



ENSAYOS

sobre política económica

Cuenta corriente y restricción presupuestaria intertemporal: un contraste de la viabilidad del financiamiento externo

Juan Carlos Vargas Berdugo

Revista ESPE, No. 45 Junio 2004

Páginas 58-78



Los derechos de reproducción de este documento son propiedad de la revista *Ensayos Sobre Política Económica* (ESPE). El documento puede ser reproducido libremente para uso académico, siempre y cuando nadie obtenga lucro por este concepto y además cada copia incluya la referencia bibliográfica de ESPE. El(los) autor(es) del documento puede(n) además colocar en su propio website una versión electrónica del documento, siempre y cuando ésta incluya la referencia bibliográfica de ESPE. La reproducción del documento para cualquier otro fin, o su colocación en cualquier otro website, requerirá autorización previa del Editor de ESPE.

***Current Account and Intertemporal Budget Constraint:
A Contrast of the Viability of External Financing***

Juan Carlos Vargas Berdugo*

This paper has not existed without initial motivation given by Juan Luis Londoño de la Cuesta. It has not concluded without patient orientation received from Hugo Oliveros. It has not been published without trust deposited by Andrés Carvajal, editor of ESPE. The author thanks valuable comments to preliminary versions made by Martha Misas, Darío Peña, Rodrigo Suescún, Álvaro Concha, Andrés Escobar and two ESPE Technical Committee anonymous referees. Errors and omissions are author exclusive responsibility. Opinions expressed in this document are not related to author nor commentators institutional filiation.

* Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia. E-mail jvargas@asobancaria.com

Document received September 15th 2003; final version accepted May 6th 2004.

Abstract

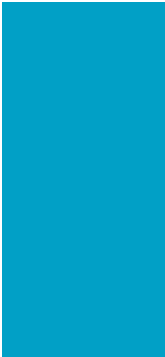
This paper proposes an econometrical specification to contrast the external financing viability, derived from the intertemporal current account approach and the non-stationary time series analysis. Specifically, it discusses an strategy that allows to overcome the eventual inconsistency of cointegration analysis amongst processes $I(1)$ in presence of multicointegration. The proposed methodology exceeds precedent works (Leachman and Francis, 2000) since it relaxes the stationarity assumption of the commercial balance and incorporates the net foreign assets dynamics into the discussion around the empirical validity of the intertemporal budget constraint.

JEL Classification: C52, C32, F34.

Keywords : *multicointegration, cointegration, intertemporal solvency.*

Cuenta corriente y restricción presupuestaria intertemporal: un contraste de la viabilidad del financiamiento externo

Juan Carlos Vargas Berdugo *



Este artículo propone una especificación econométrica para contrastar la viabilidad del financiamiento externo, derivada del enfoque intertemporal de la cuenta corriente y del análisis de series de tiempo no estacionarias. Específicamente, discute una estrategia que permite superar la eventual inconsistencia del análisis de cointegración entre procesos $I(1)$ en presencia de multicointegración. La metodología propuesta supera trabajos precedentes (Leachman y Francis, 2000) en tanto relaja el supuesto de estacionariedad del balance comercial e incorpora la dinámica los activos externos netos a la discusión de la validez empírica de la restricción presupuestaria intertemporal.

Este artículo no habría existido sin la motivación de Juan Luis Londoño de la Cuesta, no habría sido concluido sin la paciente orientación de Hugo Oliveros y no habría sido publicado sin la confianza depositada por Andrés Carvajal, editor de *Ensayos sobre Política Económica*. El autor agradece los valiosos comentarios a las versiones preliminares hechos por Martha Misas, Darío Peña, Rodrigo Suescún Álvaro Concha, Andrés Escobar y dos jurados anónimos del comité técnico de ESPE. Los errores y omisiones son de la responsabilidad exclusiva del autor. Las opiniones consignadas en el documento no están relacionadas con las filiaciones institucionales del autor ni de los comentaristas.

* Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia, Asobancaria.
Correo electrónico: jvargas@asobancaria.com

Documento recibido el 15 de septiembre de 2003; versión final aceptada el 6 de mayo de 2004.

Clasificación JEL: C52, C32, F34.

Palabras clave: multicointegración, cointegración, solvencia intertemporal.

I. INTRODUCCIÓN

La discusión en torno al comportamiento de la cuenta corriente y su equilibrio es esencialmente intertemporal. Este enfoque es consistente no sólo con la naturaleza del ahorro y la inversión de las economías sino también con la racionalidad individual de sus agentes, quienes encuentran en el endeudamiento externo la alternativa que les permite maximizar su utilidad mediante el traslado de recursos financieros en el tiempo.

Lo anterior se complementa con la visión del resto del mundo como prestamista. Las decisiones de inversión del lado de la oferta de fondos prestables se rigen por el principio de no participar en un esquema de endeudamiento que permita que los compromisos adquiridos por una economía en los mercados internacionales se incumplan.

El resultado de esta interacción entre agentes prestamistas y prestatarios se materializa en los mercados internacionales y, bajo el esquema teórico, se garantiza por el cumplimiento de la condición de transversalidad estándar.

