

Recuadro 2 Definición de índices de referencia: introducción de expectativas neutrales en el proceso de optimización

El proceso de optimización para la selección estratégica de activos de los portafolios de reservas usa la metodología de Black-Litterman, que consta de dos fases para determinar los retornos esperados de los activos. La primera consiste en hallar los retornos de equilibrio implícitos en la capitalización de mercado de los activos que se utilizan en la optimización (índices de bonos de renta fija) y de la matriz de covarianzas estimada, de acuerdo con un modelo CAPM¹; la segunda fase permite incluir expectativas de retorno para dichos activos y obtener un promedio ponderado entre los dos conjuntos de retornos (los de equilibrio y los de las expectativas), así como la inclusión de la incertidumbre sobre las expectativas y la correspondiente modificación de la matriz de covarianzas.

En el marco de esta metodología se inició la inclusión de expectativas neutrales en el proceso de optimización de los portafolios de reservas. Estas expectativas neutrales están basadas en información contenida en los mercados financieros relevantes (renta fija), es decir, son las expectativas de retorno implícitas en los precios de los activos al momento de realizar la optimización. El principal motivo para su inclusión fue el posible desfase entre los retornos esperados de equilibrio que representan el comportamiento de largo plazo, y los retornos de los activos y los movimientos de corto plazo (más alineados con el horizonte de inversión de los portafolios) que se presentan en el mercado. Esta inclusión permite que la información de mercado más reciente influya en los resultados de la optimización.

1. Metodología de Black-Litterman

Como se mencionó, la metodología de Black-Litterman consta de dos fases. En la primera se supone que el portafolio de mercado es eficiente (está en la frontera eficiente) y, por tanto, conociendo la matriz de covarianza y las ponderaciones del mercado, observando las capitalizaciones de los activos, es posible determinar sus retornos de equilibrio. Estos pueden ser utilizados para una nueva optimización que incluya las restricciones del inversionista (p. ej.: máxima probabilidad de pérdida) cuando el inversionista no tiene expectativas. Esta metodología asigna mayores retornos a los activos más riesgosos y menores retornos a los activos menos riesgosos, lo cual es el comportamiento de largo plazo esperado en un mercado eficiente y con agentes racionales.

La segunda fase de Black-Litterman consiste en definir e integrar las expectativas de los retornos de los inversionistas con los retornos de equilibrio de la primera fase. Inicialmente, se definen las expectativas y su incertidumbre², y posteriormente se deduce una nueva distribución de retornos modificados que incluyen las expectativas. La siguiente expresión muestra la segunda fase de la metodología de Black-Litterman:

$$N(\mu_{eq}, \Sigma_{eq}) + N(\mu_{exp}, \Sigma_{exp}) \xrightarrow{\text{Bayes}} N(\mu_{mod}, \Sigma_{mod}),$$

donde el primer término hace referencia a la distribución con retornos de equilibrio (primera fase de Black-Litterman), el segundo término contiene la información de la distribución de las expectativas, y el término de la derecha es la distribución modificada que se obtiene al aplicar el teorema de Bayes. Finalmente, con los parámetros modificados se realiza una nueva optimización, incluyendo las restricciones aplicables al inversionista. En el Diagrama R2.1 se presenta la metodología de Black-Litterman resumida.

2. Metodología para introducir las expectativas de retorno de mercado en la optimización del portafolio de reservas internacionales

