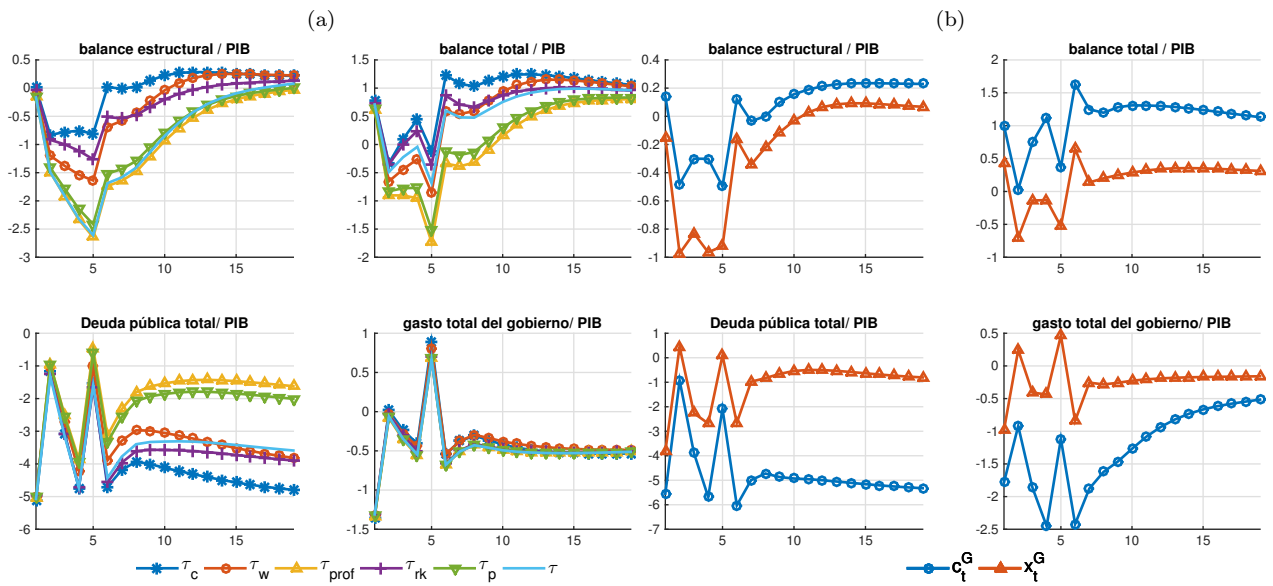
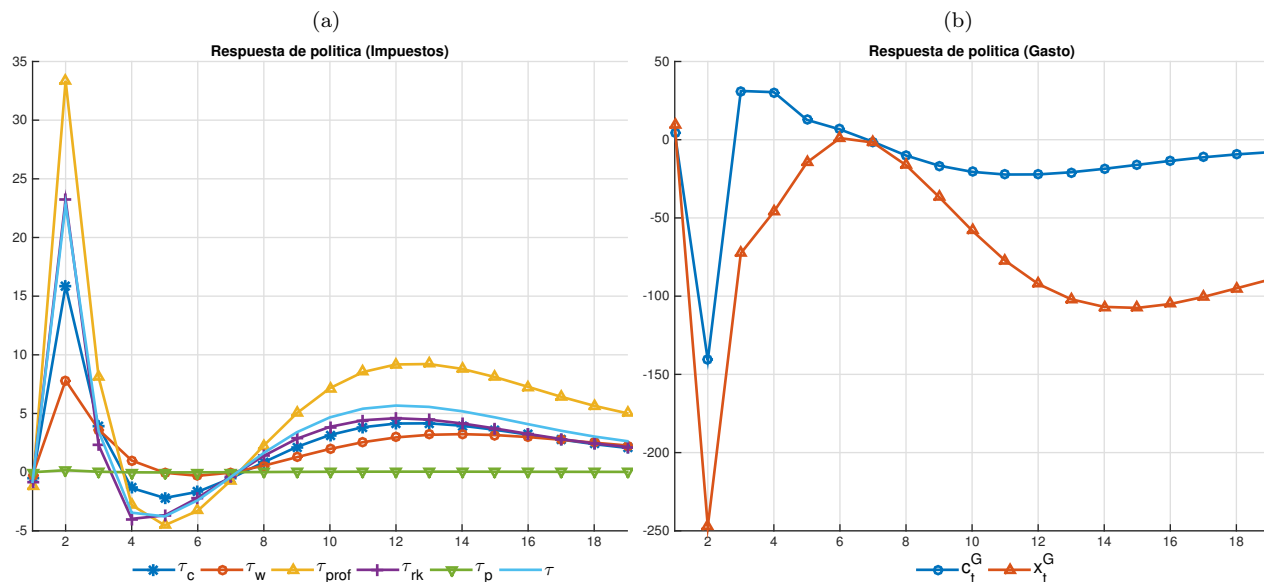


Figura 19: Aumento de la tasa de interés de política monetaria



persistencia negativa que tiene el choque sobre la inversión privada.

El gráfico 21 muestra las implicaciones del choque sobre la tasa de cambio real y los salarios reales. Se observa una apreciación de la tasa de cambio real y una fuerte caída del salario real. La apreciación es resultado de la apreciación nominal causada por la ampliación en el diferencial de tasas de interés nominales en favor de la tasa local, que más que compensa la presión a la devaluación proveniente de la caída de la inflación. Nótese que la apreciación también reduce la inflación de los bienes importados. El salario real disminuye por la caída estrepitosa de la demanda agregada y por el supuesto de rigidez de precios. Esto se ve reflejado en la caída de los costos marginales que, junto con la apreciación y la caída de los precios de los importados realimentan el efecto del choque monetario y presionan la inflación a la baja (Gráfico 22).

En el frente externo, la apreciación real reduce las exportaciones de bienes no mineros y la deuda externa privada, que no cambia al impacto pero luego disminuye como consecuencia del aumento del costo del financiamiento externo vía el aumento de la prima de riesgo del país.

En cuanto a la situación fiscal del gobierno, el gráfico 23 indica que el choque a la tasa de interés deteriora los balances fiscales y, especialmente, el indicador de la deuda, que aumenta por el mayor desbalance fiscal así como por la caída de la economía y el aumento del costo del endeudamiento. Como resultado del deterioro fiscal aumenta el riesgo país y el costo privado de endeudarse en el exterior, como se comentó antes.

En conclusión, el choque a la tasa de interés deteriora de manera brusca el producto, el consumo, el empleo y la inversión privada. Estos efectos se realimentan con la respuesta positiva de los impuestos y la reducción del gasto del gobierno, con el fin de cumplir la regla fiscal. Claramente, las dos políticas actúan de manera contractiva. De la misma manera, el choque reduce los salarios reales, aprecia las tasas de cambio y deteriora las exportaciones no mineras, lo que se refleja en una presión adicional a la baja de la inflación. Por otro lado, el choque deteriora la situación fiscal y el costo del endeudamiento tanto para el gobierno como para el sector privado. Desde el punto de vista de la política económica, los resultados indican que el choque a la política monetaria es refrendado por la política fiscal y que la regla fiscal puede convertirse en un mecanismo que ayuda a profundizar una situación macroeconómica negativa, como en el caso del choque analizado.

## 7.5. Aumento de la renta petrolera del gobierno

En esta simulación se examinan las consecuencias de un aumento de los ingresos petroleros del país del 1%. Obsérvese que este aumento afecta directamente la producción petrolera en la proporción definida en la calibración.

2011). Los resultados parecen corroborar también dicha crítica para el caso colombiano. Adviértase que la ley de la regla fiscal incluye un artículo (“Artículo 6”) que de manera exógena le da cierta contraciclicidad a la regla, más allá de la procurada por los estabilizadores automáticos. El modelo desarrollado no realiza dicho ajuste. Por otro lado, la ley incluye una cláusula de escape (“Artículo 11”) ante “eventos extraordinarios que comprometan la estabilidad macroeconómica del país”.

Figura 20: Aumento de la tasa de interés de política monetaria

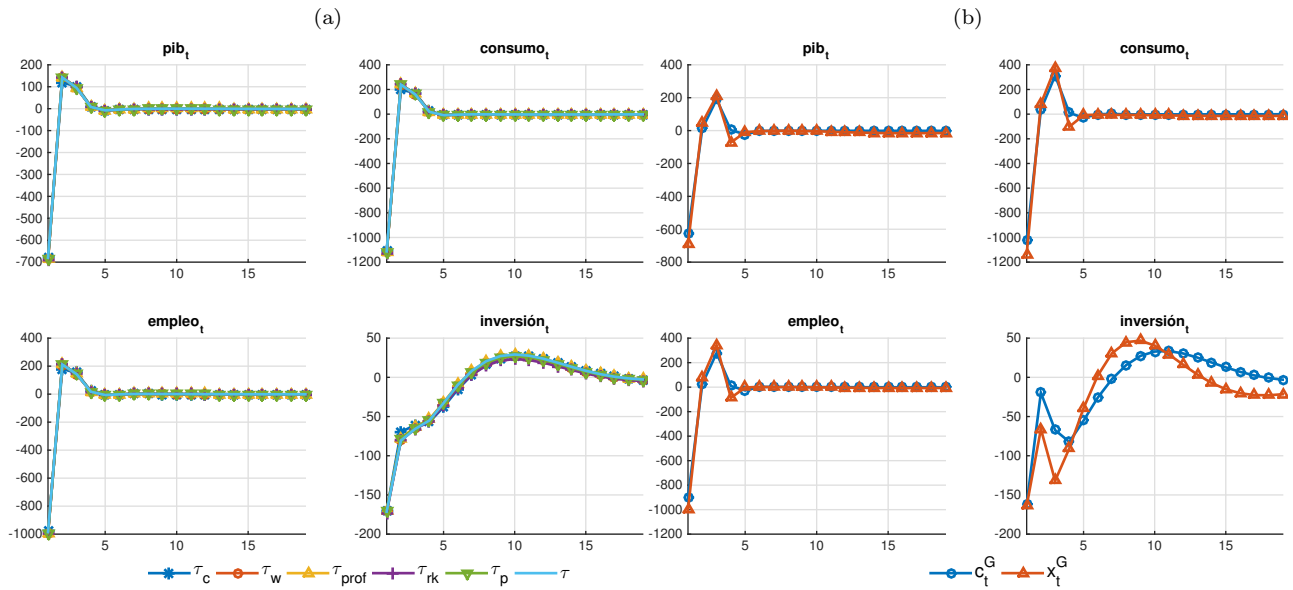


Figura 21: Aumento de la tasa de interés de política monetaria

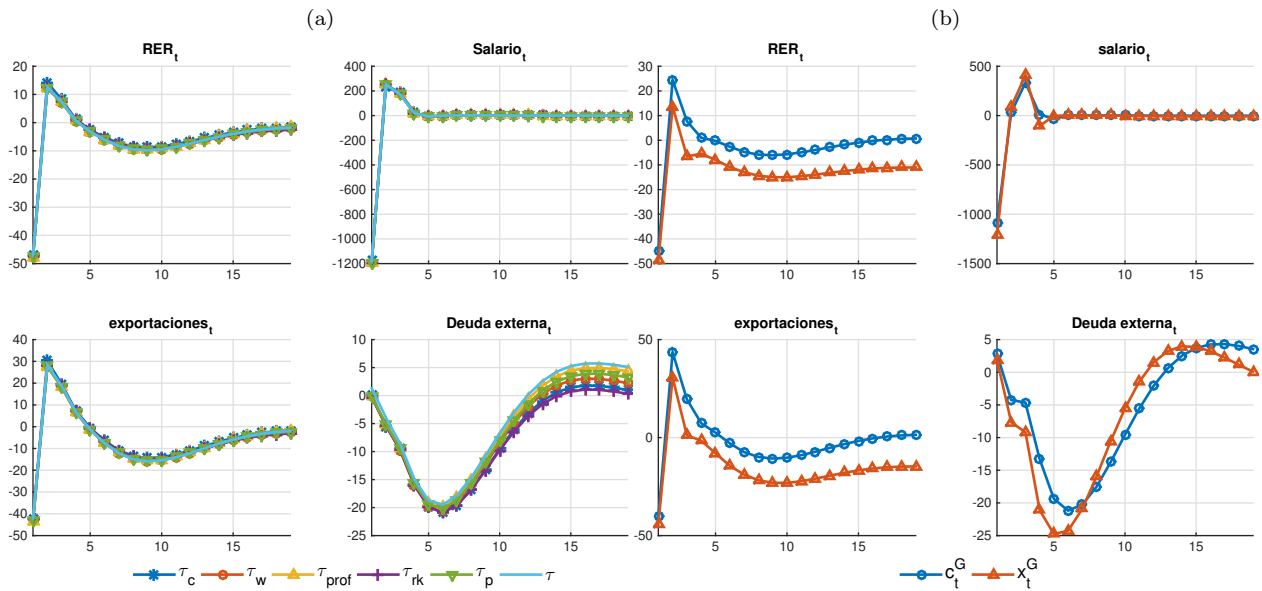




Figura 22: Aumento tasa de interés de política

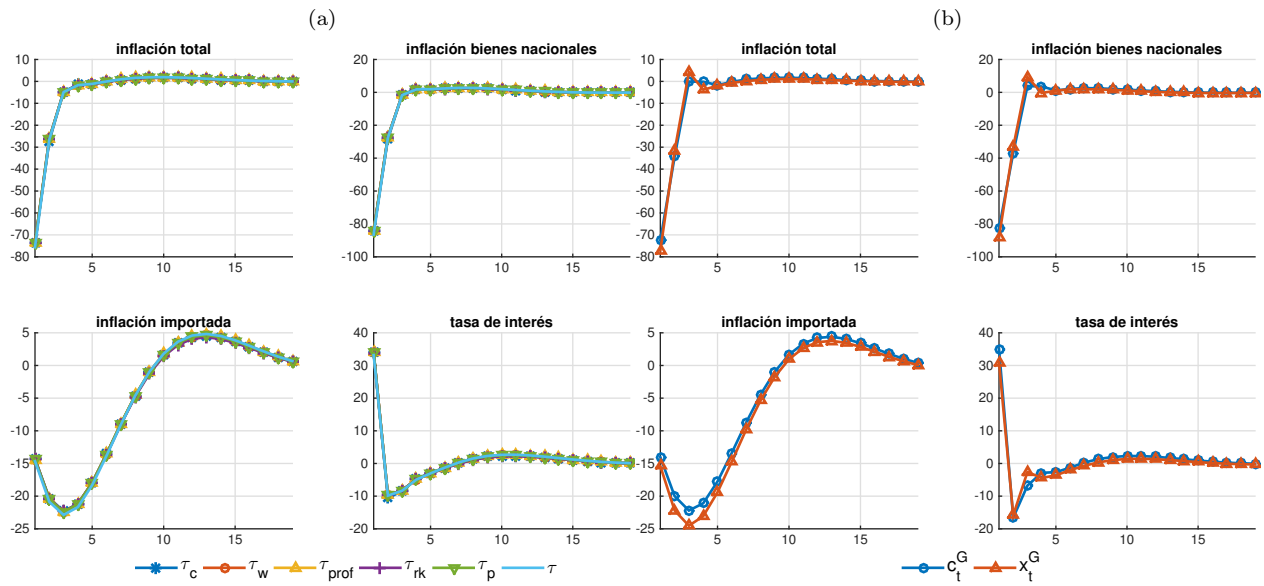


Figura 23: Aumento de la tasa de interés de política monetaria

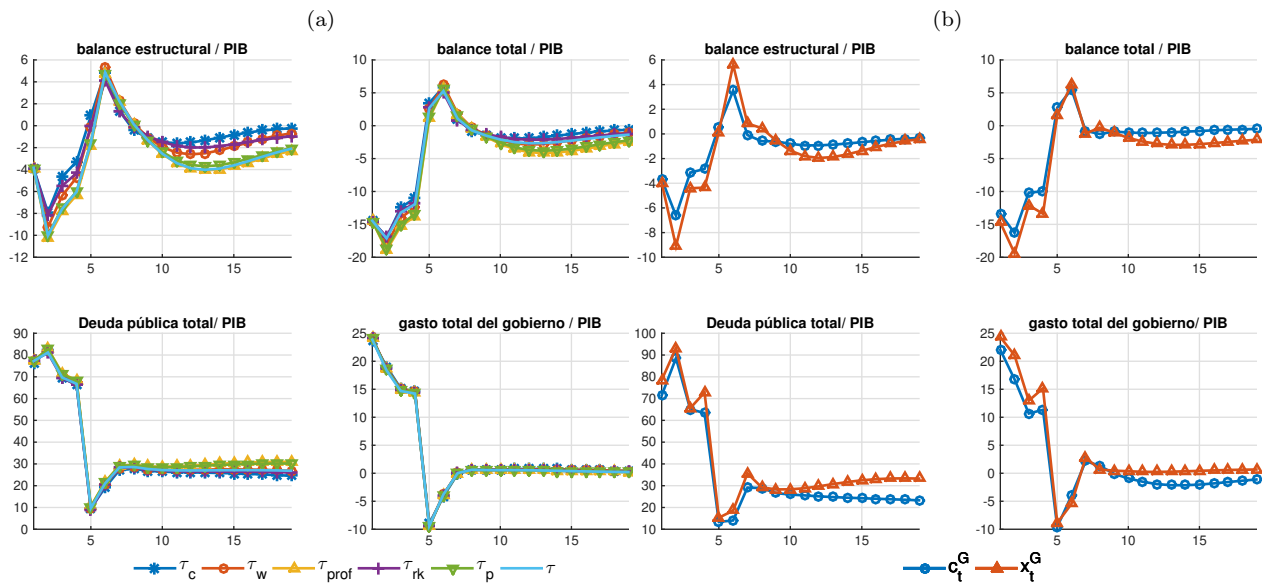
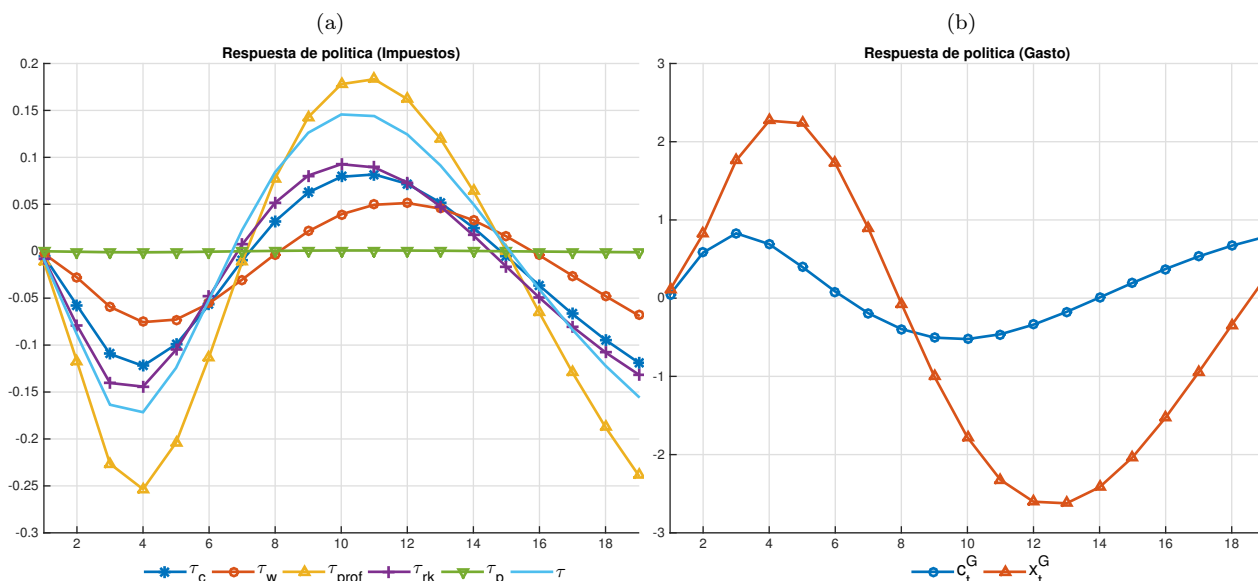


Figura 24: Aumento de la renta petrolera del gobierno



Por este motivo, en el gráfico 25 se observa que el producto se incrementa en aproximadamente 8 pb. Desde el punto de vista de la finanzas del gobierno, el choque mencionado es consistente con un aumento de su renta petrolera del orden de 0,13 % del PIB.

En primer lugar, como lo ilustra el gráfico 24, la respuesta de los instrumentos es nulo al impacto y luego menor, tanto en la reducción necesaria en los impuestos para cumplir la regla como en el aumento del gasto.

De manera adicional al efecto directo que tiene el choque sobre la producción petrolera, se presentan otros canales a través de los cuales se afectan las decisiones de los hogares, firmas y gobierno. En primera instancia, dado que una parte de los ingresos provenientes del sector minero son de los hogares, se provoca un efecto ingreso positivo que explica el aumento del consumo y una disminución del empleo y la inversión privada (Gráfico 25).