El presente documento retoma la discusión del análisis empírico de esta regla de los flujos internacionales de capital. En particular, la atinente al financiamiento de los desequilibrios de la cuenta corriente de la balanza de pagos, en el marco de su dimensión intertemporal, las series de tiempo y los procesos estocásticos no estacionarios¹.

El principal aporte es la relación que se establece entre la viabilidad del financiamiento de los desbalances en cuenta corriente y el equilibrio bajo un sistema multicointegrado, en el cual existen componentes $I(2)$ en la relación que gobierna el largo plazo².

¹ Para más detalles sobre el enfoque intertemporal de la cuenta corriente de la balanza de pagos, se remite al lector a los trabajos originales de Obstfeld y Rogoff (1994, 1996).

² El concepto de multicointegración fue introducido por Granger y Lee (1989, 1990).

En este trabajo se propone un test que tiene dos características: i) considera el *stock* de activos externos netos como variable determinante en la discusión del financiamiento de los desequilibrios de la cuenta corriente y ii) emplea una representación multivariada bajo multicointegración que sigue los desarrollos propuestos por el trabajo de Engsted y Johansen (1997).

Estas características le permiten ser el caso general de algunos contrastes empíricos predecesores y, como se verá más adelante, superar algunos problemas estructurales del trabajo pionero en la adopción del enfoque de multicointegración, en el contexto de la viabilidad de los desequilibrios de la cuenta corriente.

El artículo está organizado en cuatro secciones adicionales a la presente. En la siguiente se introduce el modelo analítico que enmarca la discusión del contraste empírico; este último tema se aborda con mayor detalle en la tercera sección. En esta se hace una interpretación natural del contraste de Trehan y Walsh (1991) a la luz del teorema de representación de Granger y una especificación multivariada.

Posteriormente, se discute la multicointegración en el contexto de los desequilibrios de la cuenta corriente y se propone la representación adecuada del modelo econométrico. Bajo esta aproximación, tal como lo sugieren los resultados de Johansen (1995) y Engsted y Johansen (1997), el análisis convencional no es válido. En particular porque se tiene una mala especificación del modelo de corrección de errores $I(1)$. En la quinta sección se presentan las conclusiones.

II. CUENTA CORRIENTE, DESEQUILIBRIOS Y SOLVENCIA INTERTEMPORAL

Adoptando las definiciones convencionales, una economía pequeña y abierta con acceso a un mercado de capitales perfecto enfrenta la siguiente restricción presupuestaria general, que describe la dinámica intertemporal de la acumulación de activos externos netos³:

$$(1) \quad b_t - b_{t-1} = y_t + r_t b_{t-1} - c_t - i_t - g_t$$

³ Esta sección replica los trabajos de Trehan y Walsh (1988, 1991), los cuales constituyen el marco analítico para el desarrollo posterior. Una discusión más detallada se analiza en el Apéndice A.

donde b_t es el *stock* de activos externos del período t acumulado en períodos anteriores; y_t , c_t , g_t e i_t son el producto, el consumo, el gasto público y la inversión del período t , respectivamente, y r_t es la tasa de interés, determinada exógenamente. Se define I_{t-1} como el conjunto de información de los agentes privados al inicio del período t , y se asume que la tasa real esperada es constante: $E [r_{t+i} | I_{t-1}] = r$ para todo $i \geq 0$.

Se define el balance comercial del período t , como el monto neto del producto que la economía transfiere al resto del mundo:

$$(2) \quad d_t \equiv y_t - c_t - i_t - g_t = (x_t - m_t)$$

donde x_t y m_t son las exportaciones e importaciones reales en el período t .

Por otra parte, la cuenta corriente, ca_t , es el desequilibrio entre el ahorro y la inversión doméstica del período t . En presencia de un mercado de capitales perfecto, este desequilibrio puede financiarse a través de endeudamiento externo.

A partir de la ecuación (1), la cuenta corriente se define como:

$$(3) \quad ca_t \equiv (x_t - m_t) + r b_{t-1}$$

A. CONTABILIDAD INTERTEMPORAL

Tomando valor esperado condicionado a I_{t-1} en (1), sustituyendo recursivamente los valores futuros de b_t y empleando la identidad (2), se deriva la siguiente ecuación para el *stock* de activos externos netos de intereses⁴:

$$(4) \quad b_{t-1} = \frac{1}{(1+r)^{k+1}} E [b_{t+k} | I_{t-1}] - \sum_{j=0}^k \frac{1}{(1+r)^{j+1}} E [d_{t+j} | I_{t-1}]$$

Esta condición dinámica, bajo un horizonte infinito, se puede expresar como:

$$(5) \quad b_{t-1} = \lim_{k \rightarrow \infty} (1+r)^{-(k+1)} E [b_{t+k} | I_{t-1}] - \sum_{j=0}^{\infty} (1+r)^{-(j+1)} E [d_{t+j} | I_{t-1}]$$

⁴ Se asume que mientras b_{t-1} haga parte de I_{t-1} , tanto r_t como d_t se encuentran excluidos del conjunto de información, esto implica que la tasa de interés y el déficit (superávit) son independientes entre sí bajo I_{t-1} . Trehan y Walsh (1991).