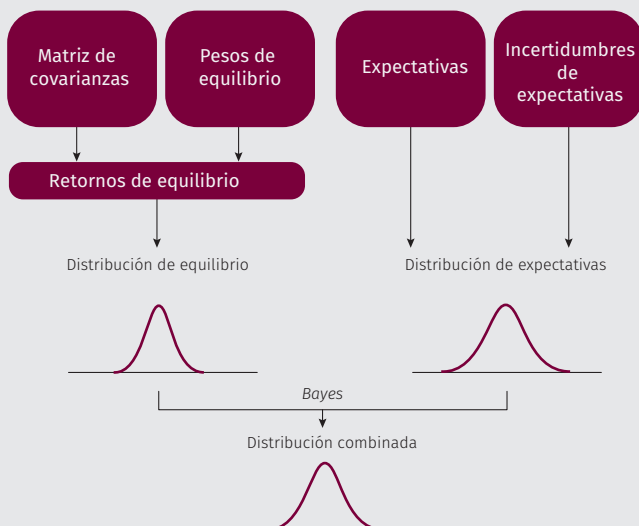
Para introducir expectativas en el proceso de optimización (segunda fase de Black-Litterman) se decidió utilizar las expectativas neutrales, implícitas en los mercados, que no introdujeran sesgos subjetivos.

Como se mencionó, la segunda fase de Black-Litterman requiere especificar dos conjuntos de parámetros: las expectativas de los retornos y la incertidumbre sobre dichas expectativas. Los retornos esperados son calculados a partir de la curva de tasas de interés *spot* implícita futura o curva

1 Modelo de valoración de activos financieros *capital asset pricing model* (CAPM).

2 Es importante notar que no es necesario definir expectativas para todos los activos, así, por ejemplo, es posible introducir expectativas para un solo activo.

Diagrama R2.1
Las dos fases de la metodología de Black-Litterman



Fuente: Adaptado de "A Step-By-Step Guide To The Black-Litterman Model" de Idzorek (2005).

forward, la cual se obtiene mediante condiciones de no arbitraje con la información de la curva de tasas de interés (curva spot) y permite calcular los componentes por cambio en precios (utilizando el movimiento de tasas entre la curva actual y la futura) y por causación (usando el promedio de tasas entre las curvas). Para estimar la incertidumbre de estos pronósticos, se realizan simulaciones de la curva de tasas de interés basadas en las distribuciones extraídas del mercado de opciones sobre tasas de interés³. Una vez se calculan los retornos de los activos en cada simulación, se calculan las desviaciones estándar de estos, las cuales se usan como parámetro de incertidumbre de las expectativas de retornos (Diagrama R2.2).

A continuación, se presentan los pasos requeridos para hallar los dos conjuntos de parámetros necesarios en la segunda fase de Black-Litterman.

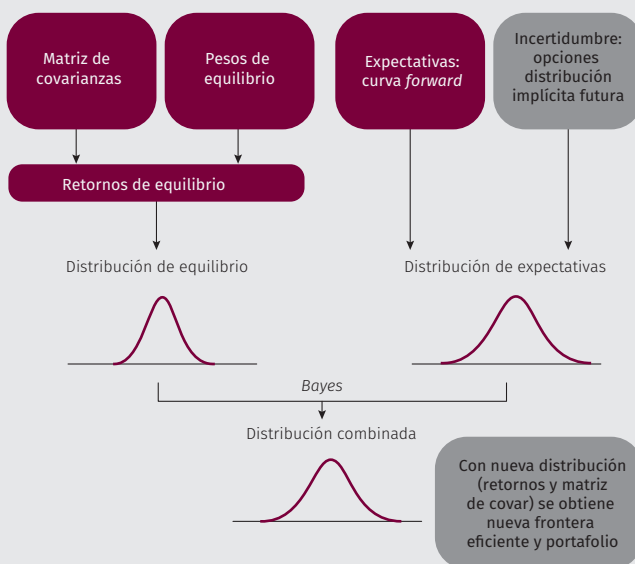
- a. Cálculo de expectativas neutrales (de mercado) de retorno. Aplicando el principio de no arbitraje es posible determinar la tasa justa entre dos plazos futuros dadas las tasas spot a dichos plazos. Tomando el menor plazo fijo y variando el segundo plazo se obtiene la curva forward, la cual es interpretada como la curva spot implícita futura en el horizonte equivalente al menor plazo. Con estos valores es posible calcular el vector de expectativas de retornos (μ_{exp}), que incluye el efecto de movimiento de tasas de interés y la causación esperada del portafolio.

3 Dado que los mercados de derivados sobre tasas de interés más desarrollados y líquidos existen para las tasas de Estados Unidos, los pronósticos se hacen sobre este mercado.