Por el lado del sector externo, las tasas de cambio nominal y real se aprecian, ante mayores entradas de recursos corrientes externos, e impactan negativamente las exportaciones no mineras reduciendo la producción de este tipo de bienes (Gráfico 26). La reducción de la demanda de estos bienes representa una reducción de los costos de producción, especialmente del salario real. Ante las menores presiones cambiarias y de costos, la inflación disminuye y con ella la tasa de interés (Gráfico 27). Por ultimo, el aumento en los ingresos mineros produce una caída en el endeudamiento externo privado.

Con el leve mejoramiento de los balances fiscales del gobierno, su deuda se reduce. Esto permite una reducción del riesgo país que realimenta la entrada de capitales y la apreciación de la moneda local (Gráfico 28).

En resumen, el choque a los ingresos petroleros aumenta el producto y el consumo y reduce el empleo, el salario real y la inversión privada. En el frente externo aprecia las tasas de cambio y deteriora las exportaciones privadas diferentes al crudo. Este fenómeno ha sido interpretado por la literatura como una consecuencia económica de la llamada “enfermedad holandesa”, que se presenta cuando existen choques positivos al precio o los ingresos de algún bien primario, en este caso, del petróleo<sup>30</sup>. Por último, la inflación cae en respuesta a la apreciación cambiaria y a la reducción de costos, que lleva a una reducción de la tasa de interés. Los balances fiscales mejoran y su deuda cae.

<sup>30</sup>Esta anomalía fue estudiada recientemente para el caso colombiano por Ojeda et al. (2013) .

Figura 25: Aumento de la renta petrolera del gobierno

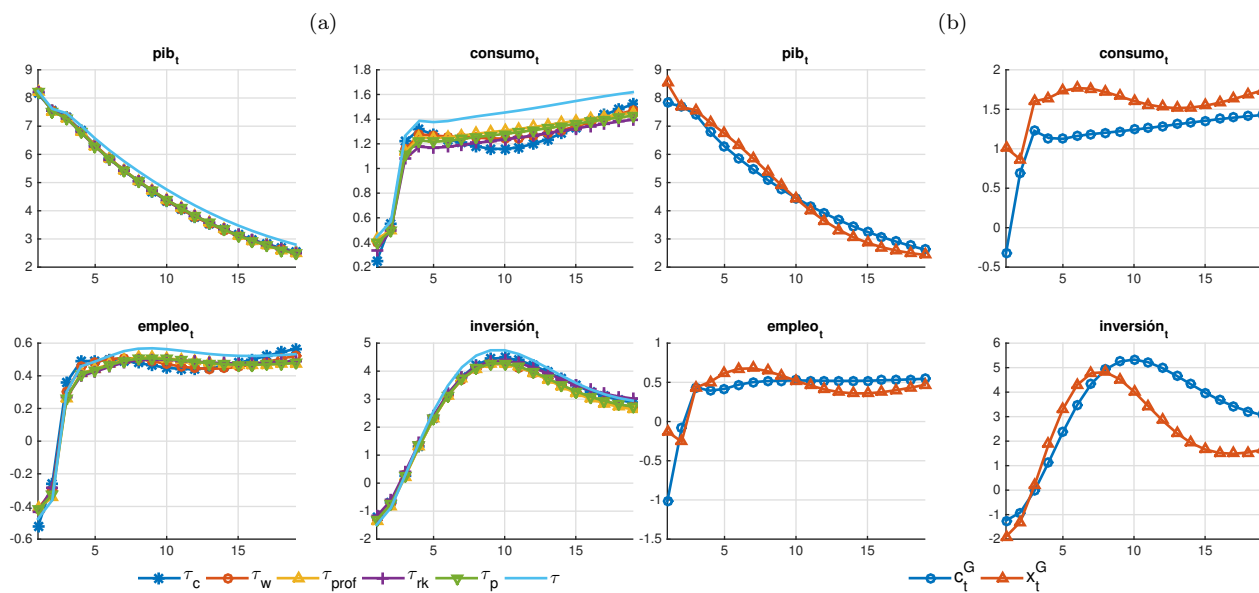


Figura 26: Aumento de la renta petrolera del gobierno

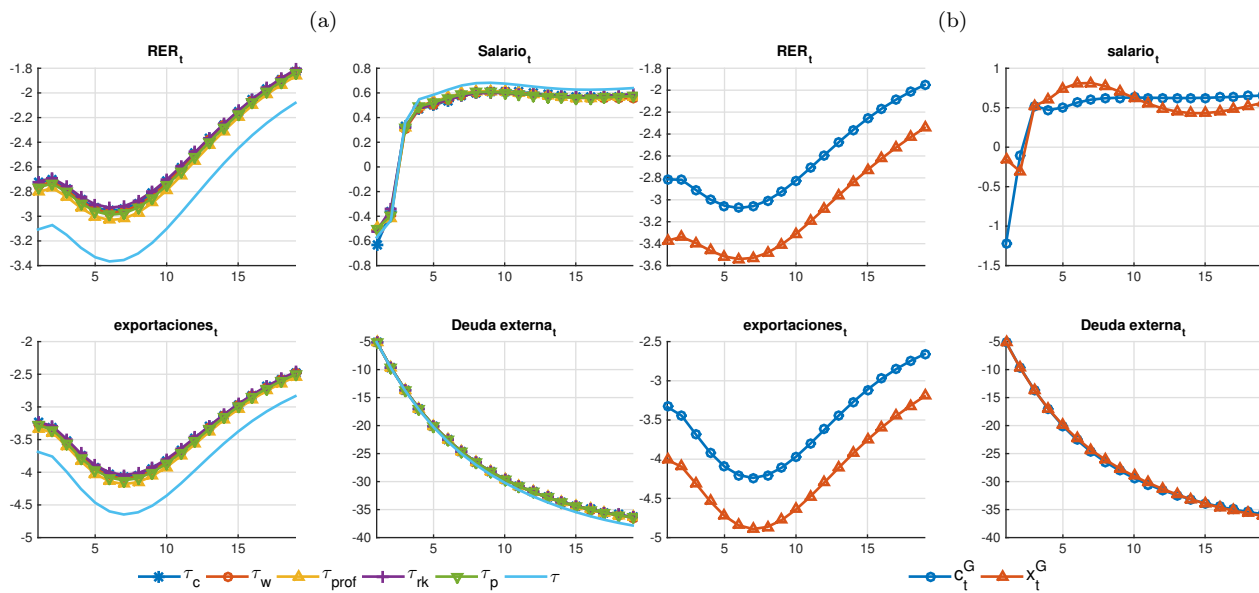


Figura 27: Aumento de la renta petrolera del gobierno

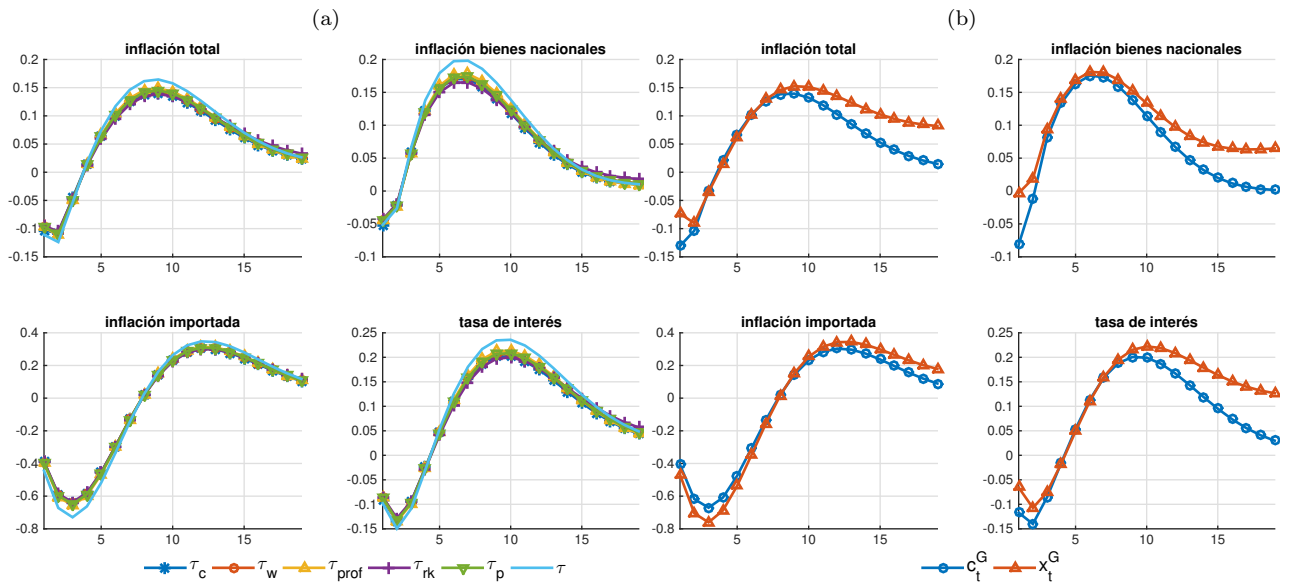
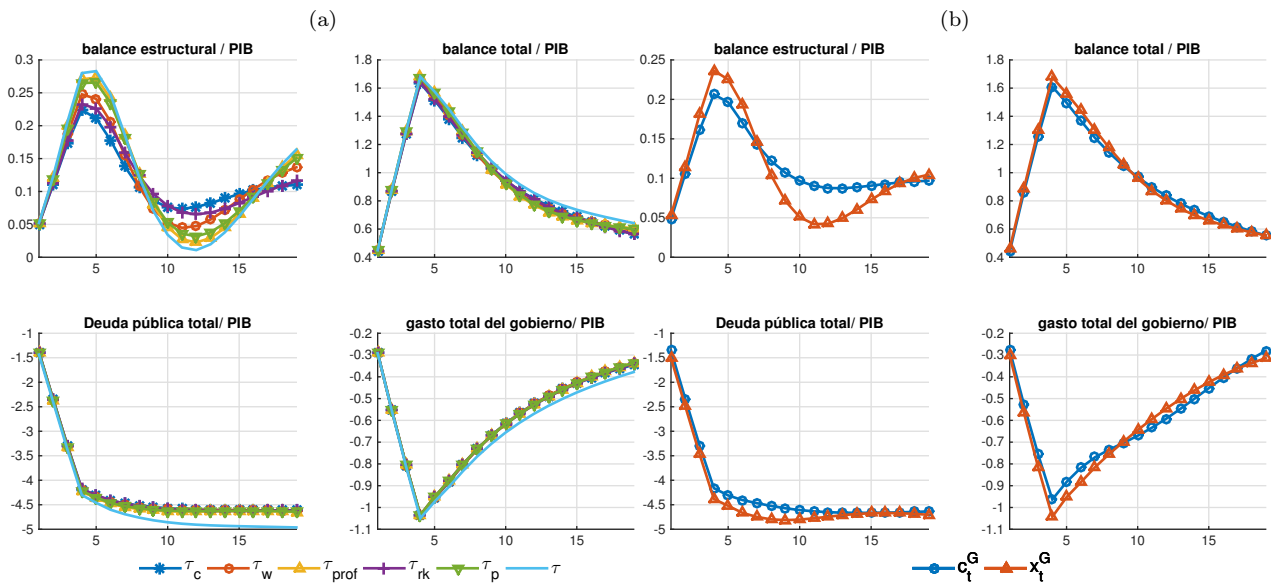


Figura 28: Aumento de la renta petrolera del gobiernos



## 8. Conclusiones

El gobierno es un agente que influye sobre la actividad económica por medio de sus políticas de ingreso y de gasto. También es un determinante importante de la estabilidad macroeconómica de un país. Estas dos razones motivaron el presente estudio, que se considera novedoso porque llena un gran vacío existente en la literatura colombiana que ha estudiado las finanzas del gobierno, ya que formaliza y modela su comportamiento y los impactos macroeconómicos de su actuar y su interrelación con la política monetaria. Así, el documento construyó un modelo microfundamentado de equilibrio general dinámico y estocástico neokeynésiano-DSGE para Colombia con el propósito de que sirva como herramienta de análisis de la política fiscal y su nexa con la economía y la política monetaria.

Una vez que se construye, calibra y estima el modelo, teniendo en cuenta las particularidades económicas e institucionales de la economía colombiana, se procedió a simular sus respuestas ante cuatro choques positivos y transitorios de política económica y uno a los ingresos petroleros del país, con las siguientes conclusiones.

En primer lugar, el choque a las tasas de tributación disminuyen el PIB, el consumo, el empleo, el salario real, la inflación y la tasa de interés. En contraste, aumentan la inversión privada, excepto para los impuestos a los salarios y a las rentas del capital, la tasa de cambio real y las exportaciones. Por su lado, los balances fiscales observado y estructural del gobierno mejoran, lo mismo que el indicador de deuda.

El choque al gasto de funcionamiento del gobierno eleva el PIB, el consumo, el empleo, el salario real y la inflación. A su vez, incrementa la tasa de interés y reduce la inversión. El aumento en la tasa aprecia la tasa de cambio nominal y real y reduce las exportaciones. En el frente fiscal, el choque empeora los balances fiscales del gobierno y aumenta su endeudamiento. Esto trae como consecuencia una elevación de la prima de riesgo del país y una reducción del endeudamiento privado (recuérdese que en el modelo el endeudamiento público y privado son complementarios). Debe llamarse la atención que cuando la respuesta de política al choque es un recorte a la inversión pública, el multiplicador del gasto se vuelve negativo y el consumo, el empleo, el salario real, la inflación y la tasa de interés caen. Finalmente, la política fiscal expansiva lleva a que política monetaria reaccione y aumente la tasa de política, lo que deteriora aún más la situación fiscal por el aumento del costo del endeudamiento.

Por su lado el choque al gasto de inversión del gobierno tiene repercusiones que contrastan de manera marcada con el choque al gasto de funcionamiento. Así, el choque incrementa el PIB, el consumo, el empleo, la inversión privada, el salario real, las tasas de cambio, las exportaciones, la inflación y la tasa de interés. Además, mejora la situación fiscal, reduce el riesgo país y permite que el sector privado aumente su exposición a la deuda externa. En cuanto a las repercusiones de política económica, el choque a la inversión pública genera una reacción restrictiva de la autoridad monetaria, que no deteriora las finanzas del gobierno.

Cuando el choque se realiza a la tasa de interés de política monetaria, se deterioran de manera brusca el producto, el consumo, el empleo y la inversión privada. Estos efectos se realimentan por la respuesta positiva de los impuestos y la reducción del gasto del gobierno, con el fin de cumplir la regla fiscal. Claramente, las dos políticas actúan de manera coordinada. De la misma manera, el choque reduce los salarios reales, aprecia las tasas de cambio y deteriora las exportaciones privadas, lo que se refleja en una caída brusca de la inflación. Por otro lado, el choque deteriora la situación fiscal y el costo del endeudamiento tanto para el gobierno como para el sector privado.

En último lugar, el choque al ingreso petrolero del país, que se refleja en un aumento de la renta petrolera del gobierno, aumenta el producto y el consumo y reduce el empleo, el salario real y la inversión. En el frente externo aprecia las tasas de cambio y deteriora las exportaciones privadas diferentes al crudo. La inflación cae en respuesta a la apreciación cambiaria y a la reducción de costos, que lleva a una reducción de la tasa de interés. Los balances fiscales mejoran y la deuda cae.

A partir del modelo y sus simulaciones se pueden extraer por lo menos cinco lecciones de política económica. Primera, la inflación es un asunto que compete a la política monetaria, como se sabe, pero también a la política fiscal. Segunda, los choques positivos a la política fiscal son contrarrestados en cierto grado por la política monetaria; por el contrario, choques a esta última son refrendados por la política fiscal. Tercera, el choque al gasto de funcionamiento del gobierno desplaza a la inversión privada. Lo contrario sucede con el choque a la inversión. En este mismo sentido, el recorte al gasto de inversión impacta en mayor medida a la economía que el ajuste al de funcionamiento. Cuarta, el balance estructural del gobierno depende del tipo de choque de política que enfrenta la economía. Quinta, la regla fiscal cumple un rol estabilizador de las finanzas del gobierno y de la economía, como es su objetivo; sin embargo, puede convertirse a la vez en un agravante de la situación macroeconómica ante ciertos choques.

Para terminar, es bueno recordar que las funciones impulso-respuesta presentadas y analizadas representan resultados a choques positivos y transitorios. Como afirmamos en la introducción, una de las diferencias fundamentales entre la política fiscal y monetaria es que la primera puede afectar de manera permanente la economía. Por este motivo, un proyecto de investigación en desarrollo utiliza el modelo FISCO para evaluar los impactos macroeconómicos de choques de carácter permanente a los impuestos, a los ingresos petroleros del país y del gobierno y a variables como la tasa de interés externa y el riesgo país. Como se verá, dicho choques cambian el estado estacionario

o equilibrio de largo plazo de la economía.

## Referencias

- Arin, K. & Koray, F. (2006). Are some taxes different than others? An empirical investigation of the effects of tax policy in Canada. *Empirical Economics*, 31(1), 183–193.
- Auerbach, A. J. & Gorodnichenko, Y. (2012). Fiscal Multipliers in Recession and Expansion. In *Fiscal Policy after the Financial Crisis*, NBER Chapters (pp. 63–98). National Bureau of Economic Research, Inc.
- Blanchard, O. & Perotti, R. (2002). An Empirical Characterization Of The Dynamic Effects Of Changes In Government Spending And Taxes On Output. *The Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 1329–1368.
- Bonaldi, P., González, A., & Rodríguez, D. (2011). Importancia de las rigideces nominales y reales en Colombia: un enfoque de equilibrio general dinámico y estocástico. *ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA*, 29, 48–78.
- Bouakez, H. & Rebei, N. (2007). Why does private consumption rise after a government spending shock? *Canadian Journal of Economics*, 40(3), 954–979.
- Burriel, P., de Castro, F., Garrote, D., Gordo, E., Paredes, J., & Pérez, J. J. (2010). Fiscal Policy Shocks in the Euro Area and the US: An Empirical Assessment. *Fiscal Studies*, 31(2), 251–285.
- Caldara, D. & Kamps, C. (2008). *What are the effects of fiscal policy shocks? A VAR-based comparative analysis*. Working Paper Series 0877, European Central Bank.
- Campbell, J. Y. & Mankiw, N. G. (1989). Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence. In *NBER Macroeconomics Annual 1989, Volume 4*, NBER Chapters (pp. 185–246). National Bureau of Economic Research, Inc.
- Canzoneri, M. B., Cumby, R. E., & Diba, B. T. (2002). Should the European Central Bank and the Federal Reserve be concerned about fiscal policy? *Proceedings - Economic Policy Symposium - Jackson Hole*, (pp. 333–389).
- Carrasquilla, A. & Rincón, H. (1990). Relaciones entre déficit público y ahorro privado: Aproximaciones al caso colombiano. *ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA*, 18, 75–98.
- Chu, K., Gupta, S., Clements, B., Hewitt, D., Lugaresi, S., Schiff, J., & Schuknecht, L. and Schwartz, G. (1995). *Unproductive Public Expenditures: A Pragmatic Approach to Policy Analysis*. Technical Report 48, International Monetary Fund.
- Cochrane, J. H. (1998). A frictionless view of u.s. inflation. In B. S. Bernanke & J. J. Rotemberg (Eds.), *NBER Macroeconomics Annual*, volume 14 (pp. 323–384). NBER.
- Colander, D., Howitt, P., Kirman, A., Leijonhufvud, A., & Mehrling, P. (2008). Beyond DSGE Models: Toward an Empirically Based Macroeconomics. *American Economic Review*, 98(2), 236–40.
- Colciago, A. (2011). Rule of thumb consumers meet sticky wages. *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(2-3), 325–353.
- Corbo, V., Caballero, R., Marcel, M., Rosende, F., Schmidt-Hebbel, K. and Vergara, R., & Vialver, J. (2011). *Informe Comité Regla Fiscal, Comité Asesor para el diseño de una política fiscal de balance estructural de segunda generación para Chile*. Technical report, Ministerio de Hacienda de Chile.
- De Castro, F. & Hernández, P. (2008). The economic effects of fiscal policy: The case of Spain. *Journal of Macroeconomics*, 30(3), 1005–1028.
- DeBelle, G., Masson, P., Savastano, M., & Sharma, S. (1998). *Inflation Targeting as a Framework for Monetary Policy*. Economic Issues 15, International Monetary Fund.
- Dungey, M. & Fry, R. (2009). The identification of fiscal and monetary policy in a structural VAR. *Economic Modelling*, 26(6), 1147–1160.
- Echeverry, J. C., Suescún, R., & Alonso, G. (2011). *Regla Fiscal para Colombia*. Notas Fiscales 4, Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