La relación (5) señala que la suma descontada de los superávit (déficit) comerciales futuros más el *stock* al que convergen los activos externos conforme pasa el tiempo, son el nivel de estos últimos en el período $t-1$.

Los desequilibrios de la cuenta corriente se pueden financiar si la economía cumple las condiciones de solvencia, es decir si:

$$(6) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} (1+r)^{-(k+1)} E [b_{t+k} | I_{t-1}] = 0$$

Este resultado exige que la economía haga uso eficiente de los recursos; aumentará el consumo doméstico tan sólo cuando ello no signifique costos adicionales de endeudamiento en términos intertemporales. Así mismo, es consistente con el hecho de que en general el resto del mundo no está dispuesto a financiar un esquema de Ponzi.

III. CONTRASTES EMPÍRICOS

En la literatura internacional existen numerosas referencias de contrastes empíricos que evalúan la viabilidad del financiamiento externo, a través del análisis de los desequilibrios de la cuenta corriente⁵. En este sentido, se han derivado pruebas econométricas que acuden a la metodología de series de tiempo para evaluar la presencia de relaciones cointegrantes entre los componentes de la balanza comercial, el *stock* de activos externos y los flujos de capital derivados de los rendimientos de los mismos.

Estos análisis se diferencian fundamentalmente en los supuestos sobre el orden de integración de los procesos estocásticos que siguen las variables en consideración.

Como estrategia de contraste empírico, la mayoría de estas pruebas acude al examen de los residuales para evaluar la presencia de relaciones de cointegración, pese a la documentada superioridad del enfoque máximo verosímil de Johansen (1995). Este enfoque se caracteriza por no asumir la unicidad del vector de

⁵ Un resumen detallado de la literatura sobre el tema es el de Trehan y Walsh (1991). Los autores discuten los contrastes econométricos basados en cointegración de Hamilton y Flavin (1985), Hansen, Roberds y Sargent (1991), Wilcox (1989), Hakkio y Rush (1991) y Haug (1991), entre otros. Demuestran que la especificación propuesta en su trabajo es más general y por lo tanto, las anteriores pueden ser consideradas como casos particulares.

cointegración y por permitir la evaluación estadística de restricciones para la identificación del mismo (Tanner y Liu, 1995).

Trehan y Walsh (1989, 1991) hacen una propuesta general que agrupa algunas metodologías como casos particulares de su contraste empírico. Demuestran que la condición de transversalidad dada por la ecuación (6) puede verse como una restricción particular sobre el proceso conjunto generador de datos de la posesión de activos externos b_t y el balance comercial d_t ⁶.

En el trabajo de 1991 los autores relajan el supuesto de estacionariedad en diferencias de los flujos de la balanza comercial, común a algunas aproximaciones anteriores, y conservan la hipótesis de que la tasa de interés esperada es constante. De esta forma, establecen que un test de cointegración es válido para analizar un proceso presupuestario estándar en la medida en que la cuasidiferencia del déficit neto de intereses sea estacionaria⁷.

A. UNA INTERPRETACIÓN BAJO EL TEOREMA DE REPRESENTACIÓN DE GRANGER

Sea $w'_t = [x_t \ m_t \ b_{t-1}]$ el proceso estocástico conjunto para las exportaciones, las importaciones y el *stock* de activos externos.

Donde x_t , m_t y b_{t-1} son procesos integrados de orden 1 y por lo tanto $w_t \sim I(1)$ ⁸.

La definición del orden de integración de w_t establece que en ausencia o presencia de cointegración entre los componentes, $d_t \sim I(1)$ o bien $d_t \sim I(0)$, respectivamente. De tal manera que el proceso estocástico asociado al desequilibrio comercial es estacionario en diferencias si las variables no están cointegradas. Esto es $(1 - L)d_t \sim I(0)$ ⁹.

⁶ En el Apéndice A se presenta con un mayor nivel de detalle el contraste propuesto por los autores.

⁷ Sea d_t el déficit de la balanza comercial. La cuasidiferencia de d_t se define como $(1 - \lambda L)d_t$, donde L es el operador de rezago y λ una constante positiva.

⁸ Se dice que el proceso x_t es integrado de orden d , $x_t \sim I(d)$, si $\Delta^d x_t$ es estacionario, Johansen (1995), Cap. 3.

⁹ La caracterización del orden de integración de la combinación lineal $d_t = (x_t - m_t)$ no alude a un hecho empírico particular, simplemente es consistente con que la no estacionariedad de una serie de tiempo es una propiedad dominante en ausencia de una relación de cointegración.

Trehan y Walsh (1991) muestran que bajo este caso particular la restricción sobre el proceso conjunto es la estacionariedad de la combinación lineal dada por $(x_t - m_t) + rb_{t-1}$ ¹⁰.

Es decir, demuestran que la financiación de los desequilibrios de la cuenta corriente es viable si y sólo si $ca_t \sim I(0)$. Dicho en términos del modelo de Obstfeld y Rogoff (1994, 1996), siempre que $w_t \sim CI(1,1)$ con vector de cointegración $\beta' = [1 \ -1 \ r]$, la economía estará respetando su restricción presupuestaria intertemporal¹¹.