- b. Cálculo de las incertidumbres de las expectativas de retorno. Para estimar las incertidumbres en las expectativas de retornos se requieren los siguientes pasos:

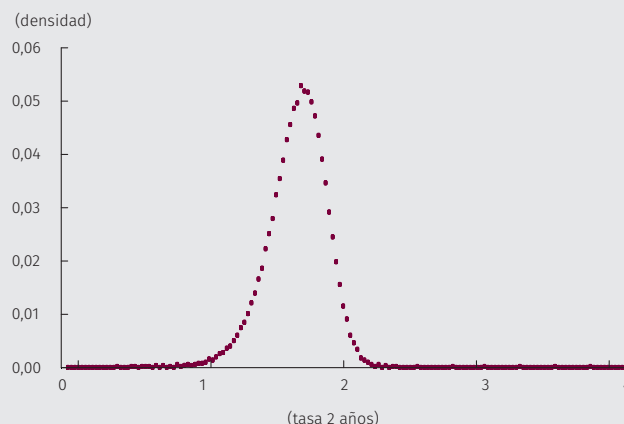
- i. Extracción de las distribuciones implícitas en el mercado de opciones. Desde el trabajo de Breen-Litzenberg (1978) se sabe que la distribución implícita futura de un activo es proporcional a la curvatura del precio de la opción como función del strike. Por tanto, teniendo una serie de precios de opciones para diferentes strikes permite estimar la distribución futura neutral al riesgo. En el (Gráfico R2.1) se presenta un ejemplo de la distribución hallada siguiendo este procedimiento.

Diagrama R2.2
Las dos fases de la metodología de Black-Litterman aplicadas al ejercicio de optimización de reservas internacionales



Fuente: Adaptado de "A Step-By-Step Guide To The Black-Litterman Model" de Idzorek (2005).

Gráfico R2.1
Densidad de probabilidad futura tasa de 2 años



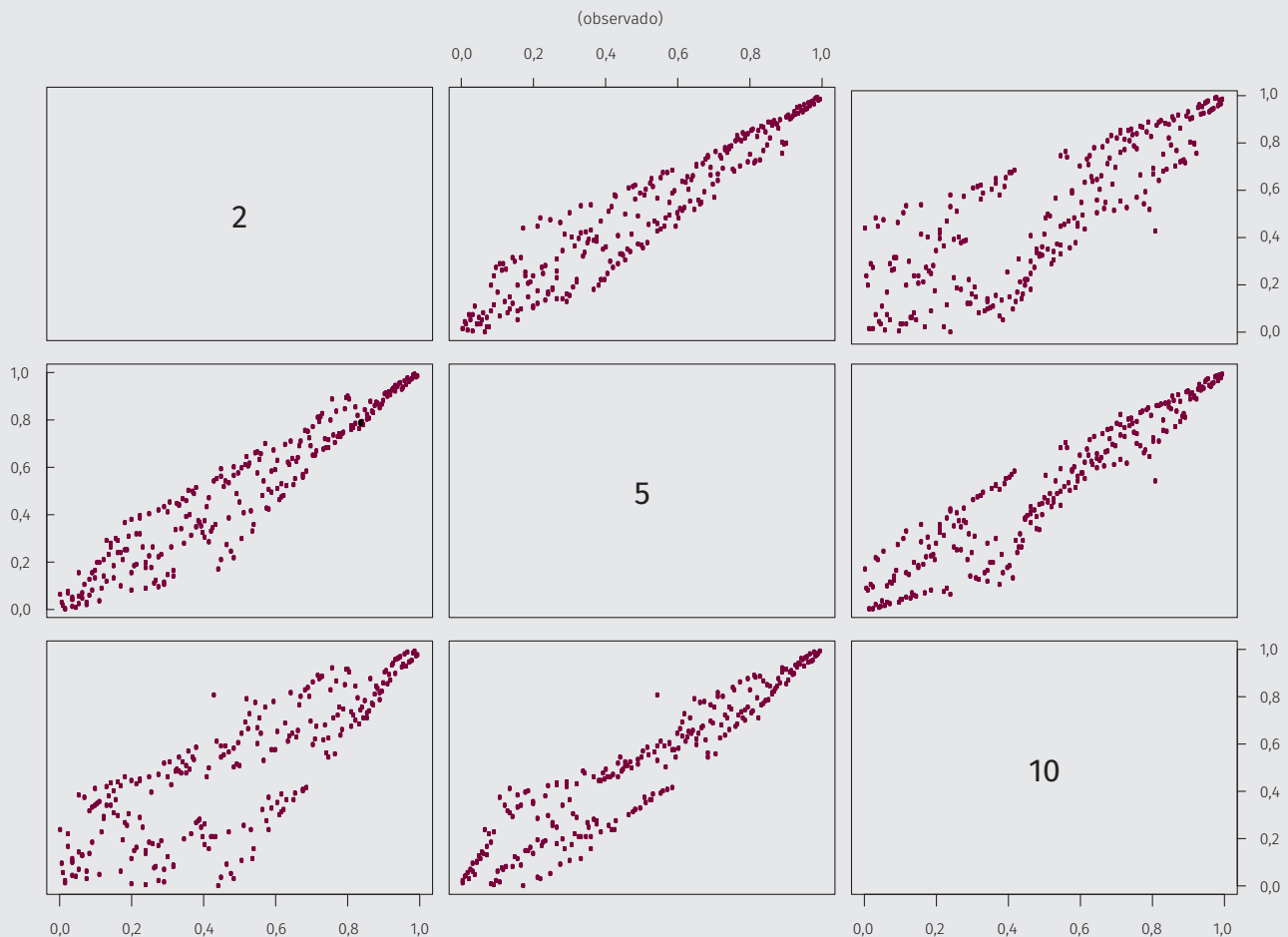
Fuente: cálculos del Banco de la República.