- Favero, C. & Giavazzi, F. (2007). *Debt and the effects of fiscal policy*. Working Papers 317, IGIER (Innocenzo Gasparini Institute for Economic Research), Bocconi University.
- Fontana, G. (2009). The transmission mechanism of fiscal policy: a critical assessment of current theories and empirical methodologies. *Journal of Post Keynesian Economics*, 31(4), 587–604.
- Forni, M. & Gambetti, L. (2010). *Fiscal Foresight and the Effects of Government Spending*. Center for Economic Research (RECent) 049, University of Modena and Reggio E., Dept. of Economics "Marco Biagi".
- Galí, J., López-Salido, J., & Vallés, J. (2007). Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227–270.
- Giordano, R., Momigliano, S., Neri, S., & Perotti, R. (2007). The effects of fiscal policy in Italy: Evidence from a VAR model. *European Journal of Political Economy*, 23(3), 707–733.
- González, A., López, M., Rodríguez, N., & Téllez, S. (2014). Fiscal policy in a small open economy with oil sector and non-ricardian agents. *Desarrollo y Sociedad*, (73).
- González, A., Rincón, H., & Rodríguez, N. (2010). The transmission of shocks to the exchange rate on the inflation of imported goods in the presence of asymmetries. In *Mecanismos de transmisión de la política monetaria en Colombia*. Universidad Externado de Colombia y Banco de la República.
- Goodhart, C. A. E. (2005). The foundations of macroeconomics: Theoretical rigour versus empirical realism. In *History of Macroeconomics*.
- Greenwood, J., Hercowitz, Z., & Huffman, G. W. (1988). Investment, capacity utilization, and the real business cycle. *American Economic Review*, 79(3), 402–417.
- Hamann, F., Lozano, L., & Mejía, L. (2011). *Sobre el impacto macroeconómico de los beneficios tributarios al capital*. BORRADORES DE ECONOMIA 008952, BANCO DE LA REPÚBLICA.
- Hebous, S. (2011). The Effects Of Discretionary Fiscal Policy On Macroeconomic Aggregates: A Reappraisal. *Journal of Economic Surveys*, 25(4), 674–707.
- Henry, J., de Cos, P. H., & Momigliano, S. (2004). *The short-term impact of government budgets on prices; evidence from macroeconomic models*. Temi di discussione (Economic working papers) 523, Bank of Italy, Economic Research and International Relations Area.
- Ilzetzki, E., Mendoza, E. G., & Végh, C. A. (2013). How big (small?) are fiscal multipliers? *Journal of Monetary Economics*, 60(2), 239–254.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Macmillan Cambridge University Press.
- Kumhof, M. & Laxton, D. (2009). *Simple, implementable fiscal policy rules*. IMF Working Papers 76, International Monetary Fund.
- Leeper, E. (1991). Equilibria under ‘active’ and ‘passive’ monetary and fiscal policies. *Journal of Monetary Economics*, 27(1), 129–147.
- Leeper, E., Walker, T., & Yang, S.-C. (2010). *Government Investment and Fiscal Stimulus*. Working Paper 229, International Monetary Fund.
- Leeper, E. M. & Walker, T. B. (2012). Perceptions and Misperceptions of Fiscal Inflation. In *Fiscal Policy after the Financial Crisis*, NBER Chapters (pp. 255–299). National Bureau of Economic Research, Inc.
- Lozano, I. & Rodríguez, K. (2011). Assessing the macroeconomic effects of fiscal policy in Colombia. *Journal of Financial Economic Policy*, 3(3), 206–228.
- Marcellino, M. (2006). Some stylized facts on non-systematic fiscal policy in the Euro area. *Journal of Macroeconomics*, 28(3), 461–479.
- Mazar, Y. (2011). The effect of fiscal policy and its components on gdp in israel. *Israel Economic Review*, 9, 1–28.

- Medina, J. P. & Soto, C. (2007). *Copper Price, Fiscal Policy and Business Cycle in Chile*. Working Paper 458, Central Bank of Chile.
- Mertens, K. & Ravn, M. O. (2011). Understanding the Aggregate Effects of Anticipated and Unanticipated Tax Policy Shocks. *Review of Economic Dynamics*, 14(1), 27–54.
- Mertens, K. & Ravn, M. O. (2013). The Dynamic Effects of Personal and Corporate Income Tax Changes in the United States. *American Economic Review*, 103(4), 1212–47.
- Monacelli, T. & Perotti, R. (2008a). *Fiscal policy, wealth effects and markups*. Working Paper 14584, NBER.
- Monacelli, T. & Perotti, R. (2008b). Openness and the sectoral effects of fiscal policy. *Journal of the European Economic Association*, 6(2-3), 395–403.
- Monacelli, T. & Perotti, R. (2010). Fiscal policy, the real exchange rate and traded goods. *Economic Journal*, 120(544), 437–461.
- Mountford, A. & Uhlig, H. (2009). What are the effects of fiscal policy shocks? *Journal of Applied Econometrics*, 24(6), 960–992.
- Neri, S. (2001). *Assessing the effects of monetary and fiscal policy*. Temi di discussione (Economic working papers) 425, Bank of Italy, Economic Research and International Relations Area.
- Ojeda, J., Parra, J., & Vargas, C. (2013). *Auge minero-energético en Colombia: efectos macroeconómicos y respuestas de política fiscal*. Banco de la República.
- Perotti, R. (2005). Estimating the effects of fiscal policy in OECD countries. *Proceedings*.
- Quaghebeur, E. (2013). *Learning and the Size of the Government Spending Multiplier*. Working Papers of Faculty of Economics and Business Administration, Ghent University, Belgium 13/851, Ghent University, Faculty of Economics and Business Administration.
- Ravnik, R. & Zilic, I. (2011). The use of SVAR analysis in determining the effects of fiscal shocks in Croatia. *Financial Theory and Practice*, 35(1), 25–58.
- Restrepo, J. E. & Rincón, H. (2006). *Identifying Fiscal Policy Shocks in Chile and Colombia*. Working Papers Central Bank of Chile 370, Central Bank of Chile.
- Rincón, H. (2000). Devaluación y precios agregados en Colombia, 1980-1998. *REVISTA DESARROLLO Y SOCIEDAD*, 46, 109–144.
- Rincón, H., Caicedo, É., & Rodríguez, N. (2007). Exchange Rate Pass-Through Effects: A Disaggregate Analysis Of Colombian imports Of Manufactured Goods. *ENSAYOS SOBRE POLÍTICA ECONÓMICA*, 54, 90–121.
- Romer, C. D. & Romer, D. H. (2010). The Macroeconomic Effects of Tax Changes: Estimates Based on a New Measure of Fiscal Shocks. *American Economic Review*, 100(3), 763–801.
- Sargent, T. & Wallace, N. (1981). *Some Unpleasant Monetarist Arithmetic*. Quarterly Review 3, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Sims, C. A. (1994). A simple model for study of the determination of the price level and the interaction of monetary and fiscal policy. *Economic Theory*, 4(3), 381–399.
- Vargas, H., Gonzalez, A., & Lozano, I. (2012). Macroeconomic effects of structural fiscal policy changes in Colombia. In B. for International Settlements (Ed.), *Fiscal policy, public debt and monetary policy in emerging market economies*, volume 67 of *BIS Papers chapters* (pp. 119–160). Bank for International Settlements.
- varios, A. (2010). *Mecanismos de transmisión de la política monetaria en Colombia*, volume 1 of *Books*. Universidad Externado de Colombia, Facultad de Finanzas, Gobierno y Relaciones Internacionales.
- Walsh, C. (2010). *Monetary Theory and Policy*. The MIT Press.
- Woodford, M. (1995). *Price-Level Determinacy Without Control of a Monetary Aggregate*. Conference Series on Public Policy 43, Carnegie-Rochester, 1-46.
- Woodford, M. (2001). Fiscal requirements for price stability. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 33(3), 669–728.



## A. Anexo técnico

### A.1. El modelo

#### A.1.1. Problema de los hogares

Hay una fracción  $\Gamma$  de hogares no ricardianos denotados con subíndice  $nr$  y una fracción  $1 - \Gamma$  de hogares ricardianos con subíndice  $r$ .

**Hogares ricardianos** Los hogares ricardianos maximizan el flujo esperado de la utilidad en un horizonte infinito. El problema de los hogares consiste en seleccionar las sendas óptimas de consumo  $C_{r,t}$ , oferta de trabajo  $n_{r,t}$ , deuda con el gobierno  $B_{r,t}$ , deuda externa  $B_{r,t}^*$ , capital ofrecido  $K_{r,t}$ , inversión  $X_{r,t}$ . El hogar recibe ingresos por cuenta del salario nominal  $W_{r,t}$  y renta nominal al capital que alquila a las firmas  $R_{r,t}^k$ ; asimismo, reciben intereses nominales  $i_{t-1}$  por la deuda que el gobierno adquirió con él en el período anterior  $B_{r,t-1}$ ; también, reciben unas remesas  $REM_t$  del exterior expresadas en moneda nacional que siguen un proceso exógeno. Además, debe pagar impuestos de suma fija  $T_t$  e impuestos a las rentas del capital,  $\tau_{r^k,t}$ , a las rentas del trabajo,  $\tau_{w,t}$ , al consumo,  $\tau_{c,t}$  y al patrimonio,  $\tau_{p,t}$ . Debido a que el hogar es el dueño del capital y de los beneficios de las firmas de bienes intermedios, la ecuación de acumulación del capital hace parte de su restricción y los beneficios después de impuestos de las firmas de bienes intermedios,  $\Psi_{r,tax,t}^H$ , y los de las firmas importadoras,  $\Psi_{r,t}^F$  le pertenecen. Finalmente, suponemos que los hogares son dueños de una fracción  $\omega^{oil}$  de las exportaciones totales de petróleo que quedan en manos nacionales (este punto se desarrollará más adelante cuando se describa el gobierno de la economía). Suponemos que las preferencias de los hogares tanto ricardianos como no ricardianos son del tipo GHH y que, por ende, no son separables en consumo y trabajo. El problema de los hogares está dado por

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{r,t}, n_{r,t}, K_{r,t}, X_{r,t}, B_{r,t}, B_{r,t}^*\}_{t=0}^{\infty}} \mathcal{U}(C_{r,t}, n_{r,t}) = & \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{1}{1 - \sigma_r} \left( \zeta_t^u C_{r,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1 + \gamma_r} \right)^{1 - \sigma_r} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (1 - \tau_{r^k,t}) R_{r,t-1}^k K_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + \\ & \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + \Psi_{tax,r,t}^H + \Psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + REM_t = (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} + \\ & P_t^x X_{r,t} + B_{r,t} + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1}^* + \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} + T_t \\ & K_{r,t} = \zeta_t^x X_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) K_{r,t-1} \end{aligned}$$

donde se supone la existencia de choques al consumo,  $\zeta_t^u$ , y de choques a la inversión,  $\zeta_t^x$ , que siguen procesos exógenos AR(1).

El lagrangiano de este problema es igual a

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t & \left\{ \frac{1}{1 - \sigma_r} \left( \zeta_t^u C_{r,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1 + \gamma_r} \right)^{1 - \sigma_r} + \Lambda_{r,t}^c \left[ (1 - \tau_{r^k,t}) R_{r,t-1}^k K_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} + \right. \right. \\ & \left. \left. (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + \Psi_{r,tax,t}^H + \Psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + REM_t - (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} - (1 - sub_{x,t}) P_t^x X_{r,t} - \right. \right. \\ & \left. \left. B_{r,t} - \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1}^* - \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} - T_t \right] + \Lambda_{r,t}^x \left[ \zeta_t^x X_{r,t} \left( 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right) + (1 - \delta) K_{r,t-1} - K_{r,t} \right] \right\} \end{aligned}$$

Así, las condiciones de primer orden están dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{r,t}} &= \zeta_t^u \left( \zeta_t^u C_{r,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r} - (1 + \tau_{c,t}) P_t^c \Lambda_{r,t}^c = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_{r,t}} &= \left( \zeta_t^u C_{r,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r} \mathcal{A}_t n_{r,t}^{\gamma_r} - (1 - \tau_{w,t}) \Lambda_{r,t}^c W_{r,t} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{r,t}} &= -\Lambda_{r,t}^x + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c \left( (1 - \tau_{r^k,t+1}) R_{t+1}^k - \tau_{p,t+1} P_{t+1}^x \right) + \Lambda_{r,t+1}^x (1 - \delta) \right\} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_{r,t}} &= -P_t^x \Lambda_{r,t}^c + \Lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa \frac{X_{r,t}}{X_{r,t-1}} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right) \right] + \\
&\quad \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \kappa \left( \frac{X_{r,t+1}}{\zeta_{t+1} X_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{X_{r,t+1}}{\zeta_{t+1} X_{r,t}} \right)^2 \right\} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{r,t}} &= -\Lambda_{r,t}^c + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c (1 + i_t) \right\} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{r,t}^*} &= \Lambda_{r,t}^c \mathcal{E}_t - \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c (1 + i_t^*) \mathcal{E}_{t+1} \right\} = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Lambda_{r,t}^c} &= (1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + \Psi_{r,tax,t}^H + \\
&\quad \Psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + REM_t - (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} - (1 - sub_{x,t}) P_t^x X_{r,t} - \\
&\quad B_{r,t} - \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1} - \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} - T_t = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Lambda_{r,t}^x} &= \zeta_t^x X_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) K_{r,t-1} - K_{r,t} = 0
\end{aligned}$$

Simplificando las condiciones de primer orden

$$\begin{aligned}
P_t^c \Lambda_{r,t}^c &= \frac{\zeta_t^u \left( C_{r,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r}}{(1 + \tau_{c,t})} \\
\mathcal{A}_t n_{r,t}^{\gamma_r} &= \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) \frac{W_{r,t}}{P_t^c} \\
\Lambda_{r,t}^x &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c \left( (1 - \tau_{r^k,t+1}) R_{t+1}^k - \tau_{p,t+1} P_{t+1}^x \right) + \Lambda_{r,t+1}^x (1 - \delta) \right\} \\
\Lambda_{r,t}^c &= \Lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right) \right] + \\
&\quad \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \frac{\kappa}{\zeta_{t+1}} \left( \frac{X_{r,t+1}}{\zeta_{t+1} X_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{X_{r,t+1}}{X_{r,t}} \right)^2 \right\} \\
\Lambda_{r,t}^c &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c (1 + i_t) \right\} \\
\Lambda_{r,t}^c &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^c (1 + i_t^*) \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t} \right\}
\end{aligned}$$

La restricción presupuestaria de los hogares ricardianos es

$$\begin{aligned}
(1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + \Psi_{r,tax,t}^H + \Psi_{r,t}^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + REM_t = \\
(1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} + P_t^x X_{r,t} + B_{r,t} + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1} + \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} + T_t
\end{aligned}$$

La ecuación de acumulación del capital es

$$K_{r,t} = \zeta_t^x X_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\zeta_t X_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) K_{r,t-1}$$

**Hogares no ricardianos** Al igual que los hogares ricardianos, los no ricardianos maximizan el flujo esperado de la utilidad en un horizonte infinito. Sin embargo, los hogares no ricardianos no son propietarios de ningún tipo de capital y, por ende, no pueden invertir. Asimismo, reciben remesas del exterior. Estos hogares encuentran la senda óptima de consumo  $C_{nr,t}$  y trabajo  $n_{nr,t}$  teniendo en cuenta el salario nominal  $W_{nr,t}$  que reciben y los impuestos de suma fija que deben pagar. Su problema de optimización entonces consiste en

$$\begin{aligned} \max_{\{C_{nr,t}, n_{nr,t}\}_{t=0}^{\infty}} \quad & \mathcal{U}(C_{nr,t}, n_{nr,t}) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{1}{1 - \sigma_{nr}} \left( \zeta_t^u C_{nr,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1 + \gamma_{nr}} \right)^{1 - \sigma_{nr}} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & (1 - \tau_{w,t}) W_{nr,t} n_{nr,t} + REM_t = (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{nr,t} \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden del sistema son iguales a

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{nr,t}} &= \zeta_t^u \left( C_{nr,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1 + \gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_{nr}} - (1 + \tau_{c,t}) \Lambda_{nr,t}^c = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_{nr,t}} &= \left( C_{nr,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1 + \gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_{nr}} \mathcal{A}_t n_{nr,t}^{\gamma_{nr}} - \Lambda_{nr,t}^c (1 - \tau_{w,t}) W_{nr,t} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Lambda_{nr,t}^c} &= (1 - \tau_{w,t}) W_{nr,t} n_{nr,t} + REM_t - (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{nr,t} = 0 \end{aligned}$$

Simplificando las condiciones de primer orden

$$\begin{aligned} \Lambda_{nr,t}^c &= \frac{\zeta_t^u \left( C_{nr,t} - \mathcal{A}_t \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1 + \gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_{nr}}}{(1 + \tau_{c,t})} \\ \mathcal{A}_t n_{nr,t}^{\gamma_{nr}} &= \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) \frac{W_{nr,t}}{P_t^c} \\ (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{nr,t} &= (1 - \tau_{w,t}) W_{nr,t} n_{nr,t} + REM_t \end{aligned}$$

### A.1.2. Consumo nacional e importado

El consumo total se divide en consumo de bienes nacionales  $C_t^H$  y bienes importados  $C_t^F$ , donde los superíndices  $H$  y  $F$  representan la economía nacional y extranjera respectivamente. El problema de minimización de gasto que resuelven los hogares consiste en seleccionar las sendas óptimas de  $C_t^H$  y  $C_t^F$  dados los precios  $P_t^H$  y  $P_t^F$  y una cesta agregadora de consumo total  $C_t$

$$\begin{aligned} \min_{\{C_t^H, C_t^F\}} \quad & P_t^H C_t^H + P_t^F C_t^F \\ \text{s.t.} \quad & C_t = \left[ (1 - \alpha_c)^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^H)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} + \alpha_c^{\frac{1}{\eta_c}} (C_t^F)^{\frac{\eta_c - 1}{\eta_c}} \right]^{\frac{\eta_c}{\eta_c - 1}} \end{aligned}$$

donde  $P_t^c$  es el multiplicador de Lagrange y, al mismo tiempo, es el índice de precios del consumo que normaliza todos los precios de la economía. Las condiciones de primer orden después de un poco de álgebra son iguales a

$$\begin{aligned} C_t^H &= (1 - \alpha_c) \left( \frac{P_t^H}{P_t^c} \right)^{-\eta_c} C_t \\ C_t^F &= \alpha_c \left( \frac{P_t^F}{P_t^c} \right)^{-\eta_c} C_t \end{aligned}$$

Reemplazando estas condiciones en la cesta de consumo obtenemos el índice de precios de la economía nacional y extranjera

$$P_t^c = \left[ (1 - \alpha_c) (P_t^H)^{1 - \eta_c} + \alpha_c (P_t^F)^{1 - \eta_c} \right]^{\frac{1}{1 - \eta_c}}$$

### A.1.3. Inversión nacional e importada

Así como el consumo, la inversión se divide en bienes de inversión nacionales  $X_t^H$  e importados  $X_t^F$ . El problema de minimización de costos y las condiciones de primer orden están dados por:

$$\begin{aligned} \min_{\{X_t^H, X_t^F\}} \quad & P_t^H X_t^H + P_t^F X_t^F \\ \text{s.t.} \quad & X_t = \left[ (1 - \alpha_x) \frac{1}{\eta_x} (X_t^H)^{\frac{\eta_x - 1}{\eta_x}} + \alpha_x \frac{1}{\eta_x} (X_t^F)^{\frac{\eta_x - 1}{\eta_x}} \right]^{\frac{\eta_x}{\eta_x - 1}} \end{aligned}$$

donde el multiplicador  $P_t^x$  indica el índice de precios de la inversión.

$$\begin{aligned} X_t^H &= (1 - \alpha_x) \left( \frac{P_t^H}{P_t^x} \right)^{-\eta_x} X_t \\ X_t^F &= \alpha_x \left( \frac{P_t^F}{P_t^x} \right)^{-\eta_x} X_t \end{aligned}$$

El precio relativo de los bienes de inversión es igual a:

$$P_t^x = \left[ (1 - \alpha_x) (P_t^H)^{1 - \eta_x} + \alpha_x (P_t^F)^{1 - \eta_x} \right]^{\frac{1}{1 - \eta_x}}$$

### A.1.4. Agencia agregadora de trabajo

Existe una agencia que agrega el trabajo de los hogares ricardianos y no ricardianos y lo transforma en un tipo único de trabajo  $n_t$  que es vendido a las firmas de bienes intermedios. Se supone que el trabajo ricardiano y no ricardiano son sustitutos perfectos; por ende

$$n_t = (1 - \Gamma) n_{r,t} + \Gamma n_{nr,t}$$

y por tanto

$$W_{r,t} = W_{nr,t} = W_t$$

### A.1.5. Problema de las firmas nacionales

En este modelo, se supone que los precios son rígidos, de manera que el ajuste de su transición hacia el estado estacionario es más lento, amplificando el efectos de los choques. Para lograr esto, emplearemos el modelo de fijación de precios de Rotemberg. Finalmente, se supone que los hogares ricardianos son los dueños de las firmas de bienes intermedios y, por ende, de sus beneficios.