Este resultado a la luz del teorema de representación de Granger¹² significa que cuando se cumple la condición de transversalidad estándar, el proceso conjunto generador de datos conformado por el balance comercial y los activos externos netos se puede representar mediante un modelo vectorial de corrección de errores (VEC)¹³:

$$(7) \quad \Delta w_t = \Pi w_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta w_{t-i} + \varepsilon_{w_t}$$

Donde $\Pi = \alpha\beta'$ es una matriz cuyo rango es el de cointegración, α es el vector de coeficientes de ajuste, el cual describe la velocidad con la que las variables involucradas en el proceso conjunto retornan al espacio de cointegración. β es el vector de cointegración, Γ_i son los parámetros de la representación autorregresiva del modelo y $\varepsilon'_{wt} = [\varepsilon_{x_t} \ \varepsilon_{m_t} \ \varepsilon_{b_t}]$ es una perturbación estocástica ruido blanco con media cero y matriz de varianzas covarianza $V(\varepsilon_{w_t}) = \Omega$ no singular.

¹⁰ Si bien en Trehan y Walsh (1991), p. 211, se menciona el contraste como un caso particular de la proposición 1, la derivación más detallada se encuentra en Trehan y Walsh (1989).

¹¹ Usualmente se emplea para la notación $x_t \sim CI(d,b)$ para indicar que dado el proceso x_t integrado de orden d , existe un vector $\delta \neq 0$ tal que $\delta'x_t \sim I(d-b)$ con $0 < b \leq d$.

¹² Si x_t y y_t son dos procesos integrados de orden 1, $I(1)$, entonces generalmente una combinación de ellos $x_t + by_t$ será $I(1)$. Sin embargo, para algunos pares de series $I(1)$ existe una combinación lineal $z_t = x_t + Ay_t$ que es estacionaria, $I(0)$. Cuando esto ocurre, se dice que x_t y y_t están cointegradas. El teorema de representación de Granger señala que si x_t y y_t están cointegradas, se puede considerar una representación para sus procesos generadores de datos a través de un modelo de corrección de errores de la siguiente forma:

$$\Delta x_t = \rho_1 z_{t-1} + \text{rezagos}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \varepsilon_{x_t}$$

$$\Delta y_t = \rho_2 z_{t-1} + \text{rezagos}(\Delta x_t, \Delta y_t) + \varepsilon_{y_t}$$

donde ρ_1, ρ_2 son distintos de 0 y $\varepsilon_{x_t}, \varepsilon_{y_t}$ son conjuntamente ruido blanco. La implicación contraria es igualmente verdadera. Para más detalles, véanse Granger y Lee, 1989, Engle y Granger, 1991.

¹³ La relación entre el teorema de representación de Granger y la ecuación (7) se puede consultar en detalle en Johansen (1995), Caps. 3 y 4.

La relación de cointegración, que implica la estacionariedad de la cuenta corriente, indica que el comportamiento dinámico de w_t involucra la existencia de un conjunto atractor¹⁴.

La existencia de este conjunto significa que los desequilibrios de corto plazo, en este caso la violación de la condición (6) de solvencia, se corrigen en el largo plazo.

Esto quiere decir que en un período de tiempo la economía puede violar la restricción presupuestaria intertemporal con un endeudamiento excesivo o haciendo uso ineficiente de los recursos de financiamiento disponibles. Sin embargo, la implicación de $\beta'w_t \sim I(0)$ garantiza que se retornará a la condición de balance presupuestario intertemporal con una velocidad de ajuste dada por α .

Así, se puede concluir que si b_t es no estacionario y (7) es una representación válida para el comportamiento de w_t , con $\beta' = [1 \ -1 \ r]$, el financiamiento externo de los desequilibrios de la cuenta corriente es viable, pues supone que en largo plazo se cumple la condición dada por (6).

IV. MULTICOINTEGRACIÓN Y DESEQUILIBRIOS DE LA CUENTA CORRIENTE

La combinación lineal estacionaria de w_t es la cuenta corriente. Se define $CA_t = \sum_{j=1}^t ca_j$ como el proceso que acumula los desequilibrios de cuenta corriente en el tiempo:

$$CA_t \equiv \sum_{j=1}^t \beta' w_j \equiv \sum_{j=1}^t (x_j - m_j + rb_{j-1})$$

Nótese que el proceso estocástico CA_t será $I(1)$ siempre que el financiamiento de la cuenta corriente sea viable. Es decir, siempre que $ca_t \sim I(0)$.

¿Es razonable que exista una relación de largo plazo entre el *stock* que acumula los desequilibrios de corto plazo de la cuenta corriente y alguna de las variables flujo de w_t ?

¹⁴ Formalmente el conjunto atractor es el espacio generado por β_1 . Se remite al lector al desarrollo de este punto en Engle y Granger (1991) y Johansen (1995).