- ii. Estimación de cópula entre las diferentes tasas de interés del mercado de bonos de gobierno de Estados Unidos. Se toman datos históricos y se ajusta una cópula a los datos (Gráfico R2.2). La cópula es una función que generaliza el concepto de correlación y que, según el teorema de Sklar, existe bajo condiciones no muy restrictivas sobre el comportamiento de las distribuciones de las variables aleatorias asociadas. Este paso es necesario, dado que las tasas de interés a diferentes plazos en una sola moneda y de la misma calificación crediticia son altamente correlacionadas y no se recomienda simularlas independientemente.
- iii. Simulación de las tasas de interés futuras y construcción de la curva *spot* futura. Con la cópula del numeral *ii* y las distribuciones halladas en el numeral *i* se procede a realizar las simulaciones de las tasas de interés. Una vez halladas las tasas de interés se construye la estructura a término necesaria para la valoración de los bonos.
- iv. Valoración de los activos con las nuevas curvas y estimación de retornos. Con las nuevas curvas se hallan los retornos por el componente de cambio en precios y por el componente de causación, y se suman.
- v. Cálculo de las desviaciones estándar de los retornos que definen la matriz de covarianza que se utiliza como estimador de la incertidumbre de las expectativas (Σ_{exp}).

Con este procedimiento se obtienen las expectativas neutrales de mercado y sus incertidumbres, que son utilizadas para hallar los nuevos parámetros que alimentan el ejercicio de optimización y la definición del índice de referencia: el vector de retornos esperados y la matriz de varianza y covarianza de los activos. Usando esta metodología se esperan estimaciones de los retornos más cercanos a los valores observados y portafolios más consistentes con las condiciones actuales del mercado.

Gráfico R2.2

Relación entre las probabilidades acumuladas^{a/} para las tasas de 2, 5 y 10 años a fin de mes desde el año 2000



a/ Se utilizan las funciones de distribución de probabilidad acumuladas (pseudo-probabilidades) dado que estas son las entradas de la cópula y no los valores de las tasas de interés. Fuente: cálculos del Banco de la República.