**Firma productora de bien final** La firma productora de bien final opera en competencia perfecta. Su problema consiste en elegir las cantidades demandadas óptimas del bien intermedio (diferenciado),  $Y_{j^H,t}^H$ , que compra al precio  $P_{j^H,t}^H$  para agregarlos y crear un bien final,  $Y_t^H$ , que podrá ser utilizado para consumo o para inversión y que está valorado al precio  $P_t^H$ . El problema de la firma consiste en maximizar su beneficio suponiendo que no tiene costos asociados a la conversión de bienes intermedios a bienes finales

$$\begin{aligned} \max_{\{Y_{j^H,t}^H\}} \quad & P_t^H Y_t^H - \int_0^1 P_{j^H,t}^H Y_{j^H,t}^H dj^H \\ \text{s.t.} \quad & Y_t^H = \left[ \int_0^1 (Y_{j^H,t}^H)^{\frac{\theta_H - 1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H - 1}} \end{aligned}$$

El problema no restringido (reemplazando  $Y_t^H$  en el problema de maximización) está dado por

$$\max_{\{Y_{j^H,t}^H\}} P_t^H \left[ \int_0^1 (Y_{j^H,t}^H)^{\frac{\theta_H - 1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H - 1}} - \int_0^1 P_{j^H,t}^H Y_{j^H,t}^H dj^H$$

La condición de primer orden con respecto a  $Y_{j,t}^H$  es igual a

$$P_t^H \left[ \int_0^1 \left( Y_{j,t}^H \right)^{\frac{\theta_H-1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \left( Y_{j,t}^H \right)^{-\frac{1}{\theta_H}} - P_{j,t}^H = 0$$

A partir de la función de producción

$$\left( Y_{j,t}^H \right)^{\frac{1}{\theta_H}} = \left[ \int_0^1 \left( Y_{j,t}^H \right)^{\frac{\theta_H-1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{1}{\theta_H-1}}$$

Reemplazando en la condición de primer orden

$$\begin{aligned} P_t^H \left( Y_t^H \right)^{\frac{1}{\theta_H}} \left( Y_{j,t}^H \right)^{-\frac{1}{\theta_H}} &= P_{j,t}^H \\ Y_{j,t}^H &= \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\theta_H} Y_t^H \end{aligned}$$

que describe la demanda del bien  $Y_{j,t}^H$ . Reemplazando en la función de agregación

$$\begin{aligned} Y_t^H &= \left[ \int_0^1 \left( \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\theta_H} Y_t^H \right)^{\frac{\theta_H-1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \\ Y_t^H &= \left[ \int_0^1 \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{1-\theta_H} \left( Y_t^H \right)^{\frac{\theta_H-1}{\theta_H}} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \\ Y_t^H &= \frac{Y_t^H}{\left( P_t^H \right)^{-\theta_H}} \left[ \int_0^1 \left( P_{j,t}^H \right)^{1-\theta_H} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \\ \left( P_t^H \right)^{-\theta_H} &= \left[ \int_0^1 \left( P_{j,t}^H \right)^{1-\theta_H} dj^H \right]^{\frac{\theta_H}{\theta_H-1}} \\ P_t^H &= \left[ \int_0^1 \left( P_{j,t}^H \right)^{1-\theta_H} dj^H \right]^{\frac{1}{1-\theta_H}} \end{aligned}$$

que es el nivel de precios de la economía. A partir de esta expresión, se cumple que

$$1 = \int_0^1 \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{1-\theta_H} dj^H$$

**Firmas productoras de bienes intermedios** La primera parte del problema de las firmas de bienes intermedios consiste en seleccionar las cantidades óptimas de trabajo y capital que va a contratar

$$\begin{aligned} \text{mín} & \quad W_t n_{j,t} + R_t^k K_{j,t-1} \\ \{n_{j,t}, K_{j,t}\} & \\ \text{s.t.} & \quad Y_{j,t}^H = z_t K_{j,t-1}^\alpha \left( \mathcal{A}_t n_{j,t} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \end{aligned}$$

donde  $z_t$  es un choque de productividad transitorio que sigue un proceso exógeno y  $\mathcal{A}_t$  representa el progreso tecnológico exógeno particular del trabajo o, de manera equivalente, un factor de tecnología neutral. El nivel de tecnología neutral no es estacionario y su tasa de crecimiento,  $\zeta_t$ ,  $\zeta_t \equiv \Delta \mathcal{A}_t$  sigue un proceso autorregresivo de orden 1.

Las condiciones de primer orden que determinan las demandas de capital y trabajo están dadas respectivamente por

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{j^H,t-1}} &= R_t^k - MC_{j^H,t}^H \left( \alpha z_t K_{j^H,t-1}^{\alpha-1} (\mathcal{A}_t n_{j^H,t})^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \right) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_{j^H,t}} &= W_t - MC_{j^H,t}^H \left( (1-\alpha) z_t K_{j^H,t-1}^\alpha \mathcal{A}_t^{1-\alpha} n_{j^H,t}^{-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \right) = 0\end{aligned}$$

donde  $MC_{j^H,t}^H$  es el multiplicador de Lagrange asociado con este problema.

Es posible escribir estas ecuaciones como,

$$\begin{aligned}K_{j^H,t-1} &= \alpha MC_{j^H,t}^H \frac{Y_{j^H,t}^H}{R_t^k} \\ n_{j^H,t} &= (1-\alpha) MC_{j^H,t}^H \frac{Y_{j^H,t}^H}{W_t}\end{aligned}$$

Despejando e igualando

$$K_{j^H,t-1} = \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right) n_{j^H,t}$$

Los costos nominales totales son

$$W_t n_{j^H,t} + \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) W_t n_{j^H,t} = \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) W_t n_{j^H,t}$$

Reemplazando  $K_{j^H,t}$

$$Y_{j^H,t}^H = z_t \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^\alpha n_{j^H,t}^\alpha (\mathcal{A}_t n_{j^H,t})^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} = z_t \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^\alpha n_{j^H,t}^\alpha \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}$$

Suponiendo que solo se produce una unidad de bien, de forma que  $Y_{j,t}^H = 1$

$$\begin{aligned}1 &= z_t \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^\alpha n_{j^H,t}^\alpha \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \\ n_{j^H,t} &= \frac{\left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^{-\alpha}}{z_t \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}} \\ K_{j^H,t-1} &= \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^{1-\alpha} \frac{1}{z_t \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}}\end{aligned}$$

Entonces los costos marginales están dados por

$$MC_{j^H,t}^H = \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) W_t \frac{\left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^{-\alpha}}{z_t \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}}$$

Dado que todas las firmas resuelven el mismo problema,  $MC_{j^H,t}^H = MC_t^H$

$$MC_t^H = \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) W_t \frac{\left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-\alpha} \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^{-\alpha}}{z_t \mathcal{A}_t^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g}}$$

Las firmas productoras de bienes intermedios maximizan el valor de mercado de la firma sujeto a la demanda de sus productos por las firmas de bienes finales. Las firmas de bienes intermedios eligen cuánto producir en cada período, pero sujetas a una función de costos cuadrática. Las firmas que no eligen los precios óptimos indexan el

precio  $P_{j^H,t}^{H,ind}$ , al valor de la inflación del período interna anterior  $\pi_{t-1}^H$  y el valor de estado estacionario  $\bar{\pi}$  ponderados por el parámetro  $\iota_H$

$$P_{j^H,t+1}^{H,ind} = (1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t}^H$$

donde  $1 + \pi_t^H = \frac{P_{j^H,t}^H}{P_{j^H,t-1}^H}$ .

Bajo el esquema de fijación de precios a la Rotemberg, se supone que la firma productora del bien intermedio enfrenta un costo cuadrático de ajustar sus precios nominales en términos del bien intermedio  $Y_{j^H,t}^H$  dado por

$$\Upsilon_{j,t}^H = \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{P_{j^H,t}^H}{P_{j^H,t}^{H,ind}} - 1 \right)^2$$

donde  $\psi_p \geq 0$  determina el grado de rigidez de precios en el modelo. El costo de ajuste se incrementa con el tamaño del cambio de precios y con el tamaño de la producción agregada de la economía.

La segunda parte del problema de la firma consiste en seleccionar la senda óptima de precios  $\{P_{j^H,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}$  que maximiza sus beneficios después de impuestos  $\Psi_{j^H,tax,t}^H \equiv (1 - \tau_{\psi^H,t}) \Psi_{j^H,t}^H$  sujeto a la demanda del bien  $Y_{j^H,t}^H$  de la firma productora de bienes finales y a la regla de actualización de precios

$$\begin{aligned} \max_{\{P_{j^H,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}} \quad & \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) \left[ \left( P_{j^H,t+s}^H - MC_{j^H,t+s}^H \right) Y_{j^H,t+s}^H - P_{t+s}^H \Upsilon_{j,t+s}^H Y_{t+s}^H \right] \\ \text{s.t.} \quad & Y_{j^H,t+s}^H = \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} Y_{t+s}^H \\ & P_{j^H,t+s+1}^{H,ind} = (1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t+s}^H \end{aligned}$$

donde  $\beta \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) = \beta \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}$  es el factor de descuento estocástico. Resolviendo el problema no restringido

$$\begin{aligned} \max_{\{P_{j^H,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}} \quad & \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) \left[ \left( P_{j^H,t+s}^H - MC_{j^H,t+s}^H \right) \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} Y_{t+s}^H - \right. \right. \\ & \left. \left. P_{t+s}^H \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{j^H,t+s}^{H,ind}} - 1 \right)^2 Y_{t+s}^H \right] \right\} \end{aligned}$$

Despejando

$$\begin{aligned} \max_{\{P_{j^H,t+s}^H\}_{s=0}^{\infty}} \quad & \mathbb{E}_t \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s}^H \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{1-\theta_H} - MC_{j^H,t+s}^H \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} - \right. \right. \\ & \left. \left. P_{t+s}^H \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t+s-1}^H} - 1 \right)^2 \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) Y_{t+s}^H \right\} \end{aligned}$$

La condición de primer orden de este problema para el período  $s$  es igual a

$$\begin{aligned} & \beta^s \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) Y_{t+s}^H \left[ (1 - \theta_H) \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} + \theta_H MC_{j^H,t+s}^H \left( \frac{1}{P_{j^H,t+s}^H} \right) \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^H} \right)^{-\theta_H} - \right. \right. \\ & \left. \left. P_{t+s}^H \kappa_H \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t+s-1}^H} - 1 \right) \left( \frac{1}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t+s-1}^H} \right) \right] \right\} \\ & \beta^{s+1} \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s+1}^H \kappa_H \left( \frac{P_{j^H,t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j^H,t+s}^H} - 1 \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \frac{P_{j^H,t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} (P_{j^H,t+s}^H)^2} \right) \left( \frac{P_{j^H,t+s+1}^H}{P_{t+s+1}^H} \right)^{-\theta_H} \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+s+1}) Y_{t+s+1}^H \right\} = 0 \end{aligned}$$

Entonces los beneficios de la firma  $j^H$  en el periodo  $t$  están dados por

$$\Psi_{j^H,t}^H = \left( P_{j^H,t}^H - MC_{j^H,t}^H \right) Y_{j^H,t}^H - P_t^H \Upsilon_{j^H,t}^H Y_t^H$$

### A.1.6. Problema de las firmas importadoras

El sector de firmas importadoras se divide en dos tipos: un tipo de firma importadora que compra un bien homogéneo en el mercado mundial y lo diferencia produciendo un bien importado diferenciado y una firma agregadora que compra todos los bienes importados diferenciados y los agrega para convertirlo en un único bien importado que puede ser utilizado para consumo o inversión.

**Firma agregadora de bienes de importación** La firma agregadora de bienes de importación opera en competencia. Su problema consiste en elegir las cantidades óptimas del bien importado y diferenciado,  $Y_{j^F,t}^F$ , que compra al precio  $P_{j^F,t}^F$  a cada firma  $j^F$ -ésima para agregarlos y crear un bien final,  $Y_t^F$ , que podrá ser utilizado para consumo o para inversión y que está valorado al precio  $P_t^F$ . El problema de la firma consiste en maximizar su beneficio suponiendo que no tiene costos asociados a la conversión de bienes intermedios a bienes finales

$$\begin{aligned} & \underset{\{Y_{j^F,t}^F\}}{\text{máx}} \quad P_t^F Y_t^F - \int_0^1 P_{j^F,t}^F Y_{j^F,t}^F dj^F \\ & \text{s.t.} \quad Y_t^F = \left[ \int_0^1 \left( Y_{j^F,t}^F \right)^{\frac{\theta_F-1}{\theta_F}} dj^F \right]^{\frac{\theta_F}{\theta_F-1}} \end{aligned}$$

El problema es muy similar al de la firma agregadora de bienes finales; por ende, la demanda de la firma agregadora por la  $j^F$ -ésima variedad,  $Y_{j^F,t}^F$ , está dada por

$$Y_{j^F,t}^F = \left( \frac{P_{j^F,t}^F}{P_t^F} \right)^{-\theta_F} Y_t^F$$

y el nivel de precios de las importaciones es

$$P_t^F = \left[ \int_0^1 \left( P_{j^F,t}^F \right)^{1-\theta_F} dj^F \right]^{\frac{1}{1-\theta_F}}$$

**Firma importadora** En este modelo, se cumple la ley de un solo precio en los puertos en los que las firmas importadoras compran el bien en el mercado mundial. No obstante, dichas firmas diferencian este bien inicialmente homogéneo y, por ende, tiene cierto poder monopolístico sobre la variedad de bien importado que venden de forma tal que maximizan su beneficio seleccionando el precio óptimo que cobran. Tal como en el caso de las firmas productoras de bienes intermedios, suponemos que las firmas importadoras enfrentan unos costos cuadráticos cuando cambian



de precios, mecanismo que introduce rigideces nominales y, en conjunto con el poder monopolístico de las firmas, provocan que no se cumpla la ley de un solo precio. Finalmente, las firmas importadoras importan una proporción  $\iota_F$  del precio que cobran a la inflación de los bienes importador  $\pi^F$  y la restante fracción  $1 - \iota_F$  a la inflación de estado estacionario

$$P_{j^F,t+1}^{F,ind} = (1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t}^F$$

donde  $1 + \pi_t^F = \frac{P_t^F}{P_{t-1}^F}$ .

Bajo el esquema de fijación de precios a la Rotemberg, se supone que la firma productora del bien intermedio enfrenta un costo cuadrático de ajustar sus precios nominales en términos del bien importado  $Y_{j^F,t}^F$ , dado por

$$\Upsilon_{j^F,t}^F = \frac{\kappa_F}{2} \left( \frac{P_{j^F,t}^F}{P_{j^F,t}^{F,ind}} - 1 \right)^2$$

donde  $\kappa_F \geq 0$  determina el grado de rigidez de precios en el modelo. El costo de ajuste se incrementa con el tamaño del cambio de precios y con el tamaño de la producción agregada de la economía.

El problema de las firmas importadoras consiste en seleccionar la senda óptima de precios  $\{P_{j^F,t+s}^F\}_{s=0}^{\infty}$  que maximiza sus beneficios que son iguales a los ingresos menos los costos que dependen de la tasa de cambio real sujeto a la demanda del bien  $Y_{j^H,t}^H$  de la firma productora de bienes finales y a la regla de actualización de precios

$$\begin{aligned} & \max_{\{P_{j^F,t+s}^F\}_{s=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ \left( P_{j^F,t+s}^F - MC_{j^F,t+s}^F \right) Y_{j^F,t+s}^F - P_{t+s}^F \Upsilon_{j^F,t+s}^F Y_{t+s}^F \right] \\ & \text{s.t. } Y_{j^F,t+s}^F = \left( \frac{P_{j^F,t+s}^F}{P_{t+s}^F} \right)^{-\theta_F} Y_{t+s}^F \\ & P_{j^F,t+s+1}^{F,ind} = (1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t+s}^F \\ & MC_{j^F,t+s}^F = \mathcal{E}_{t+s} P_{t+s}^{F*} \end{aligned}$$

donde  $\beta \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) = \beta \frac{u_c(t+1)}{u_c(t)}$  es el factor de descuento estocástico y donde  $P_t^{F*}$  sigue un proceso AR(1) .

Reemplazando las restricciones en la función objetivo y derivando con respecto a  $\{P_{j^F,t+s}^F\}_{s=0}^{\infty}$  obtenemos la condición de primer orden de la firma para el período  $s$  es igual

$$\begin{aligned} & \beta^s \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) Y_{t+s}^F \left[ (1 - \theta_F) \left( \frac{P_{t+s}^F}{P_{j^F,t+s}^F} \right) \left( \frac{P_{j^H,t+s}^H}{P_{t+s}^F} \right)^{1-\theta_F} + \theta_F \mathcal{E}_{t+s} P_{t+s}^{F*} \left( \frac{1}{P_{j^F,t+s}^F} \right) \left( \frac{P_{j^F,t+s}^F}{P_{t+s}^F} \right)^{-\theta_F} - \right. \right. \\ & \left. \left. P_{t+s}^F \kappa_F \left( \frac{P_{j^F,t+s}^F}{(1 + \pi_{t+s-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t+s-1}^F} - 1 \right) \left( \frac{1}{(1 + \pi_{t+s-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t+s-1}^F} \right) \right] \right\} \\ & \beta^{s+1} \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s+1}^F \kappa_p \left( \frac{P_{j^F,t+s+1}^F}{(1 + \pi_{t+s}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} P_{j^F,t+s}^F} - 1 \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \frac{P_{j^F,t+s+1}^F}{(1 + \pi_{t+s}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F} (P_{j^F,t+s}^F)^2} \right) \left( \frac{P_{j^F,t+s+1}^F}{P_{t+s+1}^H} \right)^{-\theta_F} \right] Y_{t+s+1}^F \right\} = 0 \end{aligned}$$

Entonces, los beneficios de la firma  $j^F$  en el período  $t$  están dados por

$$\Psi_{j^F,t}^F = \left( P_{j^F,t}^F - MC_{j^F,t}^F \right) Y_{j^F,t}^F - P_t^F \Upsilon_{j^F,t}^F Y_t^F$$

### A.1.7. Gobierno

El gobierno tiene un gasto  $G_t$  que financia con impuestos a los hogares y a las firmas, ingresos mineros y deuda interna y externa. El gasto del gobierno se divide en gasto improductivo,  $C_t^g$ , y gasto productivo,  $X_t^g$

$$G_t = C_t^g + X_t^g$$

donde el gasto improductivo, sigue un proceso autorregresivo.

El gasto productivo determina un nivel de capital público que entra en la función de producción como una externalidad; por esta razón, la ecuación de acumulación de capital privado es

$$K_{g,t} = X_t^g + (1 - \delta_g) K_{g,t-1}$$

El gobierno recibe ingresos por impuestos al consumo,  $\tau_{c,t}$ , los beneficios de las firmas de bienes intermedios,  $\tau_{\psi^H,t}$ , y las remuneraciones al capital y al trabajo,  $\tau_{w,t}$  y  $\tau_{r^k,t}$  respectivamente, e impuestos de suma fija,  $\tau_t$ . Asimismo, el gobierno puede contraer deuda interna con los hogares,  $B_t$ , por la que paga una tasa de interés nominal neta  $i_t$ , y deuda externa,  $B_{g,t}^*$  por la que paga una tasa de interés externa nominal neta  $i_t^*$  ajustados por la tasa de cambio nominal  $\mathcal{E}_t$ . Por ende, la deuda total del gobierno,  $B_{g,t}$ , está dada por

$$B_{g,t} = B_t + \mathcal{E}_t B_{g,t}^*$$

Mientras que los hogares deciden con cuánta deuda interna  $B_t$  financian al gobierno, la deuda externa del gobierno se modela de la siguiente manera

$$b_{g,t}^{*share} = \mathcal{E}_t \frac{B_{g,t}^*}{B_{g,t}}$$

donde  $b_{g,t}^{*share}$  sigue un proceso autoregresivo de orden 1.