Si esta relación existe, el proceso descrito por la siguiente combinación es estacionario, $I(0)$, para ψ y distinto de 0 y se dice que w_t está multicointegrado.

$$(8) \quad \sum_{j=1}^t \beta' w_j + \psi' w_t \equiv \sum_{j=1}^t c a_j + \psi' w_t \equiv C A_t + \psi' w_t$$

En este caso, la condición $\Psi \neq 0$ permite que la relación cointegrante pueda establecerse con cualquier combinación de los componentes de w_t , a saber, las exportaciones, las importaciones o el *stock* de activos externos rezagados un período. Por ejemplo, si $\psi' = [\psi_1 \quad 0 \quad 0]$ el proceso que describe acumulación de los desequilibrios de corto plazo de la cuenta corriente, $C A_t$ está cointegrado con las exportaciones.

Es importante señalar que si se define $W_t = \sum_{j=1}^t w_j$, (8) se puede reescribir como (9) teniendo en cuenta que W_t es un proceso integrado de orden 2, $\Delta W_t = w_t$ de orden 1 y $\beta' \Delta W_t = \beta' w_t$ un proceso estacionario.

$$(9) \quad \beta' W_t + \psi' \Delta W_t \sim I(0)$$

La ecuación anterior indicaría, en este caso, que una combinación lineal de los niveles y las diferencias de W_t es estacionaria. W_t estaría cointegrado polinomialmente¹⁵.

Multicointegración es, en este orden de ideas, un caso de cointegración polinomial¹⁶.

A. UN MODELO DE CORRECCIÓN DE ERRORES $I(2)$ EN PRESENCIA DE MULTICOINTEGRACIÓN

Como se señala en el Apéndice C, Engsted y Johansen (1997) muestran que en presencia de multicointegración, la representación (7) no es válida y por lo tanto, cuando existe esta relación el test tipo Trehan y Walsh (1991) tampoco lo es.

Engsted y Johansen (1997) obtienen la representación VEC para un proceso multicointegrado de más de dos variables, superando así los problemas de estima-

¹⁵ Se dice que el proceso $X_t \sim I(2)$ está cointegrado polinomialmente si existen β_0 y β_1 distintos de 0 tal que $\beta_0' X_t + \beta_1' \Delta X_t$ sea estacionario. Nótese que $\Delta X_t \sim I(1)$. (Johansen, 1995, Cap. 3).

¹⁶ En el Apéndice B se presenta el concepto de multicointegración.

ción asintóticos que presenta el procedimiento bietápico (basado en mínimos cuadrados) propuesto originalmente por Granger y Lee (1989, 1990) y desarrollado por Engsted, Gonzalo y Haldrup (1997).

(10) es la representación VEC adecuada en presencia de multicointegración. Se parametriza sobre W_t . Lo anterior se apoya en el hecho de que $W_t \equiv \sum_{i=1}^t w_i \sim I(2)$ cuando w_t está multicointegrado:

$$(10) \quad \Delta^2 W_t = \alpha (\beta' W_{t-1} + \psi' \Delta W_{t-1}) + \Omega \alpha_{\perp} (\alpha'_{\perp} \Omega \alpha_{\perp})^{-1} \kappa' \Delta W_{t-1} + \varepsilon_{w_t}$$

donde $(\alpha, \beta, \psi, \kappa, \Omega)$ son parámetros del modelo. α tiene la misma interpretación que en el contexto de (7), β y ψ son los vectores involucrados en las combinaciones lineales estacionarias descritas en (8) y (9), finalmente, Ω es la matriz no singular de varianzas-covarianzas de ε_{w_t} .

Si la representación (10) es válida para w_t , el proceso está multicointegrado y viceversa¹⁷.

Como fue señalado, existe una conexión entre la viabilidad del financiamiento externo y la especificación (10). Esta la establecen conjuntamente el significado de la estacionariedad de $\beta' w_t$ y el sentido económico que soporta una relación de largo plazo entre la acumulación de los desequilibrios de la cuenta corriente y w_t .

Según se presenta en el Apéndice B, la noción de multicointegración está estructurada a partir de la lógica económica que ata la producción, las ventas y los inventarios. Las primeras, producción y ventas, son variables flujo y los inventarios un *stock*.

En este caso, los inventarios son el producto de acumular en el tiempo los desequilibrios entre la producción y las ventas.

En el contexto del financiamiento externo, si las importaciones, por ejemplo, están cointegradas con la variable *stock* que acumula los desequilibrios de la cuenta corriente, w_t estará multicointegrado. En este caso, verificar si la economía

¹⁷ Este resultado es una extensión del teorema de representación de Granger generalizado para un proceso multicointegrado. Véanse Engsted y Johansen (1997).

cumple la restricción presupuestaria intertemporal debe atender el problema de especificación en el que se incurre al emplear el enfoque de cointegración $I(1)$ convencional.

Al ampliar el marco analítico y econométrico para permitir la presencia de multicointegración, se está reconociendo en la estrategia de contraste empírico el caso de cointegración polinomial descrito en (8). De esta forma se llega a una especificación que incluye la propuesta por Trehan y Walsh (1991) y supera los problemas estadísticos generados al especificar un VEC $I(1)$, como el (7), en presencia de multicointegración.

El primer intento para incluir una relación multicointegrante en el problema de viabilidad de los desequilibrios de la cuenta corriente es el trabajo de Leachman y Francis (2000). Sin embargo, esta aproximación es una versión restringida del modelo (10), la cual excluye a priori al *stock* de activos externos netos de la relación de largo plazo.

Esta versión restringida desconoce la literatura precedente sobre el tema y asume como condición determinante para el balance presupuestario intertemporal, que el desequilibrio comercial sea estacionario. Esto es, que las exportaciones e importaciones estén cointegradas. El argumento de Leachman y Francis (2000) es equivalente a asumir que $b_{t-1} \sim I(0)$ y que los valores que toman los componentes asociados a b_{t-1} en los vectores β y ψ son 0¹⁸.

Sobre este punto es necesario recalcar que se ha demostrado que la no estacionariedad del desequilibrio comercial y del *stock* de activos externos no rechaza de facto el cumplimiento de la restricción presupuestaria intertemporal dada por (1)¹⁹.

¹⁸ El enfoque empleado por Leachman y Francis (2000) no considera la representación (10). Para la estimación se apoya en la estrategia propuesta por Engsted, Gonzalo y Haldrup (1997), la cual solo permite la estimación con un vector bidimensional. En este sentido, el enfoque de Engsted y Johansen (1997) es general porque es el caso p -dimensional.

¹⁹ Trehan y Walsh (1988) señalan que la estacionariedad del desequilibrio comercial no es una condición ni necesaria ni suficiente para garantizar que se cumple (6). En su trabajo de 1991 se discute el problema frente a un proceso no estacionario en diferencias para este desequilibrio. Las condiciones de la proposición 1 presentada en el Apéndice 1, permiten incluso que este proceso sea explosivo mientras el parámetro asociado a la cuasidiferencia esté acotado por el valor esperado de la tasa de interés.

B. ESTIMACIÓN

Se ha considerado $w'_t = [x_t \ m_t \ b_{t-1}]$ como el proceso estocástico conjunto para las exportaciones, las importaciones y el *stock* de activos externos netos de intereses.

En donde x_t , m_t y b_{t-1} son procesos integrados de orden 1 y por lo tanto $w_t \sim I(1)$.

El propósito de la estimación es verificar si (10) es una representación válida para describir el proceso conjunto generador de datos y por lo tanto w_t está multicointegrado.

Verificar si (10) es una representación válida del proceso $I(2)$ W_p debe atender al hecho de que esta parametrización se define a través de dos condiciones de rango:

- $\Pi = \alpha\beta'$ es una matriz de rango reducido r donde α y β son dos matrices de dimensión $(p \times r)$ y rango completo $r < p$.
- $\alpha'_\perp \Gamma \beta_\perp = \xi \eta'$ es una matriz de rango reducido s donde α_\perp y β_\perp son el complemento ortogonal de α y β , respectivamente, ξ y η son dos matrices de dimensión $(p - r \times s)$ y rango completo $s \leq p - r$ ²⁰.

Donde p corresponde al número de variables que componen el proceso conjunto, en este caso $p = 3$. r es el rango de cointegración para las combinaciones lineales estacionarias y s el rango para las combinaciones $I(1)$.

El contraste empírico se divide en dos partes. Inicialmente, se determinan conjuntamente los rangos r y s sobre la muestra empleando el procedimiento de máxima verosimilitud de Johansen. En segunda instancia y previa verificación de la significancia estadística de los componentes determinísticos del modelo, se estiman las matrices (β , β_1 , β_2) mutuamente ortogonales, las cuales conforman r combinaciones lineales estacionarias, s $I(1)$ y $p - r - s$ $I(2)$ involucradas en la relación de multicointegración, de la siguiente forma:

²⁰ Nótese que la primera condición de rango es la misma requerida para que el modelo $I(1)$ tradicional sea una representación válida para un proceso $I(1)$ cointegrado. Respecto a la naturaleza de estas condiciones se puede encontrar un análisis detallado en Johansen (1995).

- $r : (\beta' W_t + \beta'_0 t - \delta\beta'_2 \Delta W_t) \sim I(0)$
- $s : (\beta'_1 W_t) \sim I(1)$
- $p - r - s : \beta'_2 W_t \sim I(2)$

donde $\delta\beta'_2 = \psi'$, con lo cual la combinación lineal estacionaria es la descrita en (9).

Conviene señalar que la estimación de las combinaciones descritas anteriormente debe realizarse bajo la restricción [1 -1] para las dos primeras componentes del vector β . Una condición necesaria para el contraste es que la restricción sea significativa.

V. CONCLUSIONES

En este documento se discutió la metodología de análisis empírico de la viabilidad del financiamiento de los desequilibrios de la cuenta corriente. Se acogió para tal fin el enfoque intertemporal de la cuenta corriente y la metodología de series de tiempo no estacionarias.