Suponemos la existencia de unos ingresos petroleros exógenos que son exportados completamente de los que una fracción  $\omega^{H,oil} \in (0, 1]$  es dueña la nación, ya sea de manera privada o pública, y la fracción restante  $1 - \omega^{H,oil}$  se va al exterior como remisión de utilidades. De esta fracción, un porcentaje  $\omega^{G,oil} \in (0, 1]$  es propiedad del gobierno y la proporción restante  $\omega^{H,oil} \equiv 1 - \omega^{G,oil}$  es de los hogares. Por esta razón, al gobierno le corresponde una fracción  $\omega^{G,oil} \omega^{H,oil}$  de los ingresos petroleros  $\Psi_t^{oil}$  totales. Finalmente, suponemos que una parte de los ingresos mineros son cíclicos. Entonces la restricción presupuestaria del gobierno es

$$P_t^H G_t + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{g,t-1}^* = \mathcal{T}_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + B_t + \mathcal{E}_t B_{g,t}^*$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_t &= (1 - \Gamma) T_t + \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} + \tau_{c,t} P_t^c C_t + \tau_{w,t} W_t h_t + \tau_{r^k,t} R_t^k K_{t-1} + \tau_{\psi^H,t} \Psi_t^H - P_t^x X_t \\ \Psi_t^{oil} &= \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil} \end{aligned}$$

Definimos el balance primario del gobierno,  $BP_t$ , como la diferencia entre los ingresos tributario y mineros y el gasto

$$BP_t \equiv \mathcal{T}_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} - P_t^H G_t$$

El balance total del gobierno,  $BA$ , es simplemente el balance primario menos los intereses que se pagan por la deuda adquirida en el período anterior

$$BA_t \equiv BP_t - i_{t-1} B_{t-1} - \mathcal{E}_t i_{t-1}^* B_{g,t-1}^*$$

Suponiendo, además, que todo el gasto del gobierno es estructural, definimos el balance estructural,  $BS_t$ , como la diferencia entre el balance del gobierno y los ingresos cíclicos tributarios y petroleros (ciclo económico y minero)

$$BS_t \equiv BA_t - \check{\mathcal{T}}_t - \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \check{\Psi}_t^{oil}$$

donde

$$\begin{aligned} \check{\mathcal{T}}_t &\equiv (1 - \Gamma) (T_t - \tilde{T}_t) + \tau_{p,t} P_t^x (K_{t-1} - \tilde{K}_{t-1}) + \tau_{w,t} (W_t n_t - \tilde{W}_t \tilde{n}_t) + \tau_{r^k,t} (R_t^k K_{t-1} - \tilde{R}_t^k \tilde{K}_{t-1}) + \tau_{c,t} P_t^c (C_t - \tilde{C}_t) + \tau_{\psi^H,t} (\Psi_t^H - \tilde{\Psi}_t^H) \\ \check{\Psi}_t^{oil} &\equiv (\mathcal{E}_t P_t^{oil,*} - \tilde{\mathcal{E}}_t \tilde{P}_t^{oil,*}) y_t^{oil} \end{aligned}$$

y las variables  $\tilde{\cdot}$  denotan los valores estructurales. Vale la pena notar que esta definición del balance estructural implica que

$$BS_t \equiv (1 - \Gamma) \tilde{T}_t + \tau_{p,t} P_t^x \tilde{K}_{t-1} + \tau_{w,t} \tau_{w,t} \tilde{W}_t \tilde{n}_t + \tau_{r^k,t} \tilde{R}_t^k \tilde{K}_{t-1} + \tau_{c,t} P_t^c \tilde{C}_t + \tau_{\psi^H,t} \tilde{\Psi}_t^H - P_t^x \tilde{X}_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \check{\Psi}_t^{oil} - P_t^H G_t - i_{t-1} B_{t-1} - \mathcal{E}_t i_{t-1}^* B_{g,t-1}^*$$

### A.1.8. Banco central y economía abierta

El banco central tiene una regla de política monetaria de la siguiente forma

$$1 + i_t = (1 + i_{t-1})^{\rho_s} \left( (1 + \bar{i}) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^c}{1 + \bar{\pi}} \right)^{\rho_\pi} \right)^{1 - \rho_s} \exp \{ \epsilon_t^i \}$$

donde  $1 + \pi_t^c = \frac{P_t^c}{P_{t-1}^c}$  es el valor de la inflación de los bienes de consumo.

La demanda de exportaciones de la economía nacional  $C_t^{H^*}$  está dada por la siguiente expresión

$$C_t^{H^*} = \left( \frac{P_t^H}{\mathcal{E}_t P_t^*} \right)^{-\mu} C_t^*$$

donde  $C_t^*$  es la demanda externa que esta determinada por un proceso autorregresivo de orden 1.

El producto interno se divide así

$$(1 - \Upsilon_t^H) Y_t^H = C_t^H + X_t^H + G_t + C_t^{H^*}$$

El producto total de la economía en términos nominales,  $P_t^c PIB_t$ , es igual a

$$P_t^c PIB_t = P_t^H Y_t^H + \Psi_t^{oil} + \Psi_t^F$$

El bien importado se divide en bienes de consumo e inversión importados

$$(1 - \Upsilon_t^F) Y_t^F = C_t^F + X_t^F$$

La deuda externa total,  $B_{T,t}^*$  es la suma de las deudas externas privada y del gobierno

$$B_{T,t}^* = B_t^* + B_{g,t}^*$$

Finalmente, la tasa de interés extranjera  $i_t^*$  depende de una tasa libre de riesgo  $\bar{i}^*$  y de una prima de riesgo ajustada por la proporción de deuda externa a producto total de la economía

$$1 + i_t^* = \left( 1 + \bar{i}_t^* \right) z_t^{i,*} \exp \left\{ \phi_b \left( \mathcal{E}_t \frac{B_{T,t}^*}{P_t^c PIB_t} - \bar{b}^* \right) \right\}$$

donde  $z_t^{i,*}$  representa un choque de riesgo externo y , al igual  $\bar{i}_t^*$ , sigue un proceso exógeno AR(1).

La relación de estos beneficios con respecto al PIB es

$$\psi_{share,t}^{oil} = \frac{\Psi_t^{oil}}{P_t^c PIB_t}$$

donde  $\psi_{share,t}^{oil}$  sigue un proceso exógeno.

Finalmente, las remesas como proporción del PIB se definen así=

$$rem_t^{share} = \frac{REM_t}{P_t^c PIB_t}$$

donde  $rem_t^{share}$  sigue un proceso autorregresivo.

### A.1.9. Agregación

**Ricardianos y no ricardianos** El consumo total se divide entre el consumo de los hogares ricardianos y no ricardianos ponderados por la fracción correspondiente de los hogares en la economía

$$\begin{aligned} C_t &= \int_0^1 C_t(l) dl \\ &= \int_0^\Gamma C(l)_{nr,t} dl + \int_\Gamma^1 C(l)_{r,t} dl \\ &= \Gamma C_{nr,t} + (1 - \Gamma) C_{r,t} \end{aligned}$$

La condición para que los mercados se vacíen, teniendo en cuenta que los hogares ricardianos, indexados entre  $\Gamma$  y 1, son los únicos dueños del capital, implican que

$$\begin{aligned} K_t &= \int_{\Gamma}^1 K(l)_{r,t} dl \\ &= (1 - \Gamma) K_{r,t} \end{aligned}$$

De manera similar, la inversión total es igual a

$$X_t = (1 - \Gamma) X_{r,t}$$

La deuda del gobierno con los hogares ricardianos es

$$B_t = (1 - \Gamma) B_{r,t}$$

La deuda externa privada está dada por

$$B_t^* = (1 - \Gamma) B_{r,t}^*$$

Los beneficios de las firmas de bienes intermedios después de impuestos

$$\Psi_{tax,t}^H = (1 - \Gamma) \Psi_{r,tax,t}^H$$

Los beneficios de las firmas importadoras

$$\Psi_t^F = (1 - \Gamma) \Psi_{r,t}^F$$

Los beneficios petroleros que le corresponden a los hogares

$$\Psi_t^{oil} = (1 - \Gamma) \Psi_{r,t}^{oil}$$

El mercado laboral

$$n_t = \int_0^1 n(l)_t dl = (1 - \Gamma) n_{r,t} + \Gamma n_{nr,t}$$

**Firmas de bienes intermedios e importadoras** Integrando  $Y_{j^H,t}^H$  a través de  $j^H \in [0, 1]$

$$\begin{aligned} Y_t^{H\star} &= \int_0^1 Y_{j^H,t}^H dj^H = \int_0^1 z_t K_{j^H,t-1}^\alpha (\mathcal{A}_t n_{j^H,t})^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} dj^H \\ &= z_t \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \int_0^1 \left( \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right) n_{j,t} \right)^\alpha (\mathcal{A}_t n_{j^H,t})^{1-\alpha} dj^H \\ &= z_t \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^\alpha (\mathcal{A}_t)^{1-\alpha} \int_0^1 n_{j^H,t} dj^H \\ &= z_t \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_t}{R_t^k} \right)^\alpha (\mathcal{A}_t)^{1-\alpha} n_t \\ Y_t^{H\star} &= z_t K_{t-1}^\alpha (\mathcal{A}_t n_t)^{1-\alpha} \left( \frac{K_{t-1}^g}{\mathcal{A}_t} \right)^{\alpha_g} \end{aligned}$$

La dispersión de precios de la economía está dada por

$$\begin{aligned} Y_t^{H\star} &= \int_0^1 Y_{j^H,t}^H dj^H \\ &= Y_t^H \int_0^1 \left( \frac{P_{j^H,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\theta^H} dj^H \\ &= \Phi_t^H Y_t^H \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}\Phi_t^H &= \int_0^1 \left( \frac{P_{j,t}^H}{P_t^H} \right)^{-\theta_H} dj^H \\ &= 1\end{aligned}$$

pues en equilibrio  $P_{j,t}^H = P_t^H$ ; entonces,  $Y_t^H = Y_t^{H*}$  y, por ende

$$\begin{aligned}W_t &= MC_t^H (1 - \alpha) \frac{Y_t^H}{n_t} \\ R_t^k &= MC_t^H \alpha \frac{Y_t^H}{K_{t-1}}\end{aligned}$$

Expresando de nuevo la condición de primer orden de las firmas de bienes intermedios teniendo en cuenta que en equilibrio  $P_{j,t+s}^H = P_{t+s}^H$ , que  $MC_{j,t+s}^H = MC_{t+s}^H$  y la definición de la tasa de inflación

$$\begin{aligned}\beta^s \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) Y_{t+s}^H \left[ (1 - \theta_H) + \theta_H MC_{t+s}^H \left( \frac{1}{P_{t+s}^H} \right) - P_{t+s}^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_{t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{t+s-1}^H} \right) \right] \right\} + \beta^{s+1} \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s+1}^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{P_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} (P_{t+s}^H)^2} \right) \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+s+1}) Y_{t+s+1}^H \right\} = 0\end{aligned}$$

Multiplicando a ambos lados por  $P_{t+s}^H$

$$\begin{aligned}\beta^s \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) Y_{t+s}^H \left[ (1 - \theta_H) P_{t+s}^H + \theta_H MC_{t+s}^H - P_{t+s}^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_{t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{P_{t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{j,t+s-1}^H} \right) \right] \right\} + \beta^{s+1} \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s+1}^H \kappa_H \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \left( \frac{P_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H} P_{t+s}^H} \right) \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+s+1}) Y_{t+s+1}^H \right\} = 0\end{aligned}$$

Arreglando la expresión

$$\begin{aligned}\beta^s \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) (1 - \tau_{\psi^H,t+s}) Y_{t+s}^H \left[ (1 - \theta_H) P_{t+s}^H + \theta_H MC_{t+s}^H - P_{t+s}^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_{t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+s}^H}{(1 + \pi_{t+s-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] \right\} + \beta^{s+1} \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+s+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+s+1}^H \kappa_H \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_{t+s+1}^H}{(1 + \pi_{t+s}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+s+1}) Y_{t+s+1}^H \right\} = 0\end{aligned}$$

Como esta expresión es válida para todos los períodos, para  $s = 0$  es

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_t \left\{ (1 - \tau_{\psi^H,t}) Y_t^H \left[ (1 - \theta_H) P_t^H + \theta_H MC_t^H - P_t^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] \right\} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+1}^H \kappa_H \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] (1 - \tau_{\psi^H,t+1}) Y_{t+1}^H \right\} = 0\end{aligned}$$

La expresión final es

$$\mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_H) P_t^H + \theta_H MC_t^H - P_t^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_H}} \right) \right] \right\} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+1}^H \kappa_H \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_H}} \right) \right] \left( \frac{(1 - \tau_{\psi^H,t+1}) Y_{t+1}^H}{(1 - \tau_{\psi^H,t}) Y_t^H} \right) \right\} = 0$$

La expresión final de la condición de primer orden de los precios de las firmas importadoras para  $s = 0$  en equilibrio es

$$\mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_F) P_t^F + \theta_F \mathcal{E}_t P_t^{F*} - P_t^F \kappa_F \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_F}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_F}} \right) \right] \right\} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\Lambda_{r,t+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left[ P_{t+1}^F \kappa_F \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_F}} \right) \right] \left( \frac{Y_{t+1}^F}{Y_t^F} \right) \right\} = 0$$

Integrando los beneficios de las firmas de bienes intermedios

$$\Psi_t^H = \int_0^1 \Psi_{j^H,t}^H dj^F = \int_0^1 P_t^H Y_t^H dj^F - \int_0^1 MC_t^H Y_t^H dj^H - \int_0^1 P_t^H (1 - \Upsilon_t^H) Y_t^H + (P_t^F - \mathcal{E}_t P_t^{F*} - P_t^F \Upsilon_t^F) Y_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} \\ \Psi_t^H = (P_t^H - MC_t^H - P_t^H \Upsilon_t^H) Y_t^H$$

Integrando los beneficios de las firmas importadoras

$$\Psi_t^F = \int_0^1 \Psi_{j^F,t}^F dj^F = \int_0^1 P_t^F Y_t^F dj^F - \int_0^1 \mathcal{E}_t P_t^{F*} Y_t^F dj^F - \int_0^1 \left( P_t^F \kappa_F \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1 - \iota_F}} - 1 \right)^2 Y_t^F dj^F \right) \\ \Psi_t^F = (P_t^F - \mathcal{E}_t P_t^{F*} - P_t^F \Upsilon_t^F) Y_t^F$$

**Restricción agregada de recursos** Integrando la restricción presupuestaria de los hogares ricardianos entre  $[\Gamma, 1]$

$$\int_{\Gamma}^1 (1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{r,t-1} dh + \int_{\Gamma}^1 (1 - \tau_{w,t}) W_{r,t} n_{r,t} dh + \int_{\Gamma}^1 (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} dh + \int_{\Gamma}^1 \mathcal{E}_t B_{r,t}^* dh + \\ \int_{\Gamma}^1 \Psi_{r,tax,t}^H dh + \int_{\Gamma}^1 \Psi_{r,t}^F dh + \int_{\Gamma}^1 \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} dh + \int_{\Gamma}^1 REM_t dh = \int_{\Gamma}^1 (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} dh + \\ \int_{\Gamma}^1 P_t^x X_{r,t} dh + \int_{\Gamma}^1 B_{r,t} dh + \int_{\Gamma}^1 \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1}^* dh + \int_{\Gamma}^1 \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} dh + \int_{\Gamma}^1 T_t dh$$

Obtenemos haciendo uso de  $W_{r,t} = W_t$

$$(1 - \Gamma) (1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{r,t-1} + (1 - \Gamma) (1 - \tau_{w,t}) W_t n_{r,t} + (1 - \Gamma) (1 + i_{t-1}) B_{r,t-1} + (1 - \Gamma) \mathcal{E}_t B_{r,t}^* + (1 - \Gamma) \Psi_{r,tax,t}^H \\ (1 - \Gamma) \Psi_{r,t}^F + (1 - \Gamma) \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_{r,t}^{oil} + (1 - \Gamma) REM_t = (1 - \Gamma) (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} + \\ (1 - \Gamma) P_t^x X_{r,t} + (1 - \Gamma) B_{r,t} + (1 - \Gamma) \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{r,t-1}^* + (1 - \Gamma) \tau_{p,t} P_t^x K_{r,t-1} + (1 - \Gamma) T_t$$

Utilizando los resultados de equilibrio de las variables agregadas con respecto a las ricardianas

$$(1 - \tau_{r^k,t}) R_t^k K_{t-1} + (1 - \Gamma) (1 - \tau_{w,t}) W_t n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \mathcal{E}_t B_t^* + \Psi_{tax,t}^H + \Psi_t^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + (1 - \Gamma) REM_t =$$

$$(1 - \Gamma)(1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} + P_t^x X_t + B_t + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{t-1}^* + \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} + (1 - \Gamma) T_t$$

Despejando, igualando a cero y a teniendo en cuenta la definición de los beneficios de las firmas de bienes intermedios después de impuestos

$$(1 - \tau_{r,k,t}) R_t^k K_{t-1} + (1 - \Gamma)(1 - \tau_{w,t}) W_t n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \mathcal{E}_t B_t^* + (1 - \tau_{\psi^H,t}) \Psi_t^H + \Psi_t^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + (1 - \Gamma) REM_t$$

$$(1 - \Gamma)(1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{r,t} - P_t^x X_t - B_t - \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{t-1}^* - \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} - (1 - \Gamma) T_t = 0$$

Integrando la restricción presupuestaria de los hogares no ricardianos entre  $[0, \Gamma]$  y aplicando los pasos anteriores

$$\Gamma (1 - \tau_{w,t}) W_t n_{nr,t} + \Gamma REM_t - \Gamma (1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_{nr,t} = 0$$

Igualando las dos restricciones presupuestarias y arreglando la expresión, obtenemos la restricción presupuestaria consolidada de los hogares

$$(1 - \tau_{r,k,t}) R_t^k K_{t-1} + (1 - \tau_{w,t}) W_t n_t + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \mathcal{E}_t B_t^* + (1 - \tau_{\psi^H,t}) \Psi_t^H + \Psi_t^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t =$$

$$(1 + \tau_{c,t}) P_t^c C_t + P_t^x X_t + B_t + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{t-1}^* + \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} + (1 - \Gamma) T_t$$

Arreglando la expresión

$$R_t^k K_{t-1} + W_t n_t + \mathcal{E}_t B_t^* - \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{t-1}^* + \Psi_t^H + \Psi_t^F + \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t - P_t^c C_t - P_t^x X_t =$$

$$B_t - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \tau_{c,t} P_t^c C_t + \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} + (1 - \Gamma) T_t + \tau_{r,k,t} R_t^k K_{t-1} + \tau_{w,t} W_t n_t + \tau_{\psi^H,t} \Psi_t^H - P_t^x X_t$$

Despejando de la restricción presupuestaria del gobierno

$$P_t^H G_t + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) B_{g,t-1}^* - \mathcal{E}_t B_{g,t}^* - \omega^{oil} \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} = + B_t - (1 + i_{t-1}) B_{t-1} +$$

$$\tau_{c,t} P_t^c C_t + \tau_{p,t} P_t^x K_{t-1} + (1 - \Gamma) T_t + \tau_{r,k,t} R_t^k K_{t-1} + \tau_{w,t} W_t h_t + \tau_{\psi^H,t} \Psi_t^H - P_t^x X_t$$

Reemplazando este resultado en la restricción presupuestaria consolidada de los hogares y despejando

$$R_t^k K_{t-1} + W_t n_t + \mathcal{E}_t (B_t^* + B_{g,t}^*) + \Psi_t^H + \Psi_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t =$$

$$P_t^c C_t + P_t^x X_t + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t (1 + i_{t-1}^*) (B_{t-1}^* + B_{g,t-1}^*)$$

Usando la definición de la deuda externa total

$$P_t^c C_t + P_t^x X_t + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*) =$$

$$R_t^k K_{t-1} + W_t n_t + \Psi_t^H + \Psi_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t$$

Reemplazando  $\Psi_t^H$ , usando la demanda de factores de las firmas de bienes intermedios y despejando

$$P_t^c C_t + P_t^x X_t + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*) =$$

$$P_t^H (1 - \Upsilon_t^H) Y_t^H + \Psi_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t$$

El producto total de la economía en términos nominales,  $P_t^c PIB_t$ , es igual a

$$P_t^c PIB_t = P_t^c C_t + P_t^x X_t + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*) + P_t^H \Upsilon_t^H Y_t^H + (1 - \omega^{H,oil}) \Psi_t^{oil} - REM_t$$

**Balanza de pagos** Usando la definición de los beneficios de las firmas de bienes intermedios en la expresión anterior

$$P_t^H (1 - \Upsilon_t^H) Y_t^H + (P_t^F (1 - \Upsilon_t^F) - \mathcal{E}_t P_t^{F*}) Y_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t = \\ P_t^c C_t + P_t^x X_t + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*)$$

Teniendo en cuenta que  $P_t^c C_t = P_t^H C_t^H + P_t^F C_t^F$ ,  $P_t^x X_t = P_t^H X_t^H + P_t^F X_t^F$  y la definición de los usos del producto nacional

$$P_t^H (C_t^H + X_t^H + G_t + C_t^{H*}) + (P_t^F (1 - \Upsilon_t^F) - \mathcal{E}_t P_t^{F*}) Y_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t = \\ P_t^H C_t^H + P_t^F C_t^F + P_t^H X_t^H + P_t^F X_t^F + P_t^H G_t + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*)$$

Despejando

$$P_t^H C_t^{H*} + (P_t^F (1 - \Upsilon_t^F) - \mathcal{E}_t P_t^{F*}) Y_t^F + \omega^{H,oil} \Psi_t^{oil} + REM_t = \\ P_t^F C_t^F + P_t^F X_t^F + \mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*)$$

Usando la definición de  $Y_t^F$  y  $\Psi_t^{oil}$

$$\mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*) = P_t^H C_t^{H*} + \omega^{H,oil} \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil} - \mathcal{E}_t P_t^{F*} Y_t^F + REM_t$$

$$\mathcal{E}_t ((1 + i_{t-1}^*) B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*) = P_t^H C_t^{H*} + \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil} + \omega^{H,oil} \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil} - \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil} - \mathcal{E}_t P_t^{F*} Y_t^F + REM_t$$

$$\underbrace{\mathcal{E}_t (B_{T,t-1}^* - B_{T,t}^*)}_{\text{cuenta corriente}} = \underbrace{EXPORTS_t - IMPORTS_t}_{\text{balanza comercial}} - \underbrace{(1 - \omega^{H,oil}) \mathcal{E}_t P_t^{oil,*} Y_t^{oil}}_{\text{remisión de utilid.al ext.}} + \underbrace{REM_t}_{\text{remesas}} - \underbrace{\mathcal{E}_t i_{t-1}^* B_{T,t-1}^*}_{\text{pago de inter. de deuda ext.}}$$

## A.2. Modelo estandarizado

La productividad total  $A_t$  no es estacionaria. Por este motivo, es necesario definir unas nuevas variables estandarizadas (y estacionarias) del sistema

$$c_t = \frac{C_t}{A_t}, k_t = \frac{K_t}{A_t}, b_t = \frac{B_t}{P_t A_t}, x_t = \frac{X_t}{A_t}, \psi_t = \frac{\Psi_t}{A_t}, w_t = \frac{W_t}{A_t P_t^c}, r^k = \frac{R^k}{P_t^c}, t_t = \frac{T_t}{P_t^c A_t}, rer_t = \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c}, \\ \lambda_{r,t}^c = P_t^c \Lambda_{r,t}^c A_t^{\sigma_r}, \lambda_{r,t}^x = \Lambda_{r,t}^x A_t^{\sigma_r}, \varphi_t^H = \frac{MC_t^H}{P_t^c}, y_t^H = \frac{Y_t^H}{A_t}, \text{pib}_t = \frac{PIB_t}{A_t}, p_t^H = \frac{P_t^H}{P_t^c}, p_t^x = \frac{P_t^x}{P_t^c}, p_t^{F*} = \frac{P_t^{F*}}{P_t^*}, \\ k_{g,t-1} = \frac{K_{g,t-1}}{A_t}, b_t^* = \frac{B_t^*}{P_t^* A_t}, c_t^g = \frac{C_t^g}{A_t}, \tau_t = \frac{\mathcal{T}_t}{P_t^c A_t}, ba_t = \frac{BA_t}{P_t^c A_t}, \psi_t^H = \frac{\Psi_t^H}{P_t^c A_t}, \psi_t^F = \frac{\Psi_t^F}{P_t^c A_t}, \psi_t^{oil} = \frac{\Psi_t^{oil}}{P_t^c A_t}, rem_t = \frac{REM_t}{P_t^c A_t},$$

### A.2.1. Hogares

Ahora, modificaremos las condiciones de primer orden de los hogares ricardianos. La utilidad marginal del consumo es

$$P_t^c \Lambda_{r,t}^c A_t^{\sigma_r} = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u C_{r,t} - A_t \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r}}{(1 + \tau_{c,t})} A_t^{\sigma_r} \\ \lambda_{r,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u c_{r,t} - \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r}}{(1 + \tau_{c,t})}$$

La oferta de trabajo

$$A_t n_{r,t}^{\gamma_r} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) \frac{W_{r,t}}{P_t^c} \\ n_{r,t}^{\gamma_r} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{r,t}$$



La ecuación de Euler

$$\begin{aligned}\Lambda_{r,t}^x \mathcal{A}_t^{\sigma_r} &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ (1 - \tau_{r^k,t+1}) P_{t+1}^c \Lambda_{r,t+1}^c \mathcal{A}_{t+1}^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} \left( \frac{R_{t+1}^k}{P_{t+1}^c} - \frac{\tau_{p,t+1} P_{t+1}^x}{P_{t+1}^c} \right) + \Lambda_{r,t+1}^x \mathcal{A}_{t+1}^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} (1 - \delta) \right\} \\ \lambda_{r,t}^x &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \varsigma_{t+1}^{-\sigma_r} [(1 - \tau_{r^k,t+1}) \lambda_{r,t+1}^c (r_{t+1}^k - \tau_{p,t+1} p_{t+1}^x) + \lambda_{r,t+1}^x (1 - \delta)] \right\}\end{aligned}$$

La condición de primer orden de la inversión

$$\begin{aligned}\frac{P_t^x}{P_t^c} P_t^c \Lambda_{r,t}^c \mathcal{A}_t^{\sigma_r} &= \Lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \mathcal{A}_t^{\sigma_r} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\varsigma_t X_{r,t-1}} \left( \frac{\mathcal{A}_{t-1}}{\mathcal{A}_t} \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t-1}} \right) - 1 \right)^2 - \kappa \frac{X_{r,t}}{\varsigma_t X_{r,t-1}} \left( \frac{X_{r,t}}{\varsigma_t X_{r,t-1}} - 1 \right) \right] + \\ &\quad \beta \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \mathcal{A}_{t+1}^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} \frac{\kappa}{\varsigma_{t+1}} \left( \frac{X_{r,t+1}}{\varsigma_{t+1} X_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{X_{r,t+1}}{X_{r,t}} \right)^2 \right\} \\ p_t^x \lambda_{r,t}^c &= \lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right) \right] + \\ &\quad \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \varsigma_{t+1}^{1-\sigma_r} \kappa \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} \right)^2 \right\}\end{aligned}$$

La decisión óptima de la deuda

$$\begin{aligned}P_t^c \Lambda_{r,t}^c \mathcal{A}_t^{\sigma_r} &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ P_{t+1}^c \Lambda_{r,t+1}^c \mathcal{A}_{t+1}^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} \left( \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) (1 + i_t) \right\} \\ \lambda_{r,t}^c &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \varsigma_{t+1}^{-\sigma_r} (1 + r_t) \right\}\end{aligned}$$

donde  $1 + r_t = \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}^c}$ .

La condición de deuda externa

$$\begin{aligned}P_t^c \Lambda_{r,t}^c \mathcal{A}_t^{\sigma_r} &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ P_{t+1}^c \Lambda_{r,t+1}^c \mathcal{A}_{t+1}^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} (1 + i_t^*) \left( \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \right) \frac{\mathcal{E}_{t+1}}{\mathcal{E}_t} \left( \frac{P_t^c}{P_{t+1}^c} \right) \left( \frac{P_{t+1}^*}{P_t^*} \right) \right\} \\ \lambda_{r,t}^c &= \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \varsigma_{t+1}^{-\sigma_r} \left( \frac{1 + i_t^*}{1 + \pi_t^*} \right) \frac{rer_{t+1}}{rer_t} \right\}\end{aligned}$$

La restricción presupuestaria de los hogares ricardianos

$$\begin{aligned}(1 - \tau_{r^k,t}) \frac{R_t^k}{P_t^c} \frac{K_{r,t-1}}{\mathcal{A}_{t-1}} \frac{\mathcal{A}_{t-1}}{\mathcal{A}_t} + (1 - \tau_{w,t}) \frac{W_{r,t}}{P_t^c \mathcal{A}_t} n_{r,t} + (1 + i_{t-1}) \frac{B_{r,t-1}}{P_{t-1}^c \mathcal{A}_{t-1}} \frac{P_{t-1}^c \mathcal{A}_{t-1}}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \\ \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} \frac{B_{r,t}^*}{P_t^* \mathcal{A}_t} + \frac{P_t^H}{P_t^c} \frac{\Psi_{r,tax,t}^H}{\mathcal{A}_t} + \frac{\Psi_{r,t}^F}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \frac{\Psi_{r,t}^{oil}}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \frac{REM_t}{P_t^c \mathcal{A}_t} + (1 + \tau_{c,t}) \frac{C_{r,t}}{\mathcal{A}_t} + \frac{P_t^x}{P_t^c} \frac{X_{r,t}}{\mathcal{A}_t} + \\ + \frac{B_{r,t}}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} (1 + i_{t-1}^*) \frac{B_{r,t-1}^*}{P_{t-1}^* \mathcal{A}_{t-1}} \frac{\mathcal{A}_{t-1} P_{t-1}^*}{\mathcal{A}_t P_t^*} + \tau_{p,t} \frac{P_t^x}{P_t^c} \frac{K_{r,t-1}}{\mathcal{A}_{t-1}} \frac{\mathcal{A}_{t-1}}{\mathcal{A}_t} + \frac{T_t}{P_t^c \mathcal{A}_t}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1 - \tau_{r^k,t}) \frac{1}{\varsigma_t} r_t^k k_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) w_{r,t} n_{r,t} + \left( \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t^c} \right) \frac{1}{\varsigma_t} b_{r,t-1} + rer_t b_{r,t}^* + \psi_{r,tax,t}^H + \psi_{r,t}^F + \psi_{r,t}^{oil} + rem_t = \\ (1 + \tau_{c,t}) c_{r,t} + p_t^x x_{r,t} + b_{r,t} + rer_t \left( \frac{1+i_{t-1}^*}{1+\pi_t^*} \right) \frac{1}{\varsigma_t} b_{r,t-1}^* + \tau_{p,t} \frac{1}{\varsigma_t} p_t^x k_{r,t-1} + t_t\end{aligned}$$

La ecuación de acumulación del capital

$$\begin{aligned}\frac{K_{r,t}}{\mathcal{A}_t} &= \zeta_t^x \frac{X_{r,t}}{\mathcal{A}_t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{X_{r,t}}{\varsigma_t X_{r,t-1}} \left( \frac{\mathcal{A}_{t-1}}{\mathcal{A}_t} \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t-1}} \right) - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) \frac{K_{r,t-1}}{\mathcal{A}_{t-1}} \frac{\mathcal{A}_{t-1}}{\mathcal{A}_t} \\ k_{r,t} &= \zeta_t^x x_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) \frac{k_{r,t-1}}{\varsigma}\end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden de los hogares no ricardianos son más sencillas. La utilidad marginal está dada por

$$\lambda_{nr,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( c_{nr,t} - \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1+\gamma_{nr}} \right)^{1-\sigma_{nr}}}{(1 + \tau_{c,t})}$$

La oferta de trabajo

$$n_{nr,t}^{\gamma_{nr}} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{nr,t}$$

La restricción presupuestaria de los hogares no ricardianos

$$(1 + \tau_{c,t}) c_{nr,t} = (1 - \tau_{w,t}) w_{nr,t} n_{nr,t}$$

### A.2.2. Consumo e inversión internos e importados

Las demandas por bienes de consumo internos e importados son

$$\begin{aligned} c_t^H &= (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{-\eta_c} c_t \\ c_t^F &= \alpha_c (p_t^F)^{-\eta_c} c_t \end{aligned}$$

El índice de precios de la economía es

$$1 = \left[ (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{1-\eta_c} + \alpha_c (p_t^F)^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}}$$

Las demandas por bienes de inversión internos e importados son

$$\begin{aligned} x_t^H &= (1 - \alpha_x) \left( \frac{p_t^H}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \\ x_t^F &= \alpha_x \left( \frac{p_t^F}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \end{aligned}$$

El precio relativo de los bienes de inversión es igual a:

$$p_t^x = \left[ (1 - \alpha_x) (p_t^H)^{1-\eta_x} + \alpha_x (p_t^F)^{1-\eta_x} \right]^{\frac{1}{1-\eta_x}}$$

### A.2.3. Definición de precios

Se definen los precios relativos de los bienes de inversión nacional, importada, el nivel de precios de los bienes importados y las inflaciones internas y de bienes de consumo

$$\begin{aligned} \frac{P_t^H}{P_t^x} &= \frac{p_t^H}{p_t^x} \\ \frac{P_t^F}{P_t^x} &= \frac{p_t^F}{p_t^x} \\ \frac{1 + \pi_t^H}{1 + \pi_t^c} &= \frac{p_t^H}{p_{t-1}^H} \\ \frac{1 + \pi_t^F}{1 + \pi_t^c} &= \frac{p_t^F}{p_{t-1}^F} \end{aligned}$$

### A.2.4. Agencia agregadora de trabajo

El salario real de la economía es

$$w_t = w_{r,t} = w_{nr,t}$$

### A.2.5. Firmas

**Firmas de bienes intermedios** La función de producción agregada es

$$y_t^H = z_t \left( \frac{k_{t-1}}{s_t} \right)^\alpha n_t^{1-\alpha} \left( \frac{k_{t-1}^g}{s_t} \right)^{\alpha_g}$$

Las demandas de factores de producción son

$$\begin{aligned} w_t &= \varphi_t^H (1-\alpha) \frac{y_t^H}{n_t} \\ r_t^k &= \varphi_t^H \alpha s_t \frac{y_t^H}{k_{t-1}} \end{aligned}$$

La condición de primer orden de las firmas de bienes intermedios está dada por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1-\theta_H) \frac{P_t^H}{P_t^c} + \theta_H \frac{MC_t^H}{P_t^c} - \frac{P_t^H}{P_t^c} \kappa_H \left( \frac{1+\pi_t^H}{(1+\pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1+\pi_t^H}{(1+\pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] \right\} (1-\tau_{\psi^H,t}) \frac{Y_t^H}{\mathcal{A}_t} + \\ \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{P_{t+1}^c}{P_t^c} \right) \left( \frac{\Lambda_{r,t+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left( \frac{\mathcal{A}_{t+1}}{\mathcal{A}_t} \right)^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} \left[ \left( \frac{P_{t+1}^H}{P_{t+1}^c} \right) \kappa_H \left( \frac{1+\pi_{t+1}^H}{(1+\pi_t^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1+\pi_{t+1}^H}{(1+\pi_t^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] (1-\tau_{\psi^H,t+1}) \left( \frac{\mathcal{A}_{t+1}}{\mathcal{A}_t} \right) \left( \frac{Y_{t+1}^H}{\mathcal{A}_{t+1}} \right) \right\} = 0 \end{aligned}$$

Simplificando

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1-\theta_H) p_t^H + \theta_H \varphi_t^H - p_t^H \kappa_H \left( \frac{1+\pi_t^H}{(1+\pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \left( \frac{1+\pi_t^H}{(1+\pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] \right\} + \\ \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) s_{t+1}^{1-\sigma_r} \left( \frac{(1-\tau_{\psi^H,t+1}) y_{t+1}^H}{(1-\tau_{\psi^H,t}) y_t^H} \right) \left[ p_{t+1}^H \kappa_H \left( \frac{1+\pi_{t+1}^H}{(1+\pi_t^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right) \left( \frac{1+\pi_{t+1}^H}{(1+\pi_t^H)^{\iota_H} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_H}} \right) \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

**Firmas de bienes intermedios** La condición de primer orden de las firmas importadoras está dada por

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1-\theta_F) \frac{P_t^F}{P_t^c} + \theta_F \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} \frac{P_t^{F*}}{P_t^*} - \frac{P_t^F}{P_t^c} \kappa_F \left( \frac{1+\pi_t^F}{(1+\pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1+\pi_t^F}{(1+\pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \right\} \frac{Y_t^F}{\mathcal{A}_t} + \\ \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{P_{t+1}^c}{P_t^c} \right) \left( \frac{\Lambda_{r,t+1}^c}{\Lambda_{r,t}^c} \right) \left( \frac{\mathcal{A}_{t+1}}{\mathcal{A}_t} \right)^{\sigma_r} \left( \frac{\mathcal{A}_t}{\mathcal{A}_{t+1}} \right)^{\sigma_r} \left[ \left( \frac{P_{t+1}^F}{P_{t+1}^c} \right) \kappa_F \left( \frac{1+\pi_{t+1}^F}{(1+\pi_t^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1+\pi_{t+1}^F}{(1+\pi_t^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \left( \frac{\mathcal{A}_{t+1}}{\mathcal{A}_t} \right) \left( \frac{Y_{t+1}^F}{\mathcal{A}_{t+1}} \right) \right\} = 0 \end{aligned}$$

Simplificando

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1-\theta_F) p_t^F + \theta_F r e r_i p_t^{F*} - p_t^F \kappa_F \left( \frac{1+\pi_t^F}{(1+\pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1+\pi_t^F}{(1+\pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \right\} + \\ \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) s_{t+1}^{1-\sigma_r} \left( \frac{y_{t+1}^F}{y_t^F} \right) \left[ p_{t+1}^F \kappa_F \left( \frac{1+\pi_{t+1}^F}{(1+\pi_t^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1+\pi_{t+1}^F}{(1+\pi_t^F)^{\iota_F} (1+\bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$

### A.2.6. Banco central y economía abierta

La demanda de exportaciones de la economía es

$$c_t^{H*} = \left( \frac{p_t^H}{rer_t} \right)^{-\mu} c_t^*$$

El producto interno se divide así

$$(1 - \Upsilon_t^H) y_t^H = c_t^H + x_t^H + g_t + c_t^{H*}$$

El producto total de la economía en términos reales,  $pi b_t$ , es igual a

$$pi b_t = p_t^H y_t^H + \psi_t^{oil} + \psi_t^F$$

El bien importado se reparte entre consumo e inversión importada

$$(1 - \Upsilon_t^F) y_t^F = c_t^F + x_t^F$$

La deuda externa total,  $b_{T,t}^*$  está dada por

$$b_{T,t}^* = b_t^* + b_{g,t}^*$$

Finalmente, la tasa de interés extranjera  $i_t^*$  depende de una tasa libre de riesgo  $\bar{i}^*$  y de una prima de riesgo ajustada por la proporción de deuda externa a producto total de la economía

$$1 + i_t^* = \bar{i}^* \exp \left\{ \phi_b \left( rer_t \frac{b_{T,t}^*}{pi b_t} - \bar{b}^* \right) \right\}$$

### A.2.7. Gobierno y regla fiscal

El gasto del gobierno es

$$g_t = c_t^g + x_t^g$$

El gasto improductivo, sigue el siguiente proceso autorregresivo

$$c_t^g = (1 - \rho_{cg}) \bar{c}^g + \rho_{cg} c_{t-1}^g + \epsilon_{cg,t}$$

La ecuación de acumulación de capital privado es

$$k_{g,t} = x_t^g + (1 - \delta_g) \frac{k_{g,t-1}}{\varsigma_t}$$

La deuda total del gobierno en términos reales está dada por

$$b_{g,t} = b_t + rer_t b_{g,t}^*$$

La fracción de deuda externa del gobierno con respecto a la deuda externa total está dad por

$$b_{g,t}^{*share} = rer_t \frac{b_{g,t}^*}{b_{g,t}}$$

donde  $b_{g,t}^{*share}$  sigue un proceso autorregresivo.

Los beneficios petroleros son

$$\psi_t^{oil} = rer_t p_t^{oil,*} y_t^{oil}$$

Los ingresos petroleros como proporción del producto total en divisa interna son

$$\psi_{share,t}^{oil} = \frac{rer_t p_t^{oil,*} y_t^{oil}}{pi b_t}$$

Por ende, los beneficios petroleros están dados por

$$\psi_t^{oil} = \psi_{share,t}^{oil} pib_t$$

donde  $\psi_{share,t}^{oil}$  es un proceso exógeno.

La restricción presupuestaria del gobierno es

$$\begin{aligned} \frac{P_t^H}{P_t^c} \frac{G_t}{\mathcal{A}_t} + (1 + i_{t-1}) \frac{B_{t-1}}{\mathcal{A}_{t-1} P_{t-1}^c} \left( \frac{P_{t-1}^c \mathcal{A}_{t-1}}{P_t^c \mathcal{A}_t} \right) + \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} (1 + i_{t-1}^*) \frac{B_{g,t-1}^*}{\mathcal{A}_t P_{t-1}^*} \left( \frac{P_{t-1}^*}{P_t^*} \right) = \\ \frac{\mathcal{T}_t}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} \frac{P_t^{oil,*}}{P_t^*} \frac{Y_t^{oil}}{\mathcal{A}_t} + \frac{B_t}{P_t^c \mathcal{A}_t} + \frac{\mathcal{E}_t P_t^*}{P_t^c} \frac{B_{g,t}^*}{P_t^* \mathcal{A}_t} \\ p_t^H g_t + \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\varsigma_t} b_{t-1} + rer_t \left( \frac{1 + i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) b_{g,t-1}^* = \tau_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t + b_t + rer_t b_{g,t}^* \end{aligned}$$

donde

$$\tau_t = (1 - \Gamma) t_t + \tau_{c,t} c_t + \tau_{w,t} w_t h_t + \tau_{r^k,t} \frac{1}{\varsigma_t} r_t^k k_{t-1} + \tau_{p,t} \frac{1}{\varsigma_t} p_t^x k_{t-1} + \tau_{\psi^H,t} \psi_t^H - p_t^x x_t$$

El balance primario está dado por

$$bp_t = \tau_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t - p_t^H g_t$$

El balance total del gobierno es

$$ba_t = bp_t - \left( \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{b_{t-1}}{\varsigma_t} - rer_t \left( \frac{i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) \frac{b_{g,t-1}^*}{\varsigma_t}$$

El balance estructural consiste en

$$bs_t = ba_t - \check{\tau}_t - \omega \check{\psi}_t^{oil}$$

donde

$$\begin{aligned} \check{\tau}_t &= (1 - \Gamma) (t_t - \tilde{t}_t) + \tau_{w,t} (w_t n_t - \tilde{w}_t \tilde{n}_t) + \frac{\tau_{r^k,t}}{\varsigma_t} (r_t^k k_{t-1} - \tilde{r}_t^k \tilde{k}_{t-1}) + \frac{\tau_{p,t} p_t^x}{\varsigma_t} (k_{t-1} - \tilde{k}_{t-1}) + \tau_{c,t} (c_t - \tilde{c}_t) + \tau_{\psi^H,t} (\psi_t^H - \tilde{\psi}_t^H) \\ \check{\psi}_t^{oil} &= \left( rer_t p_t^{oil,*} - \tilde{rer}_t \tilde{p}_t^{oil,*} \right) y_t^{oil} \end{aligned}$$

Esto implica que el balance estructural es

$$bs_t = (1 - \Gamma) \tilde{t}_t + \tau_{w,t} \tilde{w}_t \tilde{n}_t + \tau_{r^k,t} \frac{1}{\varsigma_t} \tilde{r}_t^k \tilde{k}_{t-1} + \tau_{p,t} \frac{1}{\varsigma_t} \tilde{p}_t^x \tilde{k}_{t-1} + \tau_{c,t} \tilde{c}_t + \tau_{\psi^H,t} \tilde{\psi}_t^H - p_t^x \tilde{x}_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \tilde{rer}_t \tilde{p}_t^{oil,*} y_t^{oil} - p_t^H g_t - \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \frac{b_{t-1}}{\varsigma_t} - rer_t \frac{b_{g,t-1}^*}{\varsigma_t}$$

Dividiendo el balance estructural en términos reales por el producto real estructural de la economía

$$\frac{bs_t}{\widetilde{pib}_t} = \frac{ba_t}{\widetilde{pib}_t} - \frac{\check{\tau}_t}{\widetilde{pib}_t} - \frac{\check{\psi}_t^{oil}}{\widetilde{pib}_t}$$

La regla fiscal consiste en fijar la razón de balance estructural real a producto total real de la economía estructural para que sea igual  $bs^{obj}$

$$\frac{bs_t}{\widetilde{pib}_t} = bs^{obj}$$

Reemplazando este resultado y despejando obtenemos una expresión del balance total del gobierno en términos reales que depende de los ingresos fiscales cíclicos y del objetivo fiscal estructural

$$ba_t = bs^{obj} \widetilde{pib}_t + \check{\tau}_t + \check{\psi}_t^{oil}$$

Una regla que no elimina por completo los ingresos cíclicos del balance estructural está dada por

$$ba_t = bs^{obj} \widetilde{pib}_t + \phi_\tau \check{\tau}_t + \phi_\psi \check{\psi}_t^{oil}$$

### A.3. Equilibrio distorsionado de la economía

El equilibrio distorsionado de esta economía está conformado por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$(1 - \tau_{r,k,t}) \frac{1}{\zeta_t} r_t^k k_{r,t-1} + (1 - \tau_{w,t}) w_{r,t} n_{r,t} + \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\zeta_t} b_{r,t-1} + rer_t b_{r,t}^* + \psi_{r,tax,t}^H + \psi_{r,t}^F + \omega^{\text{oil}} \omega^{H,\text{oil}} \psi_{share,t}^{\text{oil}} \text{pib}_t + rem_t =$$

$$(1 + \tau_{c,t}) c_{r,t} + p_t^x x_{r,t} + b_{r,t} + rer_t \left( \frac{1 + i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\zeta_t} b_{r,t-1}^* + \tau_{p,t} \frac{1}{\zeta_t} p_t^x k_{r,t-1} + t_t \quad (\text{A.1})$$

$$\lambda_{r,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u c_{r,t} - \frac{n_{r,t}^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r}}{(1 + \tau_{c,t})} \quad (\text{A.2})$$

$$n_{r,t}^{\gamma_r} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{r,t} \quad (\text{A.3})$$

$$\lambda_{r,t}^x = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left[ (1 - \tau_{r,k,t+1}) \lambda_{r,t+1}^c (r_{t+1}^k - \tau_{p,t+1} p_{t+1}^x) + \lambda_{r,t+1}^x (1 - \delta) \right] \right\} \quad (\text{A.4})$$

$$p_t^x \lambda_{r,t}^c = \lambda_{r,t}^x \zeta_t^x \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 - \kappa \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right) \right] +$$

$$\beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^x \zeta_{t+1}^x \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \kappa \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} - 1 \right) \left( \frac{x_{r,t+1}}{x_{r,t}} \right)^2 \right\} \quad (\text{A.5})$$

$$\lambda_{r,t}^c = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left( \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}^c} \right) \right\} \quad (\text{A.6})$$

$$\lambda_{r,t}^c = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \lambda_{r,t+1}^c \zeta_{t+1}^{-\sigma_r} \left( \frac{1 + i_t^*}{1 + \pi_{t+1}^*} \right) \frac{rer_{t+1}}{rer_t} \right\} \quad (\text{A.7})$$

$$k_{r,t} = \zeta_t^x x_{r,t} \left[ 1 - \frac{\kappa}{2} \left( \frac{x_{r,t}}{x_{r,t-1}} - 1 \right)^2 \right] + (1 - \delta) \frac{k_{r,t-1}}{\zeta_t} \quad (\text{A.8})$$

$$(1 + \tau_{c,t}) c_{nr,t} = (1 - \tau_{w,t}) w_{nr,t} n_{nr,t} + rem_t \quad (\text{A.9})$$

$$\lambda_{nr,t}^c = \zeta_t^u \frac{\left( \zeta_t^u c_{nr,t} - \frac{n_{nr,t}^{1+\gamma_{nr}}}{1+\gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_{nr}}}{(1 + \tau_{c,t})} \quad (\text{A.10})$$

$$n_{nr,t}^{\gamma_{nr}} = \zeta_t^u \left( \frac{1 - \tau_{w,t}}{1 + \tau_{c,t}} \right) w_{nr,t} \quad (\text{A.11})$$

$$1 = \left[ (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{1-\eta_c} + \alpha_c (p_t^F)^{1-\eta_c} \right]^{\frac{1}{1-\eta_c}} \quad (\text{A.12})$$

$$c_t^H = (1 - \alpha_c) (p_t^H)^{-\eta_c} c_t \quad (\text{A.13})$$

$$c_t^F = \alpha_c (p_t^F)^{-\eta_c} c_t \quad (\text{A.14})$$

$$p_t^x = \left[ (1 - \alpha_x) (p_t^H)^{1-\eta_x} + \alpha_x (p_t^F)^{1-\eta_x} \right]^{\frac{1}{1-\eta_x}} \quad (\text{A.15})$$

$$x_t^H = (1 - \alpha_x) \left( \frac{p_t^H}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \quad (\text{A.16})$$

$$x_t^F = \alpha_x \left( \frac{p_t^F}{p_t^x} \right)^{-\eta_x} x_t \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{1 + \pi_t^H}{1 + \pi_t^c} = \frac{p_t^H}{p_{t-1}^H} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{1 + \pi_t^F}{1 + \pi_t^c} = \frac{p_t^F}{p_{t-1}^F} \quad (\text{A.19})$$

$$n_t = \Gamma n_{n,t} + (1 - \Gamma) n_{r,t} \quad (\text{A.20})$$

$$w_{r,t} = w_t \quad (\text{A.21})$$

$$w_{n,t} = w_t \quad (\text{A.22})$$

$$c_t = \Gamma c_{n,t} + (1 - \Gamma) c_{r,t} \quad (\text{A.23})$$

$$k_t = (1 - \Gamma) k_{r,t} \quad (\text{A.24})$$

$$x_t = (1 - \Gamma) x_{r,t} \quad (\text{A.25})$$

$$b_t = (1 - \Gamma) b_{r,t} \quad (\text{A.26})$$

$$b_t^* = (1 - \Gamma) b_{r,t}^* \quad (\text{A.27})$$

$$\Psi_{tax,t}^H = (1 - \Gamma) \Psi_{tax,r,t}^H \quad (\text{A.28})$$

$$y_t^H = z_t \left( \frac{k_{t-1}}{s_t} \right)^\alpha n_t^{1-\alpha} \left( \frac{k_{t-1}^g}{s_t} \right)^{\alpha_g} \quad (\text{A.29})$$

$$w_t = \varphi_t^H (1 - \alpha) \frac{y_t^H}{n_t} \quad (\text{A.30})$$

$$r_t^k = \varphi_t^H \alpha s_t \frac{y_t^H}{k_{t-1}} \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_H) p_t^H + \theta_H \varphi_t^H - p_t^H \kappa_p \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^t (1 + \bar{\pi})^{1-t}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^t (1 + \bar{\pi})^{1-t}} \right) \right] \right\} + \\ & \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) s_{t+1}^{1-\sigma_r} \left( \frac{(1 - \tau_{\psi^H,t+1}^H) y_{t+1}^H}{(1 - \tau_{\psi^H,t}^H) y_t^H} \right) \left[ p_{t+1}^H \kappa_p \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^t (1 + \bar{\pi})^{1-t}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^H}{(1 + \pi_t^H)^t (1 + \bar{\pi})^{1-t}} \right) \right] \right\} = 0 \quad (\text{A.32}) \end{aligned}$$

$$\Upsilon_t^H = \frac{\kappa_H}{2} \left( \frac{1 + \pi_t^H}{(1 + \pi_{t-1}^H)^{\iota_H} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_H}} - 1 \right)^2 \quad (\text{A.33})$$

$$\psi_t^H = (p_t^H (1 - \Upsilon_t^H) - \varphi_t^H) y_t^H \quad (\text{A.34})$$

$$\psi_{tax,t}^H = (1 - \tau_{\psi^H,t}) \psi_t^H \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t \left\{ \left[ (1 - \theta_F) p_t^F + \theta_F r \text{rer}_t p_t^{F*} - p_t^F \kappa_F \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \right\} + \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left( \frac{\lambda_{r,t+1}^c}{\lambda_{r,t}^c} \right) \varsigma_{t+1}^{1-\sigma_r} \left[ p_{t+1}^F \kappa_F \times \right. \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^F}{(1 + \pi_t^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} \right) \right] \left( \frac{y_{t+1}^F}{y_t^F} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_t^F &= \frac{\kappa_F}{2} \left( \frac{1 + \pi_t^F}{(1 + \pi_{t-1}^F)^{\iota_F} (1 + \bar{\pi})^{1-\iota_F}} - 1 \right)^2 \\ \psi_t^F &= (p_t^F (1 - \Upsilon_t^F) - \text{rer}_t p_t^{F*}) y_t^F \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

$$c_t^{H*} = \left( \frac{p_t^H}{\text{rer}_t} \right)^{-\mu} c_t^* \quad (\text{A.38})$$

$$(1 - \Upsilon_t^H) y_t^H = c_t^H + x_t^H + g_t + c_t^{H*} \quad (\text{A.39})$$

$$pib_t = p_t^H y_t^H + \psi_{share,t}^{\text{oil}} pib_t + \psi_t^F \quad (\text{A.40})$$

$$(1 - \Upsilon_t^F) y_t^F = c_t^F + x_t^F \quad (\text{A.41})$$

$$b_{T,t}^* = b_t^* + b_{g,t}^* \quad (\text{A.42})$$

$$1 + i_t = (1 + i_{t-1})^{\rho_s} \left( (1 + \bar{i}) \left( \frac{1 + \pi_{t+1}^c}{1 + \bar{\pi}} \right)^{\rho_\pi} \right)^{1-\rho_s} \exp \{ \epsilon_t^i \} \quad (\text{A.43})$$

$$1 + i_t^* = (1 + \bar{i}_t^*) z_t^{i,*} \exp \left\{ \phi_b \left( \text{rer}_t \frac{b_{T,t}^*}{pib_t} - \bar{b}^* \right) \right\} \quad (\text{A.44})$$

$$1 + r_t = \frac{1 + i_t}{1 + \pi_{t+1}^c} \quad (\text{A.45})$$

$$1 + r_t^* = \frac{1 + i_t^*}{1 + \pi_{t+1}^*} \quad (\text{A.46})$$

$$d_t = \frac{\text{rer}_{t+1}}{\text{rer}_t} \quad (\text{A.47})$$

$$g_t = c_t^g + x_t^g \quad (\text{A.48})$$

$$g_{share,t} = p_t^H \frac{g_t}{pib_t} \quad (\text{A.49})$$

$$k_{g,t} = x_t^g + (1 - \delta_g) \frac{k_{g,t-1}}{\varsigma_t} \quad (\text{A.50})$$



$$b_{g,t} = b_t + rer_t b_{g,t}^* \quad (\text{A.51})$$

$$b_{g,t}^{*share} = rer_t \frac{b_{g,t}^*}{b_{g,t}} \quad (\text{A.52})$$

$$p_t^H g_t + \left( \frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{1}{\varsigma_t} b_{t-1} + rer_t \left( \frac{1 + i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) b_{g,t-1}^* = \tau_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t + b_t + rer_t b_{g,t}^* \quad (\text{A.53})$$

$$\tau_t = (1 - \Gamma) t_t + \tau_{c,t} c_t + \tau_{w,t} w_t h_t + \frac{\tau_{r^k,t}}{\varsigma_t} r_t^k k_{t-1} + \tau_{\psi^H,t} \psi_t^H + \frac{\tau_{p,t}}{\varsigma_t} p_t^x k_{t-1} - p_t^x x_t \quad (\text{A.54})$$

$$bp_t = \tau_t + \omega^{G,oil} \omega^{H,oil} \psi_{share,t}^{oil} pib_t - p_t^H g_t \quad (\text{A.55})$$

$$ba_t = bp_t - \left( \frac{i_{t-1}}{1 + \pi_t^c} \right) \frac{b_{t-1}}{\varsigma_t} - rer_t \left( \frac{i_{t-1}^*}{1 + \pi_t^*} \right) \frac{b_{g,t-1}^*}{\varsigma_t} \quad (\text{A.56})$$

$$bs_t = ba_t - \check{\tau}_t - \omega \check{\psi}_t^{oil} \quad (\text{A.57})$$

$$\begin{aligned} \check{\tau}_t &= (1 - \Gamma) (t_t - \tilde{t}_t) + \tau_{w,t} (w_t n_t - \tilde{w}_t \tilde{n}_t) + \frac{\tau_{r^k,t}}{\varsigma_t} (r_t^k k_{t-1} - \tilde{r}_t^k \tilde{k}_{t-1}) \\ &+ \frac{\tau_{p,t}}{\varsigma_t} (p_t^x k_{t-1} - \tilde{p}_t^x \tilde{k}_{t-1}) + \tau_{c,t} (c_t - \tilde{c}_t) + \tau_{\psi^H,t} (\psi_t^H - \tilde{\psi}_t^H) - (p_t^x x_t - \tilde{p}_t^x \tilde{x}_t) \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

$$\check{\psi}_t^{oil} = \left( rer_t p_t^{oil,*} - \widetilde{rer}_t \tilde{p}_t^{oil,*} \right) y_t^{oil} \quad (\text{A.59})$$

$$bs_t = bs^{obj} \widetilde{pib}_t \quad (\text{A.60})$$

$$z_t = \bar{z}^{(1-\rho_z)} z_{t-1}^{\rho_z} \exp \{ \epsilon_{z,t} \} \quad (\text{A.61})$$

$$\varsigma_t = \bar{\varsigma}^{(1-\rho_\varsigma)} \varsigma_{t-1}^{\rho_\varsigma} \exp \{ \epsilon_{\varsigma,t} \} \quad (\text{A.62})$$

$$\zeta_t^u = \bar{\zeta}^u (1 - \rho_{\zeta^u}) (\zeta_{t-1}^u)^{\rho_{\zeta^u}} \exp \{ \epsilon_{\zeta^u,t} \} \quad (\text{A.63})$$

$$\zeta_t^x = \bar{\zeta}^x (1 - \rho_{\zeta^x}) (\zeta_{t-1}^x)^{\rho_{\zeta^x}} \exp \{ \epsilon_{\zeta^x,t} \} \quad (\text{A.64})$$

$$c_t^g = \bar{c}^g (1 - \rho_{c^g}) (c_{t-1}^g)^{\rho_{c^g}} \exp \{ \epsilon_{c^g,t} \} \quad (\text{A.65})$$

$$x_t^g = \bar{x}^g (1 - \rho_{x^g}) (x_{t-1}^g)^{\rho_{x^g}} \exp \{ \epsilon_{x^g,t} \} \quad (\text{A.66})$$

$$b_{g,t}^{*share} = \overline{b_g^{*share}}^{(1-\rho_{b_g^*})} (b_{g,t-1}^{*share})^{\rho_{b_g^*}} \exp \{ \epsilon_{b_g^*,t} \} \quad (\text{A.67})$$

$$\psi_{share,t}^{oil} = \overline{\psi_{share,t}^{oil}}^{(1-\rho_{\psi^{oil}})} (\psi_{share,t-1}^{oil})^{\rho_{\psi^{oil}}} \exp \{ \epsilon_{\psi^{oil},t} \} \quad (\text{A.68})$$

$$rem_t^{share} = \overline{rem_t^{share}}^{(1-\rho_{rem})} (rem_{t-1}^{share})^{\rho_{rem}} \exp \{ \epsilon_{rem,t} \} \quad (\text{A.69})$$

$$z_t^{i,*} = \overline{z_t^{i,*}}^{(1-\rho_{z^i})} (z_{t-1}^{i,*})^{\rho_{z^i}} \exp \{ \epsilon_{z^{i,*},t} \} \quad (\text{A.70})$$

$$\bar{i}_t^* = \overline{i_t^*}^{(1-\rho_{i^*})} (\bar{i}_{t-1}^*)^{\rho_{i^*}} \exp \{ \epsilon_{i^*,t} \} \quad (\text{A.71})$$

$$c_t^* = \overline{c_t^*}^{(1-\rho_{c^*})} (c_{t-1}^*)^{\rho_{c^*}} \exp \{ \epsilon_{c^*,t} \} \quad (\text{A.72})$$

$$p_t^{F^*} = \overline{p_t^{F^*}}^{(1-\rho_{p^{F^*}})} (p_{t-1}^{F^*})^{\rho_{p^{F^*}}} \exp \{ \epsilon_{p^{F^*},t} \} \quad (\text{A.73})$$

$$\pi_t^* = \overline{\pi_t^*}^{(1-\rho_{\pi^*})} (\pi_{t-1}^*)^{\rho_{\pi^*}} \exp \{ \epsilon_{\pi^*,t} \} \quad (\text{A.74})$$

#### A.4. Estado estacionario

En estado estacionario se cumple que  $L_{t+1} = L_t = L$ . Para resolver el estado, suponemos que  $rer$ ,  $n$ ,  $y^F$  y  $y^H$  ya son conocidos

$$\begin{aligned}
 z &= \bar{z} \\
 \varsigma &= \bar{\varsigma} \\
 \zeta_t^u &= \bar{\zeta}_t^u \\
 \zeta_t^x &= \bar{\zeta}_t^x \\
 c^g &= \bar{c}^g \\
 b_g^{*share} &= \bar{b}_g^{*share} \\
 \psi_{share}^{oil} &= \bar{\psi}_{share}^{oil} \\
 z^i &= \bar{z}^i \\
 c^* &= \bar{c}^* \\
 p^{F*} &= \bar{p}^{F*} \\
 \pi^* &= \bar{\pi}^*
 \end{aligned}$$

En el estado estacionario se cumple que

$$\begin{aligned}
 \Upsilon^H &= 0 \\
 \Upsilon^F &= 0
 \end{aligned}$$

De [A.36](#)

$$p^F = \left( \frac{\theta_F}{\theta_F - 1} \right) rer p^{F*}$$

A partir de [A.12](#)

$$p^H = \left( 1 - \alpha_c (p^F)^{1-\eta_c} \right)^{\frac{1}{1-\eta_c}}$$

Asimismo, por [A.15](#)

$$p^x = \left[ (1 - \alpha_x) (p^H)^{1-\eta_x} + \alpha_x (p^F)^{1-\eta_x} \right]^{\frac{1}{1-\eta_x}}$$

Los precios relativos de la economía son entonces iguales a:

$$\begin{aligned}
 \frac{p^h}{p^x} &= \frac{p^h}{p^c} \left( \frac{p^x}{p^c} \right)^{-1} \\
 \frac{p^F}{p^x} &= \frac{p^F}{p^c} \left( \frac{p^x}{p^c} \right)^{-1}
 \end{aligned}$$

A partir de [A.18](#)

$$1 + \pi^c = 1 + \pi^H$$

De la regla de política monetaria

$$1 + i = 1 + \bar{i}$$

Igualmente

$$1 + i^* = 1 + \bar{i}^*$$

A partir de [A.24](#) y [A.25](#)

$$\begin{aligned}\frac{\zeta^{\sigma_r}}{\beta} &= (1 - \tau_{r,k}) r^k + (1 - \delta) \\ r^k &= \left( \frac{1}{1 - \tau_{r,k}} \right) \left( \frac{\zeta^{\sigma_r}}{\beta} - (1 - \delta) \right)\end{aligned}$$

Despejando [A.32](#)

$$\varphi^H = p^H \left( \frac{\theta_H - 1}{\theta_H} \right)$$

De la ecuación [A.6](#)

$$1 + \pi = \zeta^{-\sigma_r} \beta (1 + i)$$

Los beneficios de las firmas de bienes importados son

$$\psi^F = (p^F - rerp^{F*}) y^F$$

A partir de la definición del producto total dada por [A.40](#)

$$pib = \frac{p^H y^H + \psi^F}{1 - \omega \psi_{share}^{oil}}$$

Fijamos el valor del gasto total del gobierno sobre el producto a un valor de largo plazo

$$g^{share} = \bar{g}^{share}$$

Despejando la ecuación del gasto

$$x^g = (1 - \bar{c}^g) g$$

Por la ecuación de acumulación de capital privado [A.50](#) y utilizando el resultado anterior, encontramos que

$$k_g = \left( \frac{1 - \bar{g}^c}{1 - \frac{1}{\zeta} + \frac{\delta_G}{\zeta}} \right) g$$

A partir de [A.30](#)

$$w = \varphi^H (1 - \alpha) \frac{y^H}{n}$$

Además

$$k = \frac{\alpha \zeta \varphi^H y^H}{r^k}$$

Despejando la ecuación [A.49](#)

$$g = \frac{g^{share}}{p^H} pib$$

Entonces

$$k_g = \frac{x^g}{1 - \frac{1}{\zeta} + \frac{\delta_G}{\zeta}}$$

De [A.24](#)

$$k_r = \frac{k}{(1 - \Gamma)}$$

A partir de [A.25](#), la inversión es igual al total del capital que se deprecia

$$x_r = \left( 1 - \frac{1}{\zeta} + \frac{\delta_G}{\zeta} \right) k_r$$

Así

$$x = (1 - \Gamma) x_r$$

A partir de A.16 y de A.17

$$\begin{aligned} x^H &= (1 - \alpha_x) \left( \frac{p^H}{p^x} \right)^{-\eta_x} x \\ x^F &= \alpha_x \left( \frac{p^F}{p^x} \right)^{-\eta_x} x \end{aligned}$$

De la ecuación A.35

$$\psi^H = (p^H - \varphi) y^H$$

Por ende

$$\psi_{tax}^H = (1 - \tau_{\psi^H}) \psi^H$$

A partir de A.38

$$c^{H*} = \left( \frac{p^H}{rer} \right)^{-\mu} c^*$$

Despejando los usos internos del producto

$$c^H = y^H - x^H - g - c^{H*}$$

De A.13

$$c = \left( \frac{1}{1 - \alpha_c} \right) (p^H)^{\eta_c} c^H$$

Entonces

$$c^F = \alpha_c (p^F)^{-\eta_c} c$$

Por las condiciones del mercado laboral

$$w_r = w_{nr} = w$$

Por ende, la oferta de trabajo de los hogares ricardianos y no ricardianos, determinado por las ecuaciones A.3 y A.11 respectivamente, son

$$\begin{aligned} n_r &= \left[ \left( \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} \right) w_r \right]^{\frac{1}{\gamma_r}} \\ n_{nr} &= \left[ \left( \frac{1 - \tau_w}{1 + \tau_c} \right) w_{nr} \right]^{\frac{1}{\gamma_{nr}}} \end{aligned}$$

De esta manera, a partir de A.9

$$c_{nr} = w_{nr} n_{nr} - \tau$$

Despejando A.23

$$c_r = \frac{c - \Gamma c_{nr}}{1 - \Gamma}$$

Las tasas de interés reales interna y externa son, respectivamente

$$\begin{aligned} 1 + r &= \frac{1 + i}{1 + \pi^c} \\ 1 + r^* &= \frac{1 + i}{1 + \pi^*} \end{aligned}$$

La regla fiscal del gobierno se fija sobre el balance estructural. Entonces

$$bs = bs^{obj} pib$$

Por definición

$$ba = bs$$

Una manera equivalente de expresar el balance total del gobierno es

$$ba = \left( \frac{1}{1 + \pi^c} \right) \frac{b}{\varsigma} - b - rer \left( \left( \frac{1}{1 + \pi^*} \right) \frac{b_g^*}{\varsigma} - b_g^* \right)$$

Como en el estado estacionario se cumple que  $\pi^c = \pi^*$ , podemos expresar de nuevo esta ecuación en términos de la deuda total del gobierno  $b_G$

$$b_g = \left( \frac{1}{\varsigma} \left( \frac{1}{1 + \pi^c} \right) - 1 \right)^{-1} ba$$

Despejando de A.52

$$b_G^* = \frac{b_G b_{g,share}^*}{rer}$$

Reorganizando A.44

$$b_T^* = \frac{\bar{b}^* pib}{rer}$$

Entonces, a partir de la definiciones de las deudas totales del gobierno y de la economía en el exterior, podemos calcular la deuda del gobierno con los hogares y la deuda de los hogares en el exterior respectivamente

$$\begin{aligned} b &= b_G - reb_G^* \\ b^* &= b_T^* - b_g^* \end{aligned}$$

Despejando la restricción presupuestaria el gobierno dada por A.53, encontramos que los impuestos de suma fija son simplemente un residuo

$$t = p^H g + \left( \left( \frac{1+i}{1+\pi_t^c} \right) \frac{1}{\varsigma} - 1 \right) b + rer \left( \left( \frac{1+i^*}{1+\pi^*} \right) \frac{1}{\varsigma} - 1 \right) b_g^* - \tau_c c - \tau_w whn - \tau_{r,k} r^k k - \tau_{\psi,H} \psi^H - \omega rer p^{oil*} y^{oil}$$

Finalmente

$$\begin{aligned} \lambda_r^c &= \left( c_r - \frac{n_r^{1+\gamma_r}}{1+\gamma_r} \right)^{-\sigma_r} \\ \lambda_{nr}^c &= \left( c_{nr} - \frac{n_{nr}^{1+\gamma_{nr}}}{1+\gamma_{nr}} \right)^{-\sigma_n} \\ \lambda_r^x &= \lambda_r^c p^x \end{aligned}$$

## B. Ecuaciones de medida

Esta sección detalla las variables utilizadas y su correspondiente contrapartida en el modelo:

$$\ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{pib_t}{pib_{t-1}} \right)$$

$$\ln(\text{consumo privado}_t) - \ln(\text{consumo privado}_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{c_t}{c_{t-1}} \right)$$

$$\ln(FBK F_t) - \ln(FBK F_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{\frac{p_t^x}{p_t^c} x_t + \frac{p_t^H}{p_t^c} x_t^g}{\frac{p_{t-1}^x}{p_{t-1}^c} x_{t-1} + \frac{p_{t-1}^H}{p_{t-1}^c} x_{t-1}^g} \right)$$

$$\ln(\text{exportaciones}_t) - \ln(\text{exportaciones}_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{\frac{p_t^H}{p_t^c} C_t^{H*}}{\frac{p_{t-1}^H}{p_{t-1}^c} C_{t-1}^{H*}} \right)$$

$$\ln(\text{producción minera}_t) - \ln(\text{producción minera}_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{\psi_{\text{share},t}^{\text{oil}} \text{pib}_t}{\psi_{\text{share},t-1}^{\text{oil}} \text{pib}_{t-1}} \right)$$

$$\ln(\text{salariorreal}_t) - \ln(\text{salariorreal}_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{w_t}{w_{t-1}} \right)$$

$$\ln(\text{horas}_t) - \ln(\text{horas}_{t-1}) = \left( \frac{h_t}{h_{t-1}} \right)$$

$$\frac{\text{Ingreso trib por consumo}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 (\tau_{c,t-i} c_{t-i})}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Ingreso trib por renta}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 \left( \tau_{c,t-i} c_{t-i} + \tau_{w,t-i} w_{t-i} h_{t-i} + \frac{\tau_{r^k,t-i}}{\varsigma_{t-i}} r_{t-i}^k k_{t-i-1} + \tau_{\psi^H,t-i} \psi_{t-i}^H \right)}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Ingresos tributarios}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 \left( (1 - \Gamma) t_{t-i} + \tau_{c,t-i} c_{t-i} + \tau_{w,t-i} w_{t-i} h_{t-i} + \frac{\tau_{r^k,t-i}}{\varsigma_{t-i}} r_{t-i}^k k_{t-i-1} + \tau_{\psi^H,t-i} \psi_{t-i}^H + \frac{\tau_{p,t-i}}{\varsigma_{t-i}} p_{t-i}^x k_{t-i-1} - p_{t-i}^x x_{t-i} \right)}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Gasto en funcionamiento}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 \left( \frac{p_{t-i}^H}{p_{t-i}^c} c_{t-i}^g \right)}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Gasto en inversión}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 \left( \frac{p_{t-i}^H}{p_{t-i}^c} x_{t-i}^g \right)}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Gasto total}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 \left( \frac{p_{t-i}^H}{p_{t-i}^c} c_{t-i}^g + \frac{p_{t-i}^H}{p_{t-i}^c} x_{t-i}^g \right)}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

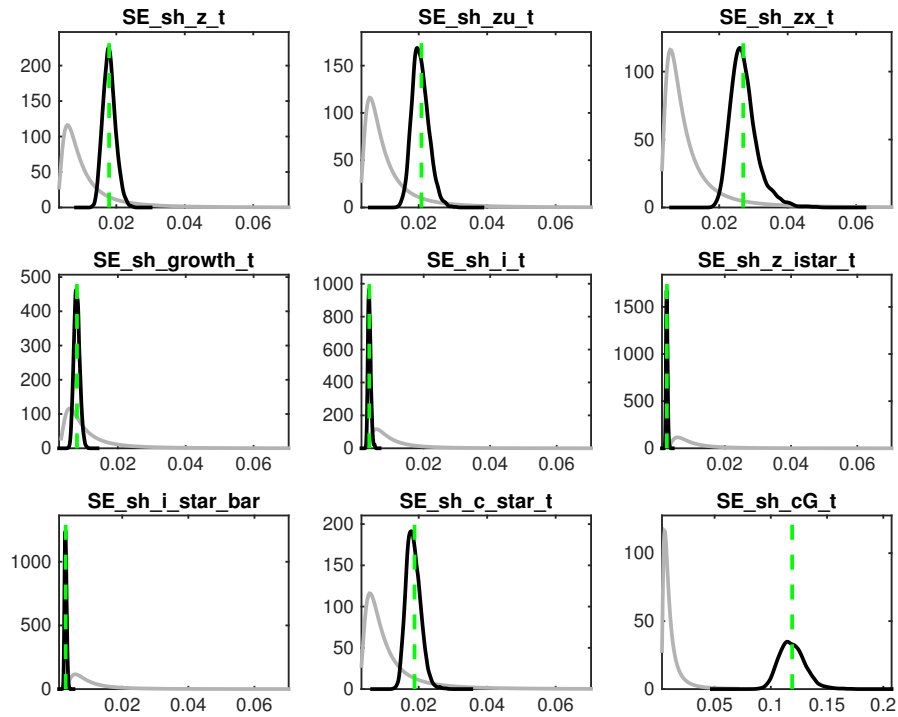
$$\frac{\text{Balance total}}{\text{PIB}} = \frac{\sum_{i=0}^3 (\text{ba}_{t-i})}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Deuda pública interna}}{\text{PIB}} = \frac{b_t}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Deuda pública total}}{\text{PIB}} = \frac{b_{g,t}}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

$$\frac{\text{Deuda externa total}}{\text{PIB}} = \frac{b_{T,t}^*}{\sum_{i=0}^3 (\text{pib}_{t-i})}$$

Figura 29: Priors y posteriors I



$$TIB_t = (1 + i_t)^4$$

$$LIBOR_t = (1 + \bar{i}_t^*)^4$$

$$LIBOR_t + EMBI_t = (1 + i_t^*)^4$$

$$\text{depreciación real}_t = \frac{rer_t}{rer_{t-1}}$$

$$\text{inflación total}_t = 1 + \pi_t^c$$

$$\text{inflación importada}_t = 1 + \pi_t^F$$

$$\text{inflación USA}_t = 1 + \pi_t^*$$

$$\ln(\text{producción USA}_t) - \ln(\text{producción USA}_{t-1}) = \varsigma_t \left( \frac{c_t^*}{c_{t-1}^*} \right)$$

### C. Priors y posteriors de la estimación

Figura 30: Priors y posteriors II

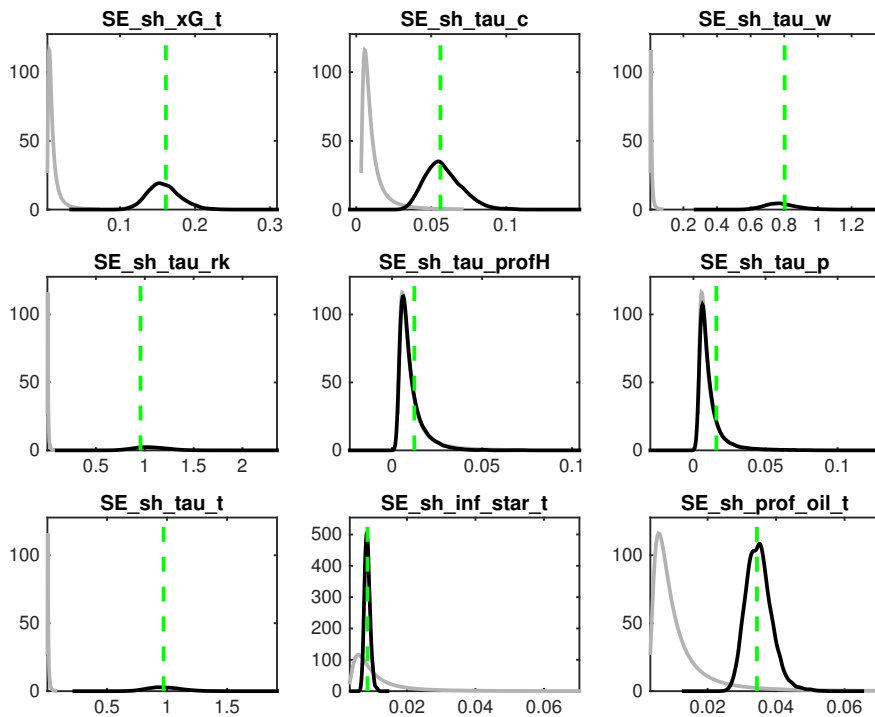


Figura 31: Priors y posteriors III

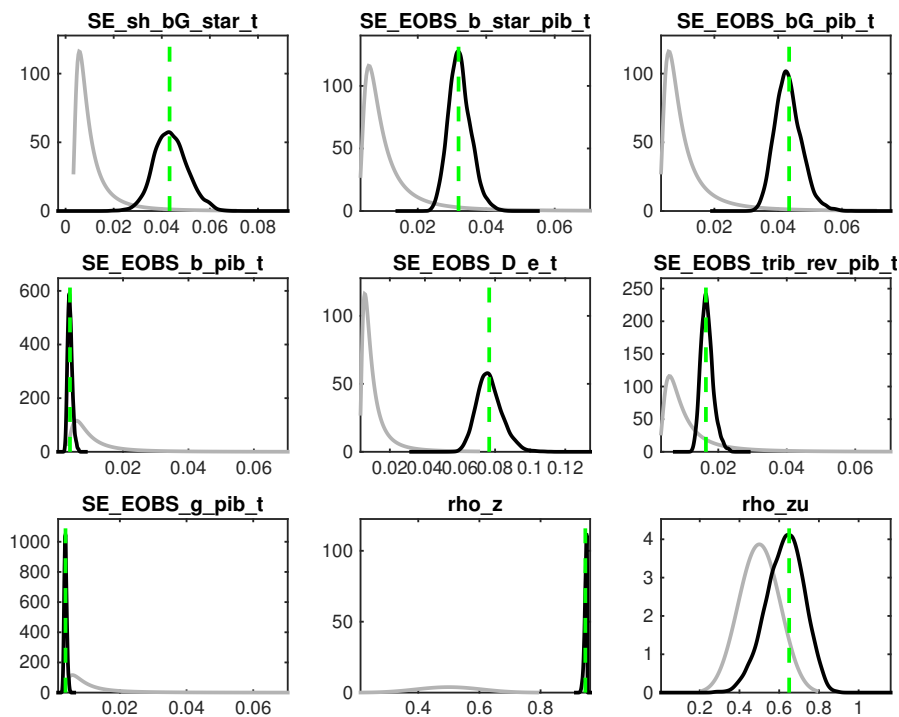




Figura 32: Priors y posteriors IV

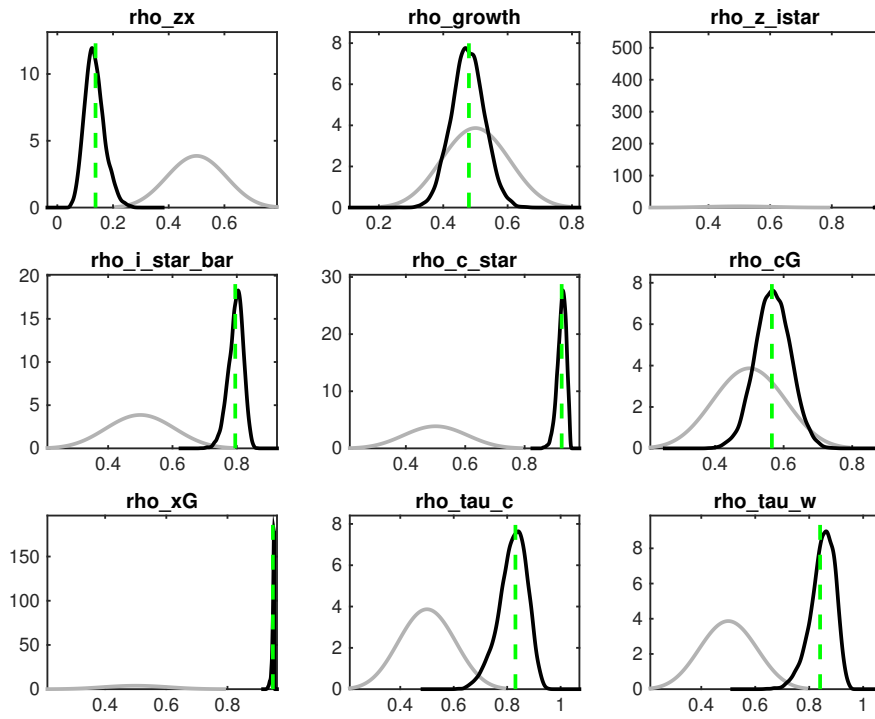


Figura 33: Priors y posteriors V

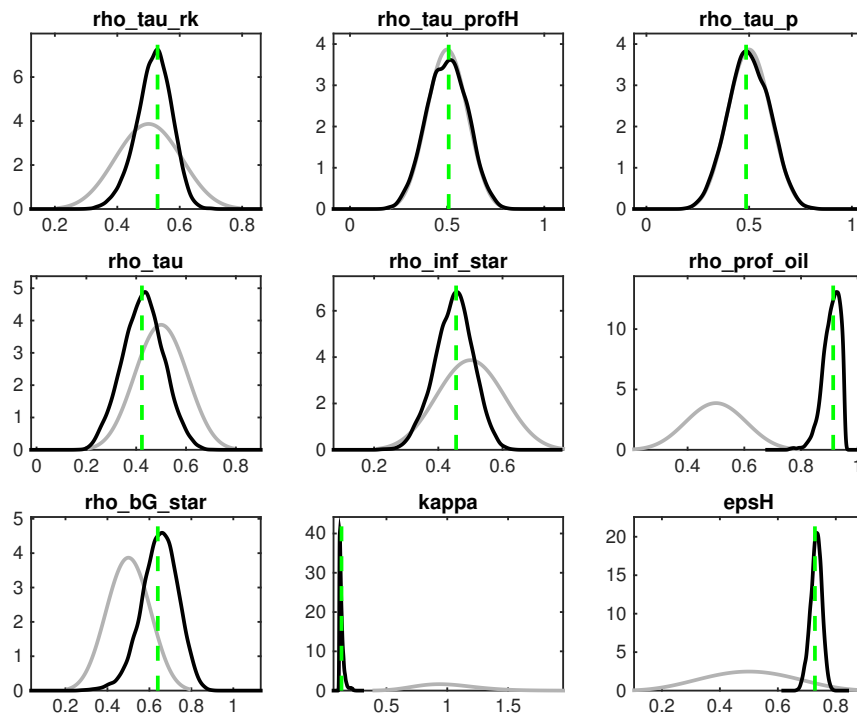


Figura 34: Priors y posteriors VI