Tras la interpretación de la metodología $I(1)$ documentada en la literatura internacional (Trehan y Walsh, 1988, 1991), a partir del teorema de representación de Granger y bajo una parametrización multivariada, se encuentra que existen condiciones económicas y econométricas donde esta especificación es inadecuada. Específicamente cuando el proceso estocástico conjunto del balance comercial y el *stock* de activos externos está multicointegrado.

En este sentido, la extensión del teorema de representación de Granger bajo multicointegración (Engsted y Johansen, 1997) permite superar la posible mala especificación del modelo, incorporando en la aproximación de cointegración tradicional las técnicas desarrolladas para el análisis de procesos estocásticos $I(2)$.

En este contexto, el equilibrio caracterizado por un caso particular de cointegración polinomial con restricciones sobre el vector de cointegración, significa un escenario de viabilidad del financiamiento externo más robusto frente a los desequilibrios de la cuenta corriente que el descrito por un sistema $I(1)$ cointegrado.

La metodología propuesta supera las inconsistencias de trabajos anteriores (Leachman y Francis, 2000) en tanto incluye al *stock* de activos externos de la relación de largo plazo, que determina la viabilidad del financiamiento de los desbalances de la cuenta corriente de la balanza de pagos.

REFERENCIAS

- Engle, R. F.; Granger, C. W. J. (eds.) (1991). *Long-run Economic Relationships*, Oxford University Press.
- Engsted, T.; Gonzalo, J.; Haldrup, N. (1997). "Testing for Multicointegration", en *Economics Letters*, No. 56, pp. 259-266.
- _____ ; Johansen, S. (1997). "Granger's representation theorem and multicointegration", en EUI Documentos de Trabajo. ECO No. 97/15, *European University Institute*, Florencia.
- Granger, C. W. J. and T. H. Lee (1989). "Investigation of production, Sales and Inventory relationships Using Multicointegration and Non-Symmetric Error correction Models". *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 4, pp. 145-159. Jhon Wiley & Sons.
- _____ ; _____ (1990). "Multicointegration", en Engle, R. F.; Granger, C. W. J. (eds.) (1991). *Long-run Economic Relationships*, Oxford University Press.
- Hakkio, Craig S.; Rush, Mark (1991). "Is the Budget Deficit Too Large?", en *Economic Inquiry*, Vol. 29.
- Hamilton, James D.; Flavin, Marjorie A. (1985). "On the Limitations of Government Borrowing: A Framework for Empirical Testing", en *NBER*, Documentos de Trabajo, No. 1632.
- Hansen, Lars Peter; Roberds, William T.; Sargent, Thomas J. (1991). *Time Series Implications of Present Value Budget Balance and of Martingale Models of Consumption and Taxes. Rational expectations econometrics*, Westview Press.
- Haugh, Alfred (1991). "Cointegration and Government Borrowing Constraints: Evidence for US", en *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 9.
- Johansen, Søren (1995). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press.

- Leachman, L.; Francis, B. (2000). "Multicointegration Analysis of the Sustainability of Foreign Debt", en *Journal of Macroeconomics*, Vol. 22, No. 2, pp. 207-227.
- Liu, P.; Tanner, E. (1995). "Intertemporal Solvency and Breaks in the US Deficit Process: a Maximum-Likelihood Cointegration Approach" en *Applied Economics Letters*, Vol. 2, pp. 231-235.
- Obstfeld, M.; Rogoff (1994). "Intertemporal Approach to the Current Account", en *NBER*, Documento de Trabajo, No. 4893, octubre.
- _____; _____. (1996). *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press.
- Trehan, B.; Walsh, C. E. (1988). "Common Trends, the Government's Budget Constraint and Revenue Smoothing", en *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 12, pp. 425-444.
- Trehan, B.; Walsh, C. E. (1991). "Testing Intertemporal Budget Constraints: Theory and Applications to US Federal Budget and Current Account Deficits", en *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 23, No. 2.
- Wilcox, David W. (1989). "The Sustainability of Government Deficits: Implications of the Present-Value Borrowing Constraint", en *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 21, No. 3.

APÉNDICE A

CONTRASTE DE TREHAN Y WALSH (1991)

El test se deriva de la siguiente proposición:

Proposición 1 (Trehan y Walsh, 1991). Si la evolución de b_t está dada por $b_t - b_{t-1} = d_t + r_t b_{t-1}$ con $E[r_{t+i} | I_{t-1}] = r$ para todo $i \geq 0$, $(1 - \lambda L) d_t$ es un proceso estocástico estacionario con media cero y $0 \leq \lambda < (1 + r)$, y además se cumple que $\lim_{k \rightarrow \infty} (1+r)^{-(k+1)} E[b_{t+k} | I_{t-1}] = 0$ que si y solo si existe una combinación lineal de d_t y b_{t-1} que sea estacionaria¹.

Nótese que mientras el valor esperado de la tasa de interés sea positivo, el parámetro de la cuasidiferencia puede cumplir con la condición $|\lambda| > 1$ que significa que el proceso estocástico asociado al desequilibrio comercial puede ser incluso explosivo. Esta aproximación enfatiza la inocuidad del argumento de Leachman y Francis (2000), para quienes la sostenibilidad del endeudamiento está basada en la estacionariedad del balance comercial.

Al margen de lo anterior, las condiciones de la proposición 1 permiten establecer que la restricción intertemporal de la economía se cumple mientras λ esté acotado por $(1+r)$.

Esta característica del proceso estocástico indica que los choques sobre d_t no sólo persisten a lo largo de la historia de la serie sino que su efecto se amplifica conforme pasa el tiempo. Nuevamente, esto no violará las condiciones de balance presupuestario intertemporal bajo la proposición 1 mientras que el parámetro λ esté acotado por $1 +$ el valor esperado de la tasa de interés a la que se accede al endeudamiento externo.

¹ Se remite al lector interesado en la demostración de la proposición 1 a Trehan y Walsh (1991).

APÉNDICE B

MULTICOINTEGRACIÓN

El concepto de multicointegración fue introducido por Granger y Lee (1989, 1990) para describir relaciones de equilibrio en un sistema que se caracteriza por ser más robusto frente a las perturbaciones de corto plazo que el descrito por el equilibrio de largo plazo implícito en una relación de cointegración tradicional.

Esta característica se atribuye a que bajo multicointegración existe más de una relación de cointegración entre las variables que conforman el proceso estocástico conjunto. En efecto, una de estas relaciones involucra un término que acumula en el tiempo la combinación lineal estacionaria y constituye un proceso que absorbe el impacto de los desequilibrios.

Se dice que un vector de series integradas está multicointegrado si la suma acumulada de sus combinaciones lineales estacionarias se halla cointegrada con alguna de las series involucradas en dicha combinación lineal. Granger y Lee (1990) ilustran este hecho mediante un ejemplo que estudia las relaciones entre los inventarios, la producción y las ventas a nivel genérico.

Considerando dos procesos no estacionarios integrados de orden 1, $I(1)$, para las ventas s_t y la producción q_t , se asume la existencia de ciertas combinaciones lineales de la forma $z_t = s_t - Aq_t$ que son estacionarias, $z_t \sim I(0)$. Si z_t se entiende como el cambio en *stock* de los inventarios en el período t , el *stock* de inventarios Z_t es la acumulación en el tiempo de los desequilibrios de corto plazo entre la producción y las ventas, de esta forma se tiene $Z_t = \sum_{j=1}^t z_j$, un proceso $I(1)$ por definición (véase nota número 11).

Cuando Z_t está cointegrada con alguno de los procesos asociados a la producción o a las ventas se dice que s_t y q_t están multicointegradas.

Si los inventarios y las ventas resultan cointegrados, se tiene la siguiente combinación lineal estacionaria: $\omega_t = s_t - DZ_t \sim I(0)$.

Granger y Lee (1989) señalan que la representación del proceso conjunto generador de datos para este par de series multicointegradas está dada por un modelo de corrección de errores (ECM) diferente a la especificación $I(1)$

tradicional¹, asociado a un caso de cointegración polinomial pues ω_t se puede ver como el resultado de una combinación lineal entre los niveles y las diferencias de un proceso estocástico $I(2)$ definido como $S'_t \equiv \sum_{j=1}^t [s_j \quad q_j]$.

¹ La discusión sobre el ECM bajo multicointegración se aborda en la sección 4, literal A.

APÉNDICE C

PROBLEMAS DE ESPECIFICACIÓN

En presencia de multicointegración la representación dada por (7) no es válida. Para ilustrar este hecho considérese que mientras $w_t \sim CI(1,1)$, (7) tiene una representación alternativa de media móvil¹ dada por:

$$(i) \quad w_t = C \sum_{i=1}^t \varepsilon_{w_t} + C(L)\varepsilon_{w_t}$$

Donde $C = \beta_{\perp}(\alpha_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}\alpha'_{\perp}$, las matrices α_{\perp} y β_{\perp} son el complemento ortogonal de α y β , respectivamente y $C(L)\varepsilon_{w_t}$ es un componente estacionario.

Esta representación se basa en las condiciones necesarias y suficientes de cointegración señaladas por Johansen (1995) en el sentido en que $\alpha_{\perp}\Gamma\beta_{\perp}$ debe tener rango completo (esta condición garantiza que $(\alpha_{\perp}\Gamma\beta_{\perp})^{-1}$ esté definida). Engsted y Johansen (1997) proveen una generalización del análisis de un proceso $I(1)$ n -dimensional cuando se presenta multicointegración donde establecen que la matriz $\alpha_{\perp}\Gamma\beta_{\perp}$ es singular y por lo tanto, C derivada de la representación de media móvil no está definida. Se implica que las condiciones necesarias y suficientes que garantizan a (7) como una representación adecuada del proceso conjunto generador de datos no se cumplen².

²¹ Common stochastic trends representation (Johansen, 1995).

²² La matriz C es fundamental en el análisis estadístico del modelo $I(1)$ pues de ella se deriva la varianza de largo plazo. El problema de especificación del modelo $I(1)$ bajo multicointegración es señalado igualmente en Engsted y Haldrup (1999) y en Haldrup (1998). La demostración formal puede encontrarse en Engsted y Johansen (1997